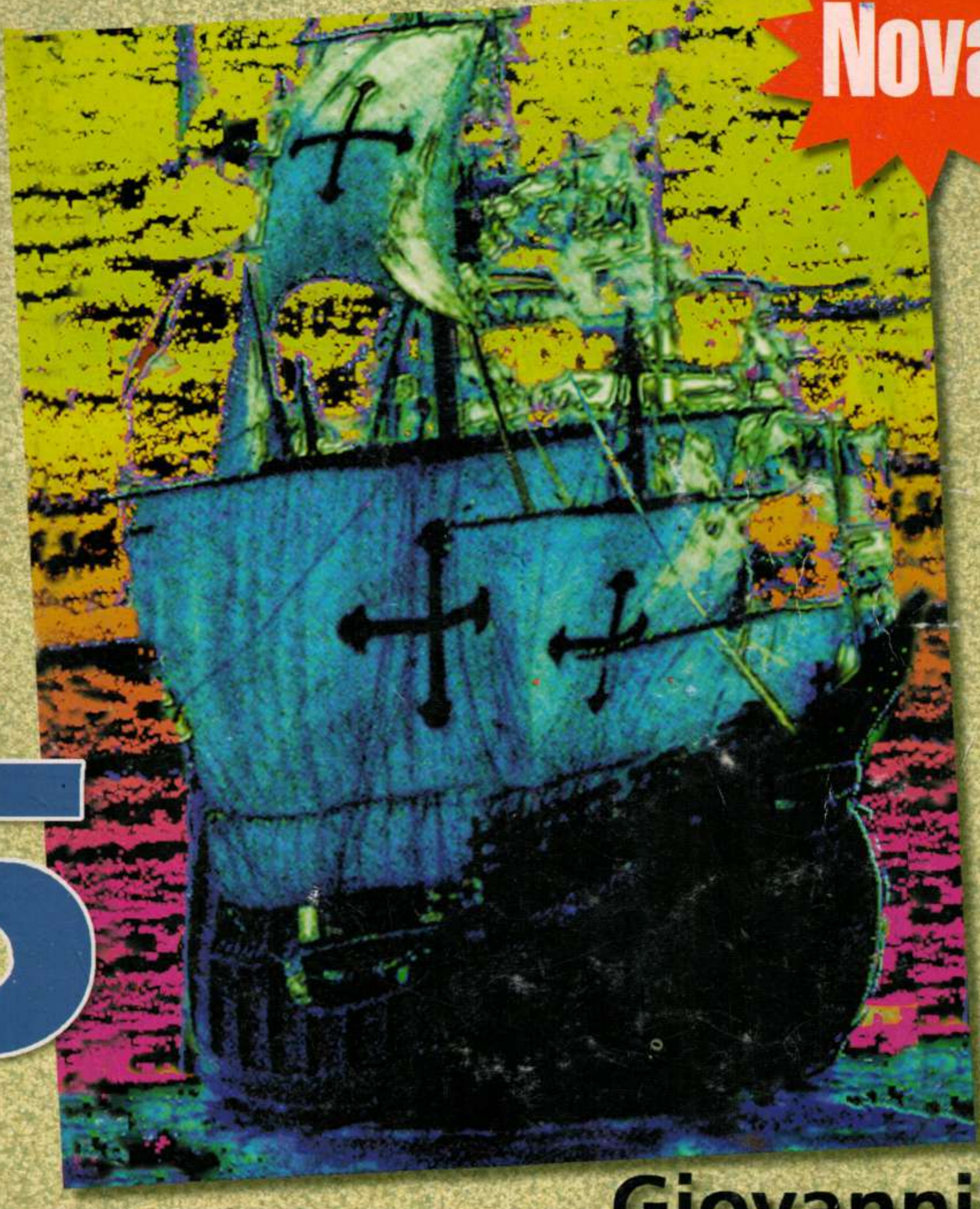
A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Nova



5

Giovanni
Castrucci
Giovanni Jr.

CÓDIGO DA COLEÇÃO:
258016

FTD

LIVRO DO PROFESSOR
VENDA PROIBIDA

A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Nova

José Ruy Giovanni

Bacharel e licenciado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica (PUC-SP).
Professor de Matemática em escolas de 1º e 2º graus desde 1960.

Benedito Castrucci

(Falecido em 2/1/1995)

Bacharel e licenciado em Ciências Matemáticas pela Universidade de São Paulo (USP).
Ex-professor de Matemática da Pontifícia Universidade Católica e da Universidade de São Paulo.
Ex-professor de escolas públicas e particulares de 1º e 2º graus.

José Ruy Giovanni Jr.

Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP).
Professor de Matemática em escolas de 1º e 2º graus desde de 1985.

IMPORTANTE
ESTE LIVRO FOI REVISADO DE ACORDO
COM AS OBSERVAÇÕES DA AVALIAÇÃO DE
LIVROS DIDÁTICOS DO MEC-SEF/FNDE.

5

FTD

EDITORA FTD S.A.
Matriz: Rua Rui Barbosa, 156 (Bela Vista) São Paulo - SP
CEP 01326-010 - Tel. (0-XX-11) 253-5011 - Fax (0-XX-11) 284-8500 r. 298
Caixa Postal 65149 - CEP da Caixa Postal 01390-970
Internet: http://www.ftd.com.br
E-mail: exatas@ftd.com.br

Editora: Júnia La Scala
Editores assistentes: Arnaldo Rodrigues
Dario Martins de Oliveira
Fabiano A. L. Wolff
Maria Ângela Pontual
Preparação: Alessandra Abramo
Revisão: Fausto Alves Barreira Filho
Solange Martins
Iconografia
Coordenação: Sônia Oddi
Pesquisa: Elizete Moura Santos
Assistente: Maria Rosa Alexandre
Edição de arte e projeto gráfico: Maria Paula Santo Siqueira
Capa: Arte Nova E. G. sobre cromo de
Michael Leshay/Rex/Keystone
(Foto da comemoração dos 500 anos
da conquista do continente americano.)
Ilustrações: Abê, Alberto De Stefano,
Alexandre Argozino Neto, Fê
Desenhos gráficos: Eunice Toyota
Editoração eletrônica/diagramação: EXATA editoração eletrônica

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Giovanni, José Ruy, 1937 -
A conquista da matemática - Nova / José Ruy Giovanni, Benedito Castrucci, José Ruy Giovanni Jr. — São Paulo : FTD, 1998. — (Coleção a conquista da matemática)

ISBN 85-322- 4104-2

Edição não-consumível.
Obra em 4 v. para alunos de 5ª a 8ª séries.
Suplementado pelo livro do professor.

1. Matemática (Ensino fundamental)
I. Castrucci, Benedito, 1909 - II. Giovanni Júnior, José Ruy, 1963 - III. Título. IV. Série.

98-3263 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:
1. Matemática: Ensino fundamental 372.7

FTD

APRESENTAÇÃO

A Matemática é geralmente considerada uma ciência à parte, desligada da realidade, vivendo na penumbra de um gabinete fechado, onde não entram ruídos do mundo exterior, nem o sol, nem os clamores do homem.

Porém, isso só em parte é verdadeiro.

(Bento de Jesus Caraça, matemático português, 1901-1948)

A Matemática está presente em nossas vidas, desde uma simples contagem até o uso em complexos computadores.

Pode parecer, a princípio, que alguns temas da Matemática não têm aplicação imediata no mundo em que vivemos; isso pode gerar em você um certo desapontamento. Na verdade, a aplicação da Matemática no cotidiano ocorre como resultado do desenvolvimento e do aprofundamento de certos conceitos nela presentes. Veja na Economia, por exemplo, o cálculo de juros e porcentagem; na Engenharia os cálculos trigonométricos.

Para entender a Matemática e suas aplicações são necessários dedicação e estudo. Por esse motivo, ao escrever esta coleção, procuramos apresentar a você, as linhas mestras desse processo em linguagem simples, sem fugir ao rigor que a Matemática exige.

Os autores

SUMÁRIO

6

A forma decimal dos números racionais

7

Geometria

8

Medindo comprimentos e superfícies

9

Medindo o volume e a capacidade

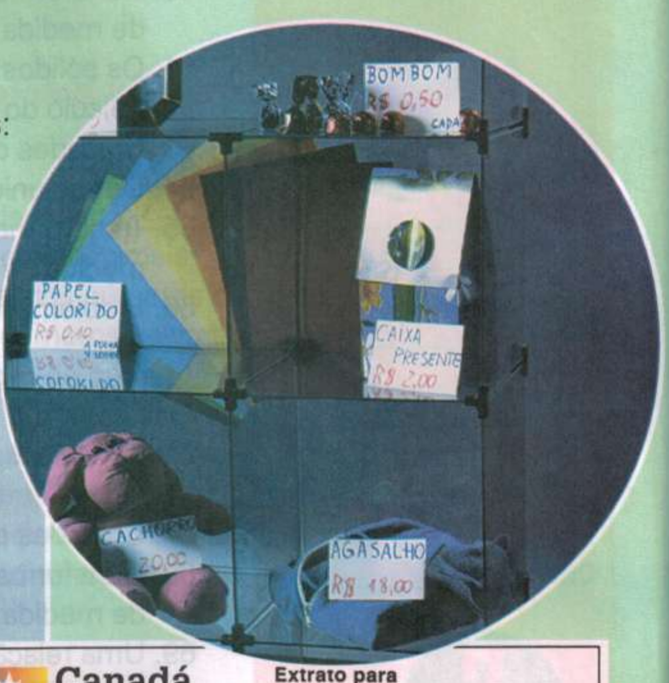
10

Medindo a massa

1

Os números naturais

O homem vive cercado pelos números:



Canadá Banco
C.G.C. 50.755.848

Extrato para Simples Conferência

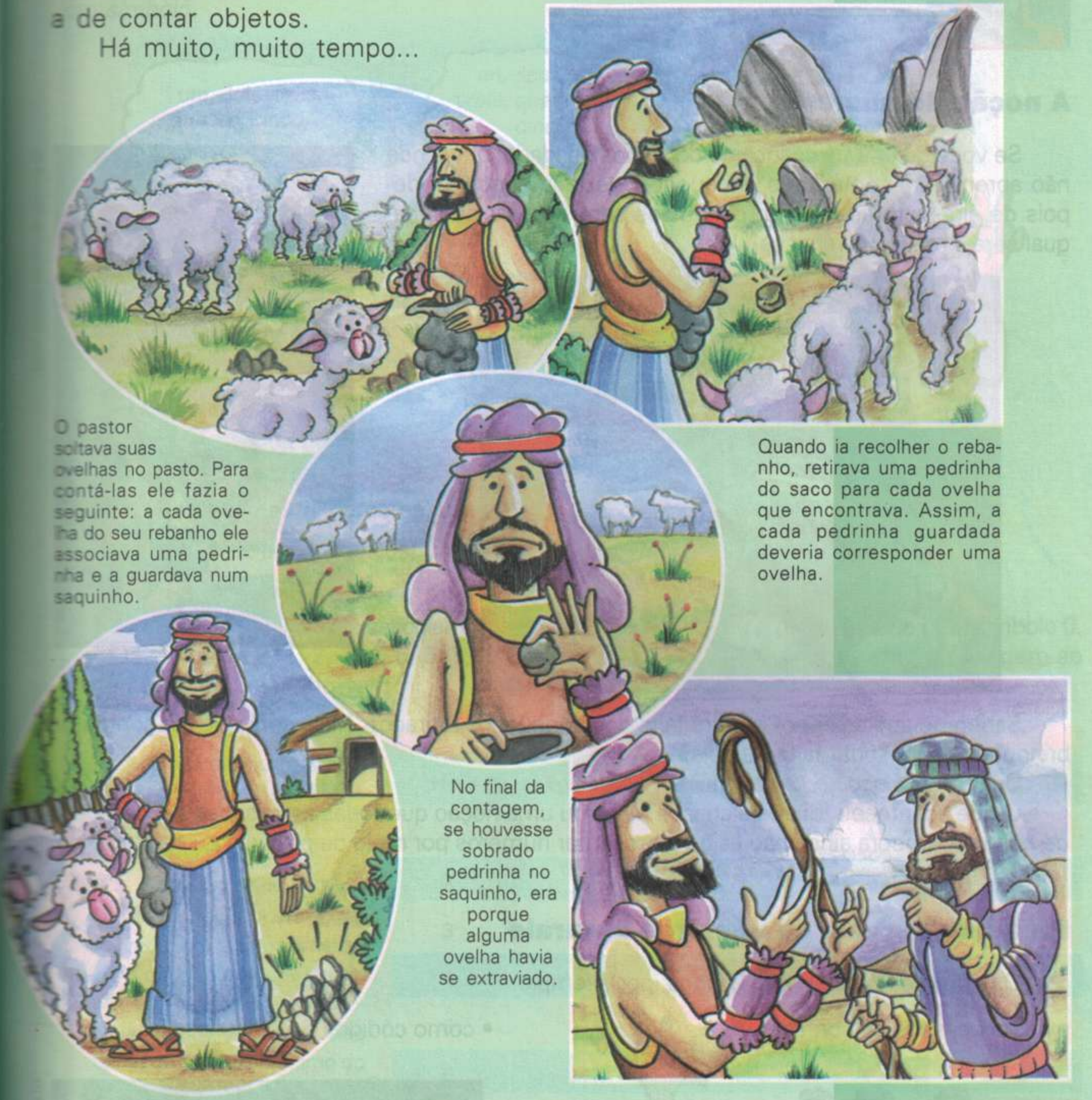
Emissão 06 / 06 / 1998	Folha 01		
Nome JOSÉ CARLOS COSTA MOURÃO	Agência 0101-8	Conta 75.069-4	
Cheque especial = limite	1.000, - venc. 09 / 07/ 1998		
ta	Histórico	Documento	Débito / Crédito / Saldo
	SALDO EM 30/04/1998		502,92 CR
05	TARIFA EMIS.EXTRATO TERM	6950124	0,99-
05	AUTODEPOSITO	0078304	750,00
05	TARIFA FORN.TAL. CHEQUES	0002950	4,50-
05	GASTOS CARTAO DE CREDITO	4220724	180,47-
05	CHEQUE COMPENSADO	0002935	55,50-
05	CHEQUE COMPENSADO	0002936	47,00-
05	CPMF DE 07/05 A 13/05	0070423	0,10-
05	CONTA DE LUZ	4705052	28,55-
	SALDO EM 03/06/1998		1.055,50 CR

XA DE CHEQUE ESPECIAL 10,70 A.M.MANTENHA
TUALIZADO SEU ENDEREÇO/TELEFONE, JUNTO A SUA AGÊNCIA.

Mas, como surgiram os números?

Pode-se dizer que a idéia de número surgiu de uma necessidade do homem:
a de contar objetos.

Há muito, muito tempo...



O pastor soltava suas ovelhas no pasto. Para contá-las ele fazia o seguinte: a cada ovelha do seu rebanho ele associava uma pedrinha e a guardava num saquinho.

Quando ia recolher o rebanho, retirava uma pedrinha do saco para cada ovelha que encontrava. Assim, a cada pedrinha guardada deveria corresponder uma ovelha.

No final da contagem, se houvesse sobrado pedrinha no saquinho, era porque alguma ovelha havia se extraviado.

Foi assim que o homem aprendeu a contar: comparando quantidades. De um lado, a quantidade de pedrinhas; do outro, a quantidade de ovelhas.

Mas, para comparar, o homem usava principalmente os dedos da mão.

Surgiu, daí, uma idéia comum aos dois conjuntos que ele comparava: o número.

Não devemos confundir número, que é uma idéia, com os símbolos que o representam.

Como dizia o filósofo grego Platão: "Os números governam o mundo".

1 NÚMERO NATURAL

A noção de número

Se você der a uma criança de dois anos de idade, que ainda não aprendeu a contar, três brinquedos, deixá-la brincar e, depois de algum tempo, retirar dois deles sem que ela perceba, qual será a reação da criança?

Fotos: Marinez Maravalhas Gomes/FTD

Sabemos que a criança sentirá falta dos brinquedos retirados. Mas, será que ela contou os brinquedos para sentir falta de dois?

Certamente não.

O que aconteceu foi que a criança mostrou uma noção que todas as pessoas têm: a *noção de número*, embora ainda não saiba representar números por meio de palavras ou de símbolos.

Para que servem os números naturais

Os números naturais são usados, por exemplo:

- nos processos de contagem

- como códigos de identificação

Sônia Oddi/FTD

Numeral de um número

Número é a idéia de quantidade. Cada número tem um *nome* e pode ser representado por um *símbolo*.

Na língua portuguesa

Na língua francesa

Na língua inglesa

Para representar os números, usamos símbolos:

- ✓ 1, 2, 3, 4, 5, ... (indo-arábicos)
- ✓ I, II, III, IV, V, ... (romanos)

À ausência de unidades associamos um número, o zero, que é representado pelo símbolo 0.

Os símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 são denominados *algarismos* em homenagem ao matemático árabe al-Khowarizmi.

Há muitos, muitos anos... viveu o matemático árabe Mohammed Ibn Mussa al-Khowarizmi (780-850).

Autor do primeiro livro árabe conhecido com explicações detalhadas dos cálculos hindus, ganhou tanta reputação nos países da Europa ocidental que o seu nome se tornou sinônimo do próprio sistema de numeração inventado pelos hindus. A palavra algarismo, por exemplo, tem origem no nome al-Khowarizmi.

A tabela ao lado mostra como alguns povos da Antiguidade representavam os números.

Hoje	Egípcios	Babilônios	Gregos	Maias
1	I	𒁹	A	•
2	II	𒈫	B	••
3	III	𒐈	Γ	•••
4	IIII	𒐉	Δ	••••
5	III II	𒐊	E	—
6	III III	𒐋	F	• —
7	IIII III	𒐌	Z	•• —
8	IIII IIII	𒐍	H	••• —
9	IIIII IIII	𒐎	Θ	•••• —
10	∩	𒌋	I	=
100	𓍢	𒁹𒐏	P	

Os símbolos indo-arábicos sofreram várias transformações na sua representação, antes de adquirirem, no século XVI, a aparência que eles conservam até hoje.

FIXAÇÃO

1 Considere o grupo dos dedos de uma das mãos e o grupo das vogais do nosso alfabeto. Responda:

a) Os dois grupos têm a mesma quantidade de elementos? sim

b) Qual é o nome e o símbolo que associamos à quantidade de elementos dos dois grupos? cinco; 5

2 Onde são usados os números naturais?

3 Que nome você dá à quantidade de moedas que aparecem abaixo? sete

4 Para escrever os números naturais usamos os símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Como são chamados esses símbolos? Explique por que eles recebem esse nome. símbolos indo-arábicos ou algarismos

5 Existe um símbolo associado à ausência de unidades. Dê o nome e represente esse símbolo. zero; 0

6 Quantos símbolos você usa para escrever o número natural 362? três

7 Observe a tabela com os símbolos utilizados por povos da Antiguidade e responda:

a) Quais os símbolos utilizados pelos egípcios e pelos maias (povo que habitava parte da América Central antes da chegada dos europeus) para representar a quantidade seis? Que símbolo utilizamos hoje para escrever essa mesma quantidade?

b) A partir dos símbolos conhecidos, como você acha que os egípcios e os maias poderiam representar o número 12?

2

O CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

Iniciando pelo zero e acrescentando sempre uma unidade, teremos os chamados *números naturais*: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...

Os números naturais constituem um conjunto numérico denominado conjunto dos números naturais, que se indica pela letra ℕ:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \ldots\}$$

Em Matemática, o conjunto dos números naturais é usado com muita freqüência.

Quando se exclui o 0 do conjunto ℕ, temos o conjunto dos números naturais não-nulos, indicado por ℕ*:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}$$

Considerando a sucessão dos números naturais podemos observar que:

- Todo número natural tem um sucessor. Exemplos:

1. O sucessor de 0 é 0 + 1 = 1
2. O sucessor de 1 é 1 + 1 = 2
3. O sucessor de 37 é 37 + 1 = 38
4. O sucessor de 199 é 199 + 1 = 200

De maneira geral, dado um número natural, o seu sucessor é obtido adicionando-se uma unidade ao número.

- Zero é o menor dos números naturais e não é sucessor de nenhum outro número natural.

- Com exceção do zero, todo número natural tem um antecessor. Exemplos:

1. O antecessor de 1 é 1 − 1 = 0
2. O antecessor de 2 é 2 − 1 = 1
3. O antecessor de 26 é 26 − 1 = 25
4. O antecessor de 500 é 500 − 1 = 499

De maneira geral, dado um número natural diferente de zero, o seu antecessor é obtido subtraindo-se uma unidade do número.

- A partir do 1, qualquer número natural é maior que todos os números que o precedem e é menor que todos os números que o seguem. Exemplo:

$$4 > 3,\ 4 > 2,\ 4 > 1,\ 4 > 0 \quad \text{e} \quad 4 < 5,\ 4 < 6,\ 4 < 7,\ 4 < 8, \ldots$$

Os símbolos < e >

Quando relacionamos duas quantidades, podemos dizer que essas quantidades são iguais ou diferentes. Para duas quantidades *a* e *b*:

✓ Relação de igualdade: a = b

✓ Relação de desigualdade: a ≠ b

Numa relação de desigualdade, podemos ter duas situações:

a é menor que *b*: a < b (símbolo <: menor que)

a é maior que *b*: a > b (símbolo >: maior que)

Em algumas situações podemos utilizar também os símbolos ⩽ (menor ou igual) e ⩾ (maior ou igual).

- Não existe o maior dos números naturais, isto é, existem infinitos números naturais.
- Dois ou mais números que se seguem na sucessão dos números naturais são denominados consecutivos. Exemplos:
  1. 3 e 4 são números naturais consecutivos.
  2. 10, 11 e 12 são números naturais consecutivos.
- A sucessão 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, ... é chamada sucessão de números naturais pares.
- A sucessão 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, ... é chamada sucessão de números naturais ímpares.

FIXAÇÃO

1 Escreva o antecessor e o sucessor de cada um dos seguintes números naturais:

a) 25 24 e 26
b) 61 60 e 62
c) 99 98 e 100
d) 899 898 e 900
e) 1 001 1 000 e 1 002
f) 9 100 9 099 e 9 101
g) 12 999 12 998 e 13 000
h) 10 001 10 000 e 10 002

2 Qual é o sucessor par do número natural 46? 48

3 Qual é o sucessor ímpar do número natural 17? 19

4 Considere os números naturais 0, 9, 39, 209, 701, 800, 1 009, 10 002 e 100 000 e responda:

a) Quantos são números naturais não-nulos? oito

b) Entre esses números está escrito o antecessor do número 1 010? sim; o 1 009

c) Qual dos números representa o sucessor de 99 999? 100 000

d) Quais desses números são números naturais ímpares maiores que 100? 209, 701, 1 009

JORNAIS & REVISTAS

Quantas informações interessantes nos fornece a leitura de jornais e revistas! Precisamos estar preparados para interpretá-las.

Por exemplo:

1. Observe o gráfico com a média de pontos por jogo das 3 melhores "cestinhas" do Campeonato Paulista de Basquete.
   a) Discuta com seus colegas o significado de *média de pontos por jogo*. Tire uma conclusão e registre.
   b) Há alguma situação em sua vida em que você acha importante calcular a média?

Adaptado de *Folha de S. Paulo* – 10/12/97

2. Invente um problema a partir das informações sobre a final do Campeonato Brasileiro de Futebol de 1997. Depois, resolva-o.

Final do Campeonato Brasileiro de Futebol de 1997

Palmeiras x Vasco

Preço
Arquibancada
R$ 15,00 e
R$ 20,00
(domingo)
Numerada
R$ 30,00 e R$ 40,00
(domingo)
Estudantes
(arquibancada)
R$ 8,00 e R$ 10,00
(domingo)

Policiamento
650 homens
(250 dentro
do estádio)

Locais de venda
São Paulo
●Morumbi
pça. Roberto
Gomes Pedrosa,
s/nº (Morumbi)
Tel: (011) 849-8055
Horário: 10 h às 17 h
Período: até domingo
●Parque Antárctica
r. Turiassu, 1 840
Tel: (011) 873-2111
Horário: 10 h às 17 h
Período: até sábado

TV
Sportv
(ao vivo)
às 18 h

Abertura dos portões
13 h

O que é proibido
Camisas de torcidas uniformizadas, inclusive do Vasco (no Rio é permitido), bandeiras com mastro, instrumentos musicais, garrafas (de qualquer material), latas, bebidas alcoólicas em um raio de 200 m. Aparelhos de rádios estão liberados. A torcida será setorizada.

Regulamento das finais
O Vasco por ter feito a melhor campanha na primeira fase joga por dois empates, sendo a segunda e decisiva partida em casa (no Maracanã). Em caso de cada time vencer um jogo, o critério de desempate será o saldo de gols nas finais. Empate no saldo de gols dá o título ao Vasco.

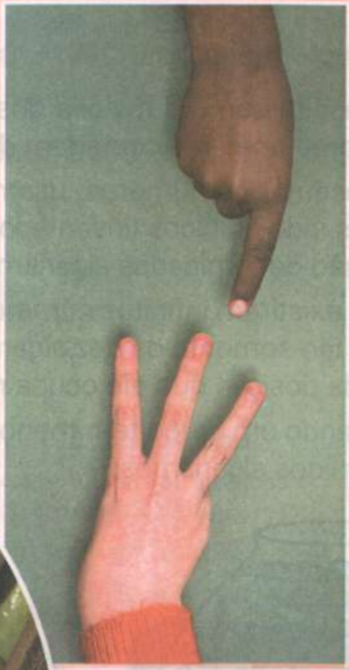
Adaptado de *Folha de S. Paulo* – 10/12/97

2

Sistemas de numeração

Sistema de numeração é o conjunto de regras que permite escrever e ler qualquer número, utilizando para isso símbolos e palavras. A história da humanidade nos mostra a existência de muitos sistemas de numeração: dos egípcios, dos babilônios, dos chineses, dos maias, dos romanos etc.

Sabemos que nosso sistema de numeração é decimal, isto é, contamos os elementos de um conjunto em grupos de dez. Esse costume teve origem sobretudo no fato de que o homem aprendeu a contar usando os dedos das mãos.



O sistema decimal foi introduzido na Europa pelos árabes, por volta do século XIII. Até então, os europeus usavam o sistema romano de numeração. Pela sua praticidade, o sistema decimal é usado até hoje.

Apesar de o costume de contar por grupos de dez ser o mais usado entre nós, às vezes contamos usando grupos diferentes de dez. Veja os exemplos:

✓ compramos muitas coisas por dúzia (grupos de doze): laranjas, bananas, ovos, entre outras coisas

✓ nos relógios, contamos por grupos de sessenta (sessenta segundos equivalem a um minuto e sessenta minutos equivalem a uma hora)

✓ nos levantamentos estatísticos, como por exemplo na votação do representante de classe, contamos por grupos de cinco, usando uma figura assim: ⧄

Nesta Unidade, estudaremos o conjunto de regras que nos permitem escrever com símbolos os números dentro do sistema decimal e a sua relação com outros sistemas de numeração.

3

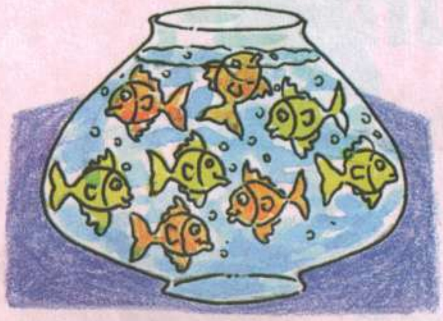
O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

O Brasil, assim como a maioria dos países, adota o sistema de numeração decimal, que recebe esse nome porque a contagem dos elementos de qualquer conjunto é feita na base 10.

Para representar os números, usamos dez símbolos básicos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Esses símbolos indo-arábicos (inventados pelos hindus e levados para a Europa, no século XIII, pelos árabes) são denominados algarismos.

Apesar de existirem infinitos números naturais, podemos representar qualquer número natural utilizando tão-somente os dez algarismos, considerando que cada algarismo tem um valor que depende da posição que ele ocupa no número.

Assim, quando um grupo tem menos de dez elementos, o número a ele associado é representado por um dos algarismos.


Oito unidades: 8


Cinco unidades: 5


Nenhuma unidade: 0

Quando um grupo tem dez ou mais elementos, faz-se a contagem de tal modo que:

✓ 10 unidades formam 1 dezena
1 dezena = 10 unidades

✓ 10 dezenas formam 1 centena
1 centena = 10 dezenas = 100 unidades

✓ 10 centenas formam 1 unidade de milhar
1 unidade de milhar = 10 centenas = 1 000 unidades

✓ 10 unidades de milhar formam 1 dezena de milhar
1 dezena de milhar = 10 unidades de milhar = 10 000 unidades

✓ 10 dezenas de milhar formam 1 centena de milhar
1 centena de milhar = 10 dezenas de milhar = 100 000 unidades

✓ 10 centenas de milhar formam 1 unidade de milhão
1 unidade de milhão = 10 centenas de milhar =1 000 000 de unidades

E assim por diante, continuando indefinidamente o processo de agrupamentos.

O valor do algarismo depende da posição que ele ocupa no número. Então:

- No número 26, o valor do algarismo 2 é 2 × 10 = 20 unidades, porque ele ocupa a posição ou ordem das dezenas.
- No número 263, o valor do algarismo 2 é 2 × 100 = 200 unidades, porque ele ocupa a posição ou ordem das centenas.
- No número 2 635, o valor do algarismo 2 é 2 000 unidades, porque ele ocupa a posição ou ordem das unidades de milhar.

Veja os exemplos:

4 3 5

1ª posição ou 1ª ordem: 5 unidades
2ª posição ou 2ª ordem: 3 dezenas = 3 × 10 ou 30 unidades
3ª posição ou 3ª ordem: 4 centenas = 4 × 100 ou 400 unidades

5 6 2 7

1ª posição ou 1ª ordem: 7 unidades
2ª posição ou 2ª ordem: 2 dezenas = 2 × 10 ou 20 unidades
3ª posição ou 3ª ordem: 6 centenas = 6 × 100 ou 600 unidades
4ª posição ou 4ª ordem: 5 unidades de milhar = 5 × 1 000 ou 5 000 unidades

Temos, então, o seguinte quadro de posições ou de ordens:

10ª ordem	9ª ordem	8ª ordem	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
unidades de bilhão	centenas de milhão	dezenas de milhão	unidades de milhão	centenas de milhar	dezenas de milhar	unidades de milhar	centenas de unidades simples	dezenas de unidades simples	unidades simples

Pelo quadro de ordens que apresentamos, temos:

✓ 3 246 →

UM	C	D	U
3	2	4	6

3 246 = três unidades de milhar mais duas centenas mais quatro dezenas mais seis unidades

ou 3 246 = 3 000 + 200 + 40 + 6

ou 3 246 = 3 × 1 000 + 2 × 100 + 4 × 10 + 6

✓ 48 025 ⟶

DM	UM	C	D	U
4	8	0	2	5

48 025 = quatro dezenas de milhar mais oito unidades de milhar mais duas dezenas mais cinco unidades

ou 48 025 = 40 000 + 8 000 + 20 + 5

ou 48 025 = 4 × 10 000 + 8 × 1 000 + 2 × 10 + 5

Propor os exercícios do **Atividades-G1**

Lendo e escrevendo um número natural

No sistema de numeração decimal, os números são lidos ou escritos mais facilmente quando separamos os algarismos em grupos de três, começando pela direita.

Cada grupo de três algarismos constitui uma classe e cada classe tem um nome, como podemos ver no quadro seguinte:

Classe dos bilhões		Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
dezenas de bilhão	unidades de bilhão	centenas de milhão	dezenas de milhão	unidades de milhão	centenas de milhar	dezenas de milhar	unidades de milhar	centenas	dezenas	unidades simples
						4	1	6	5	4
				2	7	5	0	0	2	5
	6	2	8	3	1	0	4	6	4	0
				5	0	0	0	2	5	4

Consideremos os números que estão colocados no quadro:

$\underbrace{41}\ \underbrace{654}$

654 ⟶ 600 + 50 + 4 (seiscentos e cinqüenta e quatro)

41 ⟶ 40 + 1 (quarenta e um) mil

Lê-se: quarenta e um mil, seiscentos e cinqüenta e quatro

2 750 025

→ 20 + 5 (vinte e cinco)

→ 700 + 50 (setecentos e cinqüenta) mil

→ 2 (dois) milhões

Lê-se: dois milhões, setecentos e cinqüenta mil e vinte e cinco

6 283 104 640

→ 600 + 40 (seiscentos e quarenta)

→ 100 + 4 (cento e quatro) mil

→ 200 + 80 + 3 (duzentos e oitenta e três) milhões

→ 6 (seis) bilhões

Lê-se: seis bilhões, duzentos e oitenta e três milhões, cento e quatro mil, seiscentos e quarenta

5 000 254

→ 200 + 50 + 4 (duzentos e cinqüenta e quatro)

→ 5 (cinco) milhões

Quando todas as ordens de uma classe são representadas por 0, não se lê essa classe.

Lê-se: cinco milhões, duzentos e cinqüenta e quatro

Observe, agora, como fazemos para representar um número usando algarismos.

1. Escrever o numeral de vinte e três mil e cinqüenta e oito.
vinte e três mil = 2 dezenas de milhar mais 3 unidades de milhar
cinqüenta e oito = 5 dezenas mais 8 unidades

Milhares			Unidades simples			
	2	3	0	5	8	→ 23 058

2. Escrever o numeral de cinco milhões, cento e vinte mil e seiscentos.
cinco milhões = 5 unidades de milhão
cento e vinte mil = 1 centena de milhar mais 2 dezenas de milhar
seiscentos = 6 centenas

Milhões			Milhares			Unidades simples			
		5	1	2	0	6	0	0	→ 5 120 600

Propor os exercícios do **Atividades-G2**

FIXAÇÃO

1 Qual é o sistema de numeração atualmente adotado no Brasil e na maioria dos países do mundo? sistema de numeração decimal

2 Qual é o valor do algarismo 6 nos números abaixo?

a) 318 064 60
b) 16 205 943 6 000 000
c) 265 144 60 000
d) 92 619 600

3 Chama-se valor absoluto de um algarismo o número de unidades que ele representa isolado, não importando sua posição no número. Nessas condições, calcule a soma dos valores absolutos dos algarismos que formam o número:

a) 6 205 13
b) 37 801 19
c) 202 022 8

4 Escreva o número formado por:

a) nove centenas mais seis dezenas mais oito unidades 968
b) três unidades de milhar mais quatro centenas mais sete dezenas mais três unidades 3 473
c) quatro unidades de milhar mais cinco dezenas 4 050
d) cinco dezenas de milhar mais duas unidades de milhar mais sete centenas mais três dezenas mais uma unidade 52 731
e) duas unidades de milhão mais cinco centenas de milhar 2 500 000

5 Usando os algarismos 5, 2 e 7, e sem repeti-los, escreva todos os números formados por esses três algarismos. 257, 275, 527, 572, 725, 752

6 No sistema de numeração decimal, qual é o maior número natural formado por quatro algarismos que podemos escrever usando apenas os algarismos 2 e 1, e só eles? 2 221

7 No sistema de numeração decimal, quantos números entre 100 e 1 000 você pode escrever de forma que o número representado pelo algarismo da dezena seja par, o que corresponde à centena seja o seu antecessor e o que corresponde às unidades seja o seu sucessor? quatro números: 123, 345, 567 e 789

8 Nélson deve escrever apenas números pares e só pode usar os algarismos 1, 2, 3 e 4, não podendo repetir algarismos num mesmo número. Quantos números maiores que cem e menores que 1 000 ele pode escrever? 12 números

9 No preenchimento de um cheque, a quantia deve ser escrita com o uso de algarismos e por extenso. Nessas condições, escreva por extenso o número que expressa a quantia de R$ 2 106 565,00.
dois milhões, cento e seis mil, quinhentos e sessenta e cinco reais

Comp	Banco	Agência	C1	Conta	C2	Cheque nº	C3	R$
022	034	0545	8	00 05800 2	6	949772	2	2 106 565,00

Pague-se por este cheque a quantia de ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤

a ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤ ✤

São Paulo 04 de julho de 1998

CANADÁ BANCO

José da Costa
José da Costa
300878229-00

10 Usando algarismos, escreva o número:

a) doze mil, quatrocentos e dois 12 402
b) sete mil, cento e cinqüenta 7 150
c) cento e treze mil, cento e trinta e um 113 131
d) um milhão, cento e um mil e um 1 101 001

11 O preço de um carro é vinte e seis mil, quatrocentos e dez reais. Usando algarismos, escreva o número que corresponde ao preço do carro. 26 410

Marinez Maravalhas Gomes

4

O SISTEMA ROMANO DE NUMERAÇÃO

Até o século XIII, quando os árabes introduziram na Europa os símbolos indo-arábicos, os europeus usavam o sistema romano de numeração.

Guerreiros e conquistadores, os romanos eram donos de um vasto império e necessitavam lidar com grandes quantidades.

Essa necessidade levou-os a estabelecer um sistema de numeração baseado em sete símbolos:

I	V	X	L	C	D	M
(1)	(5)	(10)	(50)	(100)	(500)	(1 000)

Para representar um número no sistema romano de numeração, basta justapor os símbolos. Esse sistema apresenta as seguintes regras:

◆ Os símbolos fundamentais podem ser repetidos, no máximo, três vezes.

1 = I
2 = II
3 = III

10 = X
20 = XX
30 = XXX

100 = C
200 = CC
300 = CCC

1 000 = M
2 000 = MM
3 000 = MMM

◆◆ Um símbolo colocado à esquerda de outro símbolo de maior valor indica uma subtração dos respectivos valores. Veja:

4 = 5 − 1 = IV
9 = 10 − 1 = IX

40 = 50 − 10 = XL
90 = 100 − 10 = XC

400 = 500 − 100 = CD
900 = 1 000 − 100 = CM

É conveniente notar que:

- ✓ I pode ser subtraído apenas de V e X.
- ✓ X pode ser subtraído apenas de L e C.
- ✓ C pode ser subtraído apenas de D e M.
- ✓ os símbolos V, L e D nunca podem ser subtraídos.

❖ Na representação dos números, os símbolos são justapostos e seus valores adicionados. Veja:

6 = 5 + 1 = VI
15 = 10 + 5 = XV
37 = 30 + 7 = XXXVII

254 = 200 + 50 + 4 = CCLIV
962 = 900 + 60 + 2 = CMLXII
1 823 = 1 000 + 800 + 20 + 3 = MDCCCXXIII

◆ Um símbolo encimado por um traço representa milhares e por dois traços representa milhões:

$5\,000 = \overline{V}$

$6\,720 = \overline{VI}DCCXX$

$20\,000\,000 = \overline{\overline{XX}}$

$45\,007 = \overline{XLV}VII$

Os romanos não usavam símbolo para representar o número natural zero.

Atualmente, o sistema romano de numeração é pouco usado, sendo empregado:

✓ em mostradores de relógios.

✓ na numeração dos capítulos de um livro.

✓ na designação de séculos.

✓ na designação, pela ordem cronológica, de reis e papas de mesmo nome.

Marinez Maravalhas Gomes

Propor os exercícios do **Atividades-G3**

FIXAÇÃO

1 Quantos símbolos diferentes os romanos usavam para escrever os números? sete símbolos

2 Até quando o sistema romano de numeração foi usado pelos europeus? até o século XIII

3 No sistema romano de numeração os números representados por VI e IV têm o mesmo valor? não

4 Usando os símbolos romanos escreva o número que representa:

a) o século em que estamos até 2000, século XX; a partir de 2001, século XXI

b) o século passado

c) o próximo século

5 A queda da Bastilha, marco da Revolução Francesa, ocorreu no fim do século 18. Usando símbolos romanos, escreva o número que representa esse século. XVIII

6 Como você representaria o número 111 no sistema romano de numeração? CXI

7 Represente com símbolos romanos os números:

a) 63 LXIII

b) 49 XLIX

c) 333 CCCXXXIII

d) 175 CLXXV

e) 510 DX

f) 962 CMLXII

8 Acabei de ler o capítulo XXVII de um livro. Usando algarismos, escreva o número que representa o capítulo do livro que acabei de ler. 27

9 Usando algarismos, escreva os números representados por:

a) LXXII 72

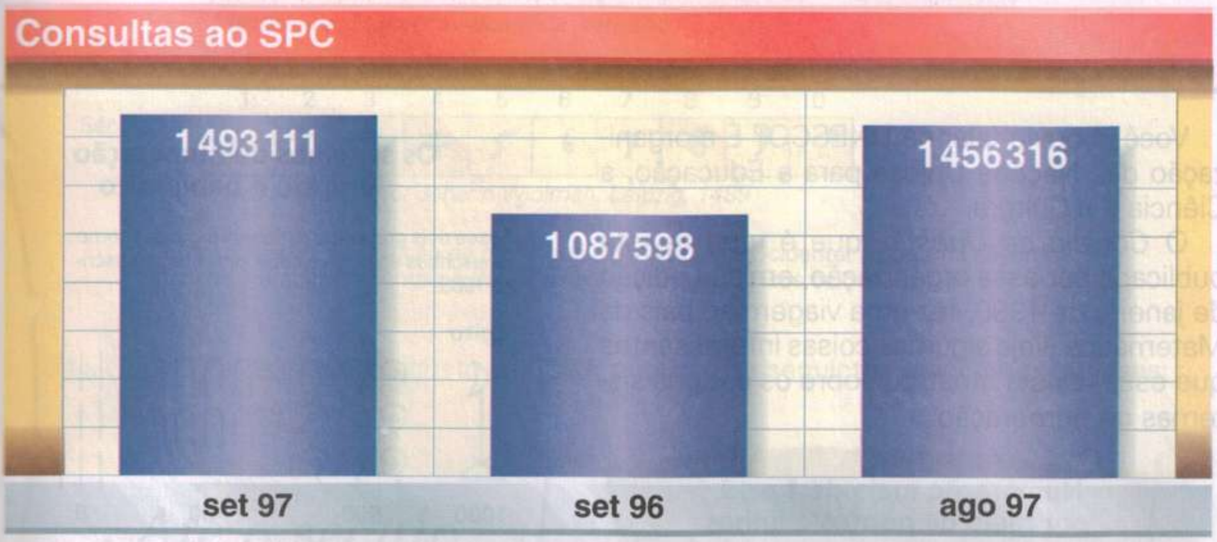
b) CXXIV 124

c) XCV 95

d) DCXXXI 631

Explorando Gráficos

1. Em setembro de 1997, o número de consultas ao SPC (Serviço de Proteção ao Crédito) foi bastante elevado. Observe os números do gráfico abaixo:



Os dados revelam que as consultas em setembro de 97 (1 493 119) aumentaram cerca de 37% em relação a setembro de 96 (1 087 598).

a) Escreva como se lê 1 493 119.
um milhão, quatrocentos e noventa e três mil, cento e dezenove

b) Qual o total de consultas em setembro de 1996?
Como se escreve esse número?
1 087 598; um milhão, oitenta e sete mil, quinhentos e noventa e oito

c) Qual o significado do número 1 456 316 no gráfico?
É o número de consultas ao SPC em agosto/97.

2. Segundo a Associação Comercial de São Paulo o número de consultas ao Telecheque (serviço que verifica se um cheque foi roubado) foi o seguinte:

setembro/97	1 468 549
setembro/96	975 597
agosto/97	1 445 026

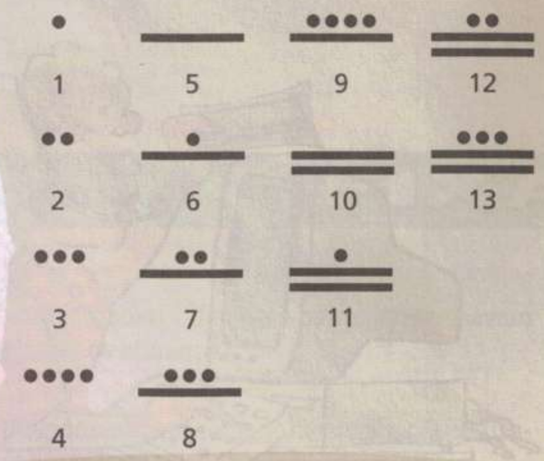
Construa, com esses dados, um gráfico semelhante ao gráfico dado acima.

JORNAIS & REVISTAS

Você já ouviu falar na UNESCO? É a organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura.

O *Correio da Unesco*, que é uma revista publicada por essa organização, em sua edição de janeiro de 1990, fez uma viagem ao país da Matemática. Veja algumas coisas interessantes que essa revista mostrou sobre os antigos sistemas de numeração.

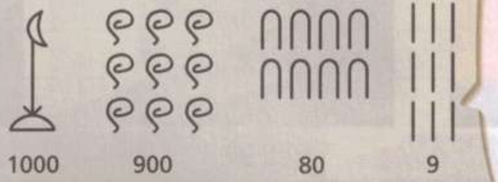
Numeração maia de 1 a 13, por meio de pontos e linhas



Os sistemas de numeração egípcio e babilônico

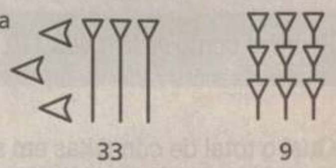
Esses dois grupos de símbolos mostram como os escribas egípcios e babilônicos teriam escrito *1989*.

Egito



O sistema numérico egípcio, aqui na notação hieroglífica, tinha como base o número 10. Havia, portanto, um sinal para os milhares, nove para as centenas, oito para as dezenas e nove para as unidades.

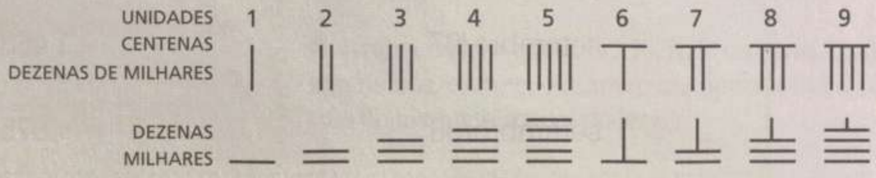
Babilônia



O sistema numérico babilônico era sexagesimal. Para representar 1989, tendo 60 por base, escrevia-se 33 vezes 60 e nove vezes 1. À direita estão colocadas as unidades (9), e à esquerda os números que têm por base 60 (33).

O sistema numérico chinês

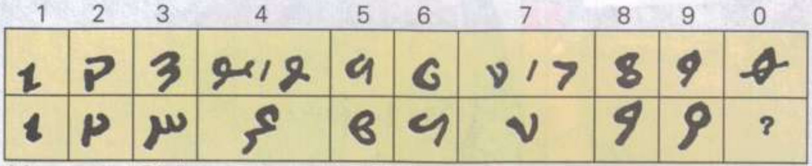
Por volta do século III a.C., desenvolveu-se na China o uso das varetas para escrever os números. As unidades eram anotadas verticalmente, e as dezenas horizontalmente. O valor dos sinais era determinado por sua posição.



O NÚMERO 34 567 SE ESCREVIA ASSIM:

Já em janeiro de 1994, o *Correio da Unesco* fez uma edição sobre o nascimento dos números. Veja como evoluiu a grafia de alguns algarismos.

Século XIII



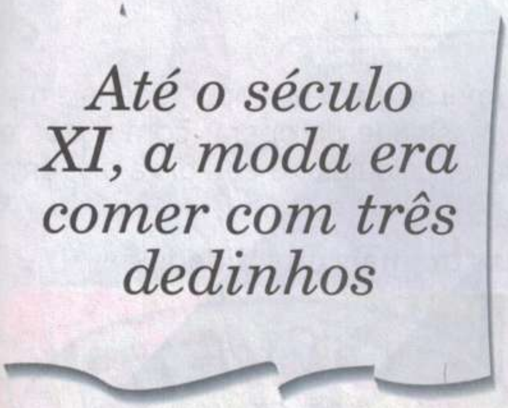
Manuscrito, Biblioteca Apostólica, Vaticano

Século XV

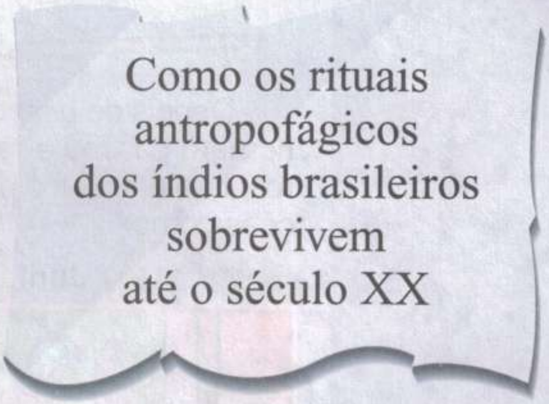
Livro impresso por Johann Wiolman, Leipzig, 1489

O quadro mostra a evolução da grafia dos algarismos no Ocidente, a partir da série de algarismos arábicos orientais e da série de algarismos arábicos ocidentais.

Já a *Superinteressante* de agosto de 1997, publicou as seguintes manchetes curiosas:



Até o século XI, a moda era comer com três dedinhos

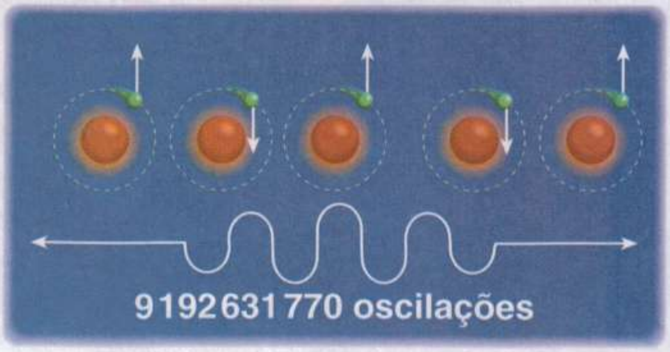


Como os rituais antropofágicos dos índios brasileiros sobrevivem até o século XX

1. Observe como os números romanos são usados até hoje. Cite outros exemplos que você conhece em que são usados algarismos romanos.

Ainda na *Superinteressante* de maio de 1997, temos outra informação curiosa:

Na figura, a bolinha verde é o elétron de uma substância química chamada Césio.



Em 1 segundo, este elétron do césio muda de posição exatamente 9 192 631 770 vezes. Este é o tamanho exato do segundo.

2. Você sabe ler esse número?

Nove bilhões, cento e noventa e dois milhões, seiscentos e trinta e um mil, setecentos e setenta

3

Operações com números naturais

Depois de usar os números, para fazer contagens simples, o homem passou a ter necessidade de operar com esses números, isto é, usá-los para fazer cálculos no seu dia-a-dia, em situações como:

Juntar duas ou mais quantidades

Tirar uma
quantidade de
outra.

Juntar várias
vezes uma mesma
quantidade.

Repartir uma
quantidade em
duas, três, quatro
ou mais partes
iguais.

Assim, adicionar, subtrair, multiplicar e dividir passam a fazer parte da vida do homem.

Nesta Unidade, você vai verificar como as técnicas de cálculo ajudam você a resolver alguns problemas do seu cotidiano.

5

IDÉIAS ASSOCIADAS À ADIÇÃO

Na Matemática, a operação da adição é usada quando queremos juntar duas ou mais quantidades ou acrescentar a uma dada quantidade outra quantidade.

Consideremos, então, as situações a seguir, em que vamos empregar a operação da adição.

1ª Uma empresa tem 1 748 pessoas trabalhando na sua fábrica e 566 pessoas trabalhando no seu escritório. Quantas pessoas trabalham, ao todo, nessa empresa?

Para resolver esse problema, devemos fazer 1 748 + 566, ou seja:

$$\begin{array}{r l} 1\,7\,4\,8 & \longrightarrow \text{parcela} \\ +\quad 5\,6\,6 & \longrightarrow \text{parcela} \\ \hline 2\,3\,1\,4 & \longrightarrow \text{soma ou total (resultado da operação)} \end{array}$$

Logo, podemos dizer que nessa empresa trabalham 2 314 pessoas.

2ª Uma partida de futebol tem a duração de 90 minutos de jogo. Na final de um campeonato, a partida foi prorrogada em 15 minutos. Qual o tempo total de jogo dessa partida de futebol?

Para resolver esse problema, devemos acrescentar aos 90 minutos de jogo os 15 minutos da prorrogação, ou seja:

$$\begin{array}{r l} 90 \text{ min} & \longrightarrow \text{parcela} \\ +\ 15 \text{ min} & \longrightarrow \text{parcela} \\ \hline 105 \text{ min} & \longrightarrow \text{soma ou total} \end{array}$$

Como 60 minutos correspondem a 1 hora, então 105 minutos correspondem a 1 hora e 45 minutos.

Logo, podemos dizer que o tempo total de jogo foi de 105 min ou 1h 45min.

FIXAÇÃO

1 Um automóvel passou pelo quilômetro 435 de uma rodovia. Ele ainda deverá percorrer 298 quilômetros até chegar ao seu destino. Em qual quilômetro dessa estrada está o ponto de destino desse automóvel? 733

2 Uma empresa tem a matriz (sede central) no Rio de Janeiro e filiais em todos os estados brasileiros. Na matriz trabalham 316 pessoas e nas filiais trabalham 1 098 pessoas. Quantas pessoas trabalham nessa empresa? 1 414 pessoas

3 O hodômetro é um aparelho usado nos veículos para marcar o número de quilômetros percorridos. Um carro sai de São Paulo com o hodômetro marcando 28 596 quilômetros e vai até Rio Claro, distante 175 quilômetros de São Paulo. Ao chegar a Rio Claro, qual a quilometragem que o hodômetro desse carro estará marcando? 28 771 quilômetros

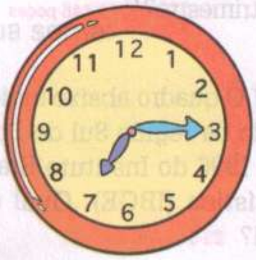
Marinez Maravalhas Gomes

4 Fazendo seus exercícios diários, Beto correu 2 570 metros no sábado. No domingo, ele correu 750 metros a mais que no sábado. Nessas condições, responda:

a) Quantos metros Beto correu no domingo? 3 320 metros

b) Quantos metros ele correu no final de semana? 5 890 metros

5 Numa escola, o horário de início das aulas é às 7h 15min e cada aula tem a duração de 50 minutos. Nessas condições, responda:



a) A que horas termina a primeira aula? 8h 05min

b) A que horas é o intervalo, se são dadas três aulas seguidas antes do intervalo? 9h 45min

6 Numa eleição para prefeito de uma cidade, concorreram dois candidatos:

- O vencedor obteve 156 275 votos.
- O outro obteve 109 698 votos.
- Entre brancos e nulos, foram 23 746 votos.

Quantos eleitores votaram nessa eleição? 289 719 eleitores

7 Três colégios devem participar de uma demonstração de ginástica: o colégio *A* com 807 alunos, o colégio *B* com 698 alunos e o colégio *C* com 755 alunos. Quantos alunos devem participar dessa demonstração? 2 260 alunos

8 Para uma excursão ao Jardim Zoológico, uma escola alugou três ônibus. No primeiro, foram colocados 40 alunos, no segundo foram colocados 39 alunos e no terceiro, 34 alunos. Sabendo-se que, em cada ônibus, duas professoras e três auxiliares acompanharam os alunos, pergunta-se:

Juca Martins/Pulsar

a) Quantos alunos foram a essa excursão? 113 alunos

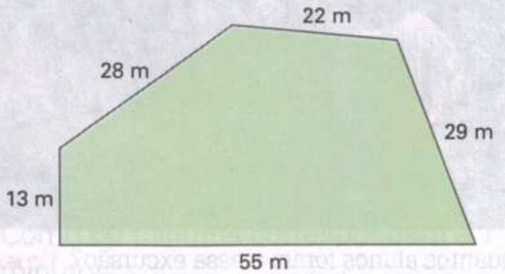
b) Quantas pessoas foram a essa excursão? 128 pessoas

9 A produção de uma indústria foi de 105 780 peças em janeiro, 93 968 peças em fevereiro e 119 498 peças em março. Quantas peças essa indústria produziu nesse trimestre? 319 246 peças

10 O quadro abaixo indica a população de cada estado da região Sul do Brasil de acordo com dados de 1996 do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Qual é a população da região Sul? 23 516 730

Estado	População
Paraná	9 003 804
Santa Catarina	4 875 244
Rio Grande do Sul	9 637 682

11 Um terreno tem a forma da figura abaixo. As medidas dos lados desse terreno estão indicadas na figura, em metros. Se o dono desse terreno precisasse construir um muro em todo o contorno do terreno, quantos metros de muro ele precisaria construir? 147 m



12 Sérgio, Bete e Guto se reúnem para jogar *video game* e decidem disputar um torneio de três partidas.

Marinez Maravalhas Gomes

O quadro seguinte mostra o número de pontos que cada um marcou nessas partidas.

	1ª	2ª	3ª
Sérgio	9 070	13 620	10 090
Bete	8 230	14 740	9 980
Guto	10 060	12 900	10 120

a) Quem venceria o torneio, se o vencedor fosse aquele que fizesse mais pontos nas três partidas? Guto, pois marcou 33 080 pontos.

b) Quem venceria o torneio, se o vencedor fosse aquele que fizesse mais pontos escolhendo os dois melhores resultados e desprezando o pior? Bete, que marcou 24 720 pontos.

13 Um colégio tem quatro classes de 5ª série. As 5ªs séries *A* e *B* têm 37 alunos cada uma, a 5ª série *C* tem 4 alunos a mais que a classe *A*, e a 5ª série *D* tem 2 alunos a mais que a 5ª série *C*. Determine quantos são os alunos:

a) da 5ª série *C* 41 alunos

b) da 5ª série *D* 43 alunos

c) das 5ªs séries desse colégio 158 alunos

Propriedades da adição de números naturais

Vamos observar as seguintes situações:

1ª Consideremos os números naturais 40 e 24 e vamos determinar a sua soma:

$$40 + 24 = 64$$

Trocando a ordem das parcelas, vamos determinar a sua soma:

$$24 + 40 = 64$$

De acordo com o que foi apresentado, podemos escrever:

$$40 + 24 = 24 + 40$$

Esse fato sempre vai ocorrer quando considerarmos dois números naturais.
Daí, concluímos:

> Numa adição de dois números naturais, a ordem das parcelas não altera a soma.
> Essa propriedade é chamada *propriedade comutativa* da adição.

2ª Consideremos os números naturais 16, 20 e 35 e vamos determinar a sua soma, procedendo de dois modos diferentes:

a) $\underbrace{16 + 20} + 35 =$

$= 36 \quad + 35 =$

$= 71$

b) $16 + \underbrace{20 + 35} =$

$= 16 + 55 \quad =$

$= 71$

De acordo com as situações apresentadas, temos:

$$(16 + 20) + 35 = 16 + (20 + 35)$$

Esse fato se repete sempre quando consideramos três números naturais quaisquer.

Então:

> Numa adição de três ou mais números naturais quaisquer,
> podemos associar as parcelas de modos diferentes.
> Essa propriedade é chamada *propriedade associativa* da adição.

3ª Consideremos os números naturais 15 e 0 e vamos determinar a sua soma, independentemente da ordem das parcelas:

$$15 + 0 = 15$$

$$0 + 15 = 15$$

Você nota que o número 0 não influi no resultado da adição, quando esse número é uma das parcelas.

Então:

Numa adição de um número natural com zero a soma é sempre igual a esse número natural.

Nessas condições, o número 0 é chamado *elemento neutro* da adição.

Podemos, então, fazer o seguinte resumo das propriedades estruturais da adição:

- *Comutativa*

  Se *a* e *b* são números naturais quaisquer, sempre se pode escrever:

  $$a + b = b + a$$

- *Associativa*

  Se *a*, *b* e *c* são números naturais quaisquer, sempre podemos fazer:

  $$(a + b) + c = a + (b + c)$$

- *Elemento neutro*

  Sendo *a* um número natural qualquer, sempre se tem:

  $$a + 0 = 0 + a = a$$

Propor os exercícios do **Atividades-G5**

FIXAÇÃO

1 Para efetuar mais facilmente a adição 48 + 17 + + 152, um aluno faz 48 + 152 + 17. Qual a propriedade da adição que esse aluno empregou? comutativa

2 Quando substituímos a adição 78 + 45 + 55 pela adição 78 + 100, qual a propriedade que estamos empregando? associativa

3 Ao considerar a igualdade $x + 20 = 20 + y$, você afirma que $x = y$. Essa afirmação é correta? Existe alguma propriedade da adição que lhe permite fazer tal afirmação? sim; a propriedade comutativa

4 Qual é o número natural que você deve colocar no lugar de *n* para que a igualdade $(n + 15) + 60 = 40 + (15 + 60)$ seja correta? $n = 40$

5 Sabendo que $x + y = 2\,000$, responda:

a) Se lhe perguntassem o valor da expressão $y + x$, que resposta você daria? 2 000

b) Qual a propriedade da adição que justifica a sua resposta? comutativa

6 Você sabe que $m + n = 1\,000$. Nessas condições, responda:

a) Qual é o valor de $m + n + 500$? 1 500

b) Que propriedade da adição você usou para dar a resposta? associativa

7 Você sabe que $x + y = 70$. Quando você quer calcular o valor da expressão $x + 10 + y$, para facilitar o cálculo você faz $x + y + 10$. Nessas condições, responda:

a) Qual a propriedade da adição que você empregou? comutativa

b) Qual o valor da expressão $x + 10 + y$? 80

6

IDÉIAS ASSOCIADAS À SUBTRAÇÃO

Na Matemática, a operação de subtração é empregada:

◆ Quando precisamos tirar uma quantidade de outra quantidade. Exemplo:

Para a partida final de um campeonato de futebol foram colocados à venda 65 915 ingressos. Desses, 42 008 já foram vendidos. Quantos ingressos ainda restam?

Para resolver esse problema, devemos fazer 65 915 − 42 008:

$$\begin{array}{rl} 65915 & \longrightarrow \text{minuendo} \\ -\,42008 & \longrightarrow \text{subtraendo} \\ \hline 23907 & \longrightarrow \text{diferença ou resto} \\ & \quad\ \text{(resultado da operação)} \end{array}$$

Logo, podemos dizer que restam 23 907 ingressos para serem vendidos.

◆◆ Quando temos duas quantidades e queremos saber quanto uma delas tem a mais que a outra. Veja um exemplo:

Uma imobiliária anunciou um apartamento por 38 650 reais e outro imóvel, menor, por 27 930 reais. Quanto o primeiro custa a mais que o segundo?

Para resolver esse problema, devemos fazer 38 650 − 27 930:

$$\begin{array}{rl} 38650 & \longrightarrow \text{minuendo} \\ -\,27930 & \longrightarrow \text{subtraendo} \\ \hline 10720 & \longrightarrow \text{diferença ou resto} \end{array}$$

Logo, podemos dizer que a diferença de preço é de 10 720 reais.

◆◆◆ Quando temos duas quantidades e queremos saber quanto falta a uma delas para atingir a outra. Exemplo:

Um filme tem a duração de 135 min. Se você já assistiu 100 min desse filme, quanto tempo falta para o filme terminar?

Para resolver esse problema, devemos fazer 135 − 100:

$$\begin{array}{r} 135 \\ -\,100 \\ \hline 035 \end{array}$$

Pelo resultado, podemos dizer que faltam 35 minutos para terminar o filme.

Propor os exercícios do **Atividades-G6**

FIXAÇÃO

1 À vista, o preço de um automóvel é de 26 454 reais. A prazo, o mesmo automóvel custa 38 392 reais. A diferença entre os preços cobrados é chamada juros. Nessas condições, se você comprar o automóvel a prazo, qual é a quantia que você pagará de juros?
11 938 reais

2 Hidrômetro é um aparelho semelhante a um relógio: marca o consumo de água de uma casa em centímetros cúbicos. A leitura de um hidrômetro feita no dia 20 de março indicava 2 568 metros cúbicos e uma nova leitura, feita um mês depois, indicava 2 727 metros cúbicos. Quantos metros cúbicos de água foram consumidos nesse período? 159 m^3


Sérgio Dotta Jr/The Next

3 D. Pedro II, imperador do Brasil, faleceu em 1891 com 66 anos de idade. Em que ano ele nasceu? 1825

4 Se você acrescentar um zero à direita do número 124, esse número aumenta de quantas unidades?
1 116 unidades

5 Em um colégio, onde estudam 3 015 alunos, foram realizadas uma Gincana Cultural e uma Gincana Esportiva. Cada aluno pôde participar de apenas um dos eventos. Se 1 809 alunos participaram da Gincana Esportiva, quantos alunos participaram da Gincana Cultural?
1 206 alunos

6 Se colocarmos um zero entre os algarismos do número 85, esse número ficará aumentado de quantas unidades? 720 unidades

7 Na escola onde Cristina estuda, a última aula começa às 11h 25min e termina às 12h 10min. Quantos minutos dura essa aula? 45 min

8 Num torneio de basquete, duas equipes terminam empatadas em 1º lugar. O critério usado para o desempate é o melhor saldo de pontos (diferença entre pontos marcados e pontos sofridos).
Verificou-se que:

- a equipe *A* marcou 403 pontos e sofreu 375 pontos
- a equipe *B* marcou 370 pontos e sofreu 339 pontos

Nessas condições, qual das duas equipes foi considerada campeã desse torneio?
A equipe *B*, que tem 31 pontos de saldo sobre 28 pontos de saldo da equipe *A*.

9 De acordo com o IBGE o estado mais populoso do Brasil é São Paulo, com população estimada em 34 120 886 habitantes. Em segundo lugar vem o estado de Minas Gerais, com população estimada em 16 673 097 habitantes. Quantos habitantes o estado de São Paulo tem a mais que o estado de Minas Gerais? 17 447 789 habitantes

Fonte: M. E. Simielli, Geoatlas São Paulo, Ática.

10 Sabe-se que a profundidade média do oceano Pacífico é de 4 188 metros e a profundidade média do oceano Atlântico é de 3 736 metros. Qual é a diferença entre essas duas profundidades? 452 metros

Considerações sobre a subtração de números naturais

Consideremos os seguintes exemplos:

1. Qual é o número que adicionado a 7 dá 12?

O número é 5, pois $7 + 5 = 12$.

O número 5 é chamado diferença entre 12 e 7, que indicamos por $12 - 7 = 5$.

2. Qual é o número que adicionado a 12 dá 12?

O número é 0, pois $12 + 0 = 12$.

O número 0 é chamado diferença entre 12 e 12, que indicamos por $12 - 12 = 0$.

3. Qual é o número que adicionado a 20 dá 12?

Não existe tal número no conjunto dos números naturais, pois a subtração $12 - 20$ não pode ser efetuada no conjunto dos números naturais.

Daí, podemos dizer:

> No conjunto dos números naturais,
> a subtração só pode ser efetuada quando o primeiro número (minuendo)
> for maior ou igual ao segundo número (subtraendo).

4. Considerando os números 12 e 7, a diferença entre eles é dada por $12 - 7 = 5$. Se trocarmos a ordem dos números, teremos a subtração $7 - 12$, que não pode ser efetuada no conjunto dos números naturais. Daí, podemos dizer:

> No conjunto dos números naturais,
> a subtração não é comutativa, ou seja, $12 - 7 \neq 7 - 12$.

5. Qual é o valor da expressão $(12 - 7) - 4$?

$$\underbrace{(12 - 7)} - 4 = 5 - 4 = 1$$

6. Qual é o valor da expressão $12 - (7 - 4)$?

$$12 - \underbrace{(7 - 4)} = 12 - 3 = 9$$

Você observa que $(12 - 7) - 4 \neq 12 - (7 - 4)$. Assim, podemos dizer:

> No conjunto dos números naturais,
> a subtração não é associativa.

Propor os exercícios do **Atividades-G7**

FIXAÇÃO

1 A operação da subtração é sempre possível no conjunto ℕ dos números naturais? não

2 Qual das seguintes subtrações não pode ser efetuada no conjunto dos números naturais: 10 − 10, 10 − 20 ou 20 − 10? 10 − 20

3 Sendo x = 9 − 5 e y = 5 − 9, use os sinais = ou ≠ para comparar os números *x* e *y*. x ≠ y

4 Sem efetuar as operações indicadas, diga se as expressões (10 − 7) − 1 e 10 − (7 − 1) são iguais ou diferentes. diferentes

5 Efetue as subtrações que são possíveis no conjunto ℕ (ao lado daquelas que não são possíveis, coloque ?):

a) 1 720 − 845 875
b) 570 − 700 ?
c) 4 915 − 6 100 ?
d) 3 901 − 3 901 0

Relação fundamental da subtração

Observe que: $\underset{\text{minuendo}}{9} - \underset{\text{subtraendo}}{5} = \underset{\text{diferença}}{4}$, pois $\underset{\text{subtraendo}}{5} + \underset{\text{diferença}}{4} = \underset{\text{minuendo}}{9}$

Em Matemática, dizemos que as sentenças 9 − 5 = 4 e 5 + 4 = 9 são equivalentes e indicamos:

9 − 5 = 4 ⇔ 5 + 4 = 9 O sinal ⇔ quer dizer: *equivale a.*

Daí, podemos escrever a relação fundamental da subtração:

minuendo − subtraendo = diferença ⇔ subtraendo + diferença = minuendo

Propor os exercícios do **Atividades-G8**

FIXAÇÃO

1 Numa subtração, o subtraendo é 75 e a diferença é 208. Qual é o minuendo? 283

2 Seu professor pede que você determine o número natural que se deve colocar no lugar de *n* para que a sentença expressa pela igualdade n − 81 = 49 seja verdadeira. Qual a resposta que você deve dar? n = 130

3 Escreva a adição equivalente a cada uma das seguintes subtrações e, a seguir, dê o valor do número natural representado pela letra *x*:

a) x − 155 = 45 x = 200
b) x − 420 = 0 x = 420

4 Escreva uma subtração equivalente a partir de cada uma das adições e calcule o número natural representado pela letra *n*:

a) n + 64 = 200 n = 136
b) n + 131 = 169 n = 38
c) 82 + n = 82 n = 0
d) 65 + n = 150 n = 85

5 Numa adição, uma das parcelas é 148 e a soma é 301. Qual é a outra parcela? 153

6 Qual é o número natural que adicionado a 699 dá como resultado o número 1 007? 308

Expressões numéricas

Tiago recebeu 30 reais de mesada. Gastou 3 reais na compra de um gibi e 5 reais na excursão da escola. Ainda bem que recebeu os 7 reais que havia emprestado para Edu, pois assim comprou o presente de aniversário de sua mãe, no valor de 25 reais. Será que ainda sobrou dinheiro com Tiago?

Podemos descobrir isso, fazendo os seguintes cálculos:

$30 - 3 = 27$ $\qquad$ $22 + 7 = 29$

$27 - 5 = 22$ $\qquad$ $29 - 25 = 4$

De uma forma mais simplificada, podemos fazer:

$$\overbrace{30 - 3} - 5 + 7 - 25 = \underbrace{27 - 5} + 7 - 25 = \overbrace{22 + 7} - 25 = 29 - 25 = 4$$

Portanto, Tiago ainda ficou com 4 reais.

Uma expressão que indica uma seqüência de operações matemáticas é chamada expressão numérica.

Por exemplo, a expressão 30 − 3 − 5 + 7 − 25 é uma expressão numérica.

Em expressões numéricas como esta, que apresentam apenas adições e subtrações, as operações são realizadas na ordem em que aparecem, começando da esquerda para a direita. Veja também outros exemplos:

1. Qual é o valor da expressão numérica 16 − 8 + 10?

$$\underbrace{16 - 8} + 10 = 8 + 10 = 18$$

2. Qual o valor da expressão numérica 30 + 12 − 25 − 7?

$$\overbrace{30 + 12} - 25 - 7 = \underbrace{42 - 25} - 7 = 17 - 7 = 10$$

3. Determinar o valor da expressão 20 − (6 + 4) − 7.

Como nessa expressão aparecem parênteses, devemos inicialmente efetuar as operações indicadas no interior dos parênteses:

$$20 - \underbrace{(6 + 4)} - 7 = \overbrace{20 - 10} - 7 = 10 - 7 = 3$$

Como vemos, o valor procurado é 3.

4. Determinar o valor da expressão 20 − (6 + 4 − 7).

Vamos inicialmente fazer todas as operações que aparecem no interior dos parênteses:

$$20 - (\underbrace{6 + 4} - 7) = 20 - (\underbrace{10 - 7}) = 20 - 3 = 17$$

Como vemos, o valor procurado é 17.

Propor os exercícios do **Atividades-G10**

FIXAÇÃO

1 Qual é o valor da expressão numérica 58 − 46 + 20?
32

2 Dona Noêmia, a bibliotecária da escola, observou que, dos 40 livros indicados para leitura aos alunos da 5ª série, 25 foram retirados na 2ª feira. Na 3ª feira foram retirados outros 12 desses livros. Na 4ª feira não houve retirada, mas foram devolvidos 10 desses livros. Na 5ª feira houve retirada de 7 livros e devolução de 8. Quantos dos livros indicados para a 5ª série estavam na biblioteca no início da 6ª feira? Monte uma expressão para calcular. 40 − 25 − 12 + 10 − 7 + 8 = 14

3 Coloque convenientemente parênteses na expressão 50 − 10 + 25 − 1, para que o seu valor seja 14.
50 − (10 + 25) − 1

4 Um número natural é expresso por

(53 − 38 + 40) − 51 + (90 − 7 + 82) + 101.

Qual é esse número natural? 270

5 Coloque convenientemente os parênteses para que a expressão 50 − 71 − 37 + 6 dê como resultado 10.
50 − (71 − 37 + 6)

6 Dados

a = 45 − (90 − 80 + 17),
b = (35 − 9) + (76 − 11 − 15) e
c = 1 + (90 − 36 − 4) − 11,

use os sinais > ou < para comparar os números:
a = 18, b = 76, c = 40

a) *a* e *b* a < b
b) *a* e *c* a < c
c) *b* e *c* b > c

7 IDÉIAS ASSOCIADAS À MULTIPLICAÇÃO

Observe as seguintes situações:

1ª Um edifício de apartamentos tem 6 andares. Em cada andar há 4 apartamentos. Quantos apartamentos tem o edifício todo?

Para resolver esse problema, podemos fazer:

$$\underbrace{4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4}_{6 \text{ vezes}} = 24$$

Essa mesma igualdade pode ser representada por:

$$\underbrace{6 \times 4}_{\text{6 vezes o 4}} = 24$$

Daí, podemos escrever:

$$\underbrace{4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4}_{\text{6 vezes}} = 6 \times 4 = 24$$

Logo, podemos dizer que o edifício tem 24 apartamentos.

2ª Em um telhado verifica-se que há 13 linhas de telhas e em cada linha estão colocadas 45 telhas. Quantas telhas foram colocadas nesse telhado?

Para resolver esse problema, podemos fazer:

$$\underbrace{45 + 45 + 45 + 45 + \ldots + 45}_{\text{13 vezes}} = 585$$

Essa mesma igualdade pode ser representada por:

$$\underbrace{13 \times 45}_{\text{13 vezes o 45}} = 585$$

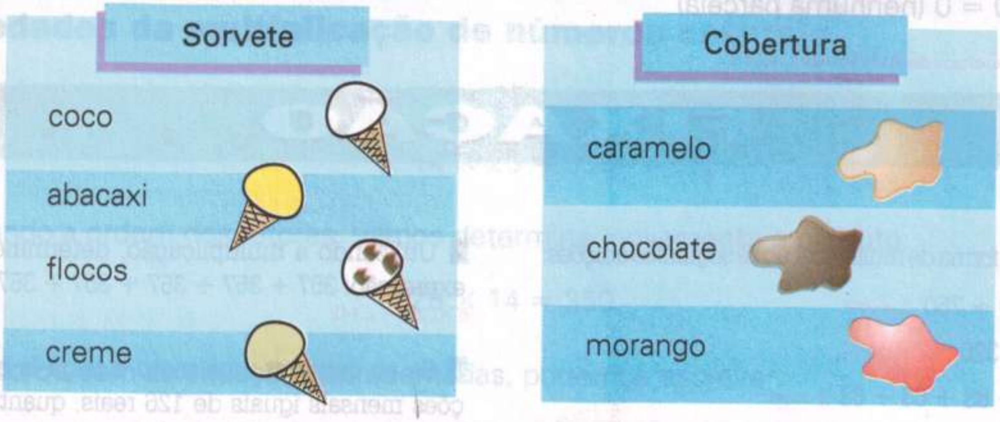
Podemos fazer a multiplicação de forma mais simples:

$$\begin{array}{rl} 45 & \longrightarrow \text{fator} \\ \times\ 13 & \longrightarrow \text{fator} \\ \hline 135 & \\ 450+ & \\ \hline 585 & \longrightarrow \text{produto} \end{array}$$

Logo, podemos dizer que foram colocadas 585 telhas nesse telhado.

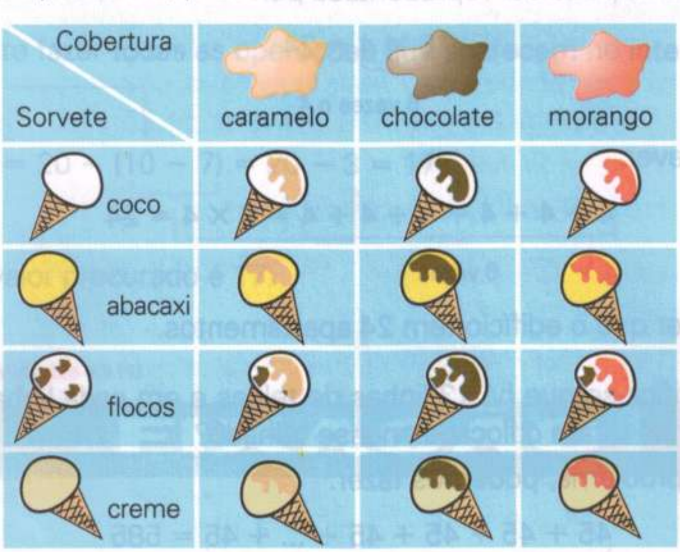
Nas duas situações apresentadas, exploramos a idéia de multiplicação como uma adição de parcelas iguais.

3ª Na lanchonete, Pedro ficou em dúvida. Ele queria saborear uma bola de sorvete com um tipo de cobertura. Mas as opções eram muitas.



De quantas maneiras diferentes Pedro pode montar o seu sorvete?

Para resolver esse problema, podemos fazer uma tabela:



O número de maneiras diferentes para Pedro montar o sorvete pode ser calculado efetuando-se o produto de 4 por 3.

$$\overset{\overset{\text{tipos de sorvete}}{\uparrow}}{4} \times \underset{\underset{\text{tipos de cobertura}}{\downarrow}}{3} = 12 \longrightarrow \text{maneiras diferentes de montar o sorvete}$$

Nessa última situação exploramos a idéia combinatória da multiplicação.

Considerações sobre a multiplicação

◆ A multiplicação de qualquer número natural por 1 dá como resultado o próprio número.

1 × 5 = 5 (uma parcela igual a 5)

1 × 20 = 20 (uma parcela igual a 20)

◆◆ A multiplicação de um número natural qualquer por 0 dá 0.

0 × 5 = 0 (nenhuma parcela)

0 × 20 = 0 (nenhuma parcela)

Propor os exercícios do **Atividades-G11**

FIXAÇÃO

1 Escreva na forma de multiplicação as seguintes adições:

a) 750 + 750 + 750 3 × 750

b) 1 320 + 1 320 2 × 1 320

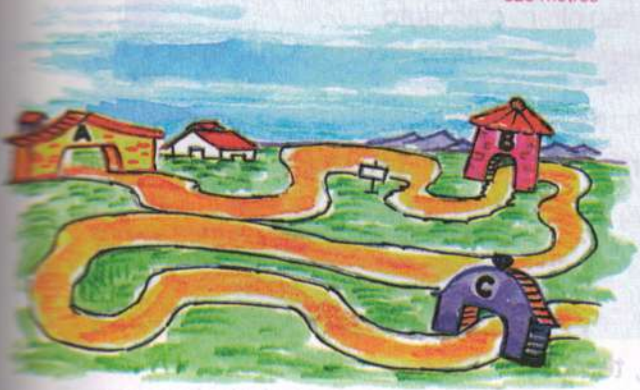
c) 63 + 63 + 63 + 63 + 63 5 × 63

d) 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 7 × 12

2 Utilizando a multiplicação, determine o valor da expressão: 357 + 357 + 357 + 357 + 357 + 357
6 × 357 = 2 142

3 Se eu comprar uma moto e pagá-la em 9 prestações mensais iguais de 126 reais, quanto vou pagar por essa moto? 1 134 reais

4 Três pontos turísticos, *A*, *B* e *C*, são ligados por uma estrada. Sabe-se que de *A* até *B* são 275 metros e que de *B* até *C* a distância corresponde ao triplo da distância de *A* até *B*. Quantos metros são de *B* até *C*?
825 metros



5 Um festival de música dá prêmios em dinheiro para os três primeiros colocados. O prêmio do 3º colocado é de 125 reais, o prêmio do 2º é o dobro dessa quantia e o prêmio do 1º colocado é o triplo da quantia que recebe o 2º colocado. Nessas condições, responda:

a) Qual é o prêmio do 2º colocado? 250 reais

b) Qual a quantia que cabe ao 1º colocado? 750 reais

6 Marlene está em dúvida. Que roupa ela deve vestir? Ela pode escolher entre 2 saias (preta ou cinza) e 3 blusas (branca, amarela ou vermelha). Quantas são as opções de Marlene? Para responder, faça uma tabela.
São 12 opções diferentes.

7 Um carro bem regulado percorre aproximadamente 12 quilômetros com um litro de gasolina. Se numa viagem foram consumidos 46 litros, qual a distância aproximada em quilômetros que o carro percorreu?
552 quilômetros

8 A parede lateral de uma piscina foi revestida com 13 linhas de 43 azulejos em cada linha. Quantos azulejos foram usados para revestir essa parede?
559 azulejos


Daniel Augusto Jr./Pulsar

9 Um agricultor verificou que um hectare de terra produz 65 toneladas de cana-de-açúcar e que cada tonelada de cana produz 92 litros de álcool. Quantos litros de álcool são produzidos em:


Manoel Novaes/FTD

a) 1 hectare de terra? 5 980 litros

b) 50 hectares de terra? 299 000 litros

Propriedades da multiplicação de números naturais

Consideremos os números naturais 14 e 25 e vamos determinar o seu produto:

$$14 \times 25 = 350$$

Trocando a ordem dos fatores, vamos determinar novamente o produto:

$$25 \times 14 = 350$$

De acordo com as situações apresentadas, podemos escrever:

$$14 \times 25 = 25 \times 14$$

Esse fato sempre se repete quando temos dois números naturais quaisquer. Assim:

Numa multiplicação de dois números naturais quaisquer,
a ordem dos fatores não altera o produto.
Essa propriedade é chamada *propriedade comutativa* da multiplicação.

Vamos considerar, agora, os números naturais 5, 18 e 23 e determinar o seu produto:

$$\underbrace{5 \times 18}_{} \times 23 =$$
$$= 90 \quad \times 23 = 2\,070$$

$$5 \times \underbrace{18 \times 23}_{} =$$
$$= 5 \times \quad 414 \quad = 2\,070$$

De acordo com as situações apresentadas, temos:

$$(5 \times 18) \times 23 = 5 \times (18 \times 23)$$

Esse fato sempre se repete quando temos três números naturais quaisquer. Assim:

Numa multiplicação de três ou mais números naturais quaisquer,
podemos associar os fatores de modos diferentes.
Essa propriedade é chamada *propriedade associativa* da multiplicação.

Consideremos os números naturais 1 e 25 e vamos determinar o seu produto, independente da ordem dos fatores.

$1 \times 25 = 25$ $\qquad$ $25 \times 1 = 25$

Você nota que o número 1 não influi no resultado da multiplicação quando um dos fatores é 1.
Como $1 \times 25 = 25 \times 1 = 25$, temos:

Numa multiplicação de um número natural qualquer por 1,
o produto é sempre igual a este número natural.
Nessas condições, o número 1 é chamado *elemento neutro* da multiplicação.

Considerando o produto $4 \times (17 + 32) =$

$= (17 + 32) + (17 + 32) + (17 + 32) + (17 + 32) =$ ⟶ pela definição de multiplicação

$= 17 + 32 + 17 + 32 + 17 + 32 + 17 + 32 =$

$= \underbrace{17 + 17 + 17 + 17}_{\text{4 vezes}} + \underbrace{32 + 32 + 32 + 32}_{\text{4 vezes}} =$ ⟶ pela propriedade comutativa

$= (4 \times 17) + (4 \times 32)$

Então, podemos escrever:

$$4 \times (17 + 32) = (4 \times 17) + (4 \times 32)$$

Esta igualdade nos leva a dizer que:

> Para multiplicar um número natural por uma soma de dois ou mais números, podemos multiplicar o número por cada uma das parcelas e, a seguir, adicionar os resultados obtidos.
>
> $$4 \times (17 + 32) = (4 \times 17) + (4 \times 32)$$
>
> Essa propriedade é chamada *propriedade distributiva* da multiplicação.

Essa propriedade pode ser estendida para a multiplicação de um número por uma diferença indicada.

$$7 \times (20 - 11) = (7 \times 20) - (7 \times 11)$$

Essa propriedade nos permite determinar o valor de expressões numéricas, como veremos nos exemplos:

1. $25 \times (16 + 9) = (25 \times 16) + (25 \times 9) = 400 + 225 = 625$
2. $14 \times (30 - 21) = (14 \times 30) - (14 \times 21) = 420 - 294 = 126$

Propor os exercícios do **Atividades-G12**

FIXAÇÃO

1 Para efetuarmos mais facilmente a multiplicação 2 × 67 × 50, fazemos 2 × 50 × 67. Qual a propriedade da multiplicação que empregamos? comutativa

2 Para facilitar o cálculo, podemos substituir 6 × 4 × 50 por 6 × 200. Nesse caso, qual a propriedade da multiplicação que estamos empregando? associativa

3 Para efetuarmos mais facilmente a multiplicação 50 × 16, fazemos 50 × (10 + 6). Qual é a propriedade da multiplicação que estamos empregando? distributiva

4 Escreva os valores dos números *a* e *b* na igualdade 25 × (a + b) = (25 × 72) + (25 × 53) e diga a propriedade da multiplicação que você empregou.
a = 72, b = 53; distributiva

5 Aplicando a propriedade distributiva da multiplicação, calcule o valor das expressões numéricas a seguir:

a) 40 × (61 + 22)
(40 × 61) + (40 × 22) =
= 2 440 + 880 = 3 320

b) 20 × (75 − 48)
(20 × 75) − (20 × 48) =
= 1 500 − 960 = 540

6 Determine o número natural que se deve colocar no lugar de *n* para que sejam verdadeiras as igualdades:

a) 21 × 37 = 37 × n n = 21
b) 385 × n = 385 n = 1
c) 31 × (73 × n) = (31 × 73) × 28 n = 28

Expressões numéricas

Uma escola comprou várias caixas de lápis de cor para serem distribuídas entre as cinco 5ªs séries. Cada sala recebeu 6 caixas de 6 lápis de cor, 8 caixas com 12 lápis de cor e uma caixa com 24 lápis de cor.

Podemos descobrir quantos lápis de cor recebeu cada série, fazendo os seguintes cálculos:

$$\left.\begin{array}{lcl} \text{6 caixas de 6 lápis} & \longrightarrow & 6 \times 6 = 36 \\ \text{8 caixas de 12 lápis} & \longrightarrow & 8 \times 12 = 96 \\ \text{1 caixa de 24 lápis} & \longrightarrow & 24 \end{array}\right\} \ 36 + 96 + 24 = 156$$

De uma forma mais simplificada, podemos fazer:

$$\overbrace{6 \times 6} + \underbrace{8 \times 12} + 24 = 36 + 96 + 24 = 156$$

Portanto, cada série recebeu 156 lápis de cor.

Na expressão 6 × 6 + 8 × 12 + 24 aparecem multiplicações e adições. Observe que, para calcular seu resultado, efetuamos as multiplicações antes das adições.

Para expressões nas quais aparecem multiplicação, adição e subtração, devemos efetuar as operações na seguinte ordem:

1º) as multiplicações

2º) as adições ou as subtrações, na ordem em que aparecem, começando da esquerda para a direita

Veja outros exemplos:

1. Determinar o valor da expressão 7 + 9 × 6.

$$7 + \underbrace{9 \times 6} = 7 + 54 = 61$$

2. Dar o valor da expressão numérica 50 − 9 × 4.

$$50 - \underbrace{9 \times 4} = 50 - 36 = 14$$

3. Qual é o valor da expressão numérica 3 × 7 + 9 − 4 × 5?

$$\underbrace{3 \times 7} + 9 - \underbrace{4 \times 5} = 21 + 9 - 20 = 30 - 20 = 10$$

Propor os exercícios do **Atividades-G13**

A importância dos parênteses

Consideremos as expressões numéricas a seguir e vamos determinar o valor de cada uma delas:

a) 80 − 6 × 7 + 5 =
= 80 − 42 + 5 =
= 38 + 5 =
= 43

b) 80 − (6 × 7 + 5) =
= 80 − (42 + 5) =
= 80 − 47 =
= 33

c) (80 − 6) × (7 + 5) =
= 74 × 12 =
= 888

Pelos resultados que obtivemos, pode-se verificar como a colocação dos parênteses influi no valor de uma expressão numérica. Exemplo:

Determinar o valor da expressão numérica (9 + 3 × 8) × (41 − 7 × 5) + 20.

(9 + 3 × 8) × (41 − 7 × 5) + 20 =
= (9 + 24) × (41 − 35) + 20 =
= 33 × 6 + 20 =
= 198 + 20 =
= 218

Propor os exercícios do **Atividades-G14**

FIXAÇÃO

1 Qual é o valor da expressão numérica 81 − 7 × 11? 4

2 Sabendo que *y* é um número natural tal que *y* = 9 × 12 + 4 × 17, determine o valor de *y*. 176

3 Sabendo que a = 10 + 3 × 2, b = 10 × 3 + 2, determine *a* e *b*. Em seguida, usando os símbolos = ou ≠, compare os números *a* e *b*. a = 16; b = 32; a ≠ b

4 Sabendo que a = 20 − 5 × 3, b = 20 × 5 − 3 e c = 20 × 5 × 3, determine os números naturais *a*, *b* e *c*. Depois, usando os símbolos > ou <, compare:

a) *a* e *b* a < b b) *c* e *a* c > a c) *b* e *c* b < c

a = 5; b = 97; c = 300

5 Dada a expressão 12 + 8 × 5, é preciso colocar convenientemente os parênteses para que o valor dessa expressão seja 100. Escreva a expressão com esses parênteses. (12 + 8) × 5

6 Determine o valor numérico da expressão 50 − (6 × 8 + 2). 0

7 Coloque convenientemente parênteses na expressão 20 − 3 × 6 × 2, para que seu valor seja 4.

(20 − 3 × 6) × 2

8 Dada a expressão numérica

(3 × 7 + 2 × 15) × (81 − 4 × 20),

determine o seu valor. 51

9 Sabendo que a = 20 × 4 − 5 e b = 20 − 4 × 5, use os sinais > ou < para comparar os números *a* e *b*.

a > b

10 Se você colocar convenientemente parênteses na expressão 7 − 3 × 8 − 5, o valor dessa expressão será 12. Escreva a expressão com esses parênteses. (7 − 3) × (8 − 5)

8

IDÉIAS ASSOCIADAS À DIVISÃO

Na Matemática, a operação da divisão é empregada com as seguintes idéias:

◆ Quando queremos dividir uma quantidade em partes iguais. Exemplos:

1. Um colégio levou 72 alunos numa excursão ao Jardim Zoológico e para isso dividiu igualmente a quantidade de alunos em 4 microônibus. Quantos alunos foram colocados em cada microônibus?

Para resolver esse problema, devemos fazer 72 : 4. Observe, então:

$$\begin{array}{rcc|cl}
 & \text{D} & \text{U} & & \\
\text{dividendo} \longrightarrow & 7 & 2 & \quad 4 \quad & \longrightarrow \text{divisor} \\ \cline{4-4}
 & 3 & 2 & 1\;8 & \longrightarrow \text{quociente} \\
 & & 0 & \text{D U} & \\
 & & \downarrow & & \\
 & & \text{resto} & &
\end{array}$$

Como o resto é igual a 0, esta divisão se diz exata.

Logo, podemos dizer que foram colocados 18 alunos em cada microônibus.

2. Uma indústria produziu 183 peças e quer colocá-las em 12 caixas, de modo que todas as caixas tenham o mesmo número de peças. Quantas peças serão colocadas em cada caixa?

Para resolver esse problema, devemos fazer 183 : 12.

Como o resto é 3, dizemos que esta é uma divisão com resto ou uma divisão não-exata.

$$\begin{array}{rccc|cl}
 & \text{C} & \text{D} & \text{U} & & \\
\text{dividendo} \longrightarrow & 1 & 8 & 3 & \quad 12 \quad & \longrightarrow \text{divisor} \\ \cline{5-5}
 & & 6 & 3 & 1\;5 & \longrightarrow \text{quociente} \\
 & & & 3 & \text{D U} & \\
 & & & \downarrow & & \\
 & & & \text{resto} & &
\end{array}$$

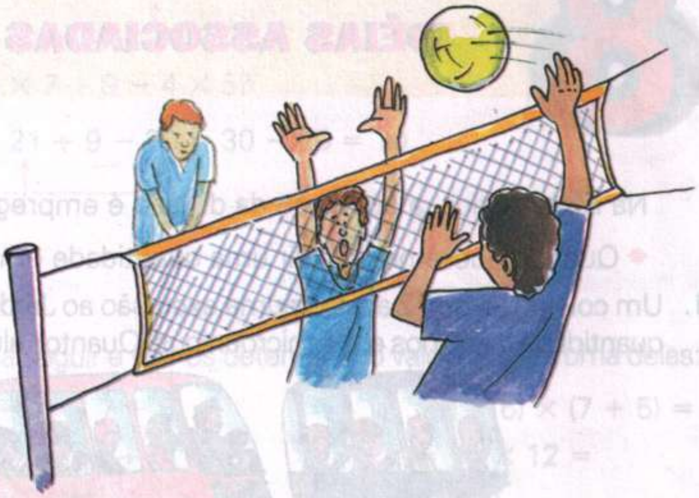
Logo, podemos dizer que em cada caixa serão colocadas 15 peças, sobrando ainda 3 peças.

◆◆ Quando queremos saber quantas vezes uma quantidade cabe em outra quantidade. Exemplos:

1. Quantas equipes de voleibol podem ser formadas por um professor de Educação Física que tem 96 alunos?

Como uma equipe de voleibol tem 6 elementos, queremos saber quantos grupos de 6 cabem em 96. Assim, devemos fazer 96 : 6.

$$\begin{array}{cc|c}
\text{D} & \text{U} & \\
9 & 6 & \quad 6 \quad \\ \cline{3-3}
3 & 6 & 1\;6 \\
 & 0 & \text{D U}
\end{array}$$



Logo, o professor pode formar 16 equipes de voleibol.

2 Em uma caixa cabem 12 refrigerantes. Se você tem 320 refrigerantes para colocar em caixas como essas, quantas caixas completas você vai obter?

Como queremos saber quantos grupos de 12 cabem em 320, devemos fazer: 320 : 12.
Esta é uma divisão não-exata, com resto 8.

```
C D U
3 2 0 | 12
  8 0   2 6
    8   D U
```

Logo, podemos dizer que você vai obter 26 caixas completas, sobrando ainda 8 refrigerantes.

Propor os exercícios do **Atividades-G15**

FIXAÇÃO

1 Em um teatro há 126 poltronas distribuídas igualmente em 9 fileiras. Quantas poltronas foram colocadas em cada fileira? 14 poltronas

2 Quantos garrafões de 5 litros são necessários para engarrafar 315 litros de vinho? 63 garrafões

3 Numa pista de atletismo, uma volta tem 400 metros. Numa corrida de 10 000 metros, quantas voltas o atleta precisará dar nessa pista? 25 voltas

4 Comprei uma caixa com 185 papéis de carta e quero reparti-los igualmente entre mim e minhas 3 irmãs. Quantos papéis de carta cada uma receberá? 46 papéis; restará 1

5 Se em 1 hora há 60 minutos, quantas horas há em 1 440 minutos? 24 horas

6 Você deve dividir 8 250 por 35 e responder:

a) Qual é o resultado da divisão? 235

b) Qual é o resto? 25

c) Sem fazer novamente a divisão, dê o quociente e o resto da divisão de 8 251 por 35. quociente 235 e resto 26

7 Em um restaurante, a conta de uma mesa com 8 pessoas foi de 104 reais. Como todos devem dar a mesma quantia para pagar a conta, determine a quantia que cada pessoa deve dar. 13 reais

8 Um livro tem 216 páginas. Quero terminar a leitura desse livro em 18 dias, lendo o mesmo número de páginas todos os dias. Quantas páginas preciso ler por dia? 12 páginas

9 Quantos grupos de 18 alunos podem ser formados com 666 alunos? 37 grupos

10 Uma loja realiza a seguinte promoção: a cada 5 reais gastos na loja, o cliente recebe um cupom para participar de um sorteio. Gláucia gastou 137 reais nessa loja. Nessas condições, quantos cupons ela obteve e quantos reais não lhe deram direito a cupom? 27 cupons; sobraram 2 reais

11 Uma tonelada de um certo tipo de cana-de-açúcar produz aproximadamente 85 litros de álcool. Quantas toneladas de cana são necessárias para produzir 6 970 litros de álcool? 82 toneladas

12 Um elevador pode carregar, no máximo, 560 quilogramas. Certo dia, esse elevador precisou transportar um certo número de pessoas que "pesam", juntas, 6 160 quilogramas. Quantas viagens no mínimo esse elevador fez para transportar todas essas pessoas? 11 viagens

13 Sabe-se que, ao pintar uma casa, um pintor gasta 1 lata de tinta para cada 12 metros quadrados. Sabendo-se que essa casa tem 372 metros quadrados para serem pintados, quantas latas de tinta serão consumidas? 31 latas

Considerações sobre a divisão de números naturais

Considerando a divisão no conjunto dos números naturais, podemos observar que:

- Nem sempre é possível a divisão de um número natural por outro número natural, pois sabemos que 5 : 0 não existe.
- Nem sempre a divisão de um número natural não-nulo por outro número natural não-nulo dá um número natural. Por exemplo, 5 : 2 dá como resultado um número que não pertence a ℕ.
- A divisão não é uma operação comutativa.

10 : 2 = 5 pertence a ℕ

2 : 10 dá um número que não pertence a ℕ.

$$10 : 2 \neq 2 : 10$$

- A divisão não é uma operação associativa.

$$\underbrace{(20 : 2)}_{} : 2 = 10 : 2 = 5$$

$$20 : (2 : 2) = 20 : 1 = 20$$

$$(20 : 2) : 2 \neq 20 : (2 : 2)$$

- A divisão apresenta, porém, uma propriedade importante que usaremos em outras partes do nosso estudo.

Veja:

$$\begin{array}{r|l} 10 & 5 \\ \cline{2-2} 0 & 2 \end{array} \xrightarrow[\text{Multiplicando o divisor por 3, temos: } 5 \times 3 = 15.]{\text{Multiplicando o dividendo por 3, temos: } 10 \times 3 = 30.} \begin{array}{r|l} 30 & 15 \\ \cline{2-2} 0 & 2 \end{array}$$

Podemos dizer:

Multiplicando o dividendo e o divisor por um mesmo número diferente de 0, o quociente não muda.

- Quando o dividendo é 0 e o divisor é um número natural diferente de 0, o quociente é 0.

Veja os exemplos: 1) 0 : 5 = 0
2) 0 : 123 = 0

- Quando o dividendo e o divisor são números naturais iguais e não-nulos, o quociente é 1.

Veja os exemplos: 1) 7 : 7 = 1
2) 215 : 215 = 1

FIXAÇÃO

1 Uma das seguintes divisões não é possível de efetuar no conjunto ℕ dos números naturais: 0 : 8, 8 : 0 e 8 : 1. Qual é essa divisão? 8 : 0

2 Em qual das divisões, 21 : 7, 12 : 24 ou 10 : 10, o resultado não representa um número natural? 12 : 24

3 O professor perguntou a Marilu o resultado da divisão 36 : 36. Ela respondeu que o resultado é 0, enquanto Helena deu 1 como resultado. Qual das duas deu o resultado correto? Helena

4 Dadas as divisões 10 : 5 e 40 : 20, podemos dizer que elas têm resultados iguais? Justifique a resposta. Sim, pois o dividendo e o divisor foram multiplicados pelo mesmo número, 4.

5 Qual é o valor do número natural *n* para que se tenha n : 5 = 80 : 20? n = 20

6 Numa divisão exata, o dividendo é 32 e o divisor é 8. Se eu multiplicar o dividendo por 5, por qual número deverei multiplicar o divisor para que o quociente seja o mesmo da divisão anterior? 5

7 Associe *V* ou *F* a cada uma das afirmações:

a) Numa divisão, o dividendo e o divisor são iguais e não-nulos. Nessas condições, o quociente é 1. V

b) Numa divisão, o quociente de dois números naturais é sempre um número natural. F

c) Numa divisão, o quociente é 1. Nessas condições, o dividendo e o divisor são iguais. V

d) É possível efetuar a divisão de 0 por 10. V

Relação fundamental da divisão

Consideremos as divisões:

a) 48 : 3

$$\begin{array}{r|l} 48 & \underline{3} \\ 18 & 16 \\ 0 & \end{array}$$

Você nota que $\underbrace{48}_{\text{dividendo}} = \underbrace{3}_{\text{divisor}} \times \underbrace{16}_{\text{quociente}} + \underbrace{0}_{\text{resto}}$

b) 50 : 3

$$\begin{array}{r|l} 50 & 3 \\ \cline{2-2} 20 & 16 \\ 2 & \end{array}$$

Você nota que $\underbrace{50}_{\text{dividendo}} = \underbrace{3}_{\text{divisor}} \times \underbrace{16}_{\text{quociente}} + \underbrace{2}_{\text{resto}}$

Então: **Dividendo = divisor × quociente + resto**

Esta igualdade é chamada relação fundamental da divisão.

Vejamos exemplos de como aplicar essa relação:

1. Numa divisão não-exata, o divisor é 7, o quociente é 13 e o resto é 5. Determinar o dividendo.

   Designando o dividendo pela letra *n*, temos:

   $$\begin{array}{r|l} n & 7 \\ \cline{2-2} 5 & 13 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} n = 7 \times 13 + 5 \\ n = 91 + 5 \\ n = 96 \end{array}$$

   Logo, podemos dizer que o dividendo é 96.

2. Em uma multiplicação, um dos fatores é 9 e o produto é 162. Qual é o outro fator?

   Se a : b = c, então a = b × c, ou, se a = b × c, então a : b = c.

   Considerando essa relação, podemos escrever:

   162 = 9 × n, então 162 : 9 = n

   $$\begin{array}{r|l} 162 & 9 \\ \cline{2-2} 72 & 18 \\ 0 & \end{array}$$

   18 → fator procurado

   Logo, podemos dizer que o fator procurado é 18.

Propor os exercícios do **Atividades-G16**

FIXAÇÃO

1 A partir da divisão 12 : 2 = 6 você pode escrever 12 = 2 × 6. Nessas condições, escreva a multiplicação correspondente a cada uma das divisões:

a) 24 : 8 = 3 24 = 8 × 3

b) 35 : 7 = 5 35 = 7 × 5

c) 80 : 10 = 8 80 = 10 × 8

d) 162 : 9 = 18 162 = 9 × 18

2 Qual a multiplicação que corresponde à divisão exata n : 15 = 26? n = 15 × 26

3 Numa divisão exata, o divisor é 45 e o quociente é 17. Qual é o dividendo? 765

4 Qual é o dividendo numa divisão onde o divisor é 12, o quociente é 9 e o resto é o maior possível? 119

5 Uma caixa contém uma certa quantidade de laranjas. Essa quantidade foi repartida igualmente entre 6 casais. Cada casal recebeu 35 laranjas e ainda restaram 5 laranjas na caixa. Qual a quantidade de laranjas que havia inicialmente na caixa? 215 laranjas

6 Observando as divisões seguintes, determine o valor do número natural *n* em cada uma delas:

a) $\begin{array}{r|l} n & 9 \\ \cline{2-2} 2 & 7 \end{array}$ n = 65

b) $\begin{array}{r|l} n & 11 \\ \cline{2-2} 5 & 16 \end{array}$ n = 181

c) $\begin{array}{r|l} n & 64 \\ \cline{2-2} 10 & 25 \end{array}$ n = 1 610

7 Numa divisão não-exata, o divisor é 47 e o quociente e o resto são iguais a 3. Qual é o dividendo nessa divisão? 144

Expressões numéricas

Voltamos novamente a tratar de expressões numéricas. Observe, por exemplo:

✓ 17 − 40 : 5 (expressão que contém subtração e divisão).

✓ 8 × 9 : 6 (expressão que contém multiplicação e divisão).

✓ 21 : 3 + 3 × 4 − 8 (expressão que contém divisão, adição, multiplicação e subtração).

Para calcular o valor de uma expressão numérica em que há divisão, multiplicação, adição e subtração, devemos efetuar as operações obedecendo a seguinte ordem:

◆ As divisões ou as multiplicações, na ordem em que aparecem, da esquerda para a direita.

◆◆ A seguir, as adições ou as subtrações, na ordem em que aparecem, começando da esquerda para a direita.

Vamos ver alguns exemplos de resolução de expressão numérica:

1. Qual é o valor da expressão numérica 17 − 40 : 5?

$$17 - \underbrace{40 : 5} = 17 - 8 = 9$$

2. Determinar o valor da expressão numérica 8 × 9 : 6.

$$\underbrace{8 \times 9} : 6 = 72 : 6 = 12$$

3. Um número *n* é expresso por 60 : 10 × 2. Qual é o valor do número *n*?

$$\underbrace{60 : 10} \times 2 = 6 \times 2 = 12$$

4. Dar o valor da expressão numérica 21 : 3 + 3 × 4 − 8.

$$\underbrace{21 : 3} + \underbrace{3 \times 4} - 8 = \overbrace{7 + 12} - 8 = 19 - 8 = 11$$

Propor os exercícios do **Atividades G17**

A importância dos parênteses

Consideremos as expressões numéricas a seguir e vamos determinar o valor de cada uma delas:

a) 120 : 4 + 4 × 5 =
= 30 + 20 = 50

b) 120 : (4 + 4) × 5 =
= 120 : 8 × 5 =
= 15 × 5 = 75

c) 120 : (4 + 4 × 5) =
= 120 : (4 + 20) =
= 120 : 24 = 5

Pelos resultados obtidos, você pode notar como a colocação ou não de parênteses influi no valor de uma expressão numérica. Exemplo:

Determinar o valor da expressão numérica 60 − 40 : (2 + 3 × 6).

60 − 40 : (2 + 3 × 6) =
= 60 − 40 : (2 + 18) =
= 60 − 40 : 20 =
= 60 − 2 = 58

Propor os exercícios do **Atividades-G18**

FIXAÇÃO

1 Qual é o valor da expressão numérica 96 : 6 − 4?
12

2 Dada a expressão 81 : 9 × 9, qual é o seu valor? 81

3 Sabendo que a = 100 × 5 : 5, b = 100 : 5 × 5, c = 100 : 5 : 5, determine os números *a*, *b*, *c* e, a seguir, usando os símbolos =, > ou <, compare:
a = 100, b = 100, c = 4

a) *a* e *b* a = b b) *a* e *c* a > c c) *b* e *c* b > c

4 Dados os números x = (8 : 4) × 2 e y = 8 : (4 × 2), determine os números *x* e *y* e, a seguir, usando = ou ≠, compare *x* e *y*. x = 4, y = 1; x ≠ y

5 Usando os valores que você encontrou para *x* e *y* no exercício 4, responda:

a) Qual é o valor de x + y? 4 + 1 = 5

b) Você pode calcular y − x no conjunto dos números naturais? não

c) Se você dividir *x* por *y*, qual será o resultado da divisão? 4 : 1 = 4

d) De acordo com o quociente obtido, o número *x* é igual a quantas vezes o número *y*? 4 vezes

e) Se você dividir *y* por *x*, o quociente será um número natural? não

6 Calcule o valor da expressão
(7 × 7 + 2) : (17 − 15 : 3 + 5) × 2. 6

7 Dados os números a = 18 : 6 + 5 e b = 18 : (6 − 5), calcule-os e, a seguir, efetue a multiplicação a × b.
a = 8, b = 18; a × b = 144

8 Determine o valor da expressão numérica
(30 − 5 × 6) : (7 + 2 × 10) × (40 − 30 + 5). 0

9 Se você colocar convenientemente os parênteses, a expressão 20 + 40 − 30 : 5 terá um valor igual a 22. Escreva essa expressão com os parênteses.
20 + (40 − 30) : 5

RESOLVENDO PROBLEMAS

A todo instante temos oportunidade de calcular com números naturais, adicionando, subtraindo, multiplicando ou dividindo.

Saber realizar corretamente essas operações é sem dúvida indispensável em Matemática, mas não é só isso o que importa. De nada vale calcular com acerto se não soubermos escolher as operações que devemos usar para resolver uma situação-problema.

Então, além de calcular, é importante raciocinar. Dado um problema, este deve ser lido com muita atenção e analisado, para podermos representar corretamente o que é dado e identificar o que é pedido.

A solução do problema virá quando aplicarmos os conhecimentos adquiridos no estudo dos capítulos anteriores desta Unidade.

Vejamos alguns exemplos:

1. Mariana comprou 3 canetas de mesmo preço, e uma lapiseira, gastando ao todo 60 reais. A lapiseira custou 24 reais. Quanto custou cada caneta?

Para saber o preço das canetas, devemos fazer: 60 − 24.

$$\begin{array}{r} 60 \\ -\ 24 \\ \hline 36 \end{array}$$

Como são 3 canetas, para saber o preço de uma caneta, devemos fazer: 36 : 3.

$$\begin{array}{r|l} 36 & 3 \\ \cline{2-2} 06 & 12 \\ 0 & \end{array}$$

Cada caneta custou 12 reais.

2. A figura seguinte é o esboço de uma parte da estrada onde estão localizadas as cidades *A*, *B*, *C* e *D*. Note que nesse esboço estão marcadas algumas distâncias em quilômetros:

Sabendo que da cidade *A* até a cidade *D* são 350 quilômetros, quantos quilômetros são de *A* até *B*?

Inicialmente, vamos calcular quantos quilômetros há de *B* até *D*: 78 + 96.

$$\begin{array}{r} 78 \\ +\ 96 \\ \hline 174 \end{array}$$

Para determinar quantos quilômetros há de *A* até *B*, devemos fazer: 350 − 174.

$$\begin{array}{r} 350 \\ -\ 174 \\ \hline 176 \end{array}$$

Da cidade *A* até a cidade *B* são 176 quilômetros.

3. Para uma excursão, um colégio alugou 4 ônibus. Em cada ônibus foram colocados 35 alunos. Além dos alunos, 10 professores acompanharam a excursão. Quantas pessoas, ao todo, participaram dessa excursão?

Para determinar quantos alunos foram a essa excursão devemos fazer: 4 × 35.

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times\ 4 \\ \hline 140 \end{array}$$

Como também foram 10 professores, devemos fazer: 140 + 10.

$$\begin{array}{r} 140 \\ +\ 10 \\ \hline 150 \end{array}$$

Participaram dessa excursão 150 pessoas.

4. Se ao dobro de um número natural adicionarmos 135, vamos obter 503. Qual é o número procurado?

Para saber quanto vale o dobro do número procurado, devemos fazer: 503 − 135.

$$\begin{array}{r} 503 \\ -\ 135 \\ \hline 368 \end{array}$$

Como o dobro significa duas vezes, para saber qual é o número devemos fazer: 368 : 2.

$$\begin{array}{r|l} 368 & 2 \\ \cline{2-2} 16 & 184 \\ 08 & \\ 0 & \end{array}$$

O número procurado é 184.

5. Pedro e Cássio têm juntos 48 anos. A idade de Pedro é o triplo da idade de Cássio. Qual é a idade de cada um?

Se a idade do mais velho é o triplo da idade do mais moço, isso significa que a soma das duas idades é igual a 4 vezes a idade do mais moço. Então, para saber a idade de Cássio devemos fazer: 48 : 4.

$$\begin{array}{r|l} 48 & 4 \\ \cline{2-2} 08 & 12 \longrightarrow \text{idade de Cássio} \\ 0 & \end{array}$$

Como a idade de Pedro é o triplo da idade de Cássio, para saber a idade de Pedro devemos fazer: 3 × 12.

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times\ 3 \\ \hline 36 \end{array} \longrightarrow \text{idade de Pedro}$$

Pedro tem 36 anos e Cássio tem 12 anos.

A soma de dois números naturais é 235. A diferença entre esses mesmos números é 47. Determinar os dois números.

Podemos supor que os dois números são iguais; para isso, devemos fazer:

235 − 47 = 188

188 : 2 = 94

número menor

$$\begin{array}{r} 235 \\ -\ 47 \\ \hline 188 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 188 & 2 \\ \cline{2-2} 08 & 94 \\ 0 & \end{array}$$

Como a diferença entre os dois números é 47 e o menor é 94, para calcular o maior devemos fazer: 94 + 47.

$$\begin{array}{r} 94 \\ +\ 47 \\ \hline 141 \end{array}$$

Os números procurados são 141 e 94.

Propor os exercícios do **Atividades-G19**

FIXAÇÃO

1 No ano de 1997, os candidatos ao vestibular de uma faculdade foram distribuídos em 112 salas de 35 lugares cada uma. Tendo sido necessário, ainda, formar uma classe incompleta com 18 candidatos, quantos candidatos havia para o vestibular dessa faculdade? candidatos

2 Eu e mais três amigos fomos a um restaurante. A conta de 64 reais foi dividida igualmente entre nós. Paguei a minha parte e fiquei ainda com 11 reais. Qual a quantia que eu tinha quando entrei no restaurante? reais

3 Um livro tem 190 páginas. Já li 78 páginas e quero completar a leitura desse livro em 4 dias, lendo o mesmo número de páginas em cada dia. Quantas páginas preciso ler por dia? 28 páginas

4 A soma de dois números naturais é 175. A diferença entre esses números é 19. Determine os dois números. 97 e 78

5 Um ônibus sai de um bairro *A* e vai até a praça central da cidade, retornando a seguir ao bairro. No percurso de ida, 47 passageiros pagaram passagem e, na volta, 34 passageiros foram os pagantes. Se a passagem custa 2 reais, quanto a empresa arrecadou nessa ida e volta? 162 reais

6 Cristina foi a uma livraria para comprar 5 cadernos e 1 livro. O total da conta foi 22 reais. Como o livro custou 7 reais e todos os cadernos têm o mesmo preço, quanto ela pagou em cada caderno? 3 reais

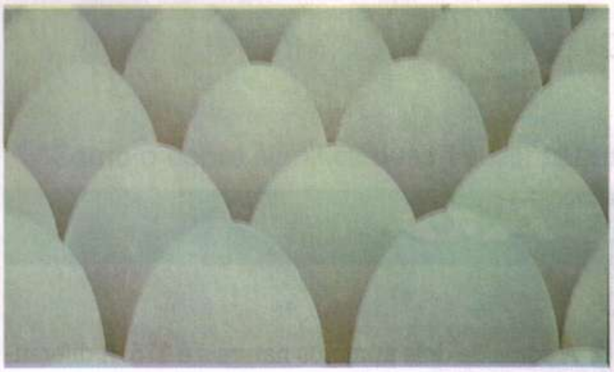
7 Duas pessoas têm juntas 70 anos. Subtraindo-se 10 anos da idade da mais velha e acrescentando-se os mesmos 10 anos à idade da mais jovem, as idades ficam iguais. Qual é a idade de cada pessoa? 45 anos e 25 anos

8 Numa partida de basquete, Júnior fez o triplo dos pontos feitos por Manuel. Os dois juntos marcaram 52 pontos. Quantos pontos Júnior marcou nessa partida? 39 pontos

9 Roberto foi comprar 8 máquinas. O vendedor verificou o preço de cada máquina e, como o pagamento era à vista, fez um desconto de 200 reais. Com isso, Roberto pagou 1 800 reais pelas 8 máquinas. Qual era o preço de cada máquina antes do desconto? 250 reais

10 Se Gláucia tivesse 17 reais a mais do que tem, poderia comprar um par de sapatos que custa 52 reais e uma bolsa que custa 72 reais. Qual é a quantidade que Gláucia tem? 107 reais

11 Uma quitanda recebeu uma remessa de 25 caixas de ovos. Cada caixa contém 10 dúzias de ovos. Quantas cartelas, com 30 ovos cada uma, podem ser formadas com essa quantidade de ovos? 100 cartelas



V.C.L./Keystone

12 Durante uma partida de basquete, um jogador fez 20 arremessos à cesta. Destes, 6 foram de 3 pontos, e ele acertou 4, 9 foram de 2 pontos, e ele acertou 5 e os restantes foram de lances livres (1 ponto cada), e ele acertou todos.

Nessas condições, responda:

a) Quantos lances livres ele arremessou? 5 lances livres

b) Quantos pontos ele marcou com os arremessos de 3 pontos? 4 × 3 = 12 pontos

c) Quantos pontos ele marcou com os arremessos de 2 pontos? 5 × 2 = 10 pontos

d) Quantos pontos esse jogador marcou na partida? 5 + 12 + 10 = 27 pontos

13 Sabendo que o dobro de um número natural diminuído de 63 é igual a 187, determine esse número. 125

14 Três garçons trabalham em um restaurante. No final de um dia de trabalho, um deles recebeu 24 reais de gorjeta, o segundo recebeu 57 reais e o terceiro recebeu 39 reais. Como eles sempre dividem por igual toda a gorjeta, quantos reais cada um recebeu nesse dia?

15 Na bilheteria de um cinema, o responsável começa o seu trabalho com 10 reais em caixa. Na primeira sessão; ele vendeu 64 ingressos a 5 reais cada um e 36 ingressos a 3 reais cada um. Depois disso, qual a quantia que ele deverá ter em caixa? 528 reais

Delfim Martins/Pulsar

16 Um escoteiro, perdido na floresta, escuta os rojões da Polícia Florestal em sua busca, 6 segundos após a visão do clarão. Sabendo que o som percorre no ar 340 metros por segundo, qual a distância entre o escoteiro e a Polícia Florestal? 2 040 metros

17 Um professor de Educação Física comprou 3 bolas de basquete e 5 bolas de voleibol. Cada bola de basquete custou 7 reais. Sabendo-se que o gasto total foi de 41 reais, qual o preço de cada bola de voleibol? 4 reais

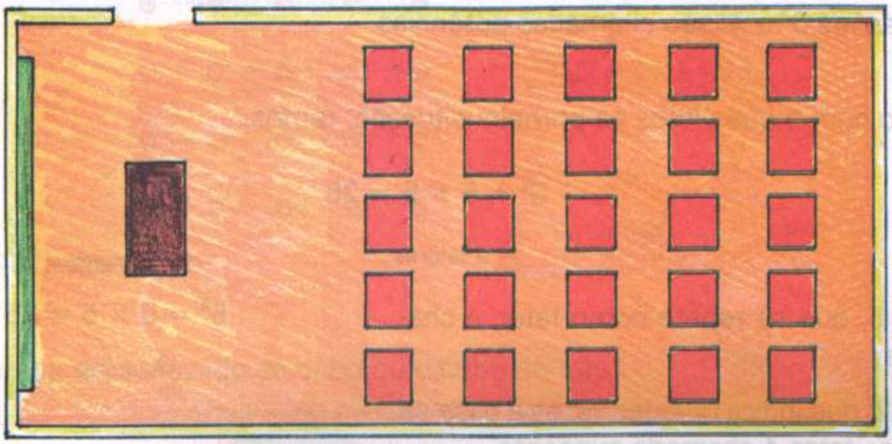
Gladstone Campos

10

POTENCIAÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS

Consideremos as seguintes situações:

1ª Como podemos determinar o número de carteiras que há nesta sala de aula?



Observe que são 5 linhas e 5 colunas de carteiras. Assim, para determinar o número de carteiras que há nessa sala, devemos fazer:

$$\underbrace{5 \times 5}_{\text{2 fatores}}$$

Em Matemática, essa expressão pode ser representada de uma forma abreviada: 5^2

Então:

$$5 \times 5 = 5^2$$

2ª Um prédio de apartamentos tem 4 andares. Em cada andar há 4 apartamentos. Para cada apartamento há 4 vagas na garagem. Como podemos fazer para determinar quantas vagas há na garagem desse prédio?

Para determinar o número de vagas que há na garagem desse prédio, devemos fazer:

$$\underbrace{4 \times 4 \times 4}_{\text{3 fatores}}$$

Em Matemática, essa expressão pode ser representada de uma forma abreviada: 4^3

Então:

$$4 \times 4 \times 4 = 4^3$$

As expressões 5^2 e 4^3 são chamadas potências.

De acordo com o que vimos na primeira situação, temos:

$$5^2 = \underbrace{5 \times 5}_{\text{2 fatores}} = 25$$

expoente

$$5^2 = \underbrace{5 \times 5}_{\text{2 fatores}} = 25$$

resultado

base

- ✓ O número 5, que se repete como fator, é chamado base.
- ✓ O número 2, que indica quantas vezes a base se repete como fator, é chamado expoente.
- ✓ O número 25 é o resultado da operação.

De acordo com o que vimos na segunda situação, temos:

$$4^3 = \underbrace{4 \times 4 \times 4}_{\text{3 fatores}} = 64$$

expoente

$$4^3 = \underbrace{4 \times 4 \times 4}_{\text{3 fatores}} = 64$$

resultado

base

- ✓ O número 4, que se repete como fator, é chamado base.
- ✓ O número 3, que indica quantas vezes a base se repete como fator, é chamado expoente.
- ✓ O número 64 é o resultado da operação.

Dados dois números naturais *a* e *n* (com $n > 1$), a expressão a^n representa um produto de *n* fatores iguais ao número *a*, ou seja:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ fatores}}$$

Exemplos:

1. $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$
2. $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$

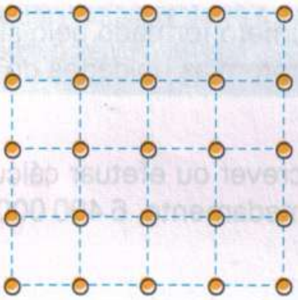
Observações:

Na expressão a^n, sendo *a* e *n* números naturais e $n > 1$:

- quando $n = 2$, lemos quadrado.

Veja:

$5^2 \longrightarrow$ lemos: cinco elevado ao quadrado ou o quadrado de cinco

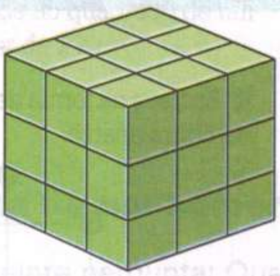


$\longrightarrow 5^2 = 5 \times 5 = 25$

- quando $n = 3$, lemos cubo.

Veja:

$3^3 \longrightarrow$ lemos: três elevado ao cubo ou o cubo de três



$\longrightarrow 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$

- quando $n > 3$, lemos:

$2^4 \longrightarrow$ dois elevado à quarta potência ou a quarta potência de dois

$10^5 \longrightarrow$ dez elevado à quinta potência ou a quinta potência de dez

e assim por diante.

- Consideramos $1^1, 2^1, 3^1, 4^1, ...$ como potências de modo que:

$$1^1 = 1 \qquad 2^1 = 2 \qquad 3^1 = 3 \qquad 4^1 = 4$$

Todo número natural elevado a 1 é igual a ele mesmo.

$$n^1 = n$$

- Consideramos $1^0, 2^0, 3^0, 4^0, 5^0, ...$ como potências e teremos:

$$1^0 = 1 \qquad 2^0 = 1 \qquad 3^0 = 1 \qquad 4^0 = 1$$

Todo número natural, diferente de zero, elevado a zero é igual a 1.

$$n^0 = 1 \text{ (com } n \neq 0\text{)}$$

Potências de 10

Observe:

$10^1 = 10$

$10^2 = 10 \times 10 = 100$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$

$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$

Toda potência de 10 é igual ao número formado pelo algarismo 1 seguido de tantos zeros quantas forem as unidades do expoente.

As potências de base 10 são úteis para escrever ou efetuar cálculos com números muito grandes. Assim, o raio da Terra que é de, aproximadamente, 6 400 000 m pode ser indicado por $64 \cdot 10^5$ m.

Propor os exercícios do **Atividades-G20**

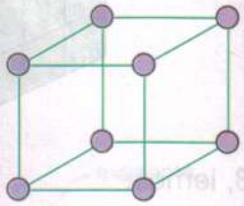
FIXAÇÃO

1 A expressão "um produto de quatro números iguais a cinco" pode ser escrita de duas maneiras diferentes. Quais são essas maneiras? $5 \times 5 \times 5 \times 5$ ou 5^4

2 A expressão $\underbrace{20 \times 20 \times 20 \times ... \times 20}_{\text{9 fatores}}$ pode ser escrita de outra maneira. Qual é essa outra forma? 20^9

3 Usando algarismos, represente de duas maneiras diferentes o número de moedas da figura abaixo. 4×4 ou 4^2

4 Escreva na forma de potência o número de bolinhas da figura abaixo. 2^3



5 Um número natural *n* é expresso pelo quadrado de 32. Qual é o valor desse número natural? $32^2 = 1\,024$

6 Calcule:

a) 2^5 32

b) 7^3 343

c) 13^2 169

d) 11^0 1

e) 1^{50} 1

f) 0^{100} 0

g) 3^6 729

h) 2^7 128

i) 1^{80} 1

j) 9^3 729

l) 10^6 1 000 000

m) 50^2 2 500

7 Usando os símbolos > ou <, compare as potências:

a) 5^2 e 3^3 $<$

b) 7^4 e 10^3 $>$

c) 4^3 e 2^9 $<$

d) 1^{10} e 10^1 $<$

8 Por curiosidade, Gabriela quis verificar se a potenciação era uma operação comutativa. Para isso, ela calculou o valor de 3^4 e de 4^3. Qual a conclusão a que ela chegou? 3^4 (81) ≠ 4^3 (64); a potenciação não é comutativa.

9 Se você elevar o número 6 a um expoente *n*, encontrará 216. Qual é o valor do expoente *n*? 3

10 Você sabe que o valor de uma potência de 10 é 100 000. Qual é o expoente dessa potência? 5

11 Quanto dá:

a) o quadrado do número 75? 5 625

b) o cubo do número 50? 125 000

12 Você pode afirmar que as expressões 13^2 e $12^2 + 5^2$ representam a mesma quantidade? sim

13 Calcule o quadrado do número 6 e o cubo do número 4. Somando os dois resultados, você vai encontrar um número que corresponde ao quadrado de um número natural *x*. Qual é o valor de *x*? x = 10

14 Escreva os seguintes números na forma de potência de base 10:

a) mil 10^3

b) cem mil 10^5

c) um bilhão 10^9

d) cem milhões 10^8

15 Escreva, utilizando potências de dez, os números em destaque nas frases a seguir:

a) A distância da Terra à Lua é de, aproximadamente, 400 000 km $4 \cdot 10^5$ km

b) No ano 2000, a população brasileira se aproximará de 200 000 000 de habitantes $2 \cdot 10^8$ habitantes

16 Escreva por extenso os seguintes números:

a) $4 \cdot 10^7$ quarenta milhões

b) $9 \cdot 10^5$ novecentos mil

c) 10^6 um milhão

d) $2 \cdot 10^3$ dois mil

17 Sabe-se que a velocidade da luz no vácuo é de $3 \cdot 10^8$ metros por segundo e que 1 000 metros equivale a 1 quilômetro. Quantos quilômetros a luz percorre em um segundo? $3 \cdot 10^8$ metros = 300 000 000 metros = 300 000 quilômetros

Raiz quadrada exata de um número natural

Consideremos a seguinte pergunta: Qual é o número natural que elevado ao quadrado dá 25?

Para respondê-la, verificamos através da potenciação que 5 é o número que elevado ao quadrado dá 25 ($5^2 = 5 \times 5 = 25$).

Ao dar essa resposta, estamos efetuando uma operação denominada radiciação.

No caso particular do exemplo, estamos efetuando a extração da raiz quadrada, que se indica por:

$\sqrt{25} = 5$ (lê-se: raiz quadrada de vinte e cinco é igual a cinco)

O símbolo da raiz quadrada é $\sqrt{\ }$.

Observa-se que as sentenças $\sqrt{25} = 5$ e $5^2 = 25$ são equivalentes, isto é:

$$\sqrt{25} = 5 \Leftrightarrow 5^2 = 25$$

Para determinar a raiz quadrada de um número natural, basta achar um segundo número natural que elevado ao quadrado seja igual ao número dado.

Exemplos:

1. $\sqrt{9} = 3$, pois $3^2 = 9$
2. $\sqrt{144} = 12$, pois $12^2 = 144$

Nem todo número natural é quadrado de outro: 7, por exemplo, não é quadrado de nenhum número natural.

Os números naturais que são quadrados de outros denominam-se números quadrados perfeitos e somente eles possuem raiz quadrada exata. São números quadrados perfeitos, por exemplo, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100.

FIXAÇÃO

1 Um número elevado ao quadrado resulta 36. Nessas condições, responda:

a) Qual é esse número? 6

b) O que esse número representa em relação a 36?
a raiz quadrada

2 Calcule:

a) $\sqrt{4}$ 2   b) $\sqrt{49}$ 7   c) $\sqrt{64}$ 8   d) $\sqrt{121}$ 11

3 Usando a definição de raiz quadrada, determine:

a) $\sqrt{144}$ 12   b) $\sqrt{225}$ 15

4 Entre os números 2, 9, 16, 22, 30, 36, 41, 49, 50 e 64, identifique aqueles que são chamados números quadrados perfeitos. 9, 16, 36, 49 e 64

Expressões numéricas

Observe as seguintes expressões numéricas:

✓ $3^3 + 1 - 5^2$ (contém potenciação, adição e subtração)

✓ $2^4 : 4 + 3^2 \times 10$ (contém potenciação, divisão, multiplicação e adição)

✓ $\sqrt{64} : 2 - 10^0$ (contém raiz quadrada, potenciação, divisão e subtração)

Para calcular o valor de uma expressão numérica onde aparecem raiz quadrada, potenciação, divisão, multiplicação, adição e subtração devemos efetuar essas operações na seguinte ordem:

◆ As potenciações e as raízes quadradas, obedecendo à ordem em que aparecem (da esquerda para a direita).

◆◆ A seguir, as divisões e as multiplicações, na ordem em que aparecem (da esquerda para a direita).

◆◆◆ Finalmente, as adições e as subtrações, na ordem em que aparecem (da esquerda para a direita).

Vamos ver exemplos de resolução de expressões numéricas.

1. Determinar o valor da expressão numérica $3^3 + 1 - 5^2$.

$$3^3 + 1 - 5^2 = 27 + 1 - 25 = 28 - 25 = 3$$

2. Qual é o valor da expressão $2^4 : 4 + 3^2 \times 10$?

$$2^4 : 4 + 3^2 \times 10 = 16 : 4 + 9 \times 10 = 4 + 90 = 94$$

3. Dar o valor da expressão numérica $\sqrt{64} : 2 - 10^0$.

$$\sqrt{64} : 2 - 10^0 = 8 : 2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

A importância dos parênteses

Consideremos as expressões a seguir e vamos determinar o valor de cada uma:

$2^5 + 4^2 - 2^3 \times 3 =$
$= 32 + 16 - 8 \times 3 =$
$= 32 + 16 - 24 =$
$= 48 - 24 = 24$

$(2^5 + 4^2 - 2^3) \times 3 =$
$= (32 + 16 - 8) \times 3 =$
$= (48 - 8) \times 3 =$
$= 40 \times 3 = 120$

$2^5 + (4^2 - 2^3) \times 3 =$
$= 32 + (16 - 8) \times 3 =$
$= 32 + 8 \times 3 =$
$= 32 + 24 = 56$

49
10
09

Pelos resultados obtidos você pode notar como é importante a colocação ou não de parênteses.

Propor os exercícios do **Atividades-G21**

FIXAÇÃO

1 Dados os números

$a = 2 : 2^0 \times 1^2$ e $b = 2 \times 2^0 : 1^2$,

compare esses números usando os sinais = ou ≠. a = b

2 Qual é o valor da expressão $7^2 - 40 + 18 : 3^2 - 10^0$? 10

3 Determine a soma do quadrado de 31 com o dobro de 31. 1 023

4 Um número natural é expresso por $9^2 - 3^3 \times 3$. Qual é esse número natural? 0

5 Qual é o valor da expressão numérica $(6^2 - 5^2) \times 3^3 - 10^2$? 197

6 Represente a soma dos quadrados dos números 10 e 5 e calcule o seu valor? $10^2 + 5^2 = 100 + 25 = 125$

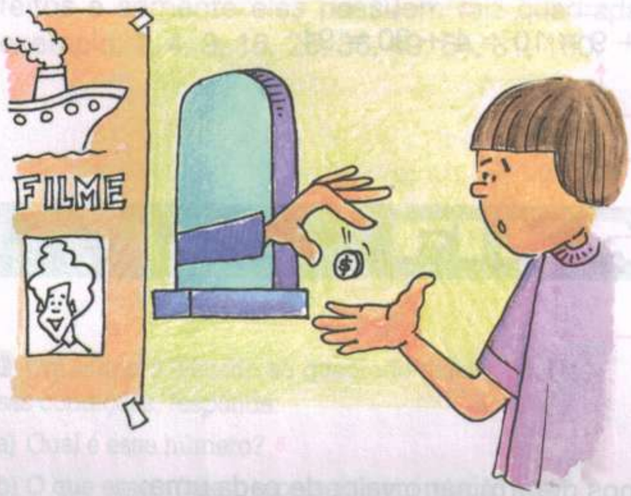
7 Determine o valor da expressão numérica $6^2 : (2^3 + 1) \times (3^2 - 5)$. 16

8 Dada a expressão numérica $(12^2 + 1) : (54 - 7^2) - 3^3$, determine o seu valor. 2

9 Dada a expressão $2^3 + 2 \times 2^2$, determine a raiz quadrada do valor dessa expressão. $\sqrt{16} = 4$

RETOMANDO *o que aprendeu*

1 Na bilheteria de um cinema, o responsável começa o seu trabalho com 500 reais em caixa. Na primeira sessão ele vendeu 64 ingressos a 15 reais cada um e 36 ingressos a 8 reais cada um. Depois disso, qual a quantia que ele deverá ter em caixa? 1 748 reais



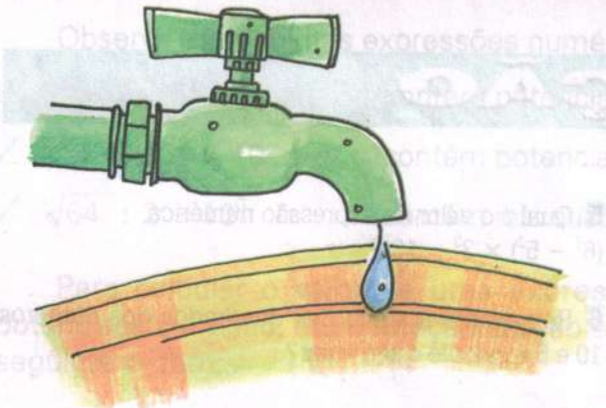
2 Uma torneira goteja 7 vezes a cada 20 segundos. Sabendo que 1 hora = 60 minutos e 1 minuto = 60 segundos, quantas vezes essa torneira goteja em:

a) 1 hora? 1 260 vezes

b) 2 horas? 2 520 vezes

c) meia hora? 630 vezes

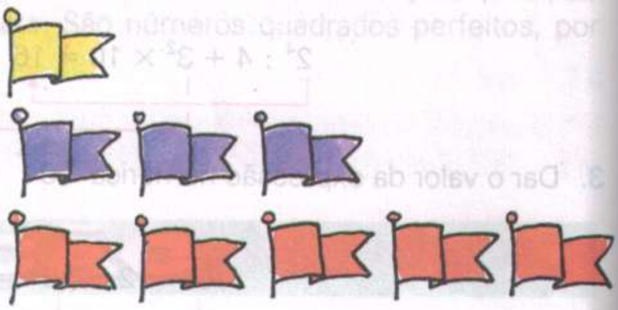
d) 1 hora e meia? 1 890 vezes



3 Ao dividir um número por 15, obtém-se o quociente 13 e o resto 9. Qual é o resto da divisão desse número por 11? 18

4 Qual é o valor da expressão
$(4^3 + 4^2 + 4) : 7 + 2 \text{ x } (3 + 3^2 + 3^3)$? 90

5 Se você colocar 64 bandeirinhas em fileiras de modo que na primeira fileira haja uma bandeirinha, na segunda duas a mais do que na primeira e assim sucessivamente, quantas fileiras você vai obter? 8 fileiras



6 (VUNESP) Um determinado medicamento deve ser ministrado a um doente três vezes por dia, em doses de 5 mililitros cada vez, durante 10 dias. Se cada frasco contém 100 mililitros do medicamento, quantos frascos é necessário comprar? 2 frascos

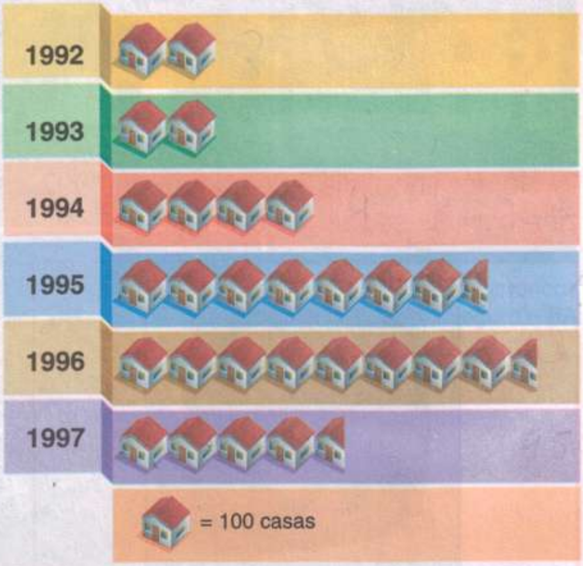
7 Calcule o quadrado do número 6 e o cubo do número 4. Somando os dois resultados, você vai encontar um número natural. Qual é a raiz quadrada desse número? 10

8 Numa empresa, a distribuição dos salários é representada pela tabela abaixo. Qual é o valor da folha de pagamento dessa empresa, em reais? 30 000 reais

Número de funcionários	Salário de cada um em reais
12	450
20	750
8	1 200

Explorando Gráficos

1. O quadro seguinte mostra o número de casas populares que foram construídas numa cidade, no período de 1992 a 1997.



Responda:

a) Em qual ano foram construídas mais casas? Quantas casas? 1996; 850 casas

b) Quantas casas foram construídas em 1997?
450 casas

c) Quantas casas foram construídas no período de 1992 a 1997? 2 850 casas

2. Para fazer uma salada de frutas usei 3 goiabas, 1 banana, 4 laranjas, 5 fatias de abacaxi, 2 mamões, 3 xícaras de morango e 6 mangas. Para saber o total de calorias dessa salada, consultei a seguinte tabela:

abacate	320 cal	goiaba	70 cal
caqui	120 cal	mamão	60 cal
manga	110 cal	kiwi	50 cal
banana	100 cal	melancia	50 cal
laranja ou tangerina	80 cal	caju	50 cal
maçã	80 cal	morango (1 xícara)	50 cal
abacaxi (1 fatia)	80 cal	pêssego	40 cal

Veja a tabela e responda:

a) Qual o total de calorias (cal) dessa salada de frutas? Para calcular escreva uma expressão numérica.
$3 \cdot 70 + 1 \cdot 100 + 4 \cdot 80 + 5 \cdot 80 + 2 \cdot 60 + 3 \cdot 50 + 6 \cdot 110 = 1\,960$

b) Dez pessoas comeram toda essa salada, em partes iguais. Quantas calorias cada uma consumiu?
$1\,960 : 10 = 196$

c) Substitua um tipo de fruta por outro dessa lista, mantendo a quantidade, para reduzir em 420 calorias o total dessa salada.

Uma resposta possível é substituir as 6 mangas por 6 pêssegos

6 mangas	$6 \cdot 100$ cal = 660 cal
6 pêssegos	$6 \cdot 40$ cal = 240 cal −
	420 cal

JORNAIS & REVISTAS

No domingo, dia 3 de agosto de 1997, os jornais publicaram um anúncio de um grande magazine com as seguintes ofertas:

TVC Philips 14 GX-1619 14". Controle remoto, 181 canais em VHF/UHF/TV a cabo, som estéreo com função SAP, menu smart, relógio e surf de canais. 1 ano de garantia. (100 peças)

à vista **6** cheques (1 + 5) R$ **76,00** ou

a prazo **24** x (1 + 23) R$ **28,00**

Mini Hi-Fi system Philips FW 395 C. 1800 watts PMPO. Controle remoto total, Incredible surround laser CD changer para 3 discos, sintonizador digital FM estéreo/OM com memória programável para 20 emissoras, Karaokê. (50 peças)

à vista **6** cheques (1 + 5) R$ **132,00** ou

a prazo **24** x (1 + 23) R$ **49,00**

Fotos cedidas pela Philips

Videocassete Philips VR-456. Controle remoto, mecanismo turbo drive, limpeza automática de cabeças e função go-to, 1 ano de garantia. (100 peças)

à vista **6** cheques (1 + 5) R$ **66,00** ou

a prazo **24** x (1 + 23) R$ **24,00**

1. Calcule o preço de cada um desses produtos à vista e a prazo e a diferença de preço entre essas duas formas de pagamento.

Para facilitar, construa uma tabela como a que sugerimos a seguir:

Produto	Preço à vista	Preço a prazo	Diferença de preço entre as 2 formas de pagamento
✱✱✱	✱✱✱	✱✱✱	✱✱✱✱✱✱✱✱
✱✱✱✱✱	✱✱✱✱✱	✱✱✱✱✱	✱✱✱✱✱✱✱✱✱✱
✱✱✱✱✱✱	✱✱✱✱✱✱	✱✱✱✱✱✱	✱✱✱✱✱✱✱✱✱✱✱✱

Você conhece o nosso país?

Qual das cidades abaixo você gostaria de conhecer?

Mercado Modelo de Salvador – BA

Igreja e prédio históricos em Porto Seguro – BA

Praia de Jenipabu em Natal – RN

No dia 13 de julho de 1998, o jornal *Folha de S. Paulo* publicou as seguintes promoções de férias de julho de uma agência de viagens:

Férias de Julho pelo Brasil.

PORTO SEGURO

PORTO HILL'S
Café da manhã
À VISTA R$ **445,**
5x R$ 94, = R$ 470,

CAPITANIA
Meia Pensão
À VISTA R$ **572,**
5x R$ 120, = R$ 600,

MACEIÓ

PAJUÇARA OTHON
Café da manhã
À VISTA R$ **499,**
5x R$ 105, = R$ 525,

MELIÁ MACEIÓ
Café da manhã
À VISTA R$ **651,**
5x R$ 137, = R$ 685,

NATAL

REDINHA
Café da manhã
À VISTA R$ **523,**
5x R$ 110, = R$ 550,

PARQUE DA COSTEIRA
Café da manhã
À VISTA R$ **822,**
5x R$ 173, = R$ 865,

FORTALEZA

RAIO DE SOL
Café da manhã
À VISTA R$ **560,**
5x R$ 118, = R$ 590,

MARINA PARK
Café da manhã
À VISTA R$ **802,**
5x R$ 169, = R$ 845,

SALVADOR

TROPICAL
Café da manhã
À VISTA R$ **539,**
5x R$ 113, = R$ 565,

MERIDIEN
Café da manhã
À VISTA R$ **586,**
5x R$ 123, = R$ 615,

2. Calcule a diferença entre os preços de cada uma dessas promoções à vista e a prazo. Depois, construa uma tabela como esta de Porto Seguro:

Cidade	Promoção	Preço à vista	Preço a prazo	Diferença
Porto Seguro	Porto Hill's	R$ 445,00	R$ 470,00	R$ 25,00
	Capitania	R$ 572,00	R$ 600,00	R$ 28,00

4

Divisibilidade: divisores e múltiplos

Para cursar a 5ª série de um colégio, inscreveram-se 56 meninos e 84 meninas.

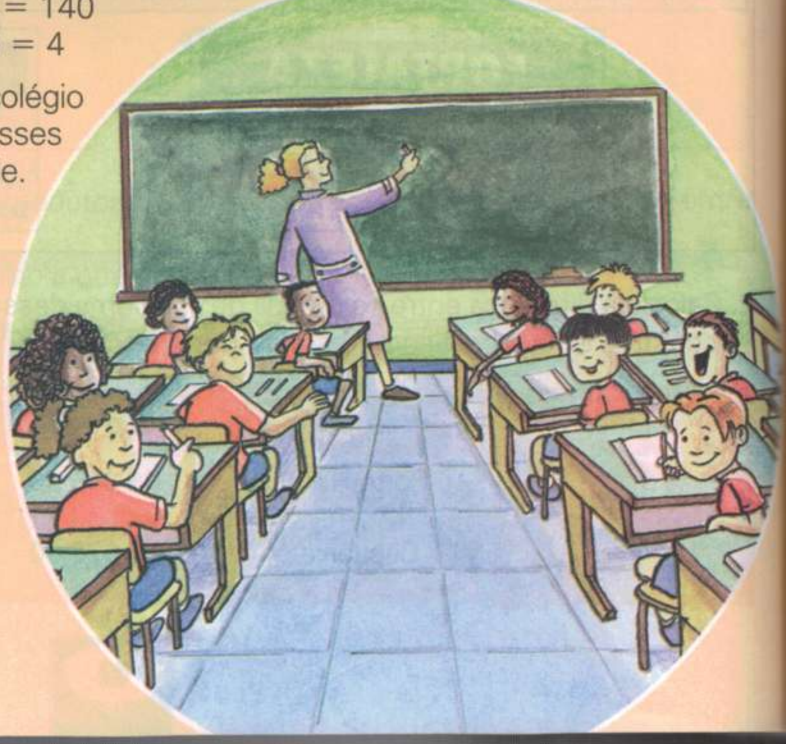
Vamos considerar duas situações:

1ª Se o colégio formar classes mistas, cada uma com 35 alunos, quantas classes de 5ª série serão formadas?

Nessa situação, fazemos:

56 + 84 = 140
140 : 35 = 4

Logo, o colégio terá 4 classes de 5ª série.



2ª Se o colégio não formar classes mistas e todas as classes tiverem o mesmo número de alunos, quantos alunos devem ser colocados em cada classe? Quantas classes femininas serão formadas?

Quantas classes masculinas serão formadas?

Na primeira situação, empregamos operações com números naturais que já aprendemos. A segunda situação exige de nós o conhecimento de novas técnicas de cálculo.

O objetivo desta Unidade é ampliar o estudo da multiplicação e da divisão, bem como mostrar técnicas que nos permitam resolver situações como essa última que foi apresentada.

11

NOÇÃO DE DIVISIBILIDADE

Consideremos as divisões:

a) $$\begin{array}{r|l} 40 & \underline{5} \\ 0 & 8 \end{array}$$

Nessa divisão o resto é 0. Logo, a divisão é exata.

Nesse caso, dizemos que o número 40 é divisível por 5 ou o número 5 é divisor de 40.

b) $$\begin{array}{r|l} 40 & \underline{7} \\ 5 & 5 \end{array}$$

Nessa divisão, o resto é 5. Logo, a divisão não é exata.

Nesse caso, dizemos que o número 40 não é divisível por 7 ou o número 7 não é divisor de 40.

Então, podemos dizer:

- ✓ 40 é divisível por 5 ou 5 é divisor de 40.
- ✓ 40 não é divisível por 7 ou 7 não é divisor de 40.

Vejamos alguns exemplos nos quais aplicamos a noção de divisibilidade.

1. Um professor de Educação Física convocou 80 alunos para uma demonstração de ginástica. Ele pretende distribuir esses alunos em grupos que tenham, no mínimo, 6 alunos e, no máximo, 10 alunos, sem que sobre aluno fora do grupo. Quais são as maneiras possíveis de formar esses grupos?

Para resolver esse problema, devemos dividir 80 por 6, por 7, por 8, por 9 e por 10, e considerar apenas as divisões exatas:

$$\begin{array}{r|l} 80 & 6 \\ \cline{2-2} 20 & 13 \\ 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 80 & 7 \\ \cline{2-2} 10 & 11 \\ 3 & \end{array} \qquad \underbrace{\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{80} & 8 \\ \cline{2-2} 00 & 10 \\ & \end{array}}_{\text{exata}} \qquad \begin{array}{r|l} \overset{\frown}{80} & 9 \\ \cline{2-2} 08 & 8 \\ & \end{array} \qquad \underbrace{\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{80} & 10 \\ \cline{2-2} 00 & 8 \\ & \end{array}}_{\text{exata}}$$

Notamos que 80 é divisível por 8 e por 10. Logo, o professor pode formar 10 grupos de 8 alunos ou 8 grupos de 10 alunos.

2. Sabe-se que o maior número divisível por 11 e menor que 500 é dado por 500 − r, em que *r*, representa o resto da divisão de 500 por 11. Nessas condições, qual é o maior número, menor que 500, que é divisível por 11?

Vamos determinar o resto da divisão de 500 por 11:

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{50}0 & 11 \\ \cline{2-2} 60 & 45 \\ \text{⑤} & \end{array}$$

Como o resto é 5, vamos fazer:

$$500 - r = 500 - 5 = 495$$

Logo, o maior número divisível por 11 e menor que 500 é 495.

Propor os exercícios do **Atividades-G22**

FIXAÇÃO

1 Verifique se:

a) 109 é divisível por 3 não

b) 119 é divisível por 9 não

c) 202 é divisível por 11 não

d) 310 é divisível por 5 sim

2 Você pode afirmar que todos os números naturais são divisíveis por 1? sim

3 Todo número natural, diferente de zero, é sempre divisível por 1 e por ele mesmo. Essa afirmação é verdadeira ou falsa? verdadeira

4 Considerando os números naturais 37, 45, 54, 62, 72, 79, 81, 93 e 99, quais deles são divisíveis por 9?
45, 54, 72, 81 e 99

5 Verifique se o número 900 é divisível por:

a) 15 sim

b) 20 sim

c) 25 sim

d) 30 sim

e) 40 não

f) 60 sim

6 O professor perguntou a Gláucia se há algum número natural divisível por todos os outros números naturais. Gláucia respondeu: "Sim, o zero". A resposta de Gláucia está certa ou errada? certa

7 A idade de Sílvio é um número natural entre 40 e 50, e que é divisível por 6 e por 7 ao mesmo tempo. Qual é a idade de Sílvio? 42 anos

8 O número 518 é divisível por 37. Qual é o próximo número natural que é divisível por 37? 555

9 Qual é o menor número natural que se deve subtrair de 719 para se obter um número divisível por 23? 6

10 Uma livraria vendeu para uma escola 96 livros de Ciências e 144 livros de Matemática. Esses livros devem ser embalados em caixas, de tal forma que todas as caixas tenham a mesma quantidade de livros e sem que sobre nenhum fora das caixas. Se o encarregado de fazer as caixas colocar 30 livros em cada caixa, esse propósito será alcançado? Em caso afirmativo, quantas caixas serão formadas? sim; 8 caixas


Nelson Almeida/AE

11 Qual é o menor número natural que se deve adicionar a 706 para se obter um número divisível por 13? 9

12 O campeonato nacional de futebol deve ser disputado por 60 equipes. A entidade organizadora quer formar grupos que tenham o mesmo número de equipes, com no mínimo 10 e no máximo 15 equipes em cada grupo. Quais são as maneiras possíveis de formar esses grupos? 6 grupos de 10 equipes, 5 grupos de 12 equipes ou 4 grupos de 15 equipes

Daniel Augusto Jr./Pulsar

12

CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

Observe os seguintes exemplos:

1. Verificar se o número 69 534 é divisível por 9.

$$\begin{array}{r|l} 69534 & 9 \\ \cline{2-2} 65 & 7726 \\ 23 & \\ 54 & \\ 0 & \end{array}$$

Podemos dizer que o número 69 534 é divisível por 9.

2. Verificar se o número 106 517 é divisível por 4.

$$\begin{array}{r|l} 106517 & 4 \\ \cline{2-2} 26 & 26629 \\ 25 & \\ 11 & \\ 37 & \\ 1 & \end{array}$$

Podemos dizer que o número 106 517 não é divisível por 4.

Você deve ter notado, observando os exemplos dados, que verificar a divisibilidade de um número natural por outro número natural, pela divisão, é trabalhoso e demorado.

Entretanto, para alguns números, existem regras práticas que nos permitem verificar, rapidamente e sem efetuar a divisão, se um número natural é ou não é divisível por outro número natural.

Essas regras são denominadas critérios de divisibilidade.

Vejamos alguns desses critérios.

Divisibilidade por 2

Observe o seguinte quadro:

Dividendo	Divisor	Quociente	Resto
10	2	5	0
11	2	5	1
12	2	6	0
13	2	6	1
14	2	7	0
15	2	7	1
16	2	8	0
17	2	8	1
18	2	9	0
19	2	9	1

De acordo com o quadro, são divisíveis por 2 os números: 10, 12, 14, 16, 18.

> Um número é divisível por 2 quando terminar em
> 0 ou 2 ou 4 ou 6 ou 8, isto é, quando for par.

Exemplos: 1. 7 206 é divisível por 2, pois termina em 6.

2. 5 483 não é divisível por 2.

Divisibilidade por 3

Observe a divisão:

$$\begin{array}{r|l} 62124 & 3 \\ \cline{2-2} 021 & 20708 \\ 024 & \\ 0 & \end{array}$$

Vamos, agora, determinar a soma dos valores absolutos dos algarismos do número 62 124 e, a seguir, dividir essa soma por 3.

$$6 + 2 + 1 + 2 + 4 = 15$$

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ \cline{2-2} 0 & 5 \end{array}$$

Você pode observar que os restos das duas divisões são iguais.

Como esse fato sempre ocorre quando a divisão de um número natural por 3 for exata, podemos escrever:

> Um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos é um número divisível por 3.

Exemplos:

1. 7 092 é divisível por 3, pois 7 + 0 + 9 + 2 = 18 e 18 é divisível por 3.
2. 6 413 não é divisível por 3, pois 6 + 4 + 1 + 3 = 14 e 14 não é divisível por 3.

Divisibilidade por 6

Consideremos o número natural 3 624.

- ✓ Esse número é divisível por 2, pois termina em 4.
- ✓ Esse número é divisível por 3, pois 3 + 6 + 2 + 4 = 15 e 15 é divisível por 3.

Observe, agora, a divisão:

$$\begin{array}{r|l} 3624 & 6 \\ \cline{2-2} 024 & 604 \\ 0 & \end{array}$$

A divisão é exata: o número 3 624 é divisível por 6.

Como esse fato sempre se repete (e você pode comprovar), dizemos que:

> Um número é divisível por 6 quando for divisível por 2 e por 3, ao mesmo tempo.

Exemplos:

1. O número 1 632 é divisível por 6, pois é divisível por 2 e por 3.
2. 4 430 não é divisível por 6, pois, embora seja divisível por 2, não é divisível por 3.

Propor os exercícios do **Atividades-G23**

FIXAÇÃO

1 Identifique entre os números 1 102, 2 202, 6 003, 3 024, 1 128, 4 044 e 5 031, aqueles que são divisíveis por:

a) 2 1 102, 2 202, 3 024, 1 128, 4 044   b) 3 2 202, 3 024, 6 003, 1 128, 4 044, 5 031

2 Entre os números dados no exercício anterior, quais são divisíveis por 6? 2 202, 3 024, 1 128, 4 044

3 Identifique entre os números 1 001, 1 002, 1 003, 1 004, 1 005, 1 006, 1 007 e 1 008, aqueles que são divisíveis por:

a) 2 1 002, 1 004, 1 006, 1 008   b) 3 1 002, 1 005, 1 008   c) 6 1 002, 1 008

4 Existem seis números de três algarismos que podem ser escritos com os algarismos 2, 5 e 9, sem repeti-los.

a) Escreva esses números. 259, 295, 529, 592, 925, 952

b) Quais deles são divisíveis por 2? 592 e 952

c) Quais deles são divisíveis por 3? nenhum deles

5 Observe o número | 2 | 2 | 2 | n | 2 | e responda:

a) Esse número é divisível por 2, qualquer que seja o algarismo colocado no lugar de *n*? sim

b) Qual é o algarismo que deve ser colocado no lugar de *n* para que o número seja divisível por 3? 1, 4 ou 7

6 Escreva o menor número formado por três algarismos que seja:

a) divisível por 2 100

b) divisível por 3 102

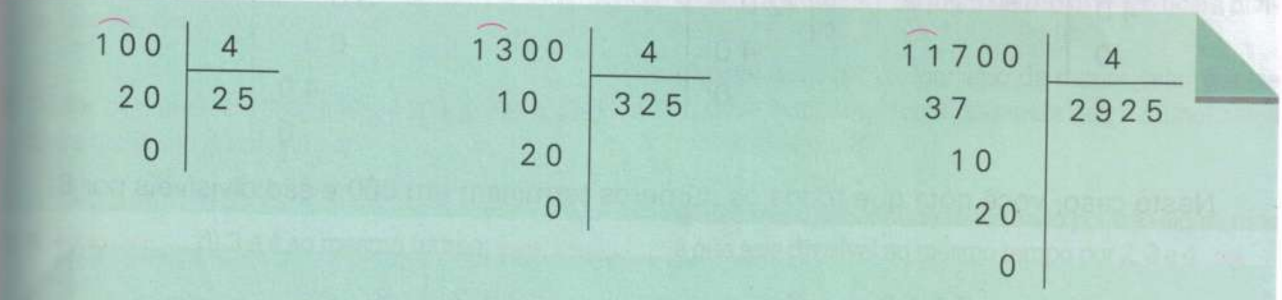
c) divisível por 6 102

7 Encontre o menor número formado por três algarismos diferentes, cujo algarismo das centenas é 5 e que é divisível por:

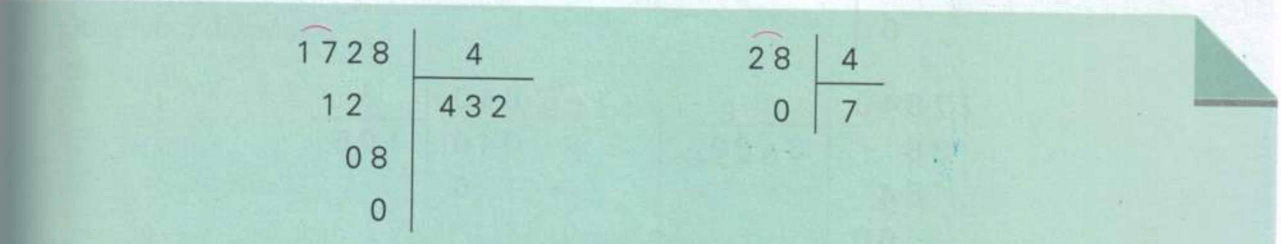
a) 2 502   b) 3 501   c) 6 504

Divisibilidade por 4

Observe as divisões, em cada cartão:



Você nota que, nesse caso, todos os números terminam em 00 e são divisíveis por 4.



Neste caso, os restos das duas divisões são iguais.

$$\begin{array}{r|l} 5132 & 4 \\ \cline{2-2} 11 & 1283 \\ 33 & \\ 12 & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \overset{\frown}{32} & 4 \\ \cline{2-2} 0 & 8 \end{array}$$

Você nota que os restos das duas divisões são iguais.

Como esse fato se repete sempre que a divisão de um número natural por 4 for exata, podemos escrever:

Um número natural é divisível por 4 quando termina em 00 ou quando o número formado pelos dois últimos algarismos da direita é divisível por 4.

Exemplos:

1. 500 é divisível por 4 (termina em 00).
2. 11 000 é divisível por 4 (termina em 00).
3. 1 380 é divisível por 4 (80 é divisível por 4).
4. 4 526 não é divisível por 4 (26 não é divisível por 4).

Divisibilidade por 8

Observe as divisões, em cada cartão:

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{10}00 & 8 \\ \cline{2-2} 20 & 125 \\ 40 & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \overset{\frown}{13}000 & 8 \\ \cline{2-2} 50 & 1625 \\ 20 & \\ 40 & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \overset{\frown}{11}5000 & 8 \\ \cline{2-2} 35 & 14375 \\ 30 & \\ 60 & \\ 40 & \\ 0 & \end{array}$$

Neste caso, você nota que todos os números terminam em 000 e são divisíveis por 8.

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{31}12 & 8 \\ \cline{2-2} 71 & 389 \\ 72 & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \overset{\frown}{11}2 & 8 \\ \cline{2-2} 32 & 14 \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{27}840 & 8 \\ \cline{2-2} 38 & 3480 \\ 64 & \\ 00 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 840 & 8 \\ \cline{2-2} 040 & 105 \\ 0 & \end{array}$$

Você nota que os restos das quatro divisões são iguais.

Como esse fato se repete sempre que a divisão de um número natural por 8 for exata, podemos escrever:

> Um número natural é divisível por 8 quando termina em 000 ou quando o número formado pelos três últimos algarismos da direita é divisível por 8.

Exemplos:

1. 3 000 é divisível por 8 (termina em 000).
2. 111 000 é divisível por 8 (termina em 000).
3. 7 520 é divisível por 8 (520 é divisível por 8).
4. 34 118 não é divisível por 8 (118 não é divisível por 8).

Propor os exercícios do **Atividades-G24**

FIXAÇÃO

1 Identifique entre os números 432, 516, 825, 1 100, 4 008, 100 700 os que são divisíveis por:

a) 2 432, 516, 1 100, 4 008, 100 700 b) 3 432, 516, 825, 4 008 c) 4 432, 516, 1 100, 4 008, 100 700 d) 8 432, 4 008

2 Usando apenas os algarismos 3 e 0, escreva oito números de quatro algarismos e entre eles identifique: 3 000, 3 003, 3 030, 3 300, 3 303, 3 330, 3 033, 3 333.

a) os que são divisíveis por 4 3 000 e 3 300

b) os que são divisíveis por 8 3 000

3 Dados os números 4 008, 4 108, 4 208, 4 308, 4 408, escreva quais são divisíveis por:

a) 3 4 008, 4 308

b) 4 4 008, 4 108, 4 208, 4 308, 4 408

c) 8 4 008, 4 208, 4 408

d) 3 e 4 ao mesmo tempo 4 008, 4 308

4 O número 15 568 é divisível, ao mesmo tempo, por 4 e por 8. Essa afirmação é verdadeira ou falsa? verdadeira

5 Observe o número | 4 | 0 | 3 | 0 | 2 | n | e responda:

a) Se colocarmos 0 no lugar de *n*, o número ficará divisível por 3? sim

b) Se colocarmos 0 no lugar de *n*, o número ficará divisível por 4? sim

c) Se colocarmos 0 no lugar de *n*, o número ficará divisível por 8? não

d) Qual deve ser o algarismo de menor valor que se deve colocar no lugar de *n* para que o número seja divisível por 8? 4

6 Escreva o maior número formado por três algarismos e que seja divisível ao mesmo tempo por 2, 3 e 4. 996

Divisibilidade por 9

Observe a divisão:

```
28314 | 9
 13     3146
  41
   54
    0
```

Vamos, agora, determinar a soma dos valores absolutos dos algarismos do número 28 314 e, a seguir, efetuar a divisão dessa soma por 9.

$$2 + 8 + 3 + 1 + 4 = 18$$

$$\begin{array}{r|l} 18 & 9 \\ \cline{2-2} 0 & 2 \end{array}$$

Como você pode notar, as duas divisões são exatas.

Como esse fato sempre se repete, podemos dizer:

Um número natural é divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos é um número divisível por 9.

Exemplos:

1. 6 408 é divisível por 9, pois 6 + 4 + 0 + 8 = 18 e 18 é divisível por 9.
2. 27 319 não é divisível por 9, pois 2 + 7 + 3 + 1 + 9 = 22 e 22 não é divisível por 9.

Divisibilidade por 5

Considerando os números naturais que são divisíveis por 5, podemos escrever:

0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, ...

Observando esses números, podemos dizer:

Um número natural é divisível por 5 quando termina em 0 ou 5.

Exemplos:

1. 42 020 é divisível por 5, pois termina em 0.
2. 6 045 é divisível por 5, pois termina em 5.
3. 21 237 não é divisível por 5.

Divisibilidade por 10

Considerando os números naturais que são divisíveis por 10, encontramos:

0, 10, 20, 30, 40, 50, ...

Observando esses números, podemos dizer:

Um número natural é divisível por 10 quando termina em 0.

Exemplos:

- 8 360 é divisível por 10.
- 11 500 é divisível por 10.
- 4 203 não é divisível por 10.

Propor os exercícios do **Atividades-G25**

FIXAÇÃO

1 Dados os números 3 465, 5 648, 6 120 e 8 976, diga quais deles são divisíveis por:

a) 5 3 465, 6 120

b) 2 5 648, 6 120, 8 976

c) 9 3 465, 6 120

d) 10 6 120

2 Trocando a posição de apenas dois algarismos do número 2 076, o número obtido é divisível, ao mesmo tempo, por 5 e por 10. Escreva esse número. 2 670

3 Observe o número | 5 | n | 1 | e responda:

a) Se você colocar 0 no lugar de *n*, o número será divisível por 9? não

b) Qual é o menor algarismo que você deve colocar no lugar de *n* para que esse número fique divisível por 9? 3

4 Considere os números 5 000, 5 500, 6 000, 6 500, 7 000, 7 500, 8 000, 8 500 e 9 000. Escreva quais deles são divisíveis:

a) por 2 e por 3 ao mesmo tempo 6 000, 7 500, 9 000

b) por 3 e por 5 ao mesmo tempo 6 000, 7 500, 9 000

c) por 6 e por 8 ao mesmo tempo 6 000, 9 000

d) por 8 e por 9 ao mesmo tempo 9 000

e) por 9 e por 10 ao mesmo tempo 9 000

5 Seja um número natural composto de 9 algarismos, dos quais o algarismo das unidades é *n* e todos os demais são iguais a 2. Qual deve ser o algarismo de menor valor que se deve colocar no lugar de *n*, para que o número seja divisível por 9? 2

13

FATORES OU DIVISORES NATURAIS DE UM NÚMERO

Podemos facilmente determinar os fatores de um número natural.

Quando, por exemplo, escrevemos 9 × 20 = 180, dizemos que 9 e 20 são fatores de 180.

Vamos estudar mais exemplos.

1. Quais são os fatores do número 30?

Observe:

$1 \times 30 = 30$ $2 \times 15 = 30$ $3 \times 10 = 30$ $5 \times 6 = 30$

Logo, os fatores de 30 são 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 e 30.

Em Matemática, fatores e divisores de um número têm o mesmo significado. Assim, podemos determinar os divisores naturais de um número por meio de multiplicações.

2. Quais são os divisores naturais do número 24?

Vamos fazer:

$1 \times 24 = 24$ $2 \times 12 = 24$ $3 \times 8 = 24$ $4 \times 6 = 24$

Com isso, podemos escrever o conjunto dos divisores de 24:

$$D(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

Pelos exemplos, observamos que qualquer número natural, com exceção do 0, tem por divisores o número 1 e ele próprio.

Propor os exercícios do **Atividades-G26**

FIXAÇÃO

1 Escreva o conjunto dos divisores naturais de:

a) 9 {1, 3, 9}
c) 21 {1, 3, 7, 21}
b) 13 {1, 13}
d) 32 {1, 2, 4, 8, 16, 32}

2 Dentre os elementos do conjunto A = {2, 3, 5, 6, 8, 9, 10}, identifique os que são divisores de:

a) 14 2
d) 45 3, 5, 9
b) 18 2, 3, 6, 9
e) 54 2, 3, 6, 9
c) 25 5
f) 70 2, 5, 10

3 Verifique se o número 6 é um divisor de:

a) 26 não b) 48 sim c) 72 sim d) 86 não

4 Qual é a soma dos divisores naturais de 42? 96

5 O número 44 tem seis divisores naturais. Quais são esses divisores? 1, 2, 4, 11, 22, 44

6 Quais são os divisores de 15 que também são divisores de 25? 1 e 5

7 Verifique se o número 45 é divisor de 2 250. sim

8 Determine:

a) os divisores de 14 que não são divisores de 35 2, 14
b) os divisores de 35 que não são divisores de 14 5, 35
c) os divisores de 14 que são, também, divisores de 35. 1, 7

9 A idade de Paulo corresponde ao maior divisor par de 60, sem ser 60. Qual é a idade de Paulo? 30 anos

10 São dados:

A, conjunto dos divisores naturais de 18

B, conjunto dos divisores naturais de 27

C, conjunto dos divisores naturais de 36

Escreva esses conjuntos e responda: A = {1, 2, 3, 6, 9, 18} B = {1, 3, 9, 27} C = {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}

a) Quais os divisores comuns de 18 e 27? 1, 3, 9
b) Qual é o maior desses divisores? 9
c) Quais os divisores comuns de 18 e 36? 1, 2, 3, 6, 9, 18
d) Qual é o maior desses divisores? 18
e) Quais os divisores comuns de 27 e 36? 1, 3, 9
f) Qual é o maior desses divisores? 9

11 O número 13 é divisor de:

a) 26? sim
c) 91? sim
b) 43? não
d) 113? não

12 Sabe-se que 8 é divisor de 72 e de 208. Mostre que 8 é também divisor:

a) da soma desses números
b) da diferença entre esses números

14

NÚMEROS PRIMOS

Observe o quadro seguinte:

Número	Divisores	Número	Divisores
0	1, 2, 3, 4, ...	10	1, 2, 5, 10
1	1	11	1, 11
2	1, 2	12	1, 2, 3, 4, 6, 12
3	1, 3	13	1, 13
4	1, 2, 4	14	1, 2, 7, 14
5	1, 5	15	1, 3, 5, 15
6	1, 2, 3, 6	16	1, 2, 4, 8, 16
7	1, 7	17	1, 17
8	1, 2, 4, 8	18	1, 2, 3, 6, 9, 18
9	1, 3, 9	19	1, 19

Note que:

- ✓ Todo número natural diferente de zero é divisível por 1 e por ele mesmo.
- ✓ Existem números que são divisíveis apenas por 1 e por eles mesmos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.
- ✓ Existem números que, além do 1 e deles mesmos, possuem outros divisores: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18.
- ✓ O zero tem infinitos divisores.
- ✓ O número 1 tem apenas um divisor: 1.

Das observações, surge a seguinte definição:

> Um número que possui apenas dois divisores naturais distintos (o número 1 e ele mesmo) é denominado número primo.

Assim, pela definição, os números 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 são números primos e a sua sucessão é infinita, ou seja, existem infinitos números primos.

Os números naturais que possuem mais de dois divisores distintos são chamados números compostos. Assim, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16 e 18 são números compostos.

Convém destacar que o número 1 não é número primo nem número composto.

Como reconhecer se um número é primo?

Considerando que o único número natural par que é primo é o 2 e que os próximos primos da seqüência de números naturais são facilmente memorizados (3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 etc.), podemos nos valer de uma regra que nos permitirá dizer se um número natural dado é ou não um número primo.

Veja:

- ✓ Dividimos o número pelos números primos menores que ele até obter um quociente menor ou igual ao divisor.
- ✓ Se nenhuma das divisões for exata, o número é primo.

Exemplos:

1. Vamos verificar se o número 173 é primo.

Aplicando os critérios de divisibilidade, notamos que 173 não é divisível por 2 nem por 3 e nem por 5.
Prosseguindo as divisões, temos:

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{17}3 & 7 \\ \cline{2-2} 33 & 24 \\ 5 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \overset{\frown}{17}3 & 11 \\ \cline{2-2} 63 & 15 \\ 8 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \overset{\frown}{17}3 & 13 \\ \cline{2-2} 43 & 13 \\ 4 & \end{array} \rightarrow \text{quociente é igual ao divisor}$$

Logo, o número 173 é primo.

2. Vamos verificar se o número 401 é primo.

Aplicando os critérios de divisibilidade, vemos que 401 não é divisível por 2 nem por 3 e nem por 5.
Prosseguindo as divisões, temos:

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{40}1 & 7 \\ \cline{2-2} 51 & 57 \\ 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \overset{\frown}{40}1 & 11 \\ \cline{2-2} 71 & 36 \\ 5 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \overset{\frown}{40}1 & 13 \\ \cline{2-2} 11 & 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{40}1 & 17 \\ \cline{2-2} 61 & 23 \\ 10 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \overset{\frown}{40}1 & 19 \\ \cline{2-2} 21 & 21 \\ 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \overset{\frown}{40}1 & 23 \\ \cline{2-2} 171 & 17 \\ 10 & \end{array} \rightarrow \text{quociente é menor que o divisor}$$

Logo, o número 401 é primo.

3. Vamos verificar se o número 493 é primo.

Aplicando os critérios de divisibilidade, vemos que 493 não é divisível por 2, nem por 3 e nem por 5.
Prosseguindo as divisões, temos:

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{49}3 & 7 \\ \cline{2-2} 03 & 70 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \overset{\frown}{49}3 & 11 \\ \cline{2-2} 53 & 44 \\ 9 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{49}3 & 13 \\ \cline{2-2} 103 & 37 \\ 12 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \overset{\frown}{49}3 & 17 \\ \cline{2-2} 153 & 29 \\ 00 & \end{array}$$

Logo, o número 493 não é primo, pois é divisível por 17, além de ser divisível por 1 e por 493.

Propor os exercícios do **Atividades-G27**

FIXAÇÃO

Quais são os divisores do número 49? 1, 7, 49

Pela definição, o número 49 é primo? não

Observando a tabela seguinte, responda:

Número	Divisores
30	1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
31	1, 31
32	1, 2, 4, 8, 16, 32
33	1, 3, 11, 33
34	1, 2, 17, 34
35	1, 5, 7, 35
36	1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36
37	1, 37
38	1, 2, 19, 38
39	1, 3, 13, 39

Quais os números naturais primos compreendidos entre 30 e 40? 31, 37

Quais são os divisores primos do número 39? 3, 13

c) Quais são os divisores primos do número 30? 2, 3, 5

d) Quantos divisores primos tem o número 31? um

e) Quantos divisores primos tem o número 36? dois

4 Dados os números 47, 51, 69, 83, 91 e 97, verifique quais desses números são primos. 47, 83, 97

5 O número 45 tem 6 divisores.

a) Quais são esses divisores? 1, 3, 5, 9, 15, 45

b) Quantos e quais são primos? São dois: 3 e 5.

6 Considere o número natural expresso por $2^6 - 1$. Esse número é primo? 63 não é número primo.

7 O número natural *n* é expresso por $4^2 + 5^2$. O número *n* é primo? 41 é número primo.

8 Quais dos seguintes números são primos?

a) 131 é primo

b) 253 não é primo

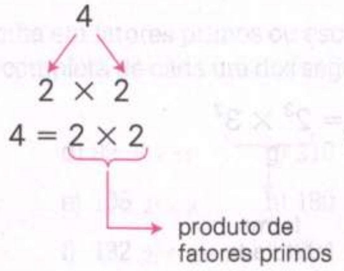
c) 211 é primo

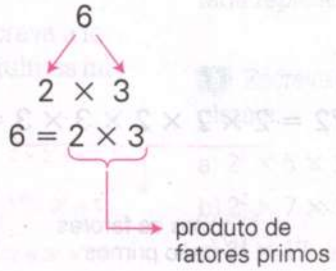
d) 391 não é primo

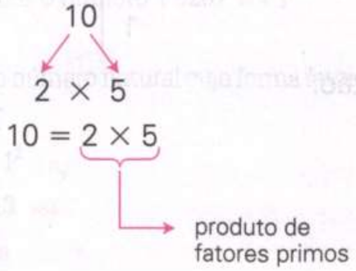
15

DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS

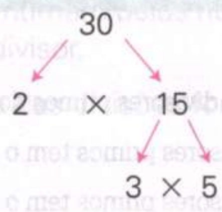
Observe os seguintes números naturais compostos que estão escritos na forma de uma multiplicação de dois fatores:

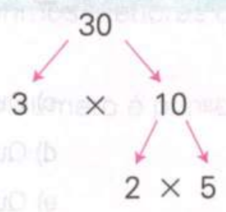


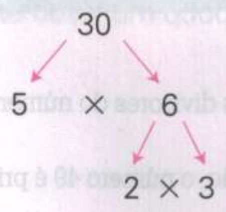




Observe agora o número natural 30:







De qualquer forma que fizermos a transformação em uma multiplicação, vemos que:

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

Podemos, então, dizer:

Todo número natural não primo, maior que 1, pode ser escrito na forma de uma multiplicação em que todos os fatores são números primos.

Veja:

4 = 2 × 2 (forma fatorada do número 4)
6 = 2 × 3 (forma fatorada do número 6)
10 = 2 × 5 (forma fatorada do número 10)
30 = 2 × 3 × 5 (forma fatorada do número 30)

Para chegar à forma fatorada de um número natural, fazemos uma operação denominada decomposição em fatores primos, que consiste em:

- ✓ dividir inicialmente o número dado pelo seu menor divisor primo
- ✓ dividir o quociente obtido pelo seu menor divisor primo
- ✓ repetir esse procedimento até obter o quociente 1

Exemplos:

1. Decompor em fatores primos ou escrever a forma fatorada do número natural 72.

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \xrightarrow{\quad} 72 : 2 = 36, \text{ pois 2 é o menor divisor primo de 72} \\ 36 & 2 \xrightarrow{\quad} 36 : 2 = 18, \text{ pois 2 é o menor divisor primo de 36} \\ 18 & 2 \xrightarrow{\quad} 18 : 2 = 9, \text{ pois 2 é o menor divisor primo de 18} \\ 9 & 3 \xrightarrow{\quad} 9 : 3 = 3, \text{ pois 3 é o menor divisor primo de 9} \\ 3 & 3 \xrightarrow{\quad} 3 : 3 = 1, \text{ pois 3 é o menor divisor primo de 3} \\ 1 & \end{array}$$

Então:

$$72 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}_{\text{todos os fatores são primos}} = \underbrace{2^3 \times 3^2}_{\text{forma fatorada}}$$

2 Decompor em fatores primos o número 495.

495	3	⟶	495 : 3 = 165, pois 3 é o menor divisor primo de 495
165	3	⟶	165 : 3 = 55, pois 3 é o menor divisor primo de 165
55	5	⟶	55 : 5 = 11, pois 5 é o menor divisor primo de 55
11	11	⟶	11 : 11 = 1, pois 11 é o menor divisor primo de 11
1			

$$495 = \underbrace{3 \times 3 \times 5 \times 11}_{\text{todos os fatores são primos}} = \underbrace{3^2 \times 5 \times 11}_{\text{forma fatorada}}$$

Propor os exercícios do **Atividades-G28**

FIXAÇÃO

1 Escreva na forma de uma multiplicação de dois fatores primos os seguintes números naturais:

a) 51 3×17 b) 65 5×13 c) 77 7×11

2 Escreva a forma fatorada completa do número 56.
56 = $2 \times 2 \times 2 \times 7$ ou $2^3 \times 7$

3 O professor perguntou a Paulinho se a multiplicação $3 \times 4 \times 11$ representava a fatoração completa de um número natural. Paulinho disse que sim. Sua resposta está correta? não

4 Os seguintes números naturais estão representados na forma de multiplicação. Identifique aqueles em que a multiplicação indica a fatoração completa do número.

a) $2^5 \times 9$ c) $2^4 \times 3^2 \times 11$ x
b) $3^2 \times 5 \times 17$ x d) $7^2 \times 11$ x

5 Decomponha em fatores primos ou escreva a forma fatorada completa de cada um dos seguintes números:

a) 48 $2^4 \times 3$ d) 99 $3^2 \times 11$ g) 210 $2 \times 3 \times 5 \times 7$
b) 50 2×5^2 e) 108 $2^2 \times 3^3$ h) 180 $2^2 \times 3^2 \times 5$
c) 80 $2^4 \times 5$ f) 132 $2^2 \times 3 \times 11$ i) 234 $2 \times 3^2 \times 13$

6 Considere o número natural 60. A seguir, responda:

a) Qual é a forma fatorada completa de 60? $2^2 \times 3 \times 5$

b) Quais são os divisores naturais de 60?
1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

7 Qual é a forma fatorada completa do número natural 1 000? $2^3 \times 5^3$

8 Quando você decompõe 240 em fatores primos, obtém $2^x \times 3 \times 5$. Quanto vale x? 4

9 Ao decompor o número natural 3 500 em fatores primos, você obtém $2^m \times 5^n \times 7^p$. Determine, então:

a) os valores dos expoentes m, n, p $m = 2, n = 3, p = 1$

b) o valor da expressão $m + n + p$ 6

10 Quando você decompõe o número 1 620 em fatores primos, você obtém $2^2 \times n \times 5$. Qual é o fator que você deve colocar no lugar de n para que a forma fatorada represente o número 1 620? $n = 3^4$

11 Escreva o número natural cuja forma fatorada completa é:

a) $2^2 \times 5 \times 11^2$ 2 420

b) $2^2 \times 7 \times 13$ 364

c) $3^3 \times 17$ 459

16

MÁXIMO DIVISOR COMUM (M.D.C.)

Vamos considerar as seguintes situações:

1ª Dados os números naturais 40 e 60, responda:

a) Quais são os divisores comuns de 40 e 60?

Vamos determinar os divisores de 40 e os divisores de 60:

D (40) = {1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40}

D (60) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60}

Observando os conjuntos que escrevemos, podemos dizer que os divisores comuns de 40 e 60 são: 1, 2, 4, 5, 10 e 20.

b) Entre os divisores comuns que você obteve, qual o maior?

O maior desses divisores é 20.

Então, o número 20 é o *máximo divisor comum* de 40 e 60. Indicamos: m.d.c. (40, 60) = 20.

2ª Determinar o maior número natural que é divisor, ao mesmo tempo, de 12, 20 e 28.

Para resolver esse problema, devemos calcular:

D (12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12}

D (20) = {1, 2, 4, 5, 10, 20}

D (28) = {1, 2, 4, 7, 14, 28}

De acordo com esses conjuntos, podemos afirmar que os divisores comuns de 12, 20 e 28 são: 1, 2 e 4. Logo, o maior desses divisores é 4. Então, o número 4 é o máximo divisor comum de 12, 20 e 28. Indicamos: m.d.c. (12, 20, 28) = 4.

As duas situações apresentadas nos levam a dizer:

> Dados dois ou mais números naturais, não simultaneamente nulos, denomina-se *máximo divisor comum* desses números o maior dos seus divisores comuns.

Propor os exercícios do **Atividades-G29**

Determinação do m.d.c. de dois ou mais números naturais usando a decomposição em fatores primos

A determinação do m.d.c. de dois ou mais números naturais usando conjuntos é muito trabalhosa e demorada. Por esse motivo, vamos estudar um processo mais simples e rápido para determinar o m.d.c.

Acompanhe os exemplos:

1. Dados os números naturais 40 e 60, qual é o maior divisor comum entre eles?

Inicialmente, vamos decompor os números dados em fatores primos.

40	2
20	2
10	2
5	5
1	

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$40 = 2^3 \times 5$

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$

Consideremos agora os fatores que são comuns aos dois números, cada um deles com o seu menor expoente: 2^2 e 5.

O produto desses fatores será o m.d.c. procurado:

$$\text{m.d.c.}\ (40, 60) = 2^2 \times 5 = 4 \times 5 = 20$$

2. Determinar o maior número natural que é divisor, ao mesmo tempo, dos números 12, 20 e 28.

O maior divisor, ao mesmo tempo, de 12, 20 e 28 é o m.d.c. (12, 20, 28):

12	2
6	2
3	3
1	

20	2
10	2
5	5
1	

28	2
14	2
7	7
1	

$12 = 2^2 \times 3$

$20 = 2^2 \times 5$

$28 = 2^2 \times 7$

m.d.c. (12, 20, 28) $= 2^2 = 4$

Podemos aplicar o m.d.c. de dois ou mais números naturais para resolver problemas.

3. Num colégio, a 5ª série tem 48 alunos e a 6ª série, 42 alunos. O professor de Educação Física quer organizar uma demonstração de ginástica com todos os alunos dessas duas séries, mas ele está com um problema.

Ele quer formar grupos com o mesmo número de alunos e colocar o maior número possível de alunos em cada grupo, mas não pode misturar os alunos de uma série com outra.

Quantos alunos, então, devem ser colocados em cada grupo?

Quantos grupos ele vai formar com os alunos da 5ª série? E com os alunos da 6ª série?

Para saber quantos alunos colocar em cada grupo, o professor deve procurar o número que é o maior divisor comum de 48 e 42.

Nesse caso, ele deve determinar o m.d.c. (48, 42):

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

42	2
21	3
7	7
1	

$$\left.\begin{array}{l} 48 = 2^4 \times 3 \\ 42 = 2 \times 3 \times 7 \end{array}\right\} \quad \text{m.d.c.}\ (48, 42) = \underbrace{2 \times 3}_{\substack{\text{fatores primos comuns,} \\ \text{cada um com seu} \\ \text{menor expoente}}} = 6$$

Logo, podemos dizer que o professor deve colocar 6 alunos em cada grupo. Serão formados 8 grupos com os alunos de 5ª série e 7 grupos com os alunos de 6ª série.

Propriedade

Vamos determinar o m.d.c. dos números 12, 24 e 48, observando que 12 é divisor de 24 e de 48.

$$\begin{array}{r|l}12 & 2\\ 6 & 2\\ 3 & 3\\ 1 & \end{array}\qquad\qquad \begin{array}{r|l}24 & 2\\ 12 & 2\\ 6 & 2\\ 3 & 3\\ 1 & \end{array}\qquad\qquad \begin{array}{r|l}48 & 2\\ 24 & 2\\ 12 & 2\\ 6 & 2\\ 3 & 3\\ 1 & \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r}12 = 2^2 \times 3\\ 24 = 2^3 \times 3\\ 48 = 2^4 \times 3\end{array}\right\}\ \text{m.d.c. } (12, 24, 48) = \underbrace{2^2 \times 3}_{\text{fatores primos comuns, cada um com seu menor expoente}} = 4 \times 3 = 12$$

> Dados dois ou mais números naturais, se um deles é divisor comum dos outros, então esse número será o m.d.c. dos números dados.

Propor os exercícios do **Atividades-G30**

FIXAÇÃO

1 Os números 54 e 72 possuem divisores comuns. Qual é o maior deles? 18

2 Aplicando a técnica da decomposição em fatores primos, determine o m.d.c. dos números naturais:

a) 50 e 75 25
b) 112 e 70 14
c) 150 e 250 50
d) 90 e 225 45
e) 56, 84 e 210 14
f) 504 e 588 84
g) 39, 65 e 91 13
h) 144, 216 e 288 72

3 Qual é o maior divisor comum de 192 e 288? 96

4 Sabe-se que os números naturais *a*, *b*, *c* são tais que $a = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 11$ e $c = 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$. Nessas condições, determine:

a) m.d.c. (a, b) 180
b) m.d.c. (a, c) 2 520
c) m.d.c. (b, c) 900

5 O m.d.c. dos números *m* e *n* é $2^3 \times 3 \times 5^3$. Escreva o fator que falta em cada uma das decomposições dos números: em *m*: 3; em *n*: 2^3

$m = 2^4 \times ■ \times 5^3 \times 7$ e $n = ■ \times 3^2 \times 5^3 \times 11$

6 Qual é o maior número que é divisor comum de 144, 240 e 336? 48

7 Sem fazer cálculos, determine:

a) m.d.c. (72, 24) 24
b) m.d.c. (66, 88, 22) 22

8 Duas tábuas devem ser cortadas em pedaços de mesmo comprimento, sendo esse comprimento o maior possível. Se uma tábua tem 90 centímetros e a outra tem 126 centímetros, qual deve ser o comprimento de cada pedaço se toda a madeira deve ser aproveitada? 18 centímetros

9 O m.d.c. dos números *a* e *b* é igual a 15. Qual será o m.d.c. dos números 4 × a e 4 × b? 4 × 15 = 60

10 Se você dividir dois números naturais por 7, o m.d.c. entre esses números passa a ser 5. Determine os dois números, sabendo que um é o dobro do outro. 35 e 70

17

QUANDO UM NÚMERO É MÚLTIPLO DE OUTRO

A palavra múltiplo está ligada à operação de multiplicação.

Assim, quando queremos determinar os múltiplos de um número natural, como por exemplo o 4, devemos multiplicar o 4 pela sucessão de números naturais:

$4 \times 0 = 0$
$4 \times 1 = 4$
$4 \times 2 = 8$
$4 \times 3 = 12$
$4 \times 4 = 16$
$4 \times 5 = 20$
$4 \times 6 = 24$
$4 \times 7 = 28$
$4 \times 8 = 32$
$4 \times 9 = 36$ ...

Podemos, então, escrever o conjunto dos múltiplos naturais de 4:

$$M\ (4) = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, \ldots\}$$

Observe as divisões nos cartões:

$$\begin{array}{r|l} 42 & 7 \\ \cline{2-2} 0 & 6 \end{array}$$

$7 \times 6 = 42$

$$\begin{array}{r|l} 100 & 5 \\ \cline{2-2} 00 & 20 \end{array}$$

$5 \times 20 = 100$

$$\begin{array}{r|l} 51 & 3 \\ \cline{2-2} 21 & 17 \\ 0 & \end{array}$$

$3 \times 17 = 51$

Então, podemos dizer:

✓ 42 é divisível por 7
✓ 51 é divisível por 3
✓ 100 é divisível por 5

Pela relação fundamental da divisão, podemos afirmar que:

✓ 42 é múltiplo de 7
✓ 51 é múltiplo de 3
✓ 100 é múltiplo de 5

Considerando as duas observações, temos:

Um número natural *a* é múltiplo de um número natural *b*,
diferente de zero, quando *a* for divisível por *b* ou *b* for divisor de *a*.

Exemplos:

1. O número 135 é múltiplo de 5, pois 135 é divisível por 5, conforme você pode verificar na divisão.

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{13}5 & 5 \\ \cline{2-2} 35 & 27 \\ 0 & \end{array}$$

2. O número 163 não é múltiplo de 5, pois 163 não é divisível por 5, conforme você pode verificar na divisão.

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{16}3 & 5 \\ \cline{2-2} 13 & 32 \\ 3 & \end{array}$$

Então:

Ser *múltiplo de* é o mesmo que ser *divisível por*.

Propor os exercícios do **Atividades-G31**

FIXAÇÃO

1 Verifique se 92 é múltiplo de:

a) 4 sim b) 6 não c) 8 não

2 O número 17 é múltiplo de apenas dois números. Quais são esses números? 1 e 17

3 O número 30 é múltiplo de 8 números. Quais são esses números? 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

4 Escreva os seis primeiros múltiplos de 15.
0, 15, 30, 45, 60, 75

5 Escreva os múltiplos de 18 formados por apenas dois algarismos. 18, 36, 54, 72, 90

6 Qual é o maior múltiplo de 13, menor que 500? 494

7 Qual é o menor múltiplo de 13, maior que 500? 507

8 Considere os números naturais de 500 a 1 000. Qual deles é o menor e qual deles é o maior múltiplo de 19?
513 (o menor) e 988 (o maior)

9 O número 71 é primo. Então, ele é múltiplo de quais números naturais? 1 e 71

10 Qual é o número natural, múltiplo de 5, que é primo? 5

11 Seja *A* o conjunto dos dez primeiros múltiplos de 15 e *B* o conjunto dos dez primeiros múltiplos de 20.

a) Escreva o conjunto *A*.

b) Escreva o conjunto *B*.

c) Qual é o menor múltiplo comum de 15 e 20, diferente de zero? 60

A = {0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 13

B = {0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160,

12 Escreva três números dos quais o número 30 é múltiplo. por exemplo: 2, 3, 5

13 Quantos múltiplos comuns de 3 e 5 há de 0 a 30? 3

14 Um ano é bissexto (fevereiro com 29 dias) quando o número que representa o ano é divisível por 4 ou, no caso dos anos terminados em 00, quando é divisível por 400.

Responda:

a) O ano do descobrimento do Brasil (1500) foi ano bissexto? Não, pois 1500 não é divisível por 400.

b) O ano da Proclamação da Independência (1822) foi ano bissexto? Não, pois 22 não é divisível por 4.

c) A década de 90 (começa em 1991 e termina em 2000) tem quantos anos bissextos? três (1992, 1996 e 2000)

d) No próximo século (século XXI, que começa em 2001), qual é o primeiro ano que será bissexto? 2004

18

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (M.M.C.)

Veja as seguintes situações:

1ª Consideremos os números naturais 30 e 40. Nessas condições:

a) Escreva pelo menos quatro menores múltiplos comuns de 30 e 40.

Para resolver esse problema, devemos inicialmente escrever os conjuntos:

M (30) = {0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300, 330, 360, 390, ...}

M (40) = {0, 40, 80, 120, 160, 200, 240, 280, 320, 360, 400, 440, ...}

Pelos conjuntos escritos, podemos dizer que os quatro menores múltiplos comuns de 30 e 40 são: 0, 120, 240 e 360.

b) Entre os números que você escreveu, qual é o menor, diferente de zero?

O menor desses múltiplos comuns, que é diferente de 0, é 120.

Pelas respostas dadas, podemos dizer que o número 120 é o mínimo múltiplo comum (m.m.c.) de 30 e 40.

Indicamos: m.m.c. (30, 40) = 120.

2ª Qual é o menor número natural, diferente de zero, que é múltiplo, ao mesmo tempo, de 6, 8 e 12?

Para resolver esse problema, escrevemos inicialmente os conjuntos:

M (6) = {0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, ...}

M (8) = {0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, ...}

M (12) = {0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, ...}

Observando esses conjuntos, podemos dizer que o menor número natural, diferente de zero, que é múltiplo ao mesmo tempo de 6, 8 e 12 é o número 24.

O número 24 é chamado mínimo múltiplo comum (m.m.c.) de 6, 8 e 12.

Indicamos: m.m.c. (6, 8, 12) = 24.

Podemos dizer que:

> Dados dois ou mais números naturais, não-nulos, denomina-se mínimo múltiplo comum (m.m.c.) desses números o menor dos múltiplos comuns dos números dados, que seja diferente de zero.

Propor os exercícios do **Atividades–G32**

Determinação do m.m.c. de dois ou mais números naturais

Usando a decomposição em fatores primos

A determinação do m.m.c. de dois ou mais números naturais usando conjuntos é muito trabalhosa e demorada. Por esse motivo, vamos estudar um processo mais simples e rápido para determinar o m.m.c.

Acompanhe o exemplo:

Dados os números naturais 30 e 40, qual é o menor múltiplo comum desses números?

Inicialmente, vamos decompor os números em fatores primos.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 30 = 2 \times 3 \times 5 \\ 40 = 2^3 \times 5 \end{array}$$

Consideremos agora todos os fatores, cada um deles com o seu maior expoente (pois o número procurado deve ser múltiplo dos dois números, ao mesmo tempo): 2^3, 3 e 5.

O produto desses fatores será o m.m.c. procurado:

$$\text{m.m.c. } (30, 40) = 2^3 \times 3 \times 5 = 8 \times 3 \times 5 = 120$$

Logo, o número procurado é 120.

Propor os exercícios do **Atividades–G33**

Usando a decomposição simultânea em fatores primos

Vejamos como proceder:

Fazemos a decomposição simultânea dos números dados em fatores primos:

$$\begin{array}{r|l} 30,\ 40 & 2 \\ 15,\ 20 & 2 \\ 15,\ 10 & 2 \\ 15,\ \ 5 & 3 \\ 5,\ \ 5 & 5 \\ 1,\ \ 1 & \end{array}$$

O produto de todos os fatores primos que aparecem nessa decomposição será o m.m.c. dos números dados:

$$\text{m.m.c. } (30, 40) = 2^3 \times 3 \times 5 = 8 \times 3 \times 5 = 120$$

Veja os exemplos:

1. Qual é o menor múltiplo comum dos números 6, 8 e 12?

Fazendo a decomposição simultânea dos três números dados, temos:

$$\begin{array}{r|l} 6, 8, 12 & 2 \\ 3, 4, \ \ 6 & 2 \\ 3, 2, \ \ 3 & 2 \\ 3, 1, \ \ 3 & 3 \\ 1, 1, \ \ 1 & \end{array} \qquad \text{m.m.c. } (6, 8, 12) = 2^3 \times 3 = 8 \times 3 = 24$$

Logo, o menor múltiplo comum de 6, 8 e 12 é o número 24.

2. Duas pessoas, fazendo exercícios diários, partem simultaneamente de um mesmo ponto e, andando, contornam uma pista oval que circunda um jardim. Uma dessas pessoas dá uma volta completa na pista em 12 minutos, enquanto a outra, andando mais devagar, leva 20 minutos para completar a volta. Depois de quantos minutos essas duas pessoas voltarão a se encontrar no ponto de partida?

Para resolver esse problema, devemos encontrar um número que representa o menor múltiplo comum dos números dados, ou seja, o m.m.c. (12, 20):

$$\begin{array}{r|l} 12, 20 & 2 \\ 6, 10 & 2 \\ 3, \ \ 5 & 3 \\ 1, \ \ 5 & 5 \\ 1, \ \ 1 & \end{array} \qquad \text{m.m.c. } (12, 20) = 2^2 \times 3 \times 5 = 4 \times 3 \times 5 = 12 \times 5 = 60$$

Logo, as duas pessoas voltarão a se encontrar, no ponto de partida, em 60 minutos.

Propriedades

◆ Quando o m.d.c. de dois ou mais números é igual a 1, o m.m.c. desses números é o produto deles. Exemplos:

o m.d.c. de 7 e 15 é igual a 1; então, m.m.c. (7, 15) = 7 × 15 = 105

o m.d.c. de 3, 7 e 10 é igual a 1; então, m.m.c. (3, 7, 10) = 3 × 7 × 10 = 210

◆◆ Dados dois ou mais números naturais, diferentes de zero, se um deles for múltiplo de todos os outros, ele será o m.m.c. dos números dados. Exemplos:

m.m.c. (2, 5, 10) = 10, pois 10 é múltiplo de 2 e de 5

m.m.c. (9, 12, 36) = 36, pois 36 é múltiplo de 9 e de 12

Propor os exercícios do **Atividades-G34**

FIXAÇÃO

1 Usando a decomposição em fatores primos, determine:

a) m.m.c. (14, 21, 30) 210

b) m.m.c. (90, 120) 360

c) m.m.c. (100, 150, 200) 600

2 Sabendo que $x = 2^2 \times 5$, $y = 3^2 \times 7$ e $z = 2 \times 3 \times 5$, determine:

a) m.m.c. (x, y) 1 260

b) m.m.c. (x, z) 60

c) m.m.c. (y, z) 630

3 Dois números naturais são expressos por $2^m \times 3^3 \times 5$ e $2^2 \times 3^n \times 5$. Sabendo que o m.m.c. desses dois números é $2^3 \times 3^4 \times 5$, dê os valores de *m* e de *n*.
$m = 3$, $n = 4$

4 Usando a decomposição simultânea em fatores primos, determine:

a) m.m.c. (30, 75) 150

b) m.m.c. (18, 60) 180

c) m.m.c. (66, 102) 1 122

d) m.m.c. (36, 54, 90) 540

e) m.m.c. (48, 20, 40, 36) 720

5 Quantos alunos tem, no mínimo, a 5ª série *A* de um colégio, se podemos contá-los de 8 em 8 ou de 10 em 10? 40 alunos

6 Três luminosos acendem em intervalos regulares. O primeiro a cada 20 segundos, o segundo a cada 24 segundos e o terceiro a cada 30 segundos. Se, em um dado instante, os três acenderem ao mesmo tempo, depois de quantos segundos os luminosos voltarão a acender simultaneamente? 120 segundos

7 Suponha que, em órbita, um cometa *A* atinja o ponto mais próximo da Terra a cada 20 anos, um cometa *B* a cada 30 anos e um cometa *C* a cada 70 anos. Se, em 1985, os três estiveram simultaneamente o mais perto possível da Terra, a próxima ocorrência desse fato se dará em que ano? 2 405

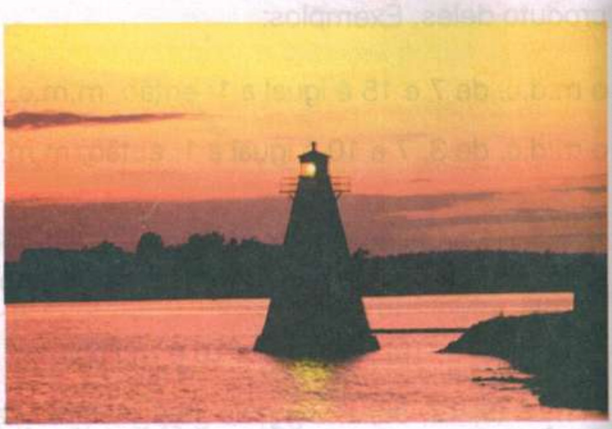
8 De um aeroporto partem, todos os dias, três aviões que fazem rotas internacionais. O primeiro avião faz a rota de ida e volta em 4 dias, o segundo em 5 dias e o terceiro em 10 dias. Se, num certo dia, os três aviões partiram simultaneamente, depois de quantos dias esses aviões partirão novamente no mesmo dia?
20 dias

Corel Stock Photo

9 Dados os números naturais 2^m e 5^n e sabendo que o m.m.c. desses dois números é 2 000, determinem $m \times n$. 12

10 Em uma caixa há um certo número de laranjas. Se contarmos as laranjas de 12 em 12, de 20 em 20, ou de 25 em 25, encontraremos sempre o mesmo número de laranjas. Qual a menor quantidade possível de laranjas que há na caixa? 300 laranjas

11 Na entrada de um porto, para assinalar os pontos mais perigosos para a navegação, estão um farol e duas bóias luminosas que piscam intermitentemente. O farol pisca a cada 15 segundos, uma das bóias pisca a cada 20 segundos, e a outra bóia pisca a cada 30 segundos. Num dado instante, o farol e as bóias piscam ao mesmo tempo. Depois de quantos segundos eles voltarão a piscar juntos novamente? 60 segundos


Corel Stock Photo

19

RELAÇÃO ENTRE O M.D.C. E O M.M.C. DE DOIS NÚMEROS NATURAIS

Consideremos os números naturais 40 e 60.

O produto desses dois números é 40 × 60 = 2 400.

Vamos, agora, determinar:

a) m.d.c. (40, 60)

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$40 = 2^3 \times 5$

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$

m.d.c. (40, 60) = 20

b) m.m.c. (40, 60)

$$\begin{array}{r|l} 40,\ 60 & 2 \\ 20,\ 30 & 2 \\ 10,\ 15 & 2 \\ 5,\ 15 & 3 \\ 5,\ 5 & 5 \\ 1,\ 1 & \end{array}$$

m.m.c. (40, 60) = $2^3 \times 3 \times 5$

m.m.c. (40, 60) = 120

$$\underbrace{20 \times 120}_{2\,400}$$

2 400 → produto do m.d.c. (40, 60) pelo m.m.c. (40, 60)

Observe agora: o produto de 40 e 60:

$$40 \times 60 = 2\,400$$

A situação apresentada vai se repetir sempre que tratarmos de dois números naturais. Daí, podemos dizer:

> O produto de dois números naturais, diferentes de 0,
> é igual ao produto do m.d.c. pelo m.m.c. dos mesmos números.

FIXAÇÃO

1 O produto de dois números naturais é 180 e o m.d.c. desses números é 3. Determine o m.m.c. dos números. 60

2 São dados m.d.c. (*a*, *b*) = 8 e m.m.c. (*a*, *b*) = 360. Se o número *a* vale 40, determine o número *b*. 72

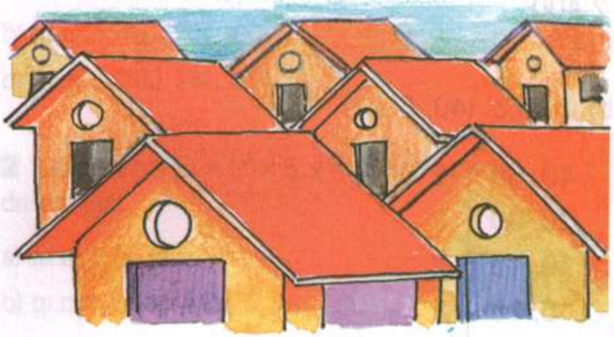
3 Um número natural *a* é igual a 120 e um número natural *b* é igual a 140. Sem determinar o m.d.c. e o m.m.c., determine m.d.c. (*a*, *b*) × m.m.c. (*a*, *b*). 16 800

4 Se m.d.c. (*x*, 120) = 24 e m.m.c. (*x*, 120) = 480, qual é o número *x*? 96

Propor os exercícios do Atividades-034

RETOMANDO *o que aprendeu*

1 Uma vila teve casas numeradas de 1 a 50. Em quantas casas dessa vila os números são múltiplos de 2 e 3 ao mesmo tempo? 8 casas



2 O número $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{\overset{8}{x}}\boxed{5}$ é divisível por 3 e 5, ao mesmo tempo. Qual é a soma dos possíveis valores que *x* pode assumir? 12

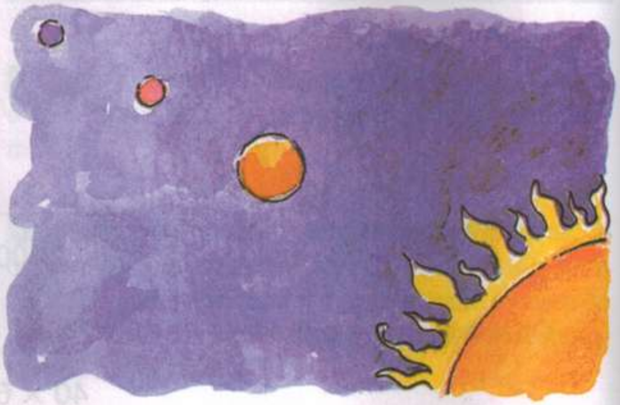
3 Quantos números formados por três algarismos são múltiplos comuns de 90 e 135? Quais são esses números? 3 números: 270, 540 e 810

4 O produto de dois números naturais é expresso por $2^5 \times 3^3$. O m.d.c. desses mesmos números é expresso por $2^2 \times 3$. Qual é o m.m.c. desses dois números? 72

5 Seja *P* o único ponto de passageiros que é comum nas duas linhas circulares de ônibus. Dois ônibus, *A* e *B*, com velocidades médias iguais, circulam ininterruptamente. O percurso feito pelo ônibus *A* tem 6 quilômetros de extensão, enquanto o percurso feito pelo ônibus *B* tem 15 quilômetros. Se eles partirem ao mesmo tempo do ponto *P*, a próxima oportunidade de se encontrarem novamente no ponto *P* será depois que o ônibus *A* tiver completado quantas voltas? 5 voltas

6 Sempre que determinada pessoa anda 650 centímetros, 800 centímetros e 1 000 centímetros, ela dá um número exato de passos. Qual é o maior comprimento possível de cada passo dado por essa pessoa? 50 centímetros

7 Um certo planeta possui dois satélites naturais: lua *A* e lua *B*. O planeta gira em torno do Sol e os satélites em torno do planeta, de forma que o alinhamento Sol-planeta-lua *A* ocorre a cada 18 anos e o alinhamento Sol-planeta-lua *B* ocorre a cada 48 anos. Se no ano em que estamos ocorrer o alinhamento Sol-planeta-lua *A*-lua *B*, daqui a quantos anos esse fenômeno se repetirá? 144 anos



8 Suponha que dois pilotos de fórmula 1 largam juntos num determinado circuito. Um deles completa cada volta em 72 segundos, enquanto o outro completa cada volta em 75 segundos. Mantendo constante esses tempos, depois de quantas voltas completas o mais rápido estará ultrapassando o outro? 25 voltas

JORNAIS & REVISTAS

Primos sem parentesco

Uma família de números individualistas

Primus é uma palavra latina que significa primeiro e único. Ela foi escolhida para denominar o grupo dos números inteiros divisíveis apenas por si mesmos e pelo 1. Se é inteiro e não é primo, trata-se de um composto, ou seja, pode ser dividido por outros números.

Tudo isso, claro, você aprendeu na escola. O que você provavelmente não sabe é que os primos são utilíssimos na produção de códigos secretos para computadores. Criam-se fórmulas com o produto entre dois primos gigantes, gerando um monumental número composto. O segredo só será desvendado por quem descobrir os dois primos usados. Como são números astronômicos, com mais de 100 dígitos, a operação é muito difícil. O maior primo conhecido até 1990 era $391\,581 \times 2^{216\,091}$. Para calculá-lo, foi necessário que um computador trabalhasse por mais de um ano.

Receita do leitor

Olhando uma estante de papiros, o grego Eratóstenes (276-194 a.C.) montou a primeira tábua de primos. Para achar os primos até 1 000, elimine os escaninhos múltiplos de 2, depois os de 3 e assim por diante até 31. Quando tiver riscado os múltiplos de 31 pode parar, você achou todos.

Fonte: *Superinteressante* — pp. 66/67 — outubro 1997, artigo de João Luiz Guimarães.

Observação: O número 1 não é primo pois tem apenas um divisor natural que é ele mesmo.

5

A forma fracionária dos números racionais

Os números fracionários surgiram no momento em que o homem passou a sentir necessidade de medir.

Se ele dividia um pedaço de corda em duas partes que tinham o mesmo comprimento, cada parte passava a ter a metade do comprimento da corda inicial. Se ele necessitava de três canecas d'água para encher um recipiente, cada caneca continha um terço da quantidade de água do recipiente.

Assim, o homem começou a usar os números fracionários, trabalhando inicialmente com frações de numerador 1, como $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ etc.

---

impe
mate
(séc
apre
oper
egíp
fraçõ
outra

E
uma
culo
ção.

N
fraçõ

F
Siddh
dividi

C
sidade
dade,
nosso

No Egito Antigo, um importante documento matemático, o papiro de Rhind (século XVII antes de Cristo), apresenta algumas regras sobre operações com frações. Nele, os egípcios mostram como usar as frações da unidade para representar outras frações, tais como:

$$\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \qquad \frac{15}{24} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$$

Entretanto, essa maneira de representar fração, por meio de uma barra separando o numerador do denominador, data do século XVI depois de Cristo. Os egípcios usavam uma outra notação. Por exemplo, para representar $\frac{1}{3}$, eles usavam .

Na Roma Antiga, aprendia-se a trabalhar inicialmente com frações com denominador 12.

Por volta do século V depois de Cristo, surgem na Índia as Siddhãnta (ou ensinamentos), que apresentam a circunferência dividida em 360 partes iguais.

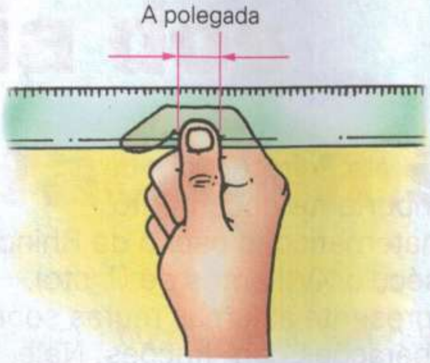
Como se vê, os números fracionários estão ligados à necessidade de o homem operar com quantidades menores que a unidade, e, assim como os números naturais, eles fazem parte do nosso dia-a-dia.

20

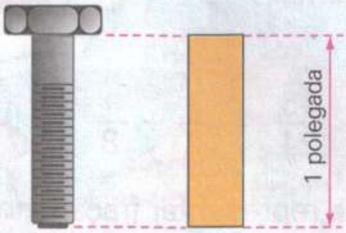
A IDÉIA DE FRAÇÃO

Nas lojas de ferragens, encontramos parafusos de vários tamanhos e formas, como estes que aparecem na figura.

O comprimento de um parafuso é dado em milímetros ou polegadas. A polegada refere-se a uma das partes do corpo humano que o homem usou e ainda usa para medir comprimentos. Ela não pertence ao nosso sistema de medidas, que é decimal. A polegada vale, aproximadamente, 25 milímetros.



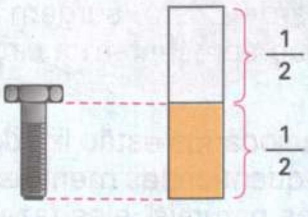
Consideremos, agora, um parafuso que tem uma polegada de comprimento.



Porém, podem existir parafusos menores que esse.

Quando dividimos a polegada em duas partes de igual comprimento, cada parte representa a metade ou um meio da polegada, ou seja, cada parte representa uma fração da polegada. Numericamente, esse comprimento é expresso por $\frac{1}{2}$.

A figura nos mostra um parafuso cujo comprimento é de $\frac{1}{2}$ (meia) polegada.



parafuso de $\frac{1}{2}$ de polegada

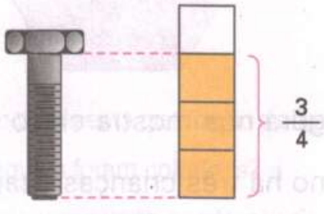
Quando dividimos a polegada em quatro partes de igual comprimento, cada parte representa a quarta parte ou um quarto da polegada, ou seja, cada parte representa uma fração da polegada.

Numericamente, esse comprimento é expresso por $\frac{1}{4}$.

parafuso de $\frac{1}{4}$ de polegada

Quando dividimos a polegada em quatro partes de igual comprimento e consideramos três dessas partes, o comprimento considerado representa três quartos da polegada, ou seja, o comprimento considerado representa uma fração da polegada.

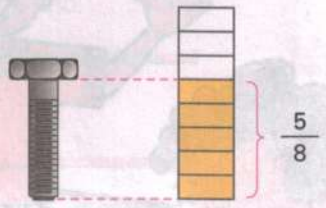
Numericamente, representamos por $\frac{3}{4}$.



parafuso de $\frac{3}{4}$ de polegada

Quando dividimos a polegada em oito partes de igual comprimento e consideramos cinco dessas partes, o comprimento considerado representa cinco oitavos da polegada, ou seja, o comprimento considerado representa uma fração da polegada.

Numericamente, representamos por $\frac{5}{8}$.



parafuso de $\frac{5}{8}$ de polegada

Para representar esses números fracionários que vimos, usamos os numerais $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, que são chamados frações e expressam quantidades.

De um modo geral, podemos dizer:

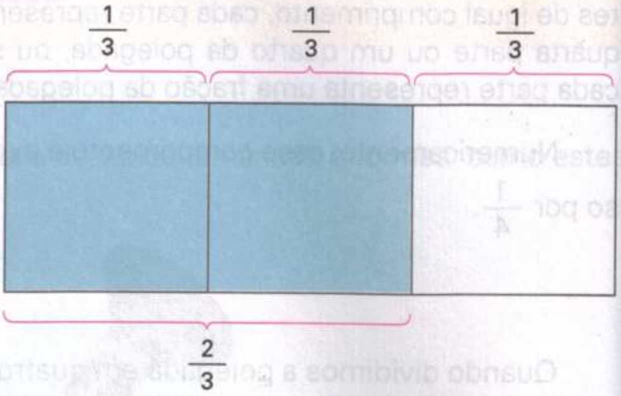
Dois números naturais *a* e *b*, com b ≠ 0, quando escritos na forma $\frac{a}{b}$ representam uma fração. Nesta fração:

- O número *b* indica em quantas partes iguais uma unidade foi dividida e é chamado denominador.
- O número *a* indica quantas dessas partes foram consideradas e é chamado numerador.

O numerador e o denominador são os termos de uma fração.

Veja outros exemplos:

1. A figura nos mostra um terreno que foi dividido em três lotes iguais. Cada lote representa $\frac{1}{3}$ do terreno. Os lotes que estão coloridos representam os que já foram vendidos. Dizemos que já foi vendido $\frac{2}{3}$ do terreno.



2. A figura nos mostra cinco crianças jogando bola. Cada criança representa $\frac{1}{5}$ do grupo. Como há três crianças usando camisas de cor verde, dizemos que elas representam $\frac{3}{5}$ do grupo.

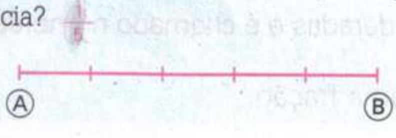
Propor os exercícios do **Atividades-G35**

FIXAÇÃO

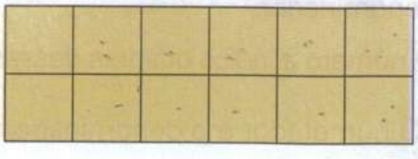
1 A figura seguinte representa a distância de um ponto *A* até um ponto *B*.

a) Em quantas partes iguais essa distância foi dividida? 5

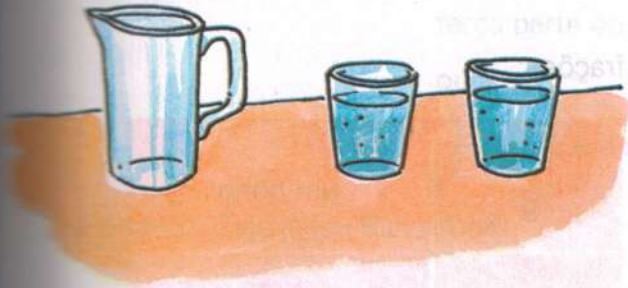
b) Cada uma das partes representa que fração dessa distância? $\frac{1}{5}$



2 A figura seguinte nos mostra duas linhas de azulejos quadrados. Cada azulejo representa que fração da figura? $\frac{1}{12}$



3 Sabendo que são necessários dois copos de água para encher totalmente uma jarra, então cada copo contém que fração do volume de água da jarra? $\frac{1}{2}$

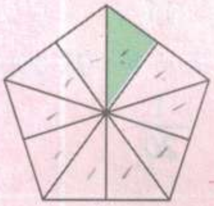


4 Em cada figura, o triângulo colorido representa que fração da figura?

a)

$\frac{1}{4}$

b)



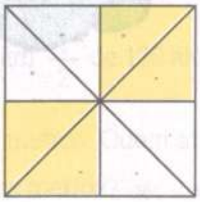
$\frac{1}{10}$

5 Para encher uma xícara com farinha são necessárias oito colheres de farinha. Cada colher de farinha representa que fração da quantidade de farinha que se pode colocar na xícara? $\frac{1}{8}$

Gustavo Campos

6 Usando uma régua graduada, construa um retângulo de 3 cm por 2 cm. A seguir, divida o retângulo em seis partes iguais e pinte $\frac{1}{6}$ do retângulo.

7 Observando a figura, responda:

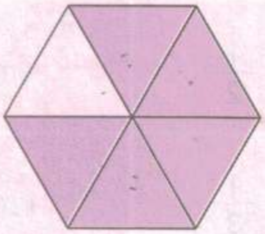


a) Em quantas partes iguais a figura foi dividida? 8

b) Cada uma dessas partes representa que fração da figura? $\frac{1}{8}$

c) A parte colorida representa que fração da figura? $\frac{4}{8}$

8 Observe a figura e responda:



a) Cada triângulo representa que fração da figura? $\frac{1}{6}$

b) Quantos triângulos foram coloridos? 5

c) A parte colorida representa que fração da figura? $\frac{5}{6}$

9 Cada figura representa um segmento de reta. Escreva as frações que correspondem aos trechos assinalados em azul e aos trechos assinalados em vermelho em cada segmento:

a)

$\frac{7}{8}$; $\frac{1}{8}$

b)

$\frac{3}{10}$; $\frac{7}{10}$

c)

$\frac{7}{12}$; $\frac{5}{12}$

10 Uma equipe de basquete é formada por 5 jogadores. Um grupo de 3 jogadores representa que fração dessa equipe? $\frac{3}{5}$

11 Se um ano está dividido em 12 meses, um semestre representa que fração do ano? $\frac{6}{12}$

21 TRABALHANDO COM FRAÇÕES DE NUMERADOR 1

Vamos recordar como são lidas as seguintes frações:

$\frac{1}{2}$	um meio
$\frac{1}{3}$	um terço
$\frac{1}{4}$	um quarto
$\frac{1}{5}$	um quinto
$\frac{1}{6}$	um sexto
$\frac{1}{7}$	um sétimo
$\frac{1}{8}$	um oitavo

$\frac{1}{9}$	um nono
$\frac{1}{10}$	um décimo
$\frac{1}{11}$	um onze avos
$\frac{1}{20}$	um vinte avos
$\frac{1}{100}$	um centésimo
$\frac{1}{1\,000}$	um milésimo
$\frac{1}{10\,000}$	um décimo milésimo

Quando o denominador é maior que 10, usamos a palavra avos.

Observe as situações:

1ª Quantos ovos há na caixa?

Se preciso da metade desses ovos para fazer um bolo, quantos ovos vou usar?

Total de ovos da caixa: 12

metade ou $\frac{1}{2}$ de 12 dá 6

ou

$\frac{1}{2}$ de 12 é o mesmo que 12 : 2 = 6

Portanto, vou usar 6 ovos.

2ª Caio ganhou uma coleção com 15 livrinhos de história. Já leu a terça parte da coleção. Quantos livrinhos Caio já leu?

Total de livrinhos da coleção: 15

terça parte ou $\frac{1}{3}$ de 15 dá 5

ou

$\frac{1}{3}$ de 15 é o mesmo que 15 : 3 = 5

Portanto, Caio já leu 5 livrinhos.

A partir das situações que vimos, vamos resolver problemas.

1 Quanto dá $\frac{1}{4}$ de 20?

$\frac{1}{4}$ de 20 é o mesmo que 20 : 4 = 5

Então, $\frac{1}{4}$ de 20 dá 5.

2 Uma sala de aula tem 40 alunos. Num determinado dia, faltou $\frac{1}{10}$ dos alunos. Quantos alunos faltaram nesse dia?

$\frac{1}{10}$ de 40 é o mesmo que

40 : 10 = 4

Então, faltaram 4 alunos nesse dia.

Propor os exercícios do **Atividades-G36**

FIXAÇÃO

1 Quanto dá $\frac{1}{4}$ de 72? 18

2 Quantos alunos representam $\frac{1}{2}$ de 120 alunos? 60 alunos

3 Em 1 quilômetro há 1 000 metros. Quem anda $\frac{1}{5}$ dessa distância, anda quantos metros? 200 metros

4 Em um pátio de estacionamento há 35 veículos entre carros e motos. Se $\frac{1}{7}$ desses veículos são motos, pergunta-se:

a) Quantas motos há no estacionamento? 5 motos

b) Quantos carros? 30 carros

5 Num jogo de basquete, a equipe *A* marcou 102 pontos. César, cestinha da equipe nessa partida, marcou $\frac{1}{3}$ desses pontos. Quantos pontos ele marcou? 34 pontos

6 Numa corrida de Fórmula 1, 24 carros iniciaram a corrida. Desses, $\frac{1}{6}$ abandonou a prova. Quantos carros terminaram a corrida? 20 carros

7 Um professor de Educação Física verificou que $\frac{1}{3}$ dos alunos de uma classe pratica voleibol. Se a classe tem 42 alunos, determine quantos alunos:

a) praticam voleibol 14 alunos

b) não praticam esse esporte 28 alunos

8 Um prêmio de 600 reais deve ser repartido entre os três primeiros colocados de um festival de música. Ao primeiro colocado cabe $\frac{1}{2}$ dessa quantia; ao segundo colocado cabe $\frac{1}{3}$ dessa quantia e ao terceiro colocado cabe a quantia restante. Nessas condições, qual a quantia que deve receber cada uma dessas três pessoas? 1º colocado: 300 reais; 2º colocado: 200 reais; 3º colocado: 100 reais

22

TRABALHANDO COM AS FRAÇÕES

Vamos recordar a leitura de uma fração:

Quando o denominador é:	2	3	4	5	6	7	8	9
Lê-se:	meio	terço	quarto	quinto	sexto	sétimo	oitavo	nono

Exemplos:

$\frac{3}{5}$ → lemos três quintos

$\frac{7}{8}$ → lemos sete oitavos

Quando o denominador é:	10	100	1 000
Lê-se:	décimo	centésimo	milésimo

$\frac{3}{10}$ → lemos três décimos

$\frac{21}{100}$ → lemos vinte e um centésimos

Para as demais frações, acrescenta-se a palavra avos após a leitura do denominador.

$\frac{7}{12}$ → lemos sete doze avos

$\frac{11}{40}$ → lemos onze quarenta avos

Observe as situações:

1ª Cabem 12 figurinhas na página do álbum.

Já tenho $\frac{2}{3}$ das figurinhas dessa página para colar.

Quantas figurinhas dessa página eu tenho?

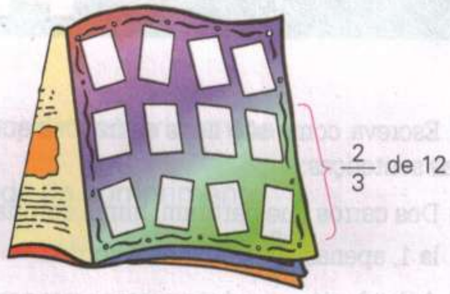
Note que $\frac{2}{3}$ de 12 dá 8.

Esse mesmo problema pode ser resolvido assim:

$\frac{1}{3}$ de 12 dá 4 (12 : 3 = 4)

$\frac{2}{3}$ de 12 dá 8 (2 × 4 = 8)

Portanto, tenho 8 figurinhas dessa página do álbum.



2ª Para a festa de seu aniversário, Júlia encomendou 20 refrigerantes.

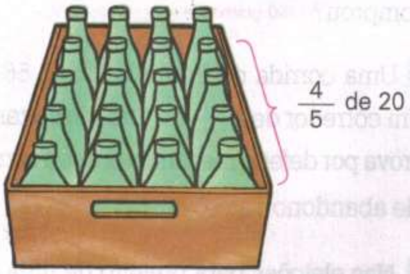
Foram consumidos $\frac{4}{5}$ dessa quantidade. Quantos refrigerantes foram consumidos?

Note que $\frac{4}{5}$ de 20 dá 16.

Esse mesmo problema pode ser resolvido assim:

$\frac{1}{5}$ de 20 dá 4 (20 : 5 = 4)

$\frac{4}{5}$ de 20 dá 16 (4 × 4 = 16)

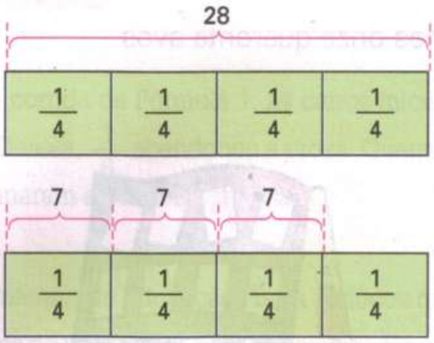


Portanto, foram consumidos 16 refrigerantes.

Essas situações nos auxiliam a resolver problemas.

Veja o exemplo:

Em uma sala de 5ª série há 28 alunos. Desses, $\frac{3}{4}$ tem menos de 12 anos. Quantos alunos dessa 5ª série têm menos de 12 anos?



$\frac{1}{4}$ de 28 dá 7 (28 : 4 = 7)

$\frac{3}{4}$ de 28 dá 21 (3 × 7 = 21)

Então, 21 alunos dessa classe têm menos de 12 anos.

Propor os exercícios do **Atividades-G37**

FIXAÇÃO

1 Escreva como são lidas as frações que aparecem nas sentenças:

a) Dos carros que partiram, numa corrida de Fórmula 1, apenas $\frac{2}{7}$ terminou a corrida. dois sétimos

b) A distância entre duas pessoas que estavam na fila era de $\frac{5}{8}$ de metro. cinco oitavos

c) Um reservatório está cheio até os $\frac{7}{10}$ da sua capacidade. sete décimos

2 Calcule:

a) $\frac{3}{7}$ de 84 36

b) $\frac{4}{5}$ de 405 324

c) $\frac{9}{10}$ de 10 500 9 450

9
60

d) $\frac{11}{20}$ de 3 000 1 650

3 Você sabe que 1 quilograma corresponde a 1 000 gramas. Gláucia foi à mercearia e comprou $\frac{3}{4}$ de quilograma de presunto. Quantos gramas de presunto ela comprou? 750 gramas

4 Uma corrida de Fórmula 1 tem 56 voltas no total. Um corredor deu $\frac{5}{7}$ do total de voltas e abandonou a prova por defeito mecânico em seu carro. Em qual volta ele abandonou a prova? 40ª volta

5 Nas eleições para prefeito de uma cidade que tem 5 040 eleitores, o partido *A* obteve $\frac{2}{5}$ dos votos e o partido *B* obteve $\frac{3}{8}$ dos votos. Sabendo que todos os eleitores votaram, responda:

a) Quantos votos teve o partido *A*? 2 016 votos

b) Quantos votos teve o partido *B*? 1 890 votos

c) Quantos votos não foram dados aos partidos *A* e *B*? 1 134 votos

6 Em certo país, o Congresso Nacional, formado pelos deputados federais e senadores, tem 750 membros. Para aprovar um projeto de lei que não modifique a Constituição do país, é preciso a metade dos votos dos membros do Congresso, mais um voto. Nesse país, quantos votos seriam necessários para aprovar um projeto de lei? 376 votos

Ed. Ferreira/AE

7 Nesse mesmo país, para aprovar um projeto de lei que modifique a Constituição são necessários os votos de $\frac{2}{3}$ dos membros do Congresso. Quantos votos são necessários, nesse caso? 500 votos

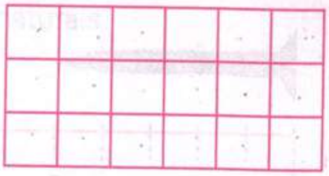
Em um jogo de basquete, Oscar acertou 15 arremessos, sendo $\frac{3}{5}$ deles de 3 pontos e os restantes de 2 pontos. Nessas condições, responda:

a) Quantos arremessos valendo 3 pontos ele acertou? 9 arremessos

b) Quantos arremessos valendo 2 pontos ele acertou? 6 arremessos

c) Quantos pontos Oscar marcou nessa partida? 39 pontos

9 Escreva quantos quadrinhos devem ser coloridos para representar:



a) $\frac{1}{2}$ da figura 9

b) $\frac{2}{3}$ da figura 12

c) $\frac{5}{6}$ da figura 15

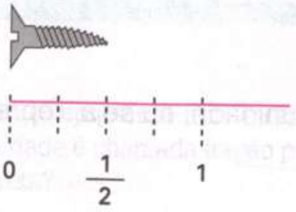
d) $\frac{4}{9}$ da figura 8

3

COMO PODEM SER AS FRAÇÕES

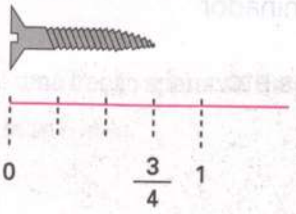
Já sabemos que a polegada é uma unidade usada para medir comprimentos.

Observe a figura de um parafuso com $\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$ polegada de comprimento.



Note que $\frac{2}{4} < 1$.

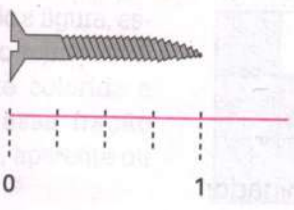
Observe agora a figura de um parafuso com $\frac{3}{4}$ de polegada de comprimento.



Note que $\frac{3}{4} < 1$.

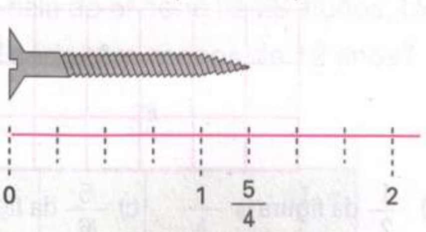
Veja outros exemplos:

1. O parafuso da figura tem 1 polegada de comprimento.



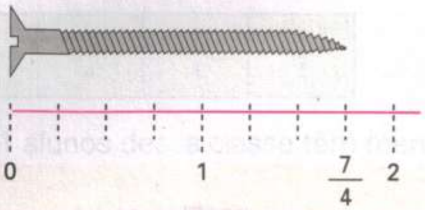
Note que $\frac{4}{4} = 1$.

2. O parafuso tem $\frac{5}{4}$ $(1 + \frac{1}{4})$ de polegada de comprimento.



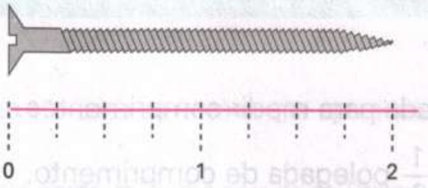
Note que $\frac{5}{4} > 1$.

3. O parafuso tem $\frac{7}{4}$ $(1 + \frac{3}{4})$ de polegada de comprimento.



Note que $\frac{7}{4} > 1$.

4. O parafuso tem 2 polegadas de comprimento.



Note que $\frac{8}{4} = 2$.

Pelo que observamos, você nota que:

- Há frações que representam quantidades menores que a unidade, ou seja, representam uma parte da unidade.
  Essas frações são chamadas frações próprias.

  Exemplos: $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$

  Nas frações próprias, o numerador é menor que o denominador.

- Há frações que representam uma unidade, duas unidades etc.
  Essas frações são chamadas frações aparentes.

  Exemplos: $\frac{4}{4}$ e $\frac{8}{4}$.

  Nas frações aparentes, o numerador é múltiplo do denominador.

- Há frações que representam quantidades maiores que a unidade, ou seja, uma unidade mais parte dela, duas unidades mais parte dela etc.
  Essas frações são chamadas frações impróprias.

  Exemplos: $\frac{5}{4}$ e $\frac{7}{4}$.

  Nas frações impróprias, o numerador é maior que o denominador.

Observações:

◆ As frações aparentes representam sempre números naturais.

$\frac{4}{4}$ representa o número natural 1.

$\frac{8}{4}$ representa o número natural 2.

$\frac{6}{2}$ representa o número natural 3.

◆◆ Frações com numerador 0 representam o número natural 0.

$\frac{0}{3} = 0$ $\frac{0}{7} = 0$ $\frac{0}{15} = 0$

◆◆ Frações com denominador 1 representam o número natural que estiver no numerador.

$\frac{2}{1} = 2$ $\frac{9}{1} = 9$ $\frac{12}{1} = 12$

Propor os exercícios do **Atividades-G38**

FIXAÇÃO

1 Toda fração que representa uma quantidade menor que uma unidade é chamada fração própria. Essa afirmação é correta? sim

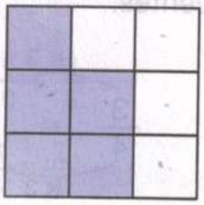
2 Escreva duas frações aparentes, diferentes, que podem representar o número natural 1. resposta pessoal

3 A fração $\frac{5}{0}$ é uma fração aparente. Essa afirmação é verdadeira ou falsa? falsa

4 Entre as frações aparentes $\frac{2}{2}$, $\frac{8}{4}$, $\frac{2}{1}$, $\frac{0}{2}$, $\frac{12}{3}$, $\frac{4}{2}$, quais delas representam o número natural 2?

$\frac{8}{4}$, $\frac{2}{1}$ e $\frac{4}{2}$

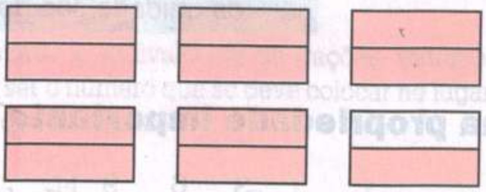
5 Observando a figura, escreva a fração representada pela parte colorida e identifique essa fração como própria, aparente ou imprópria. $\frac{5}{9}$, própria



6 Qual é a fração aparente e qual é o número natural representado pela figura?

$\frac{6}{3} = 2$

7 Qual é a fração imprópria que a figura seguinte representa? $\frac{11}{2}$



8 Escreva:

a) uma fração imprópria de denominador 5

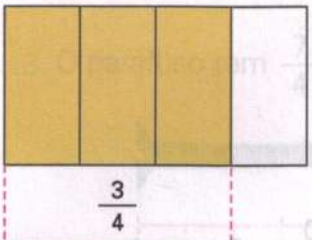
b) uma fração aparente de denominador 6

c) uma fração própria de denominador 10

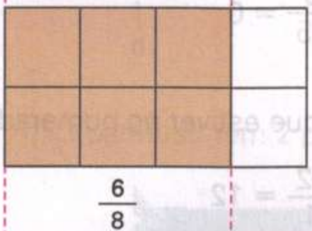
resposta pessoal

24 FRAÇÕES EQUIVALENTES

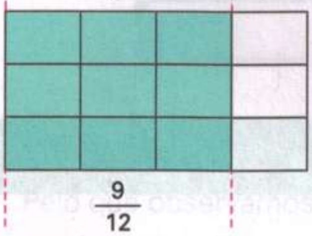
Observe as figuras nos quadros a seguir:



A parte colorida representa $\frac{3}{4}$ da figura.

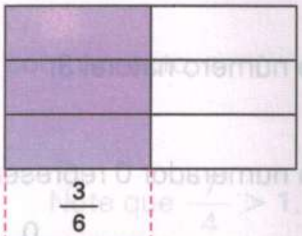


A parte colorida representa $\frac{6}{8}$ da figura.

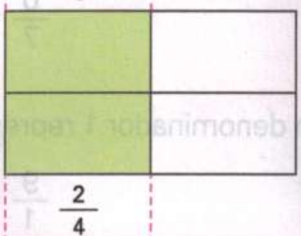


A parte colorida representa $\frac{9}{12}$ da figura.

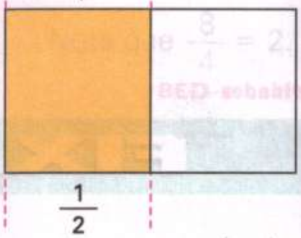
Você nota que as frações $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{9}{12}$ representam a mesma parte da figura. Dizemos que essas são frações equivalentes e escrevemos: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$



A parte colorida representa $\frac{3}{6}$ da figura.



A parte colorida representa $\frac{2}{4}$ da figura.



A parte colorida representa $\frac{1}{2}$ da figura.

Você nota que as frações $\frac{3}{6}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{1}{2}$ representam a mesma parte da figura. Dizemos que essas são frações equivalentes e escrevemos: $\frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Temos, então, a seguinte definição:

> Duas ou mais frações que representam a mesma porção da unidade são denominadas *frações equivalentes*.

Uma propriedade importante

Você já viu que $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{9}{12}$ são frações equivalentes.

Partindo de $\frac{3}{4}$, temos:

$$\underset{\times 2}{\overset{\times 2}{\frac{3}{4} = \frac{6}{8}}} \qquad \underset{\times 3}{\overset{\times 3}{\frac{3}{4} = \frac{9}{12}}}$$

$\frac{3}{6}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{1}{2}$ também são frações equivalentes.

Para chegar a $\frac{1}{2}$, temos: $\underset{:3}{\overset{:3}{\frac{3}{6} = \frac{1}{2}}}$ $\underset{:2}{\overset{:2}{\frac{2}{4} = \frac{1}{2}}}$

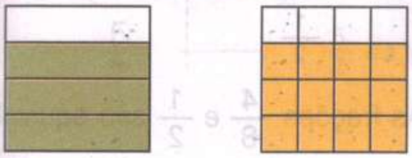
Daí, podemos enunciar a propriedade fundamental das frações:

> Quando multiplicamos ou dividimos o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número, diferente de zero, obtemos sempre uma fração equivalente à fração dada.

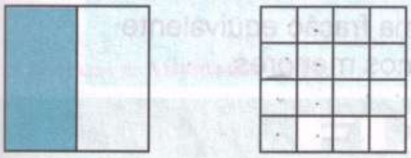
Propor os exercícios do **Atividades-G39**

FIXAÇÃO

1 As figuras seguintes sugerem uma equivalência entre as frações que representam as partes coloridas. Escreva essa equivalência. $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$



2 Quantos quadradinhos você deve colorir na segunda figura para que as partes coloridas representem frações equivalentes? 8 quadradinhos



3 Calcule $\frac{1}{2}$ de 800 e $\frac{50}{100}$ de 800. As frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{50}{100}$ são equivalentes? sim

4 Verifique se são equivalentes os seguintes pares de frações:

a) $\frac{2}{7}$ e $\frac{6}{21}$ sim

b) $\frac{5}{9}$ e $\frac{15}{18}$ não

c) $\frac{16}{10}$ e $\frac{8}{5}$ sim

d) $\frac{8}{4}$ e $\frac{2}{1}$ sim

5 Partindo da fração $\frac{2}{5}$, escreva uma fração equivalente a ela e que tenha denominador igual a:

a) 10 $\frac{4}{10}$

b) 50 $\frac{20}{50}$

c) 100 $\frac{40}{100}$

6 Escreva uma fração de denominador 20 equivalente a cada uma das seguintes frações: $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{5}$ e $\frac{9}{10}$. $\frac{1}{2} = \frac{10}{20}$, $\frac{5}{4} = \frac{25}{20}$, $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$, $\frac{9}{10} = \frac{18}{20}$

7 Escreva uma fração:

a) equivalente a $\frac{5}{9}$ e que tenha denominador 27 $\frac{15}{27}$

b) equivalente a $\frac{11}{3}$ e que tenha numerador 44 $\frac{44}{12}$

8 Usando a equivalência de frações, indique qual deve ser o número que se deve colocar no lugar de *x* para que se tenha:

a) $\frac{7}{9} = \frac{14}{x}$ x = 18

b) $\frac{3}{11} = \frac{9}{x}$ x = 33

c) $\frac{4}{7} = \frac{x}{28}$ x = 16

d) $\frac{1}{8} = \frac{x}{32}$ x = 4

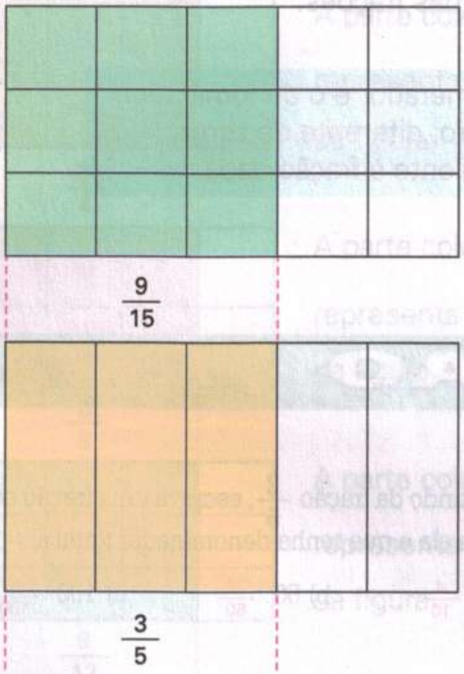
e) $\frac{7}{2} = \frac{x}{14}$ x = 49

f) $\frac{10}{30} = \frac{1}{x}$ x = 3

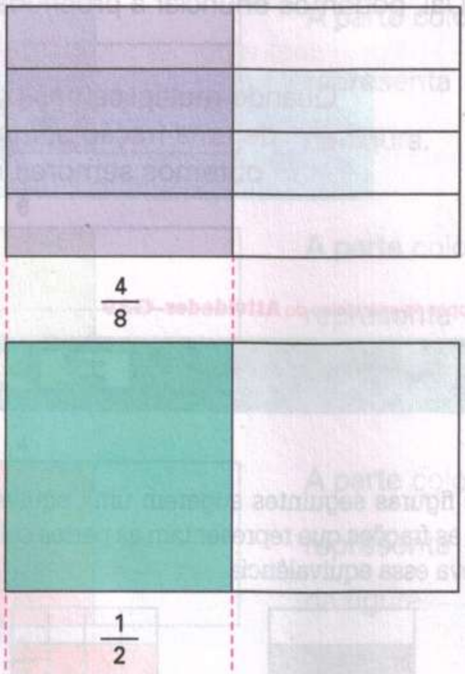
25

SIMPLIFICAÇÃO DE FRAÇÕES

Consideremos as figuras:



As frações $\frac{9}{15}$ e $\frac{3}{5}$ são equivalentes, mas os termos da fração $\frac{3}{5}$ são menores.



As frações $\frac{4}{8}$ e $\frac{1}{2}$ são equivalentes, mas os termos da fração $\frac{1}{2}$ são menores.

Dizemos que:

> Simplificar uma fração significa obter uma fração equivalente à fração dada e escrita com termos menores.

Vamos, então, simplificar a fração $\frac{48}{72}$.

$$\frac{48}{72} \underset{:2}{\overset{:2}{=}} \frac{24}{36} \underset{:2}{\overset{:2}{=}} \frac{12}{18} \underset{:2}{\overset{:2}{=}} \frac{6}{9} \underset{:3}{\overset{:3}{=}} \frac{2}{3}$$

Daí, $\frac{48}{72} = \frac{2}{3}$.

Então:

> Para simplificar uma fração, devemos dividir o numerador e o denominador da fração dada por um mesmo número diferente de zero e maior que 1.

Veja que fomos dividindo sucessivamente o numerador e o denominador da fração por um divisor comum, até obtermos a fração com os menores termos possíveis.

Essa fração, cujos termos devem ser primos entre si, é chamada forma simplificada ou forma irredutível da fração dada.

Assim, a fração $\frac{2}{3}$ é a forma irredutível da fração $\frac{48}{72}$.

Outro caminho que podemos seguir para simplificar frações é efetuar uma única divisão pelo maior divisor comum dos termos da fração.

Como exemplo, vamos simplificar a fração $\frac{48}{72}$.

Como m.d.c. (48, 72) = 24, podemos fazer: $\frac{48}{72} \overset{:24}{\underset{:24}{=}} \frac{2}{3}$.

Deve-se observar, também, que o m.d.c. dos termos de uma fração é importante para saber se uma fração pode ou não ser simplificada. Exemplos:

1. A fração $\frac{65}{26}$ pode ser simplificada?

   Como m.d.c. (65, 26) = 13, a fração pode ser simplificada e teremos:

   $\frac{65}{26} \overset{:13}{\underset{:13}{=}} \frac{5}{2} \longrightarrow$ $\frac{5}{2}$ é a forma irredutível de $\frac{65}{26}$

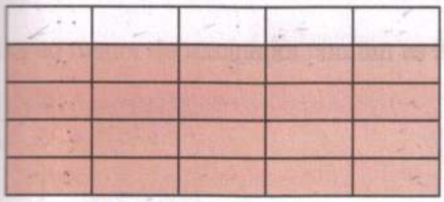
2. Podemos simplificar a fração $\frac{24}{49}$?

   Como m.d.c. (24, 49) = 1, a fração já é irredutível e não pode ser simplificada.

Propor os exercícios do **Atividades-G40**

FIXAÇÃO

1 Observando a figura seguinte, responda:



a) A parte colorida representa qual fração da figura? $\frac{20}{25}$

b) Qual é a forma irredutível dessa fração? $\frac{4}{5}$

2 Observe o conjunto

$$A = \left\{\frac{3}{7}, \frac{4}{12}, \frac{2}{10}, \frac{5}{6}, \frac{10}{8}, \frac{1}{3}\right\}$$

Entre os elementos desse conjunto, identifique as frações:

a) que estão escritas na sua forma irredutível $\frac{3}{7}, \frac{5}{6}, \frac{1}{3}$

b) que não estão escritas na sua forma irredutível $\frac{4}{12}, \frac{2}{10}, \frac{10}{8}$

3 Sabendo que m.d.c. (66, 165) = 33, escreva a fração $\frac{66}{165}$ na forma irredutível. $\frac{2}{5}$

4 Em um jogo de basquete, você acertou 15 dos 20 arremessos que tentou. Escreva, na forma irredutível, a fração que representa os arremessos que você acertou. $\frac{3}{4}$

5 Dados os números 63 e 105, responda:

a) Qual é o m.d.c. de 63 e 105? 21

b) Qual é a forma irredutível da fração $\frac{105}{63}$? $\frac{5}{3}$

6 Você deve simplificar o máximo possível (escrever na forma irredutível) as seguintes frações:

a) $\frac{12}{72}$ $\frac{1}{6}$

b) $\frac{16}{24}$ $\frac{2}{3}$

c) $\frac{55}{121}$ $\frac{5}{11}$

d) $\frac{39}{26}$ $\frac{3}{2}$

e) $\frac{162}{81}$ 2

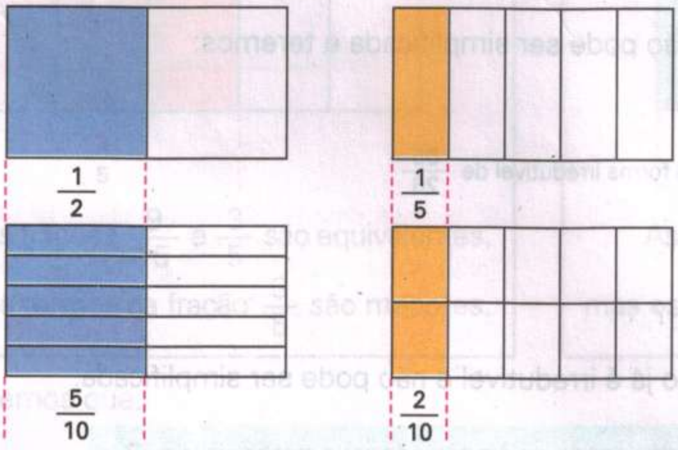
f) $\frac{54}{81}$ $\frac{2}{3}$

26

REDUZINDO DUAS OU MAIS FRAÇÕES AO MESMO DENOMINADOR

Vamos considerar as seguintes situações:

1ª



→ $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{5}$ são frações com denominadores diferentes.

→ $\frac{5}{10}$ e $\frac{2}{10}$ são frações equivalentes às frações acima e têm o mesmo denominador.

Veja o que foi feito:

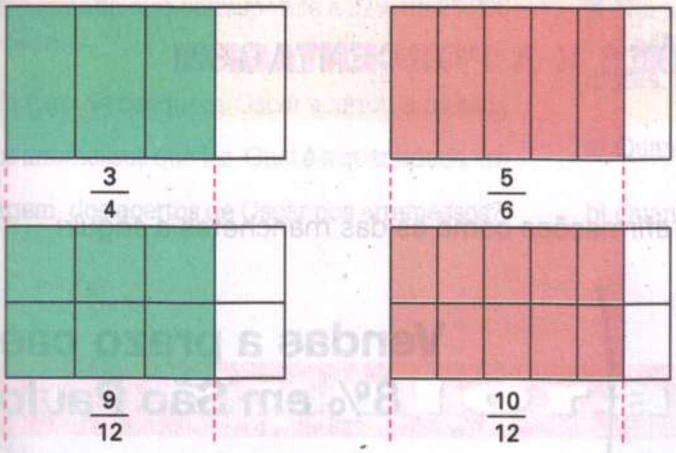
$$\begin{tikzcd} \frac{1}{2} \arrow[d, "\times 5"', "\times 5"] & \text{e} & \frac{1}{5} \arrow[d, "\times 2"', "\times 2"] \\ \frac{5}{10} & \text{e} & \frac{2}{10} \end{tikzcd}$$

Note que o 10 (denominador comum) representa o m.m.c. de 2 e 5.

Então:

$$\frac{1}{2} \text{ e } \frac{1}{5} \longrightarrow \frac{5}{10} \text{ e } \frac{2}{10}$$

Obtivemos frações equivalentes às frações dadas e com denominadores iguais.



→ $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{6}$ são frações com denominadores diferentes.

→ $\frac{9}{12}$ e $\frac{10}{12}$ são frações equivalentes às frações iniciais, mas têm o mesmo denominador.

Veja o que foi feito:

$$\frac{3}{4} \xrightarrow{\times 3} \frac{9}{12} \qquad \text{e} \qquad \frac{5}{6} \xrightarrow{\times 2} \frac{10}{12}$$

Note que o 12 (denominador comum) representa o m.m.c. de 4 e 6.

Então:

$$\frac{3}{4} \text{ e } \frac{5}{6} \longrightarrow \frac{9}{12} \text{ e } \frac{10}{12}$$

Pelas situações apresentadas, dadas duas ou mais frações com denominadores diferentes, podemos obter frações equivalentes às frações iniciais e que apresentam o mesmo denominador. Esse denominador deve ser o menor múltiplo comum dos denominadores das frações dadas.

Essa operação é chamada redução das frações ao menor denominador comum.

Propor os exercícios do **Atividades-G41**

FIXAÇÃO

Reduza ao menor denominador comum as frações:

a) $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ $\frac{5}{20}, \frac{4}{20}$

b) $\frac{1}{6}, \frac{1}{8}$ $\frac{4}{24}, \frac{3}{24}$

c) $\frac{3}{8}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$ $\frac{9}{24}, \frac{20}{24}, \frac{14}{24}$

d) $\frac{3}{4}, \frac{5}{18}, \frac{2}{9}, \frac{1}{6}$ $\frac{27}{36}, \frac{10}{36}, \frac{8}{36}, \frac{6}{36}$

e) $\frac{3}{7}, \frac{2}{5}, \frac{9}{14}, \frac{11}{10}$ $\frac{30}{70}, \frac{28}{70}, \frac{45}{70}, \frac{77}{70}$

f) $\frac{7}{20}, \frac{4}{15}, \frac{9}{10}; \frac{11}{30}$ $\frac{21}{60}, \frac{16}{60}, \frac{54}{60}, \frac{22}{60}$

27

AS FRAÇÕES E A PORCENTAGEM

Certamente você já leu ou ouviu afirmações como as das manchetes a seguir:

Aluguel pode subir até 7% neste mês

Vendas a prazo caem 8% em São Paulo

Nessas afirmações aparecem quantidades seguidas do símbolo %, que significa por cento. Neste capítulo, vamos estudar a relação que existe entre as frações e essas quantidades.
Toda fração com denominador 100 representa uma porcentagem. Assim:

- ✓ A fração $\frac{7}{100}$ pode ser escrita na forma 7% (sete por cento).
- ✓ A expressão 8% (oito por cento) pode ser escrita na forma $\frac{8}{100}$.

Essa relação nos permite, então, resolver problemas. Veja os exemplos:

1. Escrever na forma de porcentagem a fração $\frac{2}{5}$.

Vamos escrever a fração equivalente a $\frac{2}{5}$ que tenha denominador 100:

$$\overset{\times 20}{\underset{\times 20}{\frac{2}{5} = \frac{40}{100}}} = 40\%$$

2. Calcular 27% de 500.

$$27\% = \frac{27}{100}$$

$\frac{1}{100}$ de 500 dá 500 : 100 = 5

$\frac{27}{100}$ de 500 dá 27 × 5 = 135

Propor os exercícios do **Atividades-G42**

FIXAÇÃO

1 Escreva na forma de porcentagem (%) as seguintes frações:

a) $\frac{9}{100}$ 9%

b) $\frac{25}{100}$ 25%

c) $\frac{31}{100}$ 31%

d) $\frac{200}{100}$ 200%

2 A fração $\frac{3}{4}$ pode ser escrita na forma de porcentagem. Faça isso. 75%

3 Qual é o número de pessoas que representa 55% de 3 000 pessoas? 1 650 pessoas

4 Escreva na forma de fração as seguintes quantidades:

a) 8% $\frac{8}{100}$

b) 19% $\frac{19}{100}$

c) 43% $\frac{43}{100}$

d) 120% $\frac{120}{100}$

5 A quantidade 80% pode ser escrita na forma de uma fração. Dê a forma irredutível dessa fração. $\frac{4}{5}$

6 Qual é a quantia que corresponde a 37% de 25 000 reais? 9 250 reais

7 Em um jogo de basquete, Oscar acertou a metade $\left(\frac{1}{2}\right)$ dos arremessos que fez. Qual é a quantidade, em porcentagem, dos acertos de Oscar nos arremessos?

8 Numa eleição em que havia 35 000 eleitores inscritos, não foram votar 6% desses eleitores. Nessas condições, responda:

a) Quantos eleitores não foram votar? 2 100 eleitores

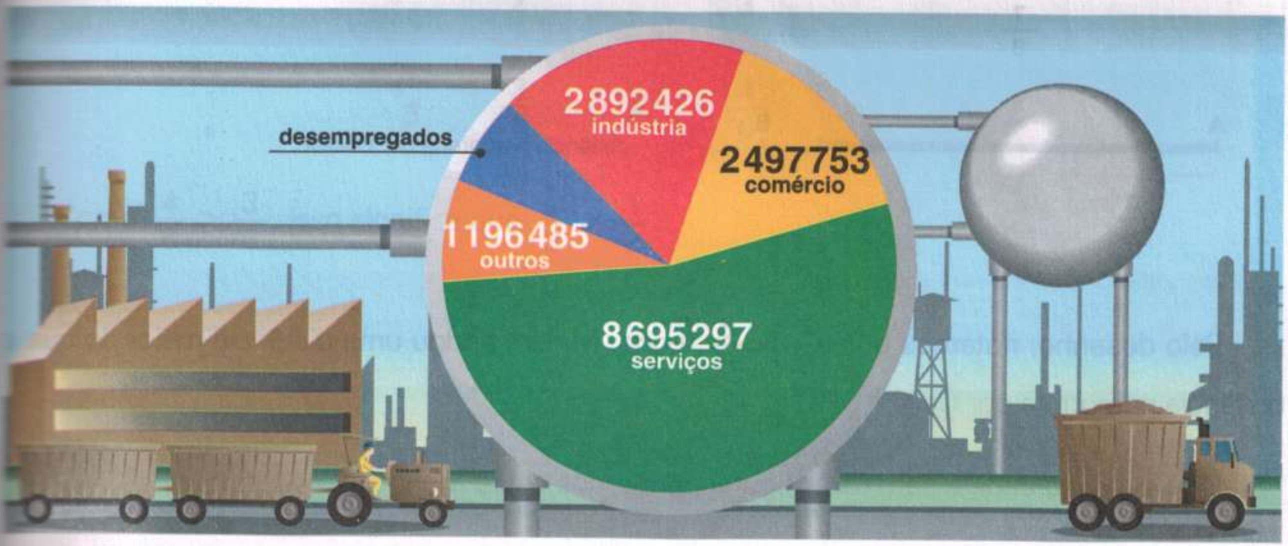
b) Quantos eleitores votaram? 32 900 eleitores

Explorando

Gráficos

O gráfico do IBGE (Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) abaixo, publicado na *Folha de S. Paulo* em 26/10/97, mostra a distribuição dos 16 347 841 trabalhadores brasileiros em 1997 na indústria e no comércio.

O setor que mais emprega é o setor de serviços. Podemos dizer que para cada 100 trabalhadores, aproximadamente 53 trabalham na prestação de serviços. Para chegar a essa porcentagem dividimos o número desses trabalhadores (8 695 297) pelo número total de trabalhadores (16 347 841) e multiplicamos o resultado por 100.



1. Calcule a porcentagem dos trabalhadores na indústria
17,7%

2. Quantos são os desempregados?
1 065 880

3. Para cada 100 trabalhadores, quantas pessoas estão desempregadas?
8,5

Para saber quantos graus tem o setor circular do gráfico que corresponde ao comércio, multiplicamos a taxa porcentual (15,3%) por 360°. Assim, obtemos 55° . Se quiser conferir, use o transferidor.

4. Calcule quantos graus deve ter o setor circular do gráfico que corresponde à indústria. 64°

28

COMPARAÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA FRACIONÁRIA

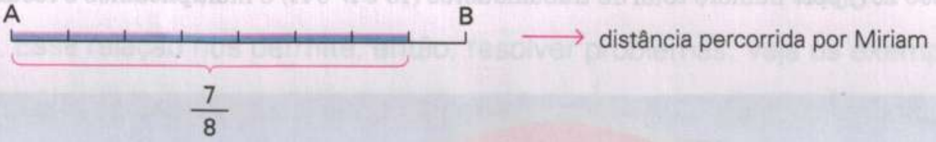
Comparar dois números racionais é verificar se eles são iguais ou se um é maior que o outro.

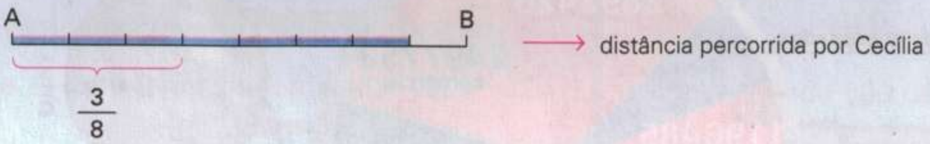
No caso dos números racionais na forma fracionária, vamos considerar:

Frações com mesmo denominador

Miriam e Cecília saíram juntas de um mesmo ponto. Miriam andou $\frac{7}{8}$ de quilômetro e Cecília andou $\frac{3}{8}$ de quilômetro. Qual delas andou uma distância maior?

Vamos fazer um desenho supondo que o segmento $\overline{AB}$ representa 1 quilômetro:





Pelo desenho, notamos que $\frac{7}{8} > \frac{3}{8}$. Logo, Miriam andou uma distância maior do que a distância percorrida por Cecília.

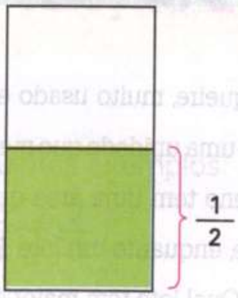
Pela situação dada e sem fazer figuras, podemos escrever:

> Quando os números racionais escritos na forma fracionária têm o mesmo denominador, o maior é aquele que apresenta maior numerador.

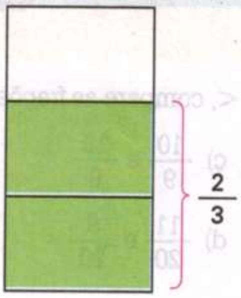
Frações com denominadores diferentes

Duas jarras podem conter a mesma quantidade de líquido. Uma delas contém líquido até a sua metade $\left(\frac{1}{2}\right)$. A outra contém líquido até os seus $\frac{2}{3}$. Qual das duas jarras contém mais líquido, nessas condições?

Vamos fazer um desenho supondo que cada figura represente uma jarra:



A



B

Pelo desenho, notamos que $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$. Logo, nas condições dadas, a segunda jarra contém mais líquido que a primeira.

Porém, sem fazer as figuras, torna-se difícil dizer qual das duas frações é maior, quando elas apresentam denominadores diferentes.

Entretanto, podemos escrever frações equivalentes às frações dadas e que tenham o mesmo denominador, fazendo, a seguir, a comparação entre as frações obtidas.

$$\begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & \text{e} & \frac{2}{3} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \frac{3}{6} & \text{e} & \frac{4}{6} \end{array}$$

Como $\frac{4}{6} > \frac{3}{6}$, isso significa que $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$.

Então:

Quando os números racionais escritos na forma fracionária têm denominadores diferentes, devemos reduzir as frações ao menor denominador comum e, a seguir, compará-las usando as frações equivalentes.

Vamos comparar, como exemplo, as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{7}{10}$.

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{4} & \text{e} & \frac{7}{10} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \frac{15}{20} & \text{e} & \frac{14}{20} \end{array}$$

Como $\frac{15}{20} > \frac{14}{20}$, isso significa que $\frac{3}{4} > \frac{7}{10}$.

Propor os exercícios do **Atividades–G43**

FIXAÇÃO

1 Usando os sinais > ou <, compare as frações:

a) $\frac{7}{12}$ e $\frac{5}{12}$ >

b) $\frac{17}{17}$ e $\frac{20}{17}$ <

c) $\frac{10}{9}$ e $\frac{13}{9}$ <

d) $\frac{11}{20}$ e $\frac{9}{20}$ >

2 Paula andou 1 quilômetro mais $\frac{3}{5}$ de quilômetro. Bia andou 1 quilômetro mais $\frac{4}{5}$ de quilômetro. Qual das duas andou mais? Bia

3 Cristina mora a $\frac{7}{15}$ de quilômetro da escola, enquanto Patrícia mora a $\frac{11}{15}$ de quilômetro da escola. Qual das duas mora mais perto da escola? Cristina

4 Usando os sinais =, > ou <, compare os pares de frações:

a) $\frac{7}{4}$ e $\frac{8}{5}$ $\frac{7}{4} > \frac{8}{5}$

b) $\frac{2}{3}$ e $\frac{8}{12}$ $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

c) $\frac{19}{21}$ e $\frac{13}{14}$ $\frac{19}{21} < \frac{13}{14}$

d) $\frac{5}{6}$ e $\frac{8}{9}$ $\frac{5}{6} < \frac{8}{9}$

5 O alqueire, muito usado em alguns estados brasileiros, é uma unidade que mede superfícies. Um lote *A* de terreno tem uma área que corresponde a $\frac{3}{4}$ de alqueire, enquanto um lote *B* tem área de $\frac{7}{10}$ de alqueire. Qual lote tem maior área? lote *A*

6 Quatro jarros têm o mesma capacidade e, em todos eles, há água. No primeiro, há água até os $\frac{3}{4}$ da sua capacidade, no segundo, até os $\frac{2}{3}$ da sua capacidade, no terceiro, até os $\frac{5}{8}$ da sua capacidade e, no quarto, até os $\frac{7}{12}$ da sua capacidade. Os dois jarros que contêm maior quantidade de água são:

a) o primeiro e o terceiro

b) o segundo e o quarto

× c) o primeiro e o segundo

d) o segundo e o terceiro

Explorando

Medidas

Juca, Pedro e Beto são sócios de um mesmo clube. Juca mora a $\frac{2}{3}$ de quilômetro do clube, Pedro, a $\frac{5}{6}$ de quilômetro do clube e Beto mora a $\frac{7}{9}$ de quilômetro do clube. No desenho seguinte, *A* representa a casa de quem mora mais próximo do clube e *C* representa a casa de quem mora mais longe. Nessas condições, responda:

1. Quem mora em *A*? Juca

2. Quem mora em *B*? Beto

3. Quem mora em *C*? Pedro

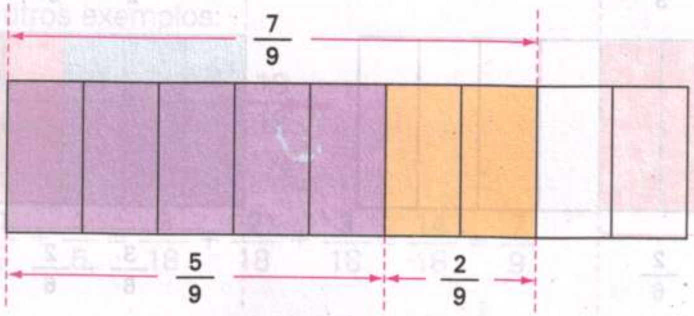
29 ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Até a 150 (pelo menos)

Observe os seguintes exemplos:

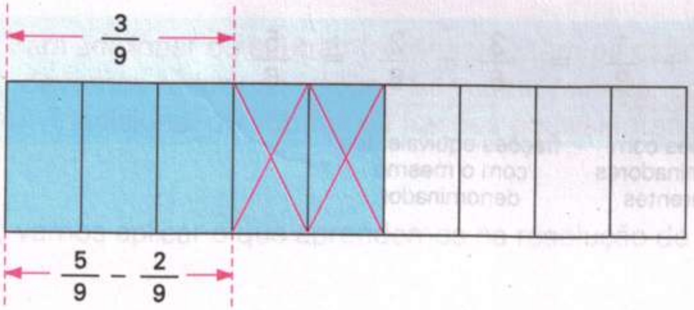
1. Vamos calcular $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$.

Observe a figura:



$$\frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

2. Vamos calcular $\frac{5}{9} - \frac{2}{9}$.



$$\frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{3}{9}$$

Para adicionar ou subtrair frações que têm o mesmo denominador, devemos adicionar ou subtrair os numeradores e conservar o denominador.

Então:

$\frac{5}{12} + \frac{3}{12} = \frac{8}{12}$ ou $\frac{2}{3}$

→ forma irredutível de $\frac{8}{12}$

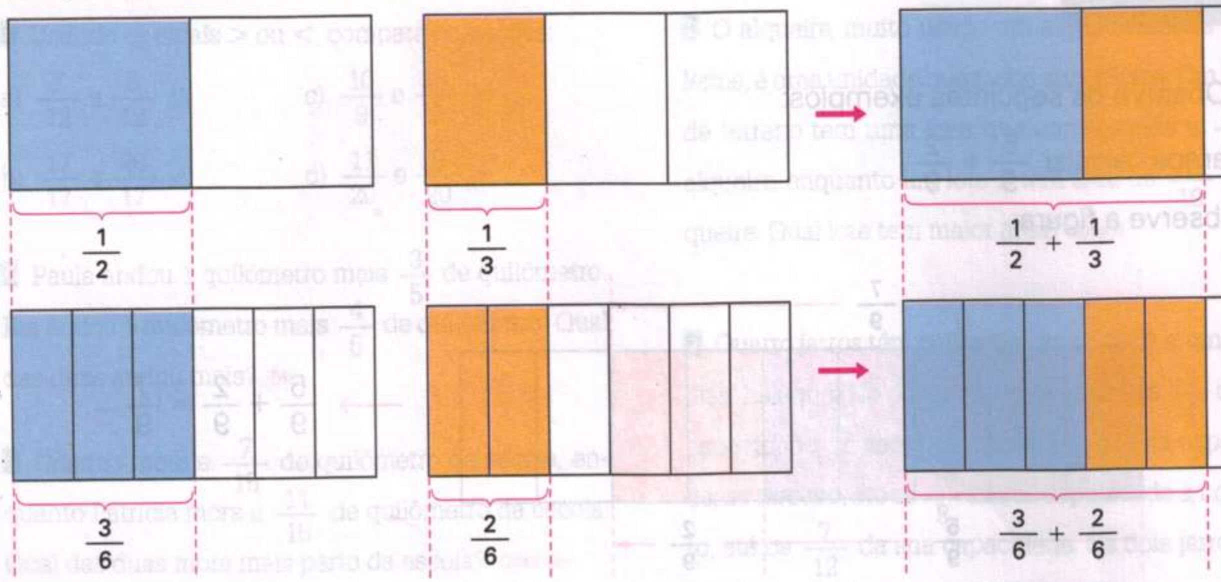
$\frac{20}{21} - \frac{13}{21} = \frac{7}{21}$ ou $\frac{1}{3}$

→ forma irredutível de $\frac{7}{21}$

Neste caso da subtração, o numerador da primeira fração deve ser maior que o numerador da segunda.

3. Vamos calcular $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.

Observe as figuras:



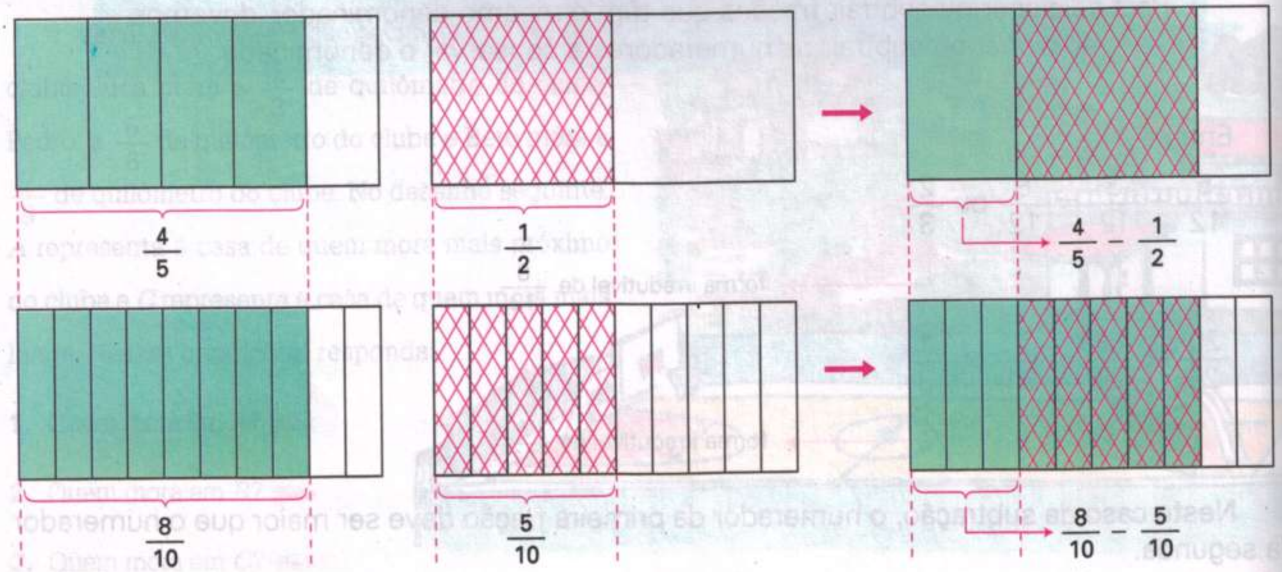
Você nota que calcular $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ é o mesmo que calcular $\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$.

Então:

$$\underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}_{\text{frações com denominadores diferentes}} = \underbrace{\frac{3}{6} + \frac{2}{6}}_{\text{frações equivalentes com o mesmo denominador}} = \frac{5}{6}$$

4. Vamos calcular $\frac{4}{5} - \frac{1}{2}$.

Observe as figuras:



Você nota que calcular $\frac{4}{5} - \frac{1}{2}$ é o mesmo que calcular $\frac{8}{10} - \frac{5}{10}$.

Então:

$$\underbrace{\frac{4}{5} - \frac{1}{2}}_{\text{frações com denominadores diferentes}} = \underbrace{\frac{8}{10} - \frac{5}{10}}_{\text{frações equivalentes com o mesmo denominador}} = \frac{3}{10}$$

Veja outros exemplos:

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{10}{12} + \frac{9}{12} = \frac{19}{12}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6} = \frac{9}{18} + \frac{2}{18} + \frac{3}{18} = \frac{14}{18} \overset{:2}{\underset{:2}{=}} \frac{7}{9}$$

$$\frac{3}{7} - \frac{1}{14} = \frac{6}{14} - \frac{1}{14} = \frac{5}{14}$$

Para adicionar ou subtrair frações que têm os denominadores diferentes, devemos reduzir as frações a um denominador comum e, em seguida, adicionar ou subtrair as frações equivalentes às frações dadas.

Agora, vamos aplicar o que aprendemos na resolução de problemas.

- Para fazer um trabalho escolar, Daniel usou $\frac{2}{3}$ de uma folha de cartolina e sua irmã usou $\frac{1}{4}$ da mesma folha. Que fração da folha de cartolina os dois usaram?

Para resolver esse problema, devemos calcular $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$.

$$\underbrace{\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12}}_{\text{reduzindo ao menor denominador comum}} = \frac{11}{12}$$

Assim, os dois juntos usaram $\frac{11}{12}$ da folha de cartolina.

◆◆ Quanto falta ao número $\frac{3}{10}$ para se obter $\frac{4}{5}$?

Para resolver esse problema, devemos calcular $\frac{4}{5} - \frac{3}{10}$.

$$\underbrace{\frac{4}{5} - \frac{3}{10} = \frac{8}{10} - \frac{3}{10}}_{\text{reduzindo ao menor denominador comum}} = \frac{5}{10} = \underset{\text{forma simplificada da fração } \frac{5}{10}}{\frac{1}{2}}$$

Falta $\frac{1}{2}$.

◆◆ Já li $\frac{5}{9}$ de um livro. Que fração do livro falta para eu terminar a leitura?

Para resolver esse problema, devemos calcular $1 - \frac{5}{9}$.

$$1 - \frac{5}{9} = \frac{9}{9} - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$$

Faltam, ainda, $\frac{4}{9}$ do livro.

◆◆◆ Qual é o valor da expressão numérica $\frac{7}{8} - \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$?

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \underbrace{\frac{21}{24} - \frac{16}{24}}_{\to \frac{5}{24}} + \frac{20}{24} = \frac{5}{24} + \frac{20}{24} = \frac{25}{24}$$

O valor da expressão numérica é $\frac{25}{24}$.

◆◆◆◆ Uma escola oferece aos seus alunos três opções de atividades em Educação Física: basquete, vôlei e ginástica. Entre os alunos da escola, $\frac{5}{8}$ se inscreveu em basquete, $\frac{1}{6}$ em vôlei e os demais, em ginástica.

a) Qual a fração dos alunos da escola que se inscreveram em basquete e vôlei?

b) Qual a fração dos alunos da escola que se inscreveram em ginástica?

a

b

Propo

1 Escre
ras suge

a)

b)

2 Escre
pela part

a)

3 Calcul

a) $\frac{1}{9}$ +

b) $\frac{3}{8}$ +

4 Qual é

$\frac{7}{6} + \frac{4}{6}$

5 Calcule

a) $\frac{3}{4}$ −

b) $\frac{5}{4}$ +

a) Para resolver essa situação, devemos fazer $\frac{5}{8}+\frac{1}{6}$.

$$\frac{5}{8}+\frac{1}{6}=\frac{15}{24}+\frac{4}{24}=\frac{19}{24}$$

b) Considerando que o total de alunos da escola representa 1 unidade, devemos fazer:

$$1-\frac{19}{24}=\frac{24}{24}-\frac{19}{24}=\frac{5}{24}$$

Então, $\frac{19}{24}$ dos alunos se inscreveu em basquete e vôlei, enquanto $\frac{5}{24}$ dos alunos se inscreveu em ginástica.

Propor os exercícios do **Atividades-G44**

FIXAÇÃO

1 Escreva a adição que as partes coloridas das figuras sugerem:

a) 
$\frac{3}{7}+\frac{3}{7}=\frac{6}{7}$

b) 
$\frac{5}{12}+\frac{6}{12}=\frac{11}{12}$

2 Escreva a subtração sugerida pela parte colorida e pela parte assinalada com *X* na figura:

a) 
$\frac{7}{9}-\frac{3}{9}=\frac{4}{9}$

b) 
$\frac{7}{7}-\frac{5}{7}=\frac{2}{7}$

3 Calcule e simplifique o resultado, se for possível:

a) $\frac{1}{9}+\frac{5}{9}+\frac{2}{9}$ $\frac{8}{9}$

b) $\frac{3}{8}+\frac{7}{8}-\frac{5}{8}$ $\frac{5}{8}$

c) $\frac{1}{10}+\frac{7}{10}-\frac{3}{10}$ $\frac{1}{2}$

d) $\frac{7}{15}-\frac{3}{15}+\frac{2}{15}$ $\frac{2}{5}$

4 Qual é o valor da expressão numérica $\frac{7}{6}+\frac{4}{6}-\frac{5}{6}+\frac{3}{6}-\frac{9}{6}$? 0

5 Calcule e simplifique o resultado, se possível:

a) $\frac{3}{4}-\frac{1}{6}$ $\frac{7}{12}$

b) $\frac{5}{4}+\frac{1}{8}$ $\frac{11}{8}$

c) $\frac{9}{2}-\frac{6}{5}$ $\frac{33}{10}$

d) $\frac{3}{2}+\frac{5}{9}-\frac{5}{6}$ $\frac{22}{18}=\frac{11}{9}$

6 Um rapaz já pintou $\frac{7}{11}$ de uma parede. Qual a fração dessa parede que ainda resta pintar? $\frac{4}{11}$

7 Uma pessoa gasta $\frac{1}{4}$ do seu salário com o aluguel da casa onde mora e $\frac{2}{5}$ com atividades de lazer. Que fração do seu salário essa pessoa gasta em aluguel e lazer? $\frac{13}{20}$

8 Determine o número racional *x* expresso por $\frac{4}{5}-\frac{1}{6}+\frac{11}{15}-\frac{3}{10}$. $\frac{16}{15}$

9 Qual é o valor da expressão $\frac{4}{3}-\left(\frac{5}{9}+\frac{1}{2}\right)$? $\frac{5}{18}$

10 Da renda de uma partida de futebol, $\frac{1}{10}$ corresponde às despesas gerais, $\frac{1}{2}$ cabe ao clube vencedor e o restante cabe ao clube perdedor. Nessas condições, qual a fração da renda que cabe ao clube perdedor? $\frac{2}{5}$

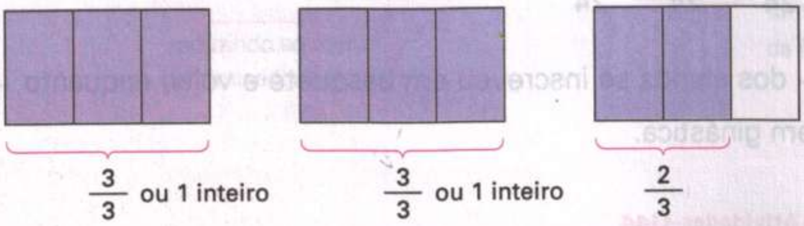
11 No primeiro dia de trabalho, um rapaz pintou $\frac{1}{8}$ de um muro e no segundo dia pintou o triplo do que havia pintado no primeiro. É correto dizer que, nesses dois dias, ele pintou a metade do muro? sim

12 Qual é o número racional expresso por $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{5}{8}-\frac{1}{4}\right)$? $\frac{19}{24}$

30

A FORMA MISTA

Considerando que cada figura representa um inteiro, observe:



Há duas maneiras de representar a quantidade correspondente à parte colorida da figura total:

a) $\frac{3}{3}+\frac{3}{3}+\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$, que é uma fração imprópria.

b) $1+1+\frac{2}{3}$ ou $2+\frac{2}{3}$ ou, simplesmente, $2\frac{2}{3}$ (lemos: dois inteiros e dois terços) que é chamada forma mista da fração.

Assim:

$$\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$$

forma mista

fração imprópria

Pelo que vimos, podemos dizer:

- Toda fração imprópria pode ser escrita na forma mista.
Vejamos:

a) $\frac{8}{3}=\frac{6+2}{3}=\frac{6}{3}+\frac{2}{3}=2+\frac{2}{3}=2\frac{2}{3}$

2 unidades

b) $\frac{16}{5}=\frac{15+1}{5}=\frac{15}{5}+\frac{1}{5}=3+\frac{1}{5}=3\frac{1}{5}$

3 unidades

- Todo número racional escrito na forma mista pode se transformar numa fração imprópria.

a) $2\frac{2}{3}=2+\frac{2}{3}=\frac{6}{3}+\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$

b) $3\frac{1}{5}=3+\frac{1}{5}=\frac{15}{5}+\frac{1}{5}=\frac{16}{5}$

FIXAÇÃO

1 Escreva na forma mista os números racionais:

a) $\frac{21}{5}$ $4\frac{1}{5}$

b) $\frac{17}{3}$ $5\frac{2}{3}$

c) $\frac{33}{10}$ $3\frac{3}{10}$

d) $\frac{15}{2}$ $7\frac{1}{2}$

2 Escreva na forma de fração imprópria os seguintes números racionais:

a) $5\frac{1}{4}$ $\frac{21}{4}$

b) $10\frac{1}{3}$ $\frac{31}{3}$

c) $5\frac{2}{3}$ $\frac{17}{3}$

d) $1\frac{7}{10}$ $\frac{17}{10}$

3 Quanto falta ao número $\frac{13}{15}$ para atingir $1\frac{1}{6}$? $\frac{3}{10}$

4 Usando uma bicicleta, Carlinhos percorreu $15\frac{1}{2}$ quilômetros na primeira hora e $12\frac{1}{3}$ quilômetros na segunda hora. Quantos quilômetros ele percorreu nessas duas horas? (Dê a resposta na forma mista.) $27\frac{5}{6}$ quilômetros

Frederick Mckinney/Keystone

5 Determine o valor da expressão numérica

$1\frac{4}{5} - 1\frac{2}{3} + \frac{7}{10}$. $\frac{5}{6}$

6 A distância entre duas cidades, *A* e *B*, é de $30\frac{1}{6}$ quilômetros. Um carro, partindo da cidade *A*, já percorreu $20\frac{1}{4}$ quilômetros. Quantos quilômetros o carro deve percorrer, ainda, para chegar à cidade *B*?

$9\frac{11}{12}$ quilômetros

31

MULTIPLICAÇÃO

Multiplicando um número natural por uma fração

Consideremos o seguinte exemplo:

Em uma caixa são colocados $\frac{2}{5}$ de quilograma de balas. Quantos quilogramas de balas serão colocados em 3 caixas iguais a essa?

Para resolver esse problema, devemos fazer:

$$\underbrace{\frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5}}_{\text{3 vezes}} = 3 \times \frac{2}{5} = \frac{6}{5} \quad \text{ou} \quad 3 \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5}$$

Logo, serão colocados $\frac{6}{5}$ ou $1\frac{1}{5}$ de quilograma de balas.

Então:

Para multiplicar um número natural por uma fração, multiplicamos o número natural pelo numerador da fração e conservamos o denominador.

Outros exemplos:

$$5 \times \frac{2}{11} = \frac{5 \times 2}{11} = \frac{10}{11} \qquad 4 \times \frac{3}{20} = \frac{4 \times 3}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

Multiplicando uma fração por outra fração

Consideremos os seguintes exemplos:

1. Quanto dá $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$?

Em Matemática, a palavra *de* pode ser substituída pelo sinal × de multiplicação.

(Lembre-se: *o dobro de* significa 2 ×). Assim, devemos calcular $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$.

Observe a figura:

A parte colorida de *amarelo* representa $\frac{1}{3}$ da figura.

A parte hachurada representa $\frac{1}{2}$ da parte colorida de amarelo, ou seja, $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ da figura.

A parte hachurada e colorida representa $\frac{1}{6}$ da figura. Então:

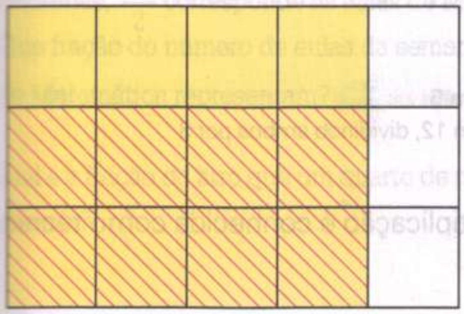
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \longrightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$

Observe que neste caso, o resultado $\left(\frac{1}{6}\right)$ é menor que qualquer um dos fatores $\left(\frac{1}{2} \text{ e } \frac{1}{3}\right)$.

2. Marcelo anda $\frac{4}{5}$ de quilômetro para ir de casa até a escola. Roberto, por sua vez, anda $\frac{2}{3}$ dessa distância para ir de casa até a escola. Que fração de quilômetro Roberto percorre quando vai de casa até a escola?

Pelo problema, queremos calcular $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$, ou seja, $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$.

Observe a figura:



A parte colorida representa $\frac{4}{5}$ da figura.

A parte hachurada representa $\frac{2}{3}$ da parte colorida, ou seja, $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ da figura.

A parte hachurada e colorida representa $\frac{8}{15}$ da figura.

Então:

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15} \longrightarrow \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$

Logo, Roberto anda $\frac{8}{15}$ de quilômetro.

Pelos exemplos dados, podemos escrever:

Para multiplicar uma fração por outra fração,
multiplica-se o numerador de uma pelo numerador da outra
e o denominador de uma pelo denominador da outra.

Outros exemplos:

$$\frac{3}{7} \times \frac{1}{5} = \frac{3 \times 1}{7 \times 5} = \frac{3}{35} \qquad \frac{4}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{9 \times 3} = \frac{8}{27}$$

A técnica do cancelamento

Observe as multiplicações:

$$\frac{4}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{12}{28} \overset{:4}{\underset{:4}{=}} \frac{3}{7} \qquad \frac{5}{12} \times \frac{3}{5} = \frac{15}{60} \overset{:15}{\underset{:15}{=}} \frac{1}{4}$$

Nas duas multiplicações, fizemos a simplificação depois de obter o produto. No entanto, a multiplicação de duas ou mais frações pode se tornar mais simples quando efetuamos uma simplificação preliminar.

Observe:

$$\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{7} \times \frac{3}{\underset{1}{\cancel{4}}} = \frac{1}{7} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{7} \longrightarrow$$ simplificamos 4 com 4, dividindo ambos por 4

$$\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{4}{\cancel{12}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{4} \longrightarrow$$ simplificamos 5 com 5
simplificamos 3 com 12, dividindo ambos por 3

Essa técnica de simplificação antes de efetuar a multiplicação é conhecida como técnica do cancelamento.

Veja outro exemplo:

$$\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{7} \times \frac{1}{\underset{5}{\cancel{10}}} = \frac{1 \times 3 \times 1}{1 \times 7 \times 5} = \frac{3}{35} \longrightarrow$$ simplificamos 9 com 3
simplificamos 2 com 10

Propor os exercícios do **Atividades-G46**

FIXAÇÃO

1 Calcule, simplificando o resultado quando for possível:

a) $4 \times \frac{3}{5}$ $\frac{12}{5}$

b) $2 \times \frac{4}{9}$ $\frac{8}{9}$

c) $5 \times \frac{1}{10}$ $\frac{1}{2}$

d) $\frac{5}{6} \times 12$ 10

e) $\frac{1}{2} \times 10$ 5

f) $\frac{2}{3} \times 11$ $\frac{22}{3}$

2 Calcule, simplificando o resultado quando for possível (procure aplicar a técnica do cancelamento):

a) $\frac{1}{3} \times \frac{4}{7}$ $\frac{4}{21}$

b) $\frac{7}{8} \times \frac{3}{2}$ $\frac{21}{16}$

c) $\frac{3}{5} \times \frac{5}{9}$ $\frac{1}{3}$

d) $\frac{2}{7} \times \frac{11}{2}$ $\frac{11}{7}$

e) $\frac{9}{11} \times \frac{22}{15}$ $\frac{6}{5}$

f) $\frac{9}{8} \times \frac{4}{45}$ $\frac{1}{10}$

g) $\frac{2}{9} \times \frac{1}{2} \times \frac{6}{5}$ $\frac{2}{15}$

h) $\frac{4}{9} \times 3 \times \frac{5}{2}$ $\frac{10}{3}$

i) $\frac{8}{5} \times \frac{10}{3} \times \frac{3}{8} \times \frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$

j) $1\frac{2}{3} \times \frac{6}{7} \times 14$ 20

3 Em uma sala de aula, verificou-se que $\frac{2}{3}$ dos alunos praticam esportes. Desses alunos que praticam esportes, $\frac{3}{4}$ praticam voleibol. Qual a fração dos alunos da sala que pratica voleibol? $\frac{1}{2}$

4 Em um mapa, cada 1 cm equivale a $5\frac{1}{4}$ quilômetros. Nesse mapa, a distância entre as cidades *A* e *B* é de 12 cm. Qual é a distância real entre as duas cidades? 63 quilômetros

5 Em uma caixa podem ser colocados $10\frac{1}{5}$ quilos de balas. Quantos quilos de balas você terá quando comprar:


Corel Stock Photo

a) duas dessas caixas? $20\frac{2}{5}$ quilos

b) a metade dessa caixa? $5\frac{1}{10}$ quilos

As aulas de Matemática, Desenho Geométrico e Ciências representam juntas $\frac{2}{5}$ do número de aulas que o aluno tem durante a semana. Das aulas dessas três matérias, $\frac{1}{2}$ corresponde às aulas de Matemática. Que fração do número de aulas da semana as aulas de Matemática representam? $\frac{1}{5}$ das aulas

Qual é a fração do litro que um quarto de meio litro representa? $\frac{1}{8}$

8 Calcule o valor das expressões numéricas:

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$

c) $2 + 3 \times \frac{4}{9}$ $\frac{10}{3}$

b) $3 + \frac{5}{9} \times \frac{3}{5}$ $\frac{10}{3}$

d) $1\frac{1}{2} - \frac{5}{16} \times \frac{2}{5}$ $\frac{11}{8}$

9 Determine o valor da expressão numérica

$$\left(\frac{5}{8} + \frac{5}{6}\right) \times \left(1 - \frac{1}{7}\right). \quad \frac{5}{4}$$

32

DIVISÃO

Números inversos

Consideremos as seguintes multiplicações:

$$4 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \qquad \frac{1}{6} \times 6 = \frac{6}{6} = 1 \qquad \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{12} = 1$$

Note que o resultado de todas essas multiplicações é 1.

Vem, daí, a definição:

> Quando a multiplicação de dois números racionais não-nulos dá 1, os números são chamados números inversos.
> Um dos números é considerado o inverso do outro.

Assim:

- 4 e $\frac{1}{4}$ são números inversos; 4 é o inverso de $\frac{1}{4}$ e vice-versa.
- $\frac{1}{6}$ e 6 são números inversos; $\frac{1}{6}$ é o inverso de 6 e vice-versa.
- $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{3}$ são números inversos; $\frac{3}{4}$ é o inverso de $\frac{4}{3}$ e vice-versa.

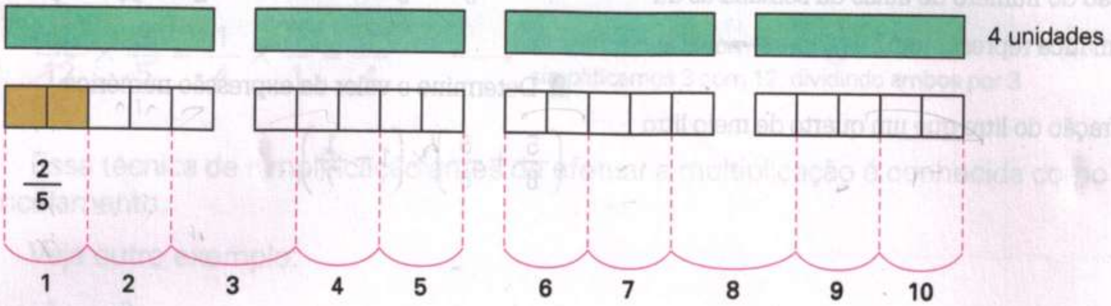
Você deve ter notado que, na prática, obtemos o inverso de um número racional, escrito na forma fracionária, trocando as posições de seu numerador e de seu denominador.

$\frac{4}{1} \div \frac{2}{5}$ $\frac{4}{1} \div \frac{5}{2}$

Consideremos agora os seguintes exemplos:

1. Quantas vezes $\frac{2}{5}$ cabe em 4 unidades?

Inicialmente, vamos resolver esse problema geometricamente:



Você observa que $\frac{2}{5}$ cabe 10 vezes em 4, ou seja, $4 : \frac{2}{5} = 10$.

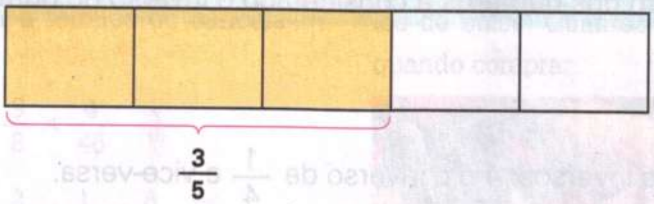
Observe, agora, que a divisão por $\frac{2}{5}$ dá o mesmo resultado que a multiplicação pelo seu inverso $\left(\frac{5}{2}\right)$:

$$\left.\begin{array}{l} 4 : \dfrac{2}{5} = 10 \\[2ex] 4 \times \dfrac{5}{2} = \dfrac{20}{2} = 10 \end{array}\right\} \longrightarrow 4 : \frac{2}{5} = 4 \times \underbrace{\frac{5}{2}}_{\text{inverso}}$$

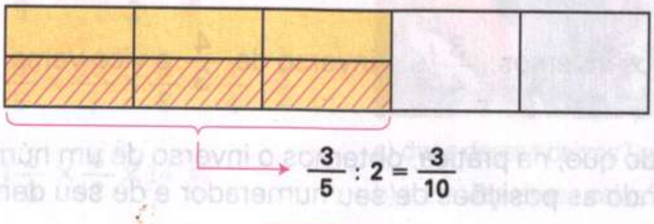
2. Quanto dá a divisão de $\frac{3}{5}$ por 2?

Inicialmente, vamos resolver geometricamente esse problema:

A parte colorida representa $\frac{3}{5}$ da figura.



A parte hachurada e colorida representa $\frac{3}{5}$ dividido em 2 partes iguais, ou seja, $\frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{10}$.

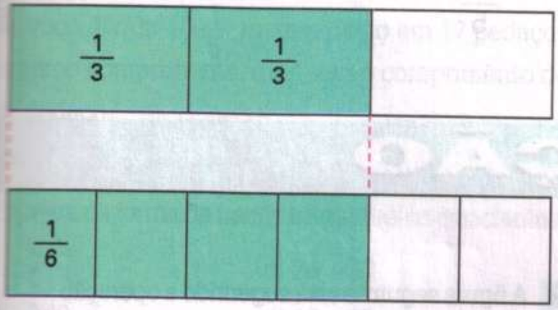


Observe, agora, que a divisão por 2 dá o mesmo resultado que a multiplicação pelo seu inverso $\left(\frac{1}{2}\right)$.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{3}{5}:2=\frac{3}{10}\\[2ex]\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{10}\end{array}\right\}\longrightarrow \frac{3}{5}:\underbrace{2=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}}_{\text{inverso}}$$

3. A figura seguinte está sugerindo a divisão $\frac{2}{3}:\frac{1}{6}$.

Para resolver esse problema, analise os desenhos:



⟶ A parte colorida representa $\frac{2}{3}$.

⟶ A parte colorida representa $\frac{1}{6}$.

Observando a figura, $\frac{1}{6}$ cabe 4 vezes em $\frac{2}{3}$.

Podemos escrever que $\frac{2}{3}:\frac{1}{6}=4$.

Neste caso, vemos que o quociente (4) é maior que o dividendo $\left(\frac{2}{3}\right)$. Este fato pode ocorrer na divisão de números racionais.

Você vai observar, agora, que a divisão por $\frac{1}{6}$ dá o mesmo resultado que a multiplicação pelo seu inverso $\left(\frac{6}{1}\text{ ou simplesmente } 6\right)$.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{2}{3}:\frac{1}{6}=4\\[2ex]\frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}}\times\frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{1}=\frac{4}{1}=4\end{array}\right\}\longrightarrow \frac{2}{3}:\underbrace{\frac{1}{6}=\frac{2}{3}\times\frac{6}{1}}_{\text{inverso}}$$

Para dividir um número racional por outro número racional, diferente de zero, deve-se multiplicar o primeiro pelo inverso do segundo.

Veja outros exemplos:

4. $7 : \frac{3}{4} = 7 \times \frac{4}{3} = \frac{28}{3}$

5. $\frac{3}{11} : 3 = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{11} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{1}{11}$

6. $\frac{4}{9} : \frac{5}{3} = \frac{4}{\underset{3}{\cancel{9}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{5} = \frac{4}{15}$

7. $\frac{3}{10} : \frac{2}{9} = \frac{3}{10} \times \frac{9}{2} = \frac{27}{20}$

Assim, a divisão entre números racionais é sempre possível, desde que o divisor seja diferente de zero.

Podemos dizer que toda fração representa um quociente do numerador pelo denominador. Veja:

✓ $\frac{2}{5} = 2 : 5$ ou $2 : 5 = \frac{2}{5}$

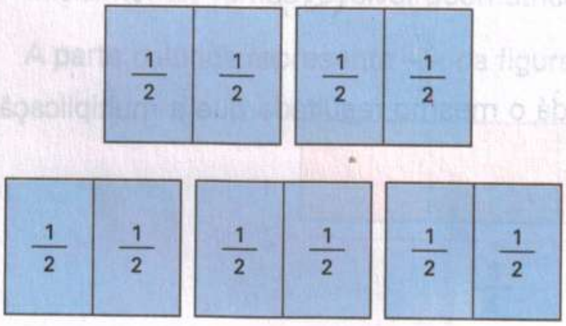
✓ $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{2} : \frac{3}{5}$ ou $\frac{1}{2} : \frac{3}{5} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{5}}$

Propor os exercícios do **Atividades-G47**

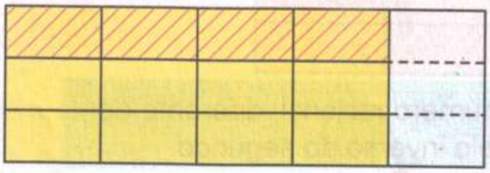
FIXAÇÃO

1 Qual é o número que multiplicado por $\frac{4}{7}$ dá 1? Como se chama esse número em relação ao número $\frac{4}{7}$? $\frac{7}{4}$: inverso de $\frac{4}{7}$

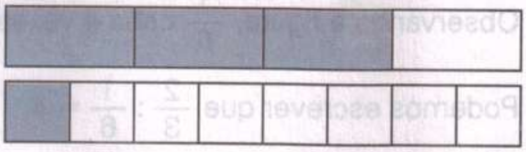
2 A figura seguinte está sugerindo a operação $5 : \frac{1}{2}$. Qual é o resultado dessa divisão? 10



3 A figura seguinte está sugerindo a operação $\frac{4}{5} : 3$. Qual é o resultado dessa divisão? $\frac{4}{15}$



4 A figura seguinte está sugerindo a operação $\frac{3}{4} : \frac{1}{8}$. Qual é o resultado dessa divisão? 6



5 Calcule:

a) $5 : \frac{1}{4}$ 20

b) $7 : \frac{1}{2}$ 14

c) $5 : \frac{5}{8}$ 8

d) $\frac{4}{3} : 3$ $\frac{4}{9}$

e) $\frac{5}{8} : 2$ $\frac{5}{16}$

f) $\frac{7}{10} : 14$ $\frac{1}{20}$

g) $2\frac{1}{5} : \frac{11}{4}$ $\frac{4}{5}$

h) $1\frac{1}{2} : 7\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$

i) $0 : \frac{5}{9}$ 0

6 Em um copo cabe $\frac{1}{6}$ de litro de água. Quantos desses copos são necessários para encher uma jarra na qual cabe $\frac{2}{3}$ de litro de água? 4 copos

Uma torrefação de café colocou 465 quilogramas de café em pacotes de $\frac{3}{4}$ de quilograma cada um. Quantos pacotes foram obtidos? 620 pacotes

Se você dividir $10\frac{1}{5}$ metros de fio em 17 pedaços de mesmo comprimento, qual será o comprimento de cada pedaço? $\frac{3}{5}$ de metro

9 Escreva na forma de fração irredutível os quocientes:

1 : 7 $\frac{1}{7}$

20 : 40 $\frac{1}{2}$

c) 28 : 20 $\frac{7}{5}$

d) 16 : 48 $\frac{1}{3}$

10 Determine o valor de cada uma das expressões numéricas:

$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} + \frac{1}{2}$ $\frac{4}{3}$

b) $\frac{1}{2} - \frac{5}{8} : \frac{5}{4}$ 0

11 Um pessoa comprou 4 quilogramas de carne moída. Essa quantidade foi colocada em pacotes de $\frac{1}{2}$ quilograma cada. Quantos pacotes foram feitos? 8 pacotes

Manoel Novaes

12 Qual é o valor da expressão numérica

$\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)$? $\frac{1}{2}$

13 Calcule:

a) $\dfrac{\frac{10}{3}}{\frac{8}{9}}$ $\frac{15}{4}$

b) $\dfrac{\frac{2}{3} \times \frac{3}{7}}{\frac{1}{14} : \frac{1}{2}}$ 2

33

POTENCIAÇÃO

Vamos recordar:

expoente

$$5^3 = \underbrace{5 \times 5 \times 5}_{\text{3 fatores}} = 125$$

base

resultado da potência

Essa mesma definição pode ser aplicada para os números racionais na forma fracionária.

✓ $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \underbrace{\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5}}_{\text{3 fatores}} = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$

✓ $\left(\frac{1}{9}\right)^2 = \underbrace{\frac{1}{9} \times \frac{1}{9}}_{\text{2 fatores}} = \frac{1^2}{9^2} = \frac{1}{81}$

Para elevar uma fração a um expoente natural, devemos elevar o numerador e o denominador a esse expoente.

São válidas para os números racionais absolutos as convenções:

- A potência de expoente 1 é a própria base.

$\left(\frac{2}{7}\right)^1 = \frac{2}{7}$ $\left(\frac{10}{9}\right)^1 = \frac{10}{9}$

- A potência de expoente 0 é igual a 1.

$\left(\frac{2}{7}\right)^0 = 1$ $\left(\frac{10}{9}\right)^0 = 1$

Propor os exercícios do **Atividades-G48**

FIXAÇÃO

1 Calcule:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ $\frac{1}{4}$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ $\frac{1}{8}$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ $\frac{1}{16}$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^6$ $\frac{1}{64}$

e) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ $\frac{1}{9}$

f) $\left(\frac{1}{3}\right)^3$ $\frac{1}{27}$

g) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ $\frac{4}{9}$

h) $\left(\frac{1}{4}\right)^2$ $\frac{1}{16}$

i) $\left(\frac{5}{3}\right)^2$ $\frac{25}{9}$

j) $\left(\frac{1}{2}\right)^0$ 1

l) $\left(\frac{5}{12}\right)^2$ $\frac{25}{144}$

m) $\left(\frac{17}{9}\right)^0$ 1

n) $\left(\frac{7}{11}\right)^1$ $\frac{7}{11}$

o) $\left(\frac{5}{6}\right)^2$ $\frac{25}{36}$

p) $\left(\frac{4}{3}\right)^3$ $\frac{64}{27}$

q) $\left(\frac{11}{13}\right)^0$ 1

2 Se $x = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}\right)^2$ e $y = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2$, mostre que x = y.

Dados os números $x = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)^2$ e $y = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{5}\right)^2$, qual dos dois números é o maior? $y > x$

Determine o valor das expressões numéricas:

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 + 1$ $\frac{28}{27}$　　b) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \frac{5}{27}$ $\frac{1}{15}$　　c) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 : \frac{7}{32}$ $\frac{1}{14}$　　d) $\left(\frac{5}{6}\right)^2 : \frac{25}{9}$ $\frac{1}{4}$

Determine o valor das expressões numéricas:

$\left(\frac{2}{3} + 2\right)^2$ $\frac{64}{9}$　　$\left(\frac{2}{7} \times \frac{7}{2}\right)^{10}$ 1　　$\left(\frac{3}{2}\right)^3 : \left(\frac{3}{2}\right)^3$ 1　　$\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3$ $\frac{1}{54}$

a) Quais as cores dos cartões que apresentam o mesmo resultado? vermelho e amarelo

b) Qual a cor do cartão que apresenta o maior resultado? azul

c) Qual a cor do cartão que apresenta o menor resultado? verde

34

RAIZ QUADRADA EXATA

Qual é o número que elevado ao quadrado dá $\frac{4}{25}$?

O número é $\frac{2}{5}$, pois $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$.

Dizemos que o número $\frac{2}{5}$ representa a raiz quadrada do número $\frac{4}{25}$.

Indicamos:

$$\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5} \longrightarrow \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$$

Veja outros exemplos:

$$\sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6} \qquad \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{9}{10} \qquad \sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{7}{8}$$

FIXAÇÃO

1 Existe um número que elevado ao quadrado dá $\frac{1}{9}$. Qual é esse número? O que ele representa do número $\frac{1}{9}$? $\frac{1}{3}$; raiz quadrada

2 Um número racional *q* é tal que $q^2 = \frac{9}{16}$. Qual é o número *q*? $\frac{3}{4}$

3 Sabendo-se que $\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{49}$, o que o número $\frac{3}{7}$ representa do número $\frac{9}{49}$? raiz quadrada

4 Qual é o valor da expressão numérica $\sqrt{\frac{9}{25}} + \sqrt{\frac{1}{4}}$? $\frac{11}{10}$

5 Calcule:

🟥 $\sqrt{\frac{1}{36}}$ $\frac{1}{6}$

🟨 $\sqrt{\frac{4}{81}}$ $\frac{2}{9}$

🟦 $\sqrt{\frac{49}{4}}$ $\frac{7}{2}$

🟩 $\sqrt{\frac{100}{81}}$ $\frac{10}{9}$

a) Qual a cor do cartão que apresenta a maior raiz quadrada? azul

b) Qual a cor do cartão que apresenta a menor raiz quadrada? vermelho

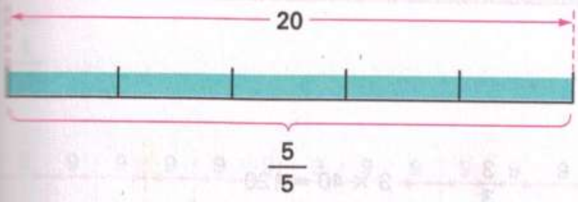
6 Um número *x* é expresso por $1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2$. Qual é a raiz quadrada do número *x*? $\frac{5}{4}$

35 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

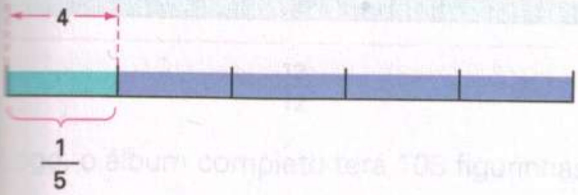
Observe atentamente os seguintes exemplos:

1. Foram convocados para a primeira fase de treinamento da seleção brasileira de basquete 20 jogadores. Terminada essa fase do treinamento, foram dispensados $\frac{2}{5}$ dos jogadores, continuando os restantes em treinamento. Nessas condições, quantos jogadores foram dispensados? Quantos jogadores continuaram em treinamento?

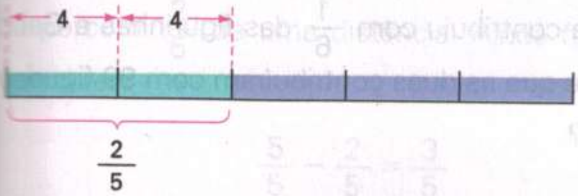
Para descobrir quantos jogadores foram dispensados e quantos continuaram em treinamento, fazemos:



$\frac{5}{5} \longrightarrow 20$



$\frac{1}{5} \longrightarrow 20 : 5 = 4$

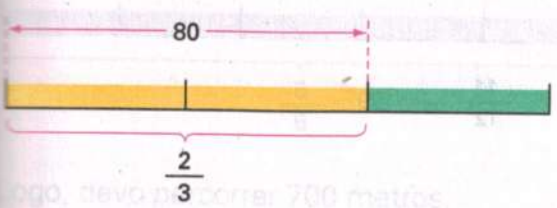


$\frac{2}{5} \longrightarrow 2 \times 4 = 8$ foram dispensados

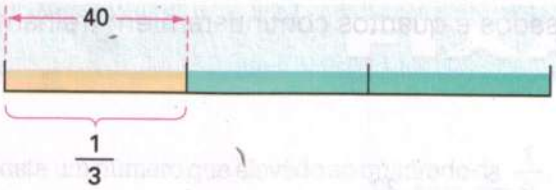
Se 8 jogadores foram dispensados, então $20 - 8 = 12$ continuaram em treinamento.

Logo, foram dispensados 8 jogadores e continuaram em treinamento 12 jogadores.

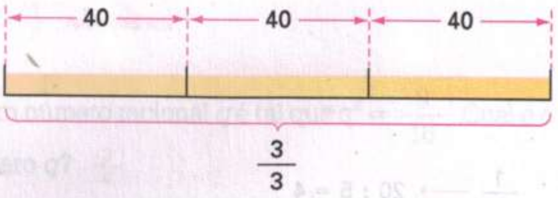
2. Marco já leu 80 páginas de um livro. Essa quantidade corresponde a $\frac{2}{3}$ do número de páginas que o livro tem. Quantas páginas tem esse livro?



$\frac{2}{3} \longrightarrow 80$



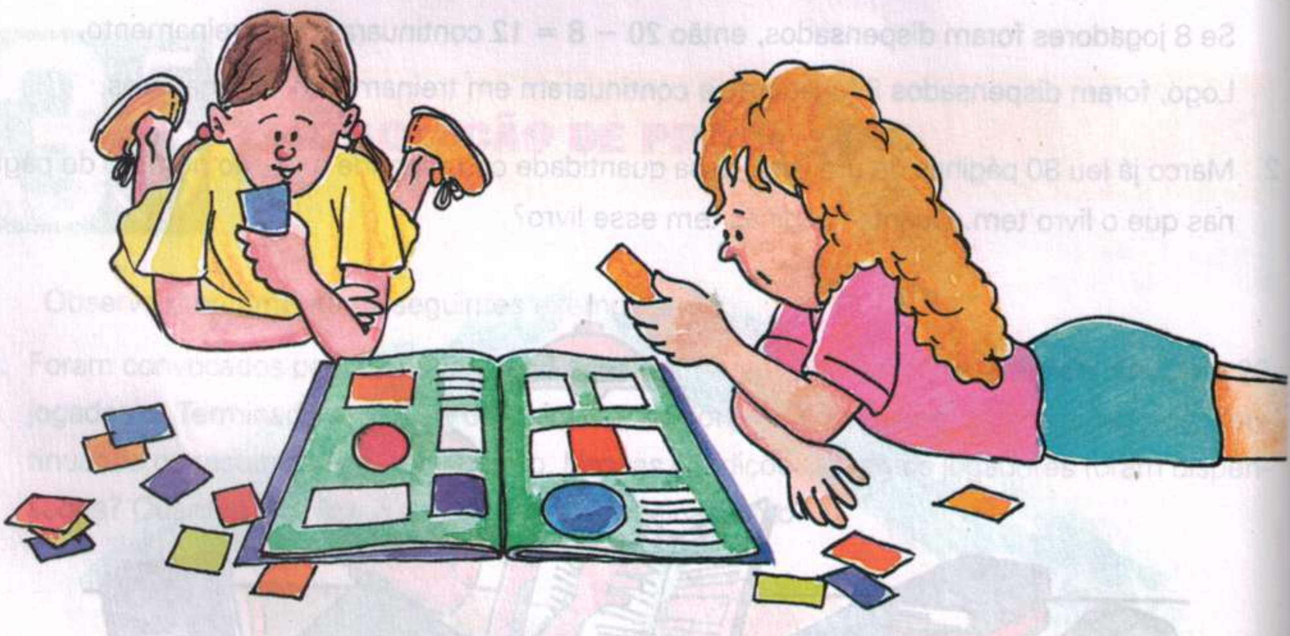
$$\frac{1}{3} \longrightarrow 80 : 2 = 40$$



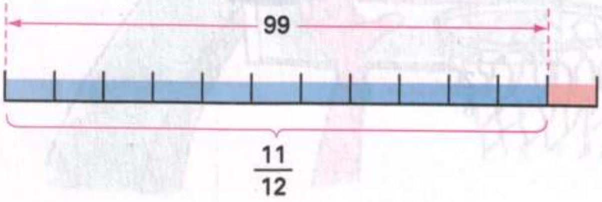
$$\frac{3}{3} \longrightarrow 3 \times 40 = 120$$

Logo, o livro tem 120 páginas.

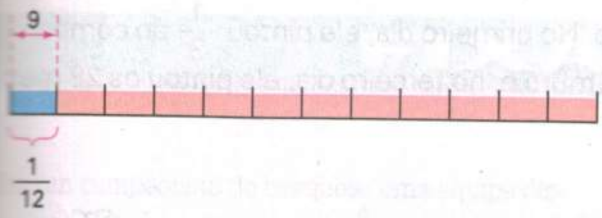
3. Para encher um álbum de figurinhas, Mariana contribuiu com $\frac{1}{6}$ das figurinhas e Gabriela contribuiu com $\frac{3}{4}$ das figurinhas. Sabendo-se que as duas contribuíram com 99 figurinhas, quantas figurinhas terá esse álbum completo?



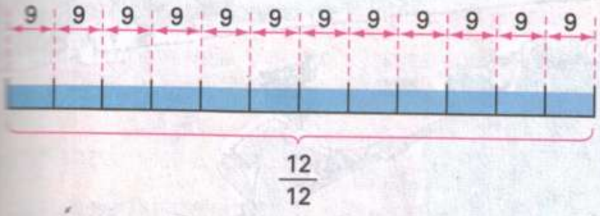
$\frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{2}{12} + \frac{9}{12} = \frac{11}{12} \longrightarrow$ fração das figurinhas que as duas colocaram juntas no álbum



$$\frac{11}{12} \longrightarrow 99$$



$\frac{1}{12} \longrightarrow 99 : 11 = 9$



$\frac{12}{12} \longrightarrow 12 \times 9 = 108$

Logo, o álbum completo terá 108 figurinhas.

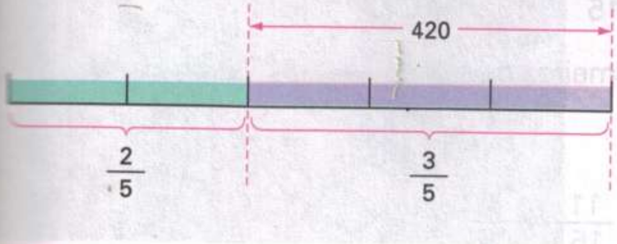
Já percorri $\frac{2}{5}$ de uma distância. Ainda faltam 420 metros. Qual é a distância que devo percorrer?

$$\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

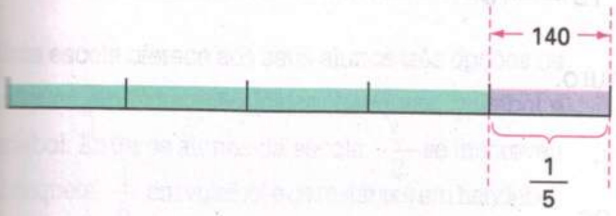
$\frac{3}{5}$ → fração que representa a distância que falta

$\frac{2}{5}$ → fração que representa a distância já percorrida

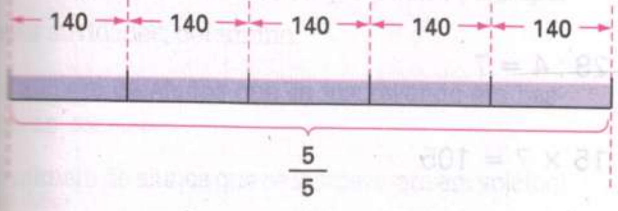
$\frac{5}{5}$ → fração que representa a distância total



$\frac{3}{5} \longrightarrow 420$



$\frac{1}{5} \longrightarrow 420 : 3 = 140$



$\frac{5}{5} \longrightarrow 5 \times 140 = 700$

Logo, devo percorrer 700 metros.

5. Um pintor levou três dias para pintar um muro. No primeiro dia, ele pintou $\frac{1}{3}$ do comprimento do muro; no segundo dia, ele pintou $\frac{2}{5}$ do muro e, no terceiro dia, ele pintou os 28 metros restantes. Nessas condições:

a) Qual a fração do muro que ele pintou nos dois primeiros dias?

b) Qual a fração do muro que ele pintou no terceiro dia?

c) Qual o comprimento, em metros, desse muro?

Resolvendo o item *a*:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$$

Então, ele pintou $\frac{11}{15}$ do muro nos dois primeiros dias.

Resolvendo o item *b*:

$$\frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$$

Assim, no terceiro dia, ele pintou $\frac{4}{15}$ do muro.

Resolvendo o item *c*:

$$\frac{4}{15} \longrightarrow 28$$

$$\frac{1}{15} \longrightarrow 28 : 4 = 7$$

$$\frac{15}{15} \longrightarrow 15 \times 7 = 105$$

Logo, o muro tem 105 metros de comprimento.

Propor os exercícios do **Atividades-G49**

FIXAÇÃO

Em um campeonato de basquete, uma equipe disputou 35 jogos, dos quais venceu $\frac{6}{7}$. De acordo com o regulamento do campeonato, cada vitória vale 2 pontos e cada empate vale 1 ponto. Nessas condições, responda:

a) Quantas partidas a equipe venceu? 30 partidas

b) Quantas partidas a equipe perdeu ou empatou? 5 partidas

c) Quantos pontos a equipe conseguiu somar nesse campeonato se empatou um jogo? 61 pontos

Um terreno tem 3 000 metros quadrados, dos quais $\frac{3}{8}$ foram reservados para a plantação de laranjeiras. Nessas condições, responda:

a) Quantos metros quadrados foram reservados para a plantação de laranjeiras? 1 125 m²

b) Quantos metros quadrados sobram? 1 875 m²

Uma escola oferece aos seus alunos três opções de atividades em Educação Física: basquete, voleibol e handebol. Entre os alunos da escola, $\frac{5}{8}$ se inscreveu em basquete, $\frac{1}{6}$ em voleibol e os restantes em handebol. Como a escola tem 480 alunos que podem participar dessas atividades, determine:

a) o número de alunos que se inscreveram em basquete 300 alunos

b) o número de alunos que se inscreveram em voleibol 80 alunos

c) o número de alunos que se inscreveram em handebol 100 alunos

4 Já foram asfaltados 1 380 metros da rua onde moro. Se a parte já asfaltada corresponde a $\frac{23}{25}$ do comprimento total da rua, quantos metros tem a rua onde moro? 1 500 metros

5 Um grupo de alunos fez uma série de observações sobre o tempo em um determinado número de dias, como parte de uma experiência para as aulas de Ciências. No final das observações, verificaram que em 15 dias o tempo esteve nublado, o que correspondia a $\frac{3}{8}$ do total de dias observados.

a) Quantos dias durou a observação? 40 dias

b) Em $\frac{2}{5}$ do total de dias observados a temperatura ultrapassou a marca dos 25 °C. Em quantos dias ocorreu esse fato? 16 dias

6 Para pintar $\frac{5}{8}$ de uma parede, utilizei 25 litros de tinta.

a) Qual é a fração da parede que me resta pintar? $\frac{3}{8}$

b) Quantos litros de tinta eu vou precisar para pintar a parede toda? 40 litros

c) Quantos litros de tinta precisarei para pintar a parte da parede que falta? 15 litros

d) Se cada lata contém $2\frac{1}{2}$ litros de tinta, quantas latas eu vou usar para pintar a parede toda? 16 latas

7 Duas empreiteiras de obras públicas trabalham na duplicação de uma estrada. Uma delas já duplicou $\frac{2}{5}$ da estrada, enquanto a outra já duplicou $\frac{1}{4}$ da estrada. Com isso, as duas juntas já duplicaram 65 quilômetros da estrada. Qual é o comprimento total da estrada e quantos quilômetros ainda faltam duplicar? 100 quilômetros; 35 quilômetros

Delfim Martins/Pulsar

8 Na 5ª série *A* de um colégio, $\frac{5}{7}$ dos alunos iniciou o ano sem ter 11 anos completos. Se apenas 10 alunos dessa classe já tinham 11 anos completos ao iniciarem as aulas, pergunta-se:

a) Quantos alunos tem essa classe? 35 alunos

b) Quantos alunos dessa classe iniciaram o ano sem ter 11 anos completos? 25 alunos

9 Durante um torneio, um clube venceu $\frac{3}{5}$ e empatou $\frac{1}{3}$ dos jogos que disputou. Sabendo que perdeu apenas 2 jogos, pergunta-se:

a) Quantos jogos ele disputou no torneio? 30 jogos

b) Quantos jogos ele venceu? 18 jogos

c) Quantos jogos ele empatou? 10 jogos

d) Se cada vitória vale 2 pontos e cada empate vale 1 ponto, quantos pontos a equipe fez nesse torneio? 46 pontos

10 Em uma escola foram realizadas, numa mesma semana, uma olimpíada esportiva e uma gincana cultural. De acordo com o regulamento, cada aluno podia participar de apenas um evento. Verificou-se, então, que $\frac{5}{8}$ dos alunos da escola participou da olimpíada, $\frac{1}{4}$ participou da gincana e 105 alunos não participaram de nenhum dos eventos. Determine o número de alunos:

a) da escola 840 alunos

b) que participaram dos eventos 735 alunos

c) que participaram da olimpíada esportiva 525 alunos

d) que participaram da gincana cultural 210 alunos

11 Em uma equipe de futebol fluminense, a metade dos jogadores contratados são fluminenses e $\frac{1}{3}$ dos jogadores contratados são de outros estados. Como ainda existem 4 jogadores estrangeiros, quantos jogadores contratados tem esse clube? 24 jogadores

12 Um professor de Educação Física fez uma pesquisa e verificou que $\frac{3}{4}$ dos alunos da escola praticava esportes. Dentre os alunos que praticavam esportes, apenas $\frac{1}{6}$ gostava de jogar voleibol. Sabendo que 150 alunos gostavam de jogar voleibol, responda:

a) Qual a fração dos alunos que gostava de jogar voleibol? $\frac{1}{8}$

b) Quantos alunos havia nessa escola? 1 200 alunos

c) Quantos alunos praticavam esportes? 900 alunos

d) Quantos alunos não praticavam esportes? 300 alunos

13 Nas eleições para prefeito de uma cidade que tem 3 600 eleitores, $\frac{1}{20}$ desses eleitores deixou de votar. Entre os eleitores que votaram, $\frac{1}{20}$ votou em branco, $\frac{1}{12}$ anulou o voto e $\frac{3}{5}$ votou no candidato que venceu as eleições.

a) Quantos eleitores deixaram de votar? 180 eleitores

b) Quantos votaram em branco? 171 eleitores

c) Quantos anularam o voto? 285 eleitores

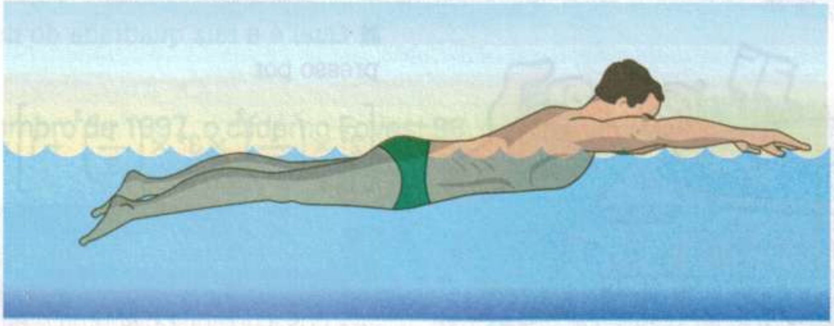
d) Quantos votos obteve o candidato que venceu as eleições? E o que perdeu? 2 052 votos; 912 votos

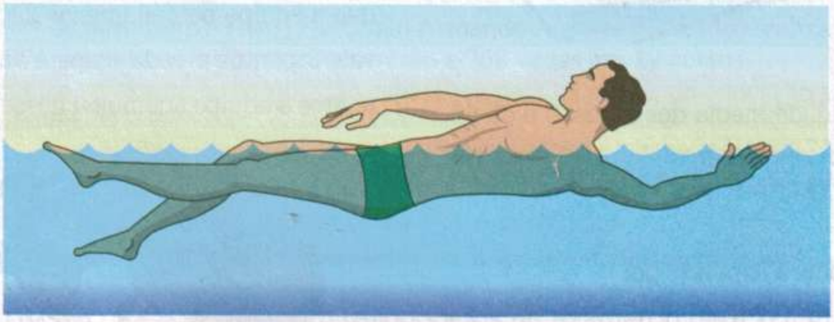
e) Qual foi a diferença de votos entre os dois candidatos? 1 140 votos

Delfim Martins/Pulsar

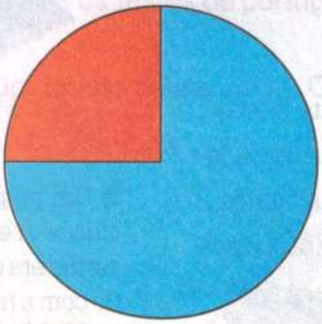
Explorando Gráficos

Tiago nadou $\frac{3}{4}$ do comprimento de uma piscina. Desse percurso, ele fez $\frac{1}{3}$ em nado de peito e o restante em nado de costas.





Veja no gráfico de setores abaixo a fração da piscina que Tiago nadou representada pela parte azul.



1. No seu caderno, represente num gráfico de setores a fração que representa o quanto Tiago percorreu em nado de peito.

2. Se a piscina tem 48 metros de comprimento, quantos metros Tiago percorreu em nado de peito? $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times 48\ \text{m} = 12\ \text{m}$

3. Que parte do comprimento da piscina ele nadou de costas? $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

4. Quantos metros ele nadou de costas? $\frac{1}{2} \times 48 = 24\ \text{m}$

5. Quantos metros ele deveria nadar para completar o percurso total da piscina? A que parte do comprimento da piscina corresponde essa distância? 12 m; $\frac{1}{4}$

RETOMANDO *o que aprendeu*

1 Um disco de $33\frac{1}{3}$ rotações por minuto toca durante 15 minutos. Quantas rotações ele deu nesse período de tempo? 500 rotações

2 Numa cidade, a idade média dos homens é de 60 anos. Um garoto de 12 anos já viveu uma fração dessa "idade média". Qual é essa fração? $\frac{1}{5}$

3 Um número racional é expresso por

$$\left(\frac{1}{2} \times \frac{19}{7}\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) + 1.$$

Entre quais números naturais está localizado esse número racional? entre 5 e 6

4 As fábricas *A*, *B* e *C* despejam diariamente, num rio, um total de 170 quilogramas de certo poluente. A fábrica *A* despeja $\frac{3}{10}$ dessa quantidade e a fábrica *B* despeja o dobro de *A*. Qual é a quantidade despejada pela fábrica *C*? 17 kg

5 Observe a seqüência 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, ... Qual é a soma do 5º e 6º termos dessa seqüência? $\frac{3}{32}$

6 Qual é a raiz quadrada do número racional expresso por

$$\left[2^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 3^4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 + 1\right] : \left(1 - \frac{6}{7}\right)? \ 7$$

7 Durante um torneio de futebol, uma equipe venceu $\frac{3}{5}$ dos jogos que disputou e empatou $\frac{1}{3}$. Sabe-se que a equipe perdeu apenas 2 jogos. Se cada vitória vale 3 pontos e cada empate vale 1 ponto, quantos pontos a equipe acumulou nesse torneio? 64 pontos

8 Um prêmio da Sena saiu para dois cartões, um da cidade *A* e outro da cidade *B*. Nessa última cidade, o cartão era de 6 apostadores, tendo cada um contribuído com a mesma importância para fazer a aposta. Qual é a fração do prêmio total que cada apostador da cidade *B* receberá? $\frac{1}{12}$

JORNAIS & REVISTAS

Em 11 de dezembro de 1997, o caderno Fovest 98, do jornal *Folha de S. Paulo*, publicou a seguinte notícia:

FAAP

Cerca de 5 mil inscritos disputam 768 vagas oferecidas pela Fundação

Nos dias 16 e 17 de dezembro a Faap (Fundação Armando Álvares Penteado) realiza as provas do seu vestibular. Os 5 071 candidatos inscritos concorrerão a 768 vagas em 19 cursos.

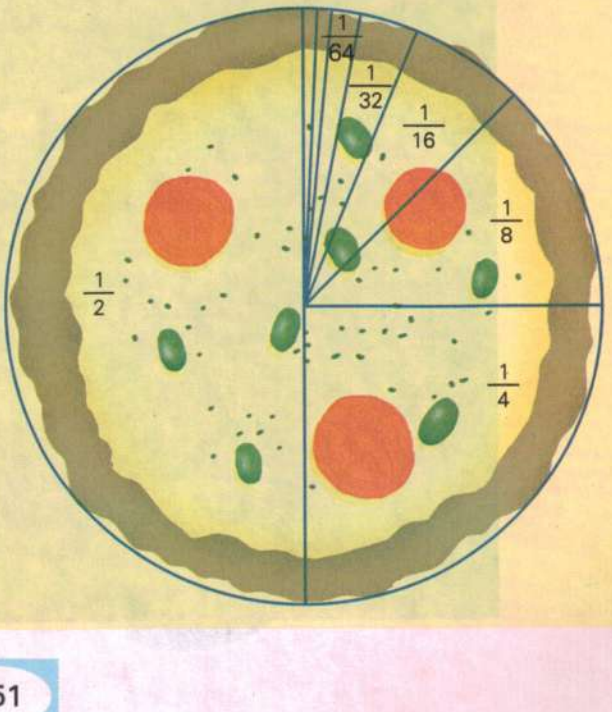
No dia 16, acontece o exame de habilitação específica para os cursos de educação artística, desenho industrial e arquitetura.

No dia 17, será feito o exame para todos os cursos. Neste dia, os candidatos realizarão testes de língua portuguesa (30), matemática (25), física (5), química (5), biologia (5), história (10), geografia (10), língua estrangeira (10 de espanhol, inglês ou alemão) e uma redação.

1. No total, quantos são os testes a serem respondidos no exame do dia 17? 100
2. Um candidato que acerte metade dessa prova, quantos testes deve ter acertado? 50
3. Um candidato que tenha acertado todos os testes de português e matemática, e apenas eles, que fração da prova terá acertado? $\frac{11}{20}$
4. Um candidato respondeu certo a um quinto dessa prova. Quantos testes ele acertou? 20

Notícia curiosa

Imagine que você vai comer uma pizza. Comece comendo a metade, depois coma a metade do restante e assim por diante. Se sua faca for bem afiada, você nunca consumirá a pizza inteira, pois ela é formada por uma série infinita de fatias.



Fonte: *Superinteressante* — outubro 1997 — pp. 66/67

6

A forma decimal dos números racionais

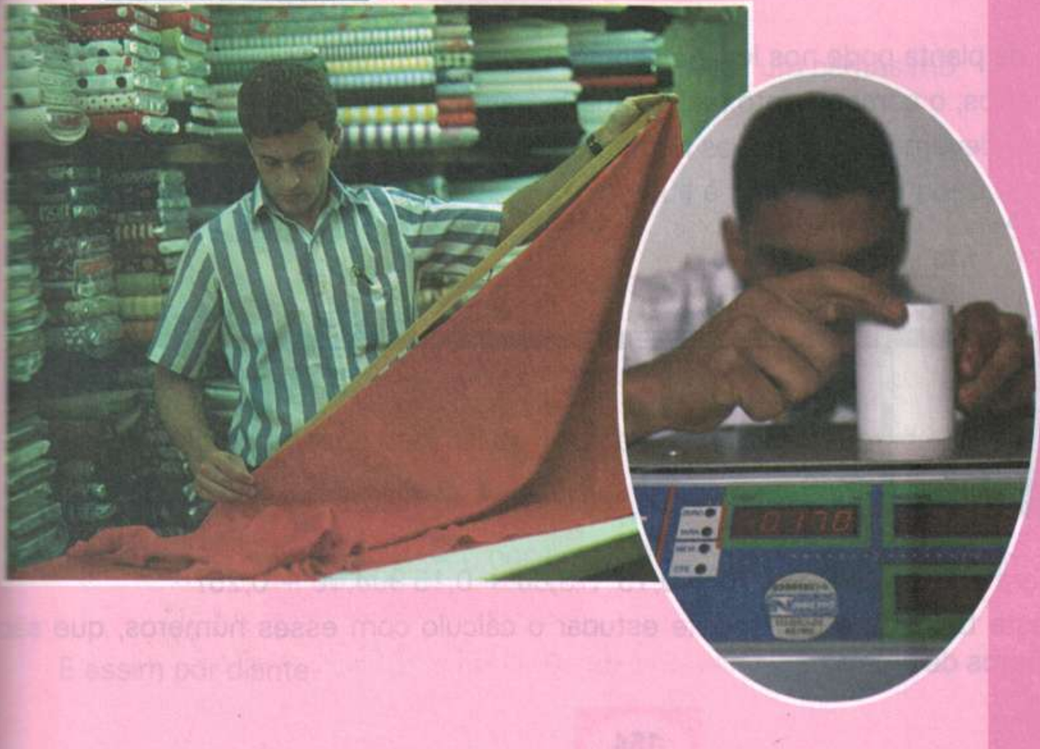
Os números racionais surgiram a partir da necessidade de medir.

A representação fracionária foi criada há quase 3 000 anos.

Um matemático francês do século XVI, de nome Viète, estabeleceu uma forma especial de escrever frações com potências de 10 nos denominadores. Essa forma, um pouco modificada pela introdução de uma vírgula, é usada até hoje: são os números decimais.

Viète

Nas máquinas de calcular, os números sempre aparecem na forma decimal.

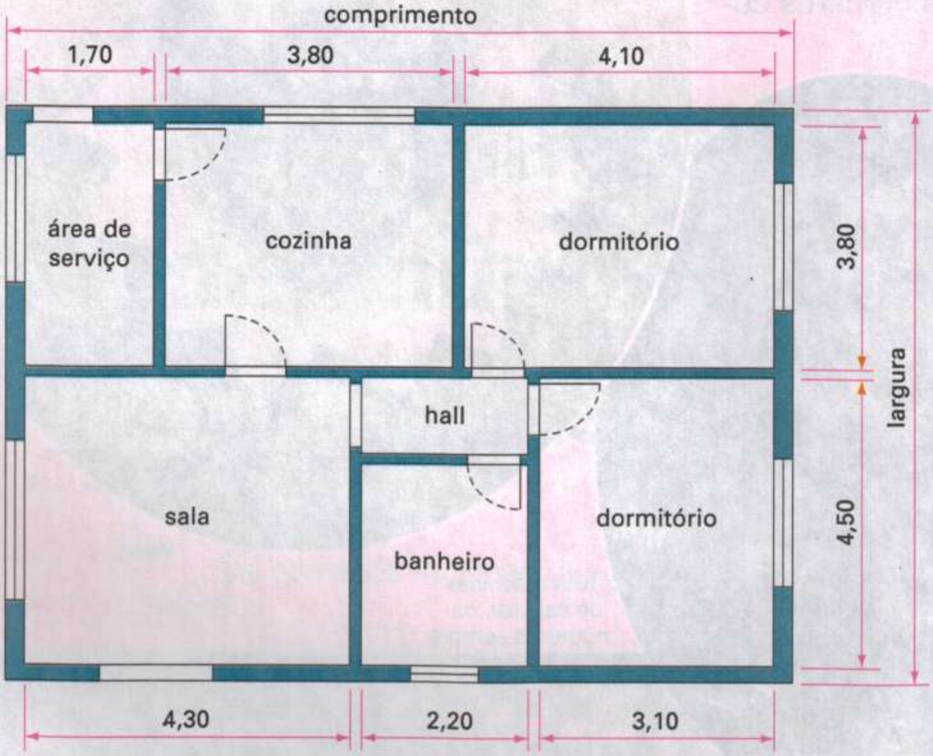


36

INTRODUÇÃO

Um jornal anuncia a venda de apartamentos cujas dimensões, em metros, estão indicadas na planta abaixo.

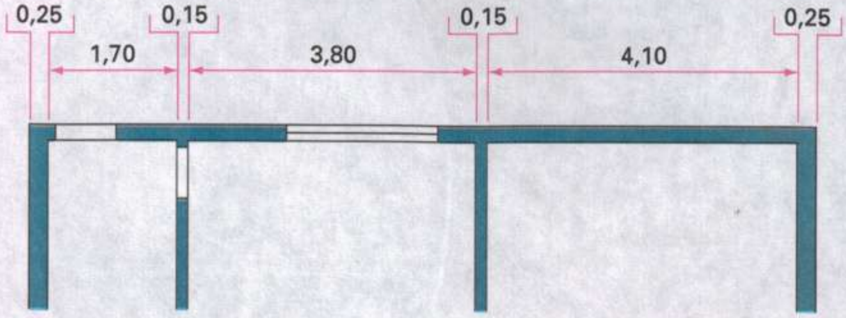
Sabe-se que, normalmente, a espessura das paredes externas é de 0,25 m e a espessura das paredes internas é de 0,15 m.



A observação da planta pode nos levar à seguinte pergunta:

Qual é, em metros, o comprimento real do apartamento indicado?

Para responder, devemos adicionar os números que aparecem na figura a seguir:



Como fazer para efetuar 0,25 + 1,70 + 0,15 + 3,80 + 0,15 + 4,10 + 0,25?

O objetivo desta Unidade é justamente estudar o cálculo com esses números, que são denominados números decimais.

37

REPRESENTAÇÃO DECIMAL

Consideremos as seguintes frações:

$$\frac{9}{\underbrace{10}_{10^1}} \qquad \frac{29}{\underbrace{100}_{10^2}} \qquad \frac{63}{\underbrace{1\,000}_{10^3}} \qquad \frac{427}{\underbrace{10\,000}_{10^4}}$$

Em todas essas frações, o denominador é uma potência de 10.

Toda fração que tem como denominador uma potência de 10 é chamada fração decimal.

Unidade decimal

Toda fração decimal de numerador 1 é denominada unidade decimal.
Assim:

- $\frac{1}{10}$ é uma unidade decimal de 1ª ordem que é representada por 0,1.

$$\frac{1}{10} = 0{,}1$$

lê-se: um décimo

- $\frac{1}{100}$ é uma unidade decimal de 2ª ordem que é representada por 0,01.

$$\frac{1}{100} = 0{,}01$$

lê-se: um centésimo

- $\frac{1}{1\,000}$ é uma unidade decimal de 3ª ordem que é representada por 0,001.

$$\frac{1}{1\,000} = 0{,}001$$

lê-se: um milésimo

- $\frac{1}{10\,000}$ é uma unidade decimal de 4ª ordem que é representada por 0,0001.

$$\frac{1}{10\,000} = 0{,}0001$$

lê-se: um décimo milésimo

E assim por diante.

Números racionais na forma decimal

Observe:

✓ $$\frac{17}{10}=\frac{10+7}{10}=\frac{10}{10}+\frac{7}{10}=1+\frac{7}{10}=1\frac{7}{10}=\underbrace{1}_{\text{um inteiro}},\underbrace{7}_{\text{sete décimos}}$$

✓ $$\frac{249}{100}=\frac{200+49}{100}=\frac{200}{100}+\frac{49}{100}=2+\frac{49}{100}=\underbrace{2}_{\text{dois inteiros}},\underbrace{49}_{\text{quarenta e nove centésimos}}$$

Números como 1,7 e 2,49 são denominados números decimais.

Observe agora:

Representação fracionária	Número misto	Representação decimal
$\frac{17}{10}$	$1\frac{7}{10}$ parte fracionária parte inteira	1 , 7 parte decimal parte inteira
$\frac{249}{100}$	$2\frac{49}{100}$ parte fracionária parte inteira	2 , 49 parte decimal parte inteira

Na representação decimal de números racionais, a vírgula separa a parte inteira da parte decimal.

Um novo quadro posicional ou de ordens

Observe que, nos números 1,7 e 2,49, cada algarismo ocupa uma posição ou uma ordem.

Temos, então, o seguinte quadro posicional ou de ordens:

Ordens inteiras					Ordens decimais				
...	4ª	3ª	2ª	1ª	1ª	2ª	3ª	4ª	...
	unidades de milhar	centenas	dezenas	unidades	décimos	centésimos	milésimos	décimos milésimos	
...	UM	C	D	U	d	c	m	dm	...

Como escrever uma fração decimal na forma de número decimal

Observe os seguintes exemplos:

1. Vamos escrever a fração $\frac{37}{10}$ na forma decimal.

$$\frac{37}{10}=\frac{30+7}{10}=\frac{30}{10}+\frac{7}{10}=3+\frac{7}{10}$$

7 décimos

3 inteiros

Colocando no quadro de ordens, temos:

C	D	U	d	c	m
		3,	7		

$$\frac{37}{10}=3{,}7$$

2. Vamos escrever a fração $\frac{131}{100}$ na forma decimal.

$$\frac{131}{100}=\frac{100+30+1}{100}=\frac{100}{100}+\frac{30}{100}+\frac{1}{100}=1+\frac{3}{10}+\frac{1}{100}$$

1 centésimo

3 décimos

1 inteiro

Colocando no quadro de ordens, temos:

C	D	U	d	c	m
		1 ,	3	1	

$\frac{131}{100} = 1,31$

3. Vamos escrever a fração $\frac{84}{1\,000}$ na forma decimal.

$$\frac{84}{1\,000} = \frac{80 + 4}{1\,000} = \frac{80}{1\,000} + \frac{4}{1\,000} = \underbrace{\frac{8}{100}}_{\text{8 centésimos}} + \underbrace{\frac{4}{1\,000}}_{\text{4 milésimos}}$$

Colocando no quadro de ordens, temos:

C	D	U	d	c	m
		0 ,	0	8	4

$\frac{84}{1\,000} = 0,084$

Existe uma regra prática que torna mais simples o nosso trabalho de escrever uma fração decimal na forma de número decimal. Veja:

✓ $\frac{37}{\underbrace{10}_{\text{um zero}}} = 3,\underbrace{7}_{\text{um algarismo na parte decimal}}$

✓ $\frac{131}{\underbrace{100}_{\text{dois zeros}}} = 1,\underbrace{31}_{\text{dois algarismos na parte decimal}}$

✓ $\frac{84}{\underbrace{1\,000}_{\text{três zeros}}} = 0,\underbrace{084}_{\text{três algarismos na parte decimal}}$

Assim:

> Para escrever uma fração decimal na forma de número decimal, tomamos apenas o numerador e nele colocamos uma vírgula, de modo que a quantidade de algarismos da parte decimal, contada da direita para a esquerda, seja igual à quantidade de zeros que aparecem no denominador.

Veja outros exemplos:

4. $\frac{281}{100} = 2,81$

5. $\frac{193}{10} = 19,3$

Se necessário, acrescentam-se zeros à esquerda do número copiado.

6. $\frac{43}{100} = 0,43$

7. $\frac{92}{1\,000} = 0,092$

Propor os exercícios do **Atividades-G50**

Como escrever um número decimal na forma de fração

Observe os seguintes exemplos:

1. $3,9 = 3\frac{9}{10} = 3 + \frac{9}{10} = \frac{30}{10} + \frac{9}{10} = \frac{39}{10}$

2. $2,16 = 2\frac{16}{100} = 2 + \frac{16}{100} = \frac{200}{100} + \frac{16}{100} = \frac{216}{100} = \frac{54}{25}$

→ forma irredutível da fração $\frac{216}{100}$

3. $0,025 = 0 + \frac{25}{1\,000} = \frac{25}{1\,000} = \frac{1}{40}$

→ forma irredutível da fração $\frac{25}{1\,000}$

Existe, porém, uma regra prática que torna o nosso trabalho mais simples. Observe:

$$3,\underbrace{9}_{\text{um algarismo depois da vírgula}} = \frac{39}{1\underbrace{0}_{\text{um zero}}} \qquad 2,\underbrace{16}_{\text{dois algarismos depois da vírgula}} = \frac{216}{1\underbrace{00}_{\text{dois zeros}}} \qquad 0,\underbrace{025}_{\text{três algarismos depois da vírgula}} = \frac{25}{1\,\underbrace{000}_{\text{três zeros}}}$$

> Para escrever um número decimal na forma de fração decimal, devemos retirar a vírgula do número; esse número, sem a vírgula, será o numerador da fração. No denominador escrevemos uma potência de 10, na qual a quantidade de zeros é igual à quantidade de algarismos da parte decimal do número.

Veja outros exemplos:

4. $8,1 = \frac{81}{10}$

5. $2,05 = \frac{205}{100} = \frac{41}{20}$

→ forma irredutível da fração $\frac{205}{100}$

Propor os exercícios do **Atividades-G51**

FIXAÇÃO

1 Responda:

a) Um décimo representa que fração de um inteiro? $\frac{1}{10}$

b) Um centésimo representa que fração de um inteiro? $\frac{1}{100}$

2 Escreva uma fração equivalente a $\frac{1}{2}$ e que tenha denominador 100. A seguir, escreva a representação decimal dessa fração. $\frac{50}{100} = 0{,}50$

3 Considerando o número decimal 7,305, responda:

a) Quantos algarismos há na parte decimal desse número? três

b) Quantos algarismos há na parte inteira desse número? um

c) O algarismo 0 ocupa qual ordem nesse número? centésimos

d) Qual é o algarismo que ocupa a ordem dos décimos? 3

4 A professora pediu a um aluno que fizesse a representação decimal do número $\frac{415}{100}$. Qual o número decimal que esse aluno escreveu? 4,15

5 Escreva a representação decimal destas frações:

a) $\frac{92}{10}$ 9,2 c) $\frac{77}{10}$ 7,7 e) $\frac{7}{10}$ 0,7

b) $\frac{92}{100}$ 0,92 d) $\frac{77}{100}$ 0,77 f) $\frac{7}{100}$ 0,07

6 Dada a fração $\frac{7}{4}$, escreva uma fração equivalente a ela com denominador 100 e, a seguir, escreva a sua representação decimal. $\frac{175}{100} = 1{,}75$

7 Qual é o número decimal que representa a expressão 2%? $\frac{2}{100} = 0{,}02$

8 Dê a fração correspondente a cada um dos seguintes números decimais:

a) 1,3 $\frac{13}{10}$ e) 0,085 $\frac{85}{1\,000}$

b) 0,13 $\frac{13}{100}$ f) 0,3 $\frac{3}{10}$

c) 0,013 $\frac{13}{1\,000}$ g) 2,47 $\frac{247}{100}$

d) 4,002 $\frac{4\,002}{1\,000}$ h) 0,135 $\frac{135}{1\,000}$

9 Escreva na forma de fração irredutível os seguintes números decimais:

a) 2,2 $\frac{11}{5}$ d) 2,4 $\frac{12}{5}$

b) 0,44 $\frac{11}{25}$ e) 2,50 $\frac{5}{2}$

c) 0,25 $\frac{1}{4}$ f) 6,6 $\frac{33}{5}$

10 Quando a professora pediu a Pedrinho que escrevesse a fração decimal que representa o número 0,031, ele escreveu $\frac{31}{100}$. Ele acertou ou errou a resposta? Em caso de erro, qual a resposta correta? errou; $\frac{31}{1\,000}$

38

LEITURA DOS NÚMEROS DECIMAIS

O quadro das ordens facilita a leitura dos números decimais.

Para fazer a leitura de um número decimal, devemos ler:

a) A parte inteira do número.

b) A parte decimal do número seguida da palavra:

- ✓ décimos, se a parte decimal tem apenas um algarismo.
- ✓ centésimos, se a parte decimal tem dois algarismos.
- ✓ milésimos, se a parte decimal tem três algarismos.

E assim por diante. Observe os exemplos:

1. Vamos fazer a leitura do número 2,8.

C	D	U		d	c	m
		2	,	8		

Lê-se: dois inteiros e oito décimos

2. Vamos escrever como se lê 6,25.

Colocando no quadro de ordens, temos:

C	D	U		d	c	m
		6	,	2	5	

Lê-se: seis inteiros e vinte e cinco centésimos

3. Vamos ler o número 4,206.

Colocando no quadro de ordens, temos:

C	D	U		d	c	m
		4	,	2	0	6

Lê-se: quatro inteiros e duzentos e seis milésimos

4. Faça a leitura do número decimal 0,047.

C	D	U		d	c	m
		0	,	0	4	7

Lê-se: quarenta e sete milésimos

Quando a parte inteira for zero, lemos apenas a parte decimal.

Vamos, agora, usar algarismos para representar números decimais.

5. Usando algarismos, represente o número decimal expresso por cinco inteiros e sessenta e três centésimos.

Usando o quadro de ordens, temos:

C	D	U		d	c	m
		5	,	6	3	

Portanto, o número procurado é 5,63.

6. Use algarismos para representar o número decimal expresso por doze inteiros e quatro milésimos.

C	D	U		d	c	m
	1	2	,	0	0	4

Lembre-se:

A ausência de unidades de uma determinada ordem é representada, no numeral, pelo algarismo 0.

Logo, 12,004 é o número procurado.

7. Represente, usando algarismos, o número decimal cinqüenta e nove centésimos.

C	D	U		d	c	m
		0	,	5	9	

Escreve-se 0,59.

Propor os exercícios do **Atividades-G52**

FIXAÇÃO

1 Escreva como devem ser lidos os seguintes números decimais:

a) 4,25

b) 3,8

c) 1,206

d) 13,3

e) 0,027

f) 0,4

respostas no final do livro

2 Usando algarismos, escreva na forma decimal os números expressos por:

a) nove inteiros e quatro décimos 9,4

b) seis inteiros e trinta e dois centésimos 6,32

c) oito inteiros e duzentos e treze milésimos 8,213

d) cinco inteiros e um décimo 5,1

e) nove décimos 0,9

f) dois inteiros e quatro centésimos 2,04

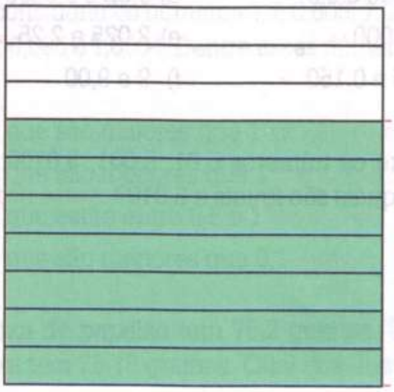
g) vinte e dois centésimos 0,22

h) trinta e três milésimos 0,033

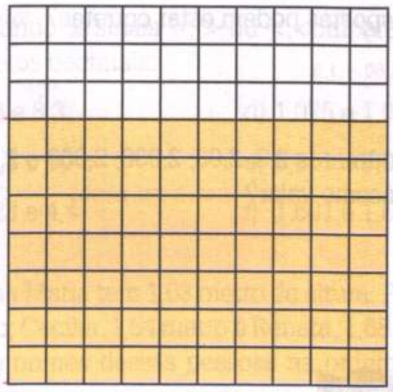
39

PROPRIEDADE GERAL DOS NÚMEROS DECIMAIS

Observe as figuras:



Essa figura representa 1 inteiro dividido em 10 partes. A parte colorida representa $\frac{7}{10}$ ou 0,7.



Essa figura representa 1 inteiro dividido em 100 partes. A parte colorida representa $\frac{70}{100}$ ou 0,70.

Pelas figuras, você nota que:

$$0{,}7 = 0{,}70 \quad \text{ou} \quad 0{,}70 = 0{,}7$$

Observe, também:

$$\begin{tikzcd}
\frac{7}{10} \arrow[rr, bend left, "\times 10"] \arrow[rr, bend right, "\times 10"'] \arrow[d] & = & \frac{70}{100} \arrow[rr, bend left, "\times 10"] \arrow[rr, bend right, "\times 10"'] \arrow[d] & = & \frac{700}{1\,000} \arrow[rr, bend left, "\times 10"] \arrow[rr, bend right, "\times 10"'] \arrow[d] & = & \frac{7\,000}{10\,000} \arrow[d] & = & \ldots \\
0{,}7 & = & 0{,}70 & = & 0{,}700 & = & 0{,}7000 & = & \ldots
\end{tikzcd}$$

De um modo geral:

Quando acrescentamos ou suprimimos um ou mais zeros à direita da parte decimal de um número decimal, esse número não se altera.

Exemplos:

1. 1,6 = 1,60 = 1,600 = 1,6000
2. 3 = 3,0 = 3,00 = 3,000
3. 7,800 = 7,80 = 7,8
4. 9,000 = 9,00 = 9,0 = 9

Propor os exercícios do **Atividades-G53**

FIXAÇÃO

1 Dois alunos devem medir a mesa do professor usando uma fita métrica. O primeiro aluno afirma que o comprimento da mesa é de 1,50 metro. O segundo aluno diz que o comprimento da mesa é de 1,5 metro.

a) As duas respostas podem estar corretas? Sim.

b) Por quê? 1,50 = 1,5

2 Dentre os números 2,3; 2,03; 2,030; 2,003 e 2,0300, quais têm o mesmo valor? 2,03; 2,030; 2,0300

3 Usando os sinais = ou ≠, qual deles deve ser usado para comparar os seguintes pares de números naturais?

a) 0,07000 e 0,07 =

b) 6 e 6,000 =

c) 0,015 e 0,150 ≠

d) 9,32 e 9,3200 =

e) 2,025 e 2,25 ≠

f) 9 e 9,00 =

4 Dentre os números 5,01; 5,001; 5,0100; 5,01000 e 5,0001, quais são iguais a 5,010? 5,01; 5,0100 e 5,01000

40 COMPARAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

Comparar dois números decimais é determinar se eles são iguais ou se um deles é maior que o outro.

Na comparação de números decimais há dois casos a tratar.

Partes inteiras diferentes

Nesse caso, o maior é aquele que tem a maior parte inteira.

Exemplos:

1. 3,2 > 1,75, pois 3 > 1
2. 12,04 > 9,7843, pois 12 > 9

Partes inteiras iguais

Nesse caso, igualamos o número de casas decimais acrescentando zeros.
O maior é aquele que tem a maior parte decimal.

Exemplos:

1. 2,6 > 2,53, pois 2,6 = 2,60 e 60 > 53
2. 9,07 > 9,048, pois 9,07 = 9,070 e 70 > 48

Propor os exercícios do **Atividades-G54**

FIXAÇÃO

1 Um portão tem 2,08 metros de largura, enquanto um segundo portão tem 2,2 metros de largura. Qual dos dois portões é o mais largo? Por quê?
O segundo, pois 2,2 > 2,08.

2 Vamos considerar os números 3,7; 0,605; 7,01; 3,016; 10,01; 0,28; 0,095 e 1,0004. Dentre esses números identifique:

a) aqueles que são maiores que 1 3,7; 7,01; 3,016; 10,01; 1,0004
b) aqueles que são menores que 1 0,605; 0,28; 0,095
c) aqueles que estão entre 0,5 e 1 0,605
d) aqueles que são menores que 0,1 0,095

3 Uma caixa de papelão tem 75,2 gramas. Uma segunda caixa tem 75,18 gramas. Qual das duas é mais pesada? A primeira, pois 75,2 > 75,18.

4 Dados os números 0,016; 1,02; 0,98; 1,1; 0,405; 1,52; 0,057 e 0,71, identifique os que estão situados entre:

a) 0 e 0,5 0,016; 0,405; 0,057
b) 0,5 e 1 0,98; 0,71
c) 1 e 1,5 1,02; 1,1

5 Usando os sinais =, > ou <, compare os seguintes números decimais:

a) 3,8 e 8,3 <
b) 10,1 e 10 >
c) 4,23 e 4,4 <
d) 1,075 e 1,0098 >
e) 8,011 e 6,95 >
f) 1,601 e 1,6 >

6 Ana Maria tem 1,63 metro de altura; Paula tem 1,71 metro; Cecília, 1,54 metro e Renata, 1,68 metro. Escreva os nomes dessas pessoas na ordem decrescente de altura. Paula, Renata, Ana Maria, Cecília

41

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

Assim como aconteceu com os números naturais, o homem teve necessidade de operar com os números decimais.

Vejamos alguns exemplos de adição e de subtração com números naturais:

1. Quanto dá 3,65 + 1,97?

Usando o quadro de ordens:

U		d	c
3	,	6	5
+1	,	9	7
5	,	6	2

$$\longrightarrow \quad \begin{array}{r} 3,65 \\ +1,97 \\ \hline 5,62 \end{array}$$

- ✓ Como as posições de mesmo valor devem ficar na mesma coluna, devemos fazer com que uma vírgula fique alinhada à outra.
- ✓ Adicionamos as unidades de mesma ordem entre si, fazendo as transformações necessárias.
- ✓ Colocamos no resultado a vírgula alinhada com as demais.

2. Vamos calcular 1,645 + 4,8 + 6,23.

Usando o quadro de ordens:

U		d	c	m
1	,	6	4	5
4	,	8	**0**	**0**
+6	,	2	3	**0**
12	,	6	7	5

⟶

$$\begin{array}{r} 1,645 \\ 4,8\mathbf{00} \\ +\,6,23\mathbf{0} \\ \hline 12,675 \end{array}$$

3. Quanto dá 3,5 − 1,85?

Usando o quadro de ordens:

U		d	c
3	,	5	0
−1	,	8	5
1	,	6	5

⟶

$$\begin{array}{r} 3,5\mathbf{0} \\ -\,1,85 \\ \hline 1,65 \end{array}$$

4. Vamos calcular 12 − 10,418.

Usando o quadro de ordens:

D	U		d	c	m
1	2	,	**0**	**0**	**0**
−1	0	,	4	1	8
0	1	,	5	8	2

⟶

$$\begin{array}{r} 12,\mathbf{000} \\ -\,10,418 \\ \hline 01,582 \end{array}$$

Propor os exercícios do **Atividades-G55**

FIXAÇÃO

1 Calcule:

a) 12,2 + 3,9 16,1

b) 0,45 + 0,865 1,315

c) 14 − 9,73 4,27

d) 5,4 + 0,309 + 2,26 7,969

e) 0,9 − 0,477 0,423

f) 0,076 + 0,33 + 1,5 1,906

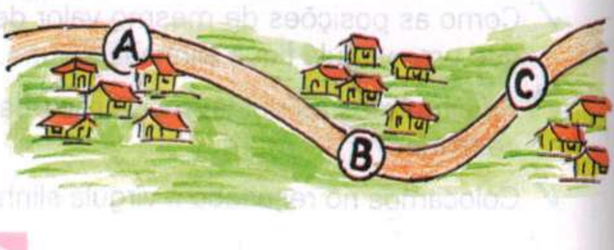
g) 21 − 18,77 2,23

h) 1,66 + 1,066 + 1,666 4,392

2 Um pedaço de fio tem 1,64 metro de comprimento. Um segundo pedaço tem 2,5 metros de comprimento. Qual o comprimento dos dois juntos? 4,14 m

3 A altura de uma casa era de 4,78 metros. Construído um segundo andar, a altura da casa passou a ser de 7,4 metros. De quantos metros a altura inicial da casa foi aumentada? 2,62 m

4 A figura seguinte reproduz o trajeto de uma estrada que liga as cidades *A*, *B* e *C*. De *A* até *B* são 60,575 quilômetros e de *B* até *C* são 48,9 quilômetros. Qual a distância de *A* até *C*, no mesmo trajeto? 109,475 km



5 Se você adicionar 0,582 a 0,408, vai obter um número menor ou maior que 1? Menor, pois 0,99 < 1.

6 Quanto devemos acrescentar ao número 0,895 para obter dois inteiros? 1,105

7 Calcule:

a) 7,71 − 5,208 + 3,7 6,202

b) 9,03 + 9,003 − 10,09 7,943

c) 0,1 − 0,064 − 0,0025 0,0335

d) 1,011 − 0,901 + 2,101 2,211

8 Um caminhão pode transportar, no máximo, 3 000 quilogramas. Se ele deve levar 683,5 quilogramas de batata, 1 562,25 quilogramas de cebola, 428,75 quilogramas de alho e 1 050 quilogramas diversos, seria possível transportar toda essa carga de uma única vez? Se houver excesso de carga, de quantos quilogramas será esse excesso?

Não seria possível, pois haveria um excesso de 724,5 quilogramas.

Haroldo Palo Jr/Kino

9 Um número x é tal que $x = (51{,}7 + 8{,}36) - (16{,}125 + 7{,}88)$. Determine o número x. 36,055

42

MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

Multiplicando por 10, por 100, por 1 000

Vamos considerar o número 1,235 e observar o que acontece quando o multiplicamos por 10, por 100 e por 1 000:

1. $1{,}235 \times 10 = \dfrac{1\,235}{100\cancel{0}} \times 1\cancel{0} = \dfrac{1\,235}{100} = 12{,}35$

$1{,}235 \times 10 = 12{,}35$

A vírgula é deslocada uma posição para a direita.

2. $1{,}235 \times 100 = \dfrac{1\,235}{1\,0\cancel{00}} \times 1\cancel{00} = \dfrac{1\,235}{10} = 123{,}5$

$1{,}235 \times 100 = 123{,}5$

A vírgula é deslocada duas posições para a direita.

3. $1{,}235 \times 1\,000 = \dfrac{1\,235}{\cancel{1\,000}} \times \cancel{1\,000} = 1\,235$

$1{,}235 \times 1\,000 = 1\,235$

A vírgula é deslocada três posições para a direita.

Na prática:

Multiplicar um número decimal por 10, por 100, por 1 000 significa deslocar a vírgula uma, duas, três posições para a direita, respectivamente.

Veja outros exemplos:

4. $3{,}28 \times 10 = 32{,}8$

5. $0{,}375 \times 100 = 37{,}5$

6. $1{,}0006 \times 1\,000 = 1\,000{,}6$

Propor os exercícios do **Atividades-G56**

Multiplicando um número natural por um número decimal

Acompanhe os exemplos:

1. Vamos calcular $3 \times 2{,}36$.

$$3 \times 2{,}36 = 2{,}36 + 2{,}36 + 2{,}36 = 7{,}08$$

ou

$$3 \times 2{,}36 = 3 \times \frac{236}{100} = \frac{3 \times 236}{100} = \frac{708}{100} = 7{,}08$$

Isso justifica a regra prática:

$$\begin{array}{r l}
2{,}36 & \longrightarrow \text{dois algarismos na parte decimal} \\
\times\ \ 3 & \\
\hline
7{,}08 & \longrightarrow \text{dois algarismos na parte decimal}
\end{array}$$

2. Vamos calcular $2 \times 1{,}9$.

Observe:

$$2 \times 1{,}9 = 1{,}9 + 1{,}9 = 3{,}8$$

ou

$$2 \times 1{,}9 = 2 \times \frac{19}{10} = \frac{2 \times 19}{10} = \frac{38}{10} = 3{,}8$$

Isso justifica a regra prática:

$$\begin{array}{r l}
1{,}9 & \longrightarrow \text{um algarismo na parte decimal} \\
\times\ 2 & \\
\hline
3{,}8 & \longrightarrow \text{um algarismo na parte decimal}
\end{array}$$

Propor os exercícios do **Atividades-G57**

Multiplicando um número decimal por outro número decimal

Consideremos os seguintes exemplos:

1. Quanto dá 2,3 × 1,6?

Observe:

$$2{,}3 \times 1{,}6 = \frac{23}{10} \times \frac{16}{10} = \frac{23 \times 16}{10 \times 10} = \frac{368}{100} = 3{,}68$$

$$2{,}3 \times 1{,}6 = 3{,}68$$

dois algarismos na parte decimal

um algarismo na parte decimal

um algarismo na parte decimal

2. Vamos calcular 1,8 × 0,74.

Observe:

$$1{,}8 \times 0{,}74 = \frac{18}{10} \times \frac{74}{100} = \frac{18 \times 74}{10 \times 100} = \frac{1\,332}{1\,000} = 1{,}332$$

$$1{,}8 \times 0{,}\underbrace{74} = 1{,}\underbrace{332}$$

três algarismos na parte decimal

dois algarismos na parte decimal

um algarismo na parte decimal

Para multiplicar um número decimal por outro número decimal, devemos:

◆ Multiplicar os números como se fossem números naturais.

◆◆ Colocar a vírgula no resultado, de modo que nele a quantidade de casas decimais seja gual à soma do número de casas decimais dos fatores.

Na prática:

$$\begin{array}{r l}
1{,}6 & \longrightarrow \text{1 algarismo na parte decimal} \\
\times\ 2{,}3 & \longrightarrow \text{1 algarismo na parte decimal} \\
\hline
4\ 8 & \\
3\ 2\ \ & \\
\hline
3{,}6\ 8 & \longrightarrow 1 + 1 = 2 \text{ algarismos na parte decimal}
\end{array}$$

$$\begin{array}{r l}
0{,}7\ 4 & \longrightarrow \text{2 algarismos na parte decimal} \\
\times\ \ 1{,}8 & \longrightarrow \text{1 algarismo na parte decimal} \\
\hline
5\ 9\ 2 & \\
7\ 4\ \ & \\
\hline
1{,}3\ 3\ 2 & \longrightarrow 2 + 1 = 3 \text{ algarismos na parte decimal}
\end{array}$$

Propor os exercícios do **Atividades-G58**

FIXAÇÃO

1 Calcule:

a) 10 × 1,08 10,8
b) 100 × 0,572 57,2
c) 10 × 0,92 9,2
d) 1 000 × 0,0029 2,9

2 Qual é o número que se deve colocar no lugar de *n* para que se tenha:

a) 1,47 × n = 14,7? n = 10
b) 0,0087 × n = 0,87? n = 100
c) 26,75 × n = 2 675? n = 100

3 Na planta de uma cidade, a distância entre dois pontos é de 22,5 centímetros. No real, essa distância é 1 000 vezes maior. Qual é a distância no real? 225 m

4 Efetue:

a) 5 × 6,7 33,5
b) 13 × 8,1 105,3
c) 7 × 1,35 9,45
d) 25 × 0,88 22
e) 7,8 × 4,2 32,76
f) 0,9 × 11,7 10,53
g) 3,25 × 0,8 2,6
h) 7,7 × 4,4 33,88

5 Calcule:

a) 0,7 × 0,9 × 3,5 2,205
b) 1,2 × 1,5 × 0,8 1,44
c) 14,2 × 0,4 × 2,5 14,2

6 Um prédio tem 18,75 metros de altura. Um segundo prédio tem o triplo dessa altura. Qual é a altura do segundo prédio? 56,25 m

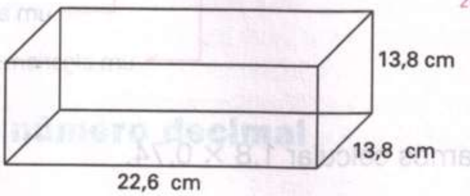
7 O pêndulo de um relógio leva 3,14 segundos para fazer uma oscilação completa (ida e volta). Em quanto tempo esse pêndulo fará 8 oscilações completas? 25,12 segundos

8 A área de um quadrado é obtida quando multiplicamos a medida do lado por ela mesma. Qual é a área de um quadrado cujo lado mede 3,5 unidades de comprimento? 12,25 unidades de área

9 Um metro de um certo fio tem 0,78 quilograma. Quantos quilogramas terão 5,5 metros desse fio? 4,29 kg

10 Em uma certa hora do dia, a fila única de clientes de um banco tem 16 pessoas. Se, em média, a distância entre duas pessoas que estão na fila é de 0,55 metro e cada pessoa ocupa 0,30 metro na direção da fila, qual é o comprimento dessa fila nesse instante? 13,05 m

11 Com pedaços de arame que medem 22,6 centímetros e 13,8 centímetros, podemos construir o esqueleto de um bloco retangular, como você vê na figura. Quantos centímetros de arame foram utilizados? 200,8 cm



12 Em um terreno foram construídas 12 salas, todas com 42,25 metros quadrados de área. Se o terreno tem 1 000 metros quadrados de área, de quantos metros quadrados é a área livre desse terreno? 493 m^2

13 Calcule, sem efetuar a multiplicação:

a) 12,5 × 0,1 1,25
b) 412 × 0,01 4,12
c) 1 317 × 0,1 131,7
d) 2 308 × 0,001 2,308
e) 168,7 × 0,01 1,687
f) 9,2 × 0,1 0,92

14 Qual é o número que deve ser colocado no lugar de *n* para que se tenha:

a) 17,5 × n = 1,75? n = 0,1
b) n × 0,01 = 4,17? n = 417
c) n × 0,1 = 0,9? n = 9
d) 1 406 × n = 1,406? n = 0,001

15 Determine o valor de cada uma das expressões numéricas:

a) 9,05 − 2,5 × 2,5 2,8
b) (6 − 1,07) × 3,1 15,283
c) 7 × 1,3 + 3,26 × 0,8 11,708
d) (11,1 − 7,99) × (10 − 9,98) 0,0622

16 Se um número *x* é expresso por 237 × 0,006 e um número *y* é expresso pelo dobro do número 1,025, determine o valor de x + y. 3,472

17 Determine o número racional que corresponde a:

a) 0,5 de 196 98
b) 3,4 de 220 748
c) 0,15 de 800 120
d) 2,5 de 144 360

43

OS NÚMEROS DECIMAIS E O CÁLCULO DE PORCENTAGENS

Você já sabe que toda fração com denominador 100 representa uma porcentagem.

Como 25% $= \frac{25}{100}$ e $\frac{25}{100} = 0{,}25$, podemos dizer que as porcentagens têm, também, uma representação decimal:

$17\% = \frac{17}{100} = 0{,}17$ $\qquad$ $160\% = \frac{160}{100} = 1{,}60$

Vamos, agora, usar números decimais para resolver problemas que envolvem porcentagens. Exemplo:

Um rolo de fio tem 130 metros de comprimento. Beto usou 62% desse rolo para fazer uma ligação. Quantos metros de fio ele usou?

Como $62\% = \frac{62}{100} = 0{,}62$, devemos calcular 0,62 de 130:

$0{,}62 \times 130 = 80{,}60$

$$\begin{array}{r} 0{,}62 \\ \times\ 130 \\ \hline 186 \\ 62 \\ \hline 80{,}60 \end{array}$$

Logo, Beto usou 80,60 metros do fio.

Propor os exercícios do **Atividades-G59**

FIXAÇÃO

1 Escreva a representação decimal de cada porcentagem:

a) 3% 0,03
b) 16% 0,16
c) 21% 0,21
d) 42% 0,42
e) 55% 0,55
f) 150% 1,50

2 No início do ano, um aparelho de som custava R$ 980,00. Este mês, ele sofreu um aumento de 15%. Quanto passou a custar o aparelho de som? R$ 1 127,00

3 Qual é o número que representa:

a) 51% de 3 340? 1 703,4
b) 120% de 2 500? 3 000

4 Em um telhado, devem ser colocadas 1 020 telhas. O encarregado desse serviço já colocou 35% das telhas. Quantas telhas ele já colocou? 357 telhas

5 Um pintor já pintou 85% da superfície de uma parede. A parede toda tem 16,8 metros quadrados de superfície. Nessas condições, determine:

a) Quantos metros quadrados da parede já foram pintados? 14,28 m²
b) Quantos metros quadrados ainda restam para pintar? 2,52 m²

6 Qual é o número decimal que representa 8% de 40%? 0,032

44

DIVISÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

Dividindo por 10, por 100, por 1 000

Considere o número decimal 235,7 e observe o que acontece quando o dividimos por 10, por 100 e por 1 000:

1. $235{,}7 : 10 = 235{,}7 \times \frac{1}{\underbrace{10}} = 235{,}7 \times \underbrace{0{,}1} = 23{,}57$

$\frac{1}{10} = 0{,}1$

$235{,}7 : 10 = 235{,}7 \times 0{,}1 = 23{,}57$

Dividir um número decimal por 10 significa multiplicar o número por 0,1.

2. $235{,}7 : 100 = 235{,}7 \times \frac{1}{\underbrace{100}} = 235{,}7 \times \underbrace{0{,}01} = 2{,}357$

$\frac{1}{100} = 0{,}01$

$235{,}7 : 100 = 235{,}7 \times 0{,}01 = 2{,}357$

Dividir um número decimal por 100 significa multiplicar o número por 0,01.

3. $235{,}7 : 1\,000 = 235{,}7 \times \frac{1}{\underbrace{1\,000}} = 235{,}7 \times \underbrace{0{,}001} = 0{,}2357$

$\frac{1}{1\,000} = 0{,}001$

$235{,}7 : 1\,000 = 235{,}7 \times 0{,}001 = 0{,}2357$

Dividir um número decimal por 1 000 significa multiplicar o número por 0,001.

Veja outros exemplos:

4. $27{,}3 : 10 = 27{,}3 \times 0{,}1 = 2{,}73$
5. $81 : 10 = 81 \times 0{,}1 = 8{,}1$
6. $16{,}9 : 100 = 16{,}9 \times 0{,}01 = 0{,}169$
7. $328 : 100 = 328 \times 0{,}01 = 3{,}28$
8. $3{,}6 : 1\,000 = 3{,}6 \times 0{,}001 = 0{,}0036$
9. $2\,703 : 1\,000 = 2\,703 : 0{,}001 = 2{,}703$

Propor os exercícios do **Atividades-G60**

Dividindo por um número natural, diferente de zero

Vamos considerar os seguintes exemplos:

1. Calcular 7 : 4, com o resultado em decimal.

$$\begin{array}{r|l}
\overset{\text{U}}{\overset{\frown}{7}} & 4 \\ \cline{2-2}
-4 & \underbrace{1}_{\text{U}} \\ \cline{1-1}
3 &
\end{array}$$

7 unidades dividido por 4 dá 1 unidade.
Restam 3 unidades.

$$\begin{array}{r|l}
\text{U}\;\text{d} & \\
\overset{\frown}{7}\; & 4 \\ \cline{2-2}
-4\; & \underbrace{1}_{\text{U}}\;\underbrace{7}_{\text{d}} \\ \cline{1-1}
3\;0 & \\
-2\;8 & \\ \cline{1-1}
2 &
\end{array}$$

Transformando 3 unidades em décimos, temos:
3 × 10 = 30 décimos.
30 décimos dividido por 4 dá 7 décimos.
Restam 2 décimos.

$$\begin{array}{r|l}
\text{U}\;\text{d}\;\text{c} & \\
\overset{\frown}{7}\;\; & 4 \\ \cline{2-2}
-4\;\; & \underbrace{1}_{\text{U}}\;\underbrace{7}_{\text{d}}\;\underbrace{5}_{\text{c}} \\ \cline{1-1}
3\;0\; & \\
-2\;8\; & \\ \cline{1-1}
2\;0 & \\
-2\;0 & \\ \cline{1-1}
0\;0 &
\end{array}$$

Transformando 2 décimos em centésimos, temos:
2 × 10 = 20 centésimos.
20 centésimos dividido por 4 dá 5 centésimos.
O resto é 0 e a divisão é exata.

$$\begin{array}{r|l}
\text{U}\;\text{d}\;\text{c} & \\
\overset{\frown}{7}\;\; & 4 \\ \cline{2-2}
-4\;\; & \underbrace{1}_{\text{U}},\underbrace{7}_{\text{d}}\;\underbrace{5}_{\text{c}} \\ \cline{1-1}
3\;0\; & \\
-2\;8\; & \\ \cline{1-1}
2\;0 & \\
-2\;0 & \\ \cline{1-1}
0\;0 &
\end{array}$$

Coloca-se a vírgula no resultado entre a 1ª ordem inteira e a 1ª ordem decimal; no caso, entre os algarismos 1 e 7.

De forma mais simples:

$$\begin{array}{r|l}
\text{U}\;\text{d}\;\text{c} & \\
\overset{\frown}{7}\;\; & 4 \\ \cline{2-2}
3\;0\; & \underbrace{1}_{\text{U}},\underbrace{7}_{\text{d}}\;\underbrace{5}_{\text{c}} \\
2\;0 & \\
0 &
\end{array}$$

Logo, 7 dividido por 4 dá 1,75 e a divisão é exata.

2. Vamos calcular 8,25 : 5.

U d c	
8, 2 5	5
−5	1 , 6 5
3 2	U d c
−3 0	
2 5	
−2 5	
0 0	

✓ 8 unidades dividido por 5 dá 1 unidade
Restam 3 unidades.

✓ 3 unidades = 30 décimos
30 décimos + 2 décimos = 32 décimos
32 décimos dividido por 5 dá 6 décimos
Restam 2 décimos.

✓ 2 décimos = 20 centésimos
20 centésimos + 5 centésimos = 25 centésimos
25 centésimos dividido por 5 dá 5 centésimos
O resto é 0.

✓ Coloca-se a vírgula entre os algarismos 1 e 6.

De forma mais simples:

U d c	
8, 2 5	5
3 2	1 , 6 5
2 5	U d c
0	

Logo, 8,25 dividido por 5 dá 1,65 e a divisão é exata.

3. Vamos calcular 2,49 : 3.

U d c	
2, 4 9	3
0 9	0 , 8 3
0	U d c

✓ Como de 2 não podemos tirar 3, a ordem das unidades no quociente será representada pelo algarismo 0.

✓ Nesse caso, iniciamos dividindo 24 décimos por 3.

✓ Coloca-se a vírgula entre os algarismos 0 e 8.

Logo, 2,49 dividido por 3 dá 0,83, sendo a divisão exata.

Propor os exercícios do **Atividades-G61**

Dividindo por um número decimal

Consideremos os seguintes exemplos:

1. Efetuar a divisão de 7 por 0,14.

Para justificar a regra, vamos escrever o número decimal na forma de fração decimal:

$$7 : 0{,}14 = 7 : \frac{14}{100} = 7 \times \frac{100}{14} = \frac{700}{14} = 700 : 14$$

Então, dividir 7 por 0,14 é o mesmo que dividir 700 por 14.

Assim, devemos multiplicar os dois números por 10, ou por 100, ou por 1 000, ..., de maneira que eliminemos a vírgula e tenhamos uma divisão de número natural por número natural. Veja:

$$\overset{\times 100}{7 : 0{,}14 = 700 : 14}$$

multiplicamos por 100

$$\begin{array}{ccc|cc}
C & D & U & & \\
7 & 0 & 0 & 1 & 4 \\
\cline{4-5}
 & 0 & 0 & 5 & 0 \\
 & & 0 & D & U
\end{array}$$

Logo, 7 dividido por 0,14 dá 50 e a divisão é exata.

Vamos calcular 12,45 : 8,3.

Preparando a divisão, temos:

$$\overset{\times 100}{12{,}45 : 8{,}3 = 1\,245 : 830}$$

× 100

Então, dividir 12,45 por 8,3 é o mesmo que dividir 1 245 por 830.

$$\begin{array}{ccccc|ccc}
UM & C & D & U & d & & & \\
1 & 2 & 4 & 5 & & 8 & 3 & 0 \\
\cline{6-8}
 & 4 & 1 & 5 & \mathbf{0} & & 1{,}5 & \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 & & U\ d &
\end{array}$$

Logo, 12,45 dividido por 8,3 dá 1,5 e a divisão é exata.

Vamos calcular 1,26 : 0,504.

Preparando a divisão, temos:

$$\overset{\times 1\,000}{1{,}26 : 0{,}504 = 1\,260 : 504}$$

× 1 000

Logo, 1,26 dividido por 0,504 dá 2,5 e a divisão é exata.

$$\begin{array}{ccccc|ccc}
UM & C & D & U & d & & & \\
1 & 2 & 6 & 0 & & 5 & 0 & 4 \\
\cline{6-8}
 & 2 & 5 & 2 & \mathbf{0} & & 2{,}5 & \\
 & & 0 & 0 & 0 & & U\ d &
\end{array}$$

Propor os exercícios do **Atividades-G62**

FIXAÇÃO

1 Calcule:

a) 39,5 : 10 3,95
b) 642 : 100 6,42
c) 11 : 10 1,1
d) 2 102 : 1 000 2,102
e) 2,7 : 10 0,27
f) 84,3 : 100 0,843

2 0,21 significa 2,1 dividido por qual número? 10

3 Um prédio tem 57 metros de altura. A maquete desse prédio, que está em exposição, tem a altura 100 vezes menor. Qual é a altura da maquete desse prédio? 0,57 metro

4 Em cada item, qual deve ser o número que colocado no lugar de *n* torna verdadeira a sentença?

a) 100 : n = 10 10
b) n : 100 = 0,27 27
c) 3,5 : n = 0,35 10

5 Calcule:

a) 10,6 : 2 5,3
b) 7,25 : 5 1,45
c) 0,36 : 3 0,12
d) 14,4 : 12 1,2
e) 30,6 : 20 1,53
f) 171,6 : 26 6,6

6 Sabe-se que 124,5 litros de vinho devem ser colocados, igualmente, em 15 tonéis. Quantos litros de vinho serão colocados em cada tonel? 8,3 litros

7 Qual é o resultado da divisão de 62,1 por 27? 2,3

8 Sabe-se que 16 litros de uma substância "pesam" 40 quilogramas. Quanto "pesa" 1 litro dessa substância? 2,5 quilogramas

9 Um automóvel consumiu 78 litros de gasolina para percorrer 897 quilômetros. Quantos quilômetros rodou por litro? 11,5

10 Você deve calcular:

a) 70,8 : 0,6 118
b) 5 : 0,8 6,25
c) 13 : 5,2 2,5
d) 21,4 : 2,14 10
e) 0,14 : 2,8 0,05
f) 5,12 : 0,064 80
g) 1,87 : 0,11 17
h) 15 : 1,2 12,5
i) 3,045 : 1,5 2,03
j) 0,16 : 0,008 20

11 Nos Estados Unidos, a milha é uma unidade usada para medir comprimentos. Ela vale 1,6 quilômetro, aproximadamente. Quantas milhas há em 320 quilômetros? 200 milhas

12 Multiplicar por 0,1 é o mesmo que dividir por 10. Essa afirmação é correta? sim

13 Qual é o número *p* expresso por (0,012 + 1,5) : 1,68? p = 0,9

14 Determine o valor de cada uma das expressões numéricas:

a) (1,2 + 4,8) : 0,24 25
b) 24,8 : 4 + 45,5 : 5 15,3
c) (0,05 : 0,005) : 0,5 20
d) (2 × 1,1 + 3,83) : 0,9 6,7
e) 1,2 × (4,8 : 0,4 − 3 × 3,6) 1,44

15 Qual é o valor da expressão
(6,3 − 3,06 − 2,79) : (13,8 : 2,3 − 4,5) × 0,1? 0,03

16 Um rolo de fio tem 9,9 quilogramas. Um metro desse mesmo fio tem 0,55 quilograma. Nessas condições, responda:

a) Quantos metros de fio há nesse rolo? 18 metros
b) Se esse fio é usado para fazer peças de 0,09 metro de comprimento, quantas peças podem ser feitas com esse rolo de fio? 200 peças

Um reservatório tem 6 metros cúbicos de capacidade total. Em dado instante, o volume de água existente corresponde à metade da sua capacidade. Para escoar a água, existe uma válvula localizada na base do reservatório e que escoa 0,02 metro cúbico de água por minuto. Quanto tempo a válvula deve funcionar para escoar toda a água que há nesse reservatório?
minutos

O pêndulo de um relógio leva 3,14 segundos para fazer uma oscilação completa (ida e volta). Nessas condições, responda:

a) Quantas oscilações completas ele fará em 15,7 segundos? 5

b) Quantas vezes um observador vê o pêndulo passar por ele nesse intervalo de tempo? 10 vezes

A divisão não-exata: um quociente aproximado

Acompanhe os exemplos.

1. Vamos efetuar a divisão de 34 por 7.

```
34 |7
 6  4
```

A divisão não é exata.

Vamos prosseguir com essa divisão:

```
34  |7
 60  4,8
  4
```

A divisão não é exata, e o número 4,8 representa o quociente aproximado, por falta, até décimos (0,1), de 34 por 7.

Prosseguindo, ainda, com a divisão, temos:

```
34   |7
 60   4,85
  40
   5
```

A divisão não é exata e o número 4,85 representa o quociente aproximado, por falta, até centésimos (0,01), de 34 por 7.

2. Vamos dividir 8,35 por 2,3, com aproximação até centésimos:

8,35 : 2,3 = 835 : 230

```
835    |230
1450    3,63
 0700
  010
```

O quociente pedido é 3,63.

FIXAÇÃO

1 Efetue a divisão de:

a) 73 por 6, com aproximação até 0,01 (centésimos) 12,16

b) 29 por 7, com aproximação até 0,1 (décimos) 4,1

c) 11 por 7, com aproximação até 0,001 (milésimos) 1,571

d) 10 por 33, com aproximação até 0,001 (milésimos) 0,303

e) 1,3 por 0,6, com aproximação até 0,1 (décimos) 2,1

2 Calcule, com aproximação até centésimos, por falta, o quociente de:

a) 26 por 7 3,71

b) 67,2 por 13 5,16

c) 72 por 11 6,54

d) 8,7 por 2,3 3,78

e) 7,6 por 0,7 10,85

f) 12,85 por 1,4 9,17

45

REPRESENTAÇÃO DECIMAL DE UM NÚMERO RACIONAL

Sabemos que toda fração decimal tem uma representação decimal:

$$\frac{23}{10} = 2,3 \qquad \frac{76}{100} = 0,76 \qquad \frac{1\,341}{1\,000} = 1,341$$

Como toda fração indica a divisão do numerador pelo denominador, vamos determinar a representação decimal de um número racional absoluto escrito na forma fracionária, dividindo o numerador pelo denominador.

1. Qual é a representação decimal da fração $\frac{18}{5}$?

Vamos fazer a divisão do numerador 18 pelo denominador 5:

$$\begin{array}{r|l} \overset{\text{D}}{1}\,\overset{\text{U}}{8} & 5 \\ \cline{2-2} 3\,0 & \underset{\text{U}}{3},\underset{\text{d}}{6} \\ 0 & \end{array}$$

3,6 é a representação decimal de $\frac{18}{5}$, ou seja, $\frac{18}{5} = 3,6$.

2. Escrever a representação decimal da fração $\frac{5}{3}$.

$$\begin{array}{rrrr|l} \overset{U}{\frown} & & & & \\ 5 & & & & 3 \\ \cline{5-5} 2 & 0 & & & 1,\underbrace{6}\,\underbrace{6}\,\underbrace{6}\ldots \\ & 2 & 0 & & \text{U d c m} \\ & & 2 & 0 & \\ & & & 2 & \end{array}$$

Note que esta divisão não termina nunca. Por mais que prossigamos, ela sempre deixa o mesmo resto e, desse modo, o algarismo 6 vai se repetindo no quociente, infinitamente.

A representação decimal de $\frac{5}{3}$ é 1,6666..., com infinitas casas decimais.

Observação:

O número decimal 1,6666... é chamado dízima periódica.

Numa dízima periódica, o algarismo ou o grupo de algarismos que se repete no quociente chama-se período da dízima.

Na dízima periódica 1,6666..., o período é 6.

Se tivermos a dízima periódica 0,131313..., o período será 13.

Propor os exercícios do **Atividades-G63**

FIXAÇÃO

1 Dê a representação decimal de cada uma das frações:

a) $\frac{7}{4}$ 1,75

b) $\frac{3}{8}$ 0,375

c) $\frac{31}{6}$ 5,1666...

d) $\frac{11}{2}$ 5,5

e) $\frac{10}{9}$ 1,111...

f) $\frac{17}{20}$ 0,85

g) $3\frac{1}{4}$ 3,25

h) $\frac{5}{11}$ 0,4545...

2 Considere a fração $\frac{17}{4}$. Dê a sua representação decimal e escreva-a na forma de porcentagem.
4,25; 425%

3 Qual é a representação decimal da fração $\frac{15}{9}$? Essa representação decimal é ou não é uma dízima periódica? 1,666...; é dízima periódica.

4 Qual é a dízima periódica que representa a fração $\frac{25}{99}$? 0,252525...

5 A representação decimal de uma fração é 0,535353... Qual é o período dessa dízima periódica? 53

6 Qual é a representação decimal da fração $\frac{9}{8}$? Essa representação é uma dízima periódica?
1,125; não é dízima periódica.

46

POTENCIAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

Usando a definição de potência, observe os exemplos com números decimais:

1. $(3,2)^2 = \underbrace{3,2 \times 3,2}_{\text{2 fatores}} = 10,24$

2. $(0,7)^3 = \underbrace{0,7 \times 0,7 \times 0,7}_{\text{3 fatores}} = 0,343$

3. $(0,2)^5 = \underbrace{0,2 \times 0,2 \times 0,2 \times 0,2 \times 0,2}_{\text{5 fatores}} = 0,00032$

Valem, também, para os números decimais:

✓ $(3,7)^1 = 3,7$

✓ $(2,9)^0 = 1$

✓ $(1,21)^1 = 1,21$

✓ $(0,9)^0 = 1$

Propor os exercícios do **Atividades-G64**

FIXAÇÃO

1 Calcule:

a) $(3,7)^2$ 13,69

b) $(0,6)^3$ 0,216

c) $(2,5)^2$ 6,25

d) $(0,3)^4$ 0,0081

e) $(2,4)^0$ 1

f) $(4,1)^2$ 16,81

g) $(1,5)^3$ 3,375

h) $(3,02)^1$ 3,02

i) $(0,1)^5$ 0,00001

j) $(1,02)^2$ 1,0404

2 Calcule o cubo do número 0,4. Quanto falta para atingir 1 unidade? 0,064 e falta 0,936

3 Determine:

a) a soma dos quadrados dos números 1,2 e 0,9 2,25

b) o quadrado da soma dos números 1,2 e 0,9 4,41

4 Escreva 5% na forma decimal. A seguir, determine o quadrado desse número. 0,0025

5 O número *x* é tal que $x = (0,6)^2 + (0,8)^2$. Qual é o número *x*? 1

6 Se $a = 4 : (0,4)^2$ e $b = 0,4 \times 4^2$, compare os números *a* e *b* usando apenas o símbolo >. a > b

7 Calcule o número decimal expresso por

$(0,8 - 0,15 : 0,3)^3 : 5,4 + (0,5)^2$. 0,255

Calcule o valor das seguintes expressões numéricas:

a) $6,4 : (0,8)^2$ 10

b) $3^2 : (5 - 3,2)$ 5

c) $0,2 \times (0,9)^2 + 0,538$ 0,7

d) $(1 - 0,8)^2 \times (1 - 0,9)^2 \times 10^2$ 0,04

e) $1,5 : (0,5)^2 - (1,1)^2$ 4,79

f) $[1 - (0,6)^2] : (2 \times 0,4)$ 0,8

g) $6^2 : (1 + 0,8) - 2,2^2$ 15,16

h) $(0,2 \times 0,3)^3 : (1,5 - 0,3)$ 0,00018

9 Um número *x* é tal que

$$x = [4,1 - (0,1 \times 0,2)^2 \times 10^4] : 0,25.$$

Qual é o número *x*? 0,4

RETOMANDO o que aprendeu

Uma pipa de vinho enche 63 garrafas de 0,7 litros cada uma. Quantas garrafas de 0,9 litro a pipa pode encher? 49 garrafas

Um número decimal é expresso por $(12 \times 0,06 \times 10^2) : 10^3$. Qual é esse número? 0,072

Com sua moto, Valdir andou 41,04 quilômetros. O irmão de Valdir andou a terça parte dessa distância. Quantos quilômetros o irmão de Valdir andou com sua moto? 13,68 quilômetros

São dados dois número decimais. O primeiro é expresso por $(9 : 2 + 4 \times 1,25)$ e o segundo por $(2 \times 1,05 - 6,4 : 4)$. Quanto vale o produto desse dois números? 4,75

Indústria A.

5 Uma indústria *A* vende suco da laranja em embalagem de 1,5 litro, que custa R$ 1,80. Uma indústria *B* vende o mesmo suco em embalagem de 0,8 litro e que custa R$ 1,20. Qual das duas vende o suco mais barato?

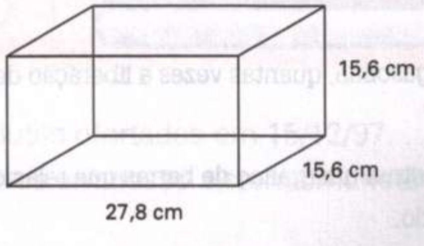
6 Em uma calculadora, a tecla da divisão não funciona. Então, se eu quiser dividir o número 1 320 por 40 usando a calculadora, devo:

a) multiplicar o número 1 320 por 0,04

b) multiplicar 1 320 por 0,25 e, a seguir, multiplicar o resultado por 0,1. O correto é a alternativa *b*.

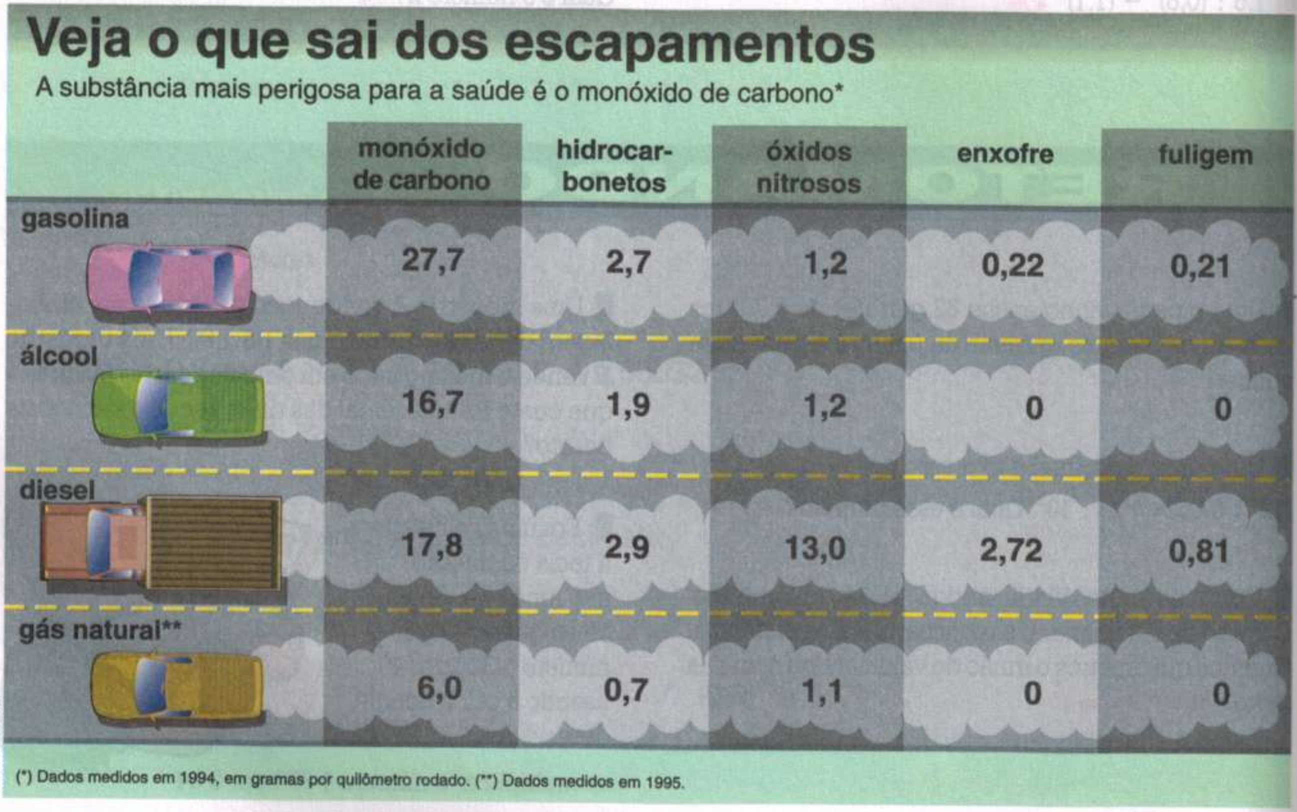
7 Qual é o próximo número da seqüência 40; 10; 2,5; ...? 0,625

8 Com pedaços de arame que medem 27,8 centímetros e 15,6 centímetros podemos construir o esqueleto de um bloco retangular como você vê na figura. Quantos centímetros de arame foram utilizados?
236 centímetros



Explorando Gráficos

No gráfico vemos indicado o total, em gramas, dos poluentes jogados pelos veículos na atmosfera a cada quilômetro rodado. A quantidade de poluentes depende, entre outros fatores, do tipo de combustível.



Veja o que sai dos escapamentos

A substância mais perigosa para a saúde é o monóxido de carbono*

	monóxido de carbono	hidrocarbonetos	óxidos nitrosos	enxofre	fuligem
gasolina	27,7	2,7	1,2	0,22	0,21
álcool	16,7	1,9	1,2	0	0
diesel	17,8	2,9	13,0	2,72	0,81
gás natural**	6,0	0,7	1,1	0	0

(*) Dados medidos em 1994, em gramas por quilômetro rodado. (**) Dados medidos em 1995.

Fonte: Cetesb

Observando o gráfico, responda:

1. Quantos gramas de poluentes um carro movido a gasolina joga na atmosfera, a cada quilômetro? E um movido a álcool?
   32,03 g; 19,8 g
2. A queima da gasolina joga na atmosfera mais monóxido de carbono do que o álcool. Quantas vezes mais?
   1,62
3. Na sua opinião, quais desses combustíveis é o mais "limpo"? Por quê?
   gás natural, polui menos
4. Na gasolina, quantas vezes a liberação de hidrocarbonetos é menor que a de monóxido de carbono?
   10,26
5. Construa um gráfico de barras que relacione a liberação de monóxido de carbono com o tipo de combustível usado.

JORNAIS & REVISTAS

Você já deve ter percebido a utilidade dos números decimais, a começar pelo nosso sistema monetário.

Veja, por exemplo, as ofertas que uma loja veiculou nos jornais:

Kit Furadeira Black & Decker 3/8" - 7950
2 velocidades, acompanha acessórios, leve, prática e superresistente.
À VISTA R$ 76,90
4 X (1 + 3) R$ 20,90
Total a prazo R$ 83,60

Serra Circular Black & Decker 7359
À VISTA R$ 157,00
25 X (1 + 24) R$ 14,50
Total a prazo R$ 362,50

Serra Tico Tico Black & Decker 632
À VISTA R$ 78,00
4 X (1 + 24) R$ 21,20
Total a prazo R$ 84,80

Fonte: *Folha de S. Paulo*, 15/12/97.

Neste outro exemplo, observe como o emprego de números decimais simplifica o registro de certos valores.

Faturamento de editoras cresce no país

As editoras brasileiras faturaram mais de US$ 1 bilhão no primeiro semestre de 1995, contra **US$ 1,2 bilhão** em todo o ano passado.

Livros vendidos no país ainda continuam mais caros do que no exterior.

Fonte: *Folha de S. Paulo*, 27/9/95.

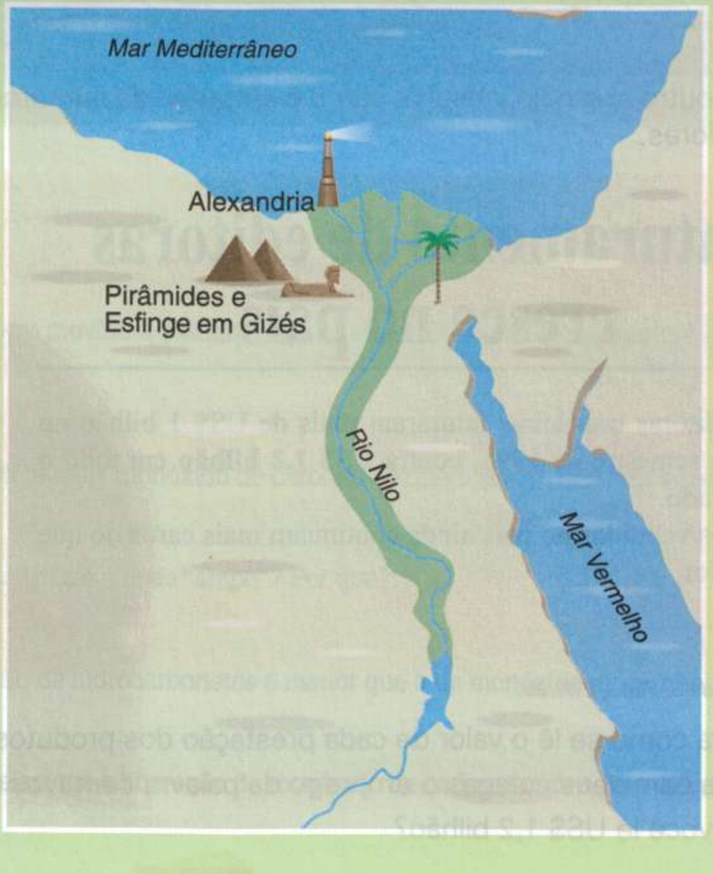
1. Escreva como se lê o valor de cada prestação dos produtos ofertados em 15/12/97.
2. Discuta com seus colegas o emprego da palavra *centavos* em nosso sistema monetário.
3. Como você lê US$ 1,2 bilhão?

7

Geometria

Há indícios de que os babilônios, desde 2 000 anos a.C., desenvolveram um considerável conhecimento geométrico.

No Egito Antigo, a Geometria era amplamente utilizada. Os agrimensores usavam-na para medir terrenos, enquanto os construtores recorriam a ela para fazer edificações. As famosas pirâmides, construídas próximas ao rio Nilo, são um ótimo exemplo disso.



Os egípcios ganharam tanta fama que alguns matemáticos gregos buscaram no Egito novas aplicações na Geometria.

Por volta de 600 a.C., os matemáticos gregos começam a sistematizar os conhecimentos geométricos que foram adquirindo, fazendo com que a Geometria deixasse de ser puramente experimental.

Esse trabalho de organização lógica dos conhecimentos matemáticos foi feito principalmente pelo matemático grego Euclides, por volta de 300 a.C.

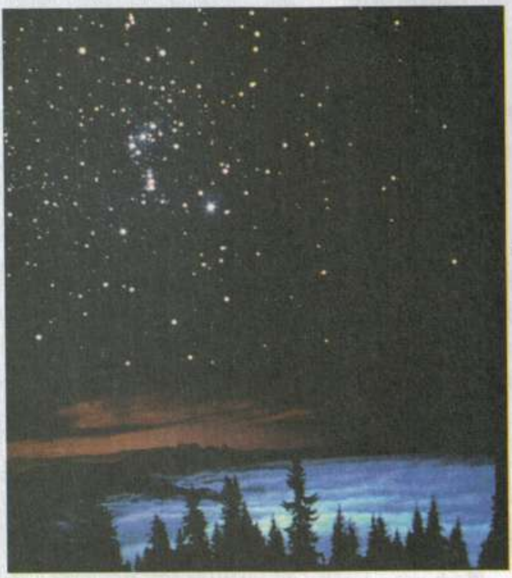
Para se ter idéia da importância dessa obra, a Geometria que ensinamos hoje é praticamente a mesma que Euclides escreveu séculos atrás.

47

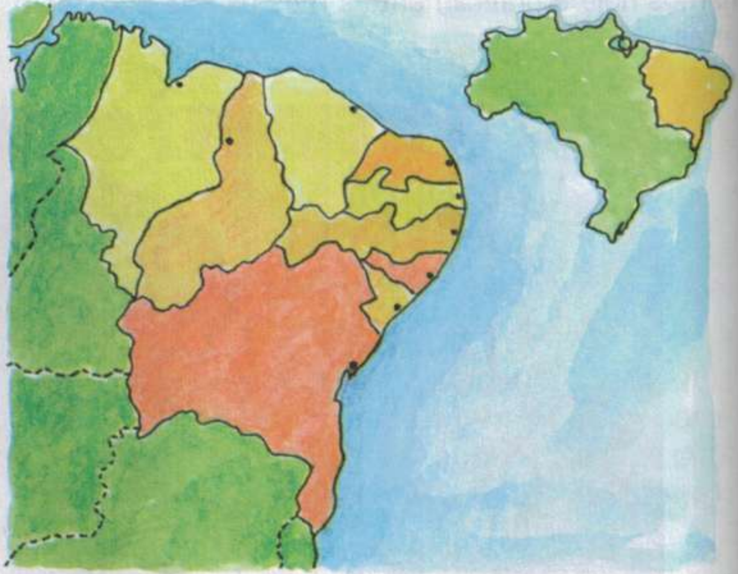
PONTO, RETA E PLANO

Quando observamos o mundo, certas idéias formam-se em nossa mente de modo intuitivo e nos ajudam a compreender a realidade. Em Geometria, essas idéias intuitivas são três: ponto, reta e plano.

Quando olhamos uma estrela no céu ou quando localizamos uma cidade em um mapa, temos a idéia de ponto.

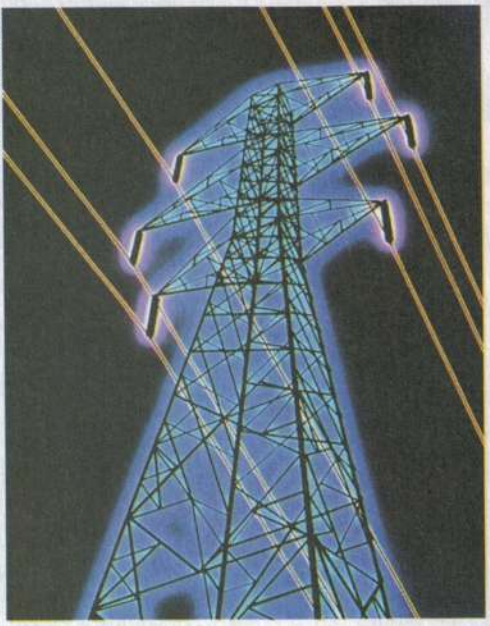

Keystone

Cada estrela nos dá a idéia de ponto.



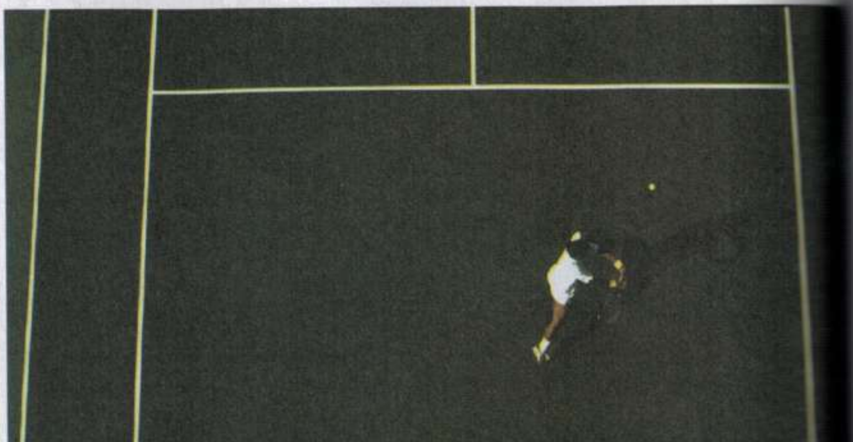
Cada marca de cidade no mapa nos dá a idéia de ponto.

Quando olhamos as linhas de um campo de futebol ou de uma quadra, ou quando olhamos os fios da rede elétrica bem esticados, temos a idéia de reta.


Bill Frymire/Keystone

Os fios da rede elétrica, bem esticados, nos dão a idéia de reta.

Cada linha de um campo ou de uma quadra nos dá a idéia de reta.



Stock Photos

Quando olhamos um campo de futebol, um lago ou o piso de uma sala, surge a idéia de plano.


A superfície de uma quadra de tênis nos dá a idéia de plano.

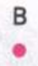

Corel Stock Photo

A superfície de um lago congelado nos dá a idéia de plano.

Representação

Em Geometria, o ponto não possui dimensões. Para representá-lo, basta fazer uma marca no papel ou na lousa. A sua indicação é feita, geralmente, por letras maiúsculas do nosso alfabeto.

ponto *A*



ponto *B*

Em Geometria, a reta é imaginada sem espessura, não tem começo nem fim e é ilimitada nos dois sentidos. É claro que é impossível representar uma reta no papel ou na lousa. Por esse motivo, representamos apenas "uma parte" da reta. A sua indicação costuma ser feita com letras minúsculas do nosso alfabeto.

a reta *r*

a reta *s*

Em Geometria, o plano é imaginado sem fronteiras, ilimitado em todas as direções.

Assim como no caso da reta, seria impossível representar o plano no papel e na lousa. Por esse motivo, representamos apenas "uma parte" do plano. A sua indicação é feita com letras minúsculas do alfabeto grego: α (alfa), β (beta), γ (gama), ...

plano α

plano β

As idéias de ponto, reta e plano são modelos criados pelo homem e usados para compreender melhor certos aspectos do mundo.

Propor os exercícios do **Atividades-G65**

FIXAÇÃO

1 Observando a sala de aula, você é capaz de reconhecer algo que dê a idéia de:

a) ponto? b) reta? c) plano?
resposta pessoal

2 Responda usando uma das palavras: ponto, reta ou plano.

a) Olhando o mapa do seu estado, você identifica a cidade onde você mora. Qual é a idéia que você tem dessa representação? ponto

b) Qual é a idéia que esta página que você está lendo lhe traz? plano

c) Assistindo a uma partida de basquete, você observa a linha divisória da quadra. Qual a idéia que esta linha divisória lhe dá? reta

3 Dentre os seguintes elementos: porta de geladeira, superfície de uma piscina, uma cabeça de parafuso, uma corda esticada, uma parede, o encontro de duas paredes, quais nos dão a idéia de:

a) ponto? cabeça de parafuso

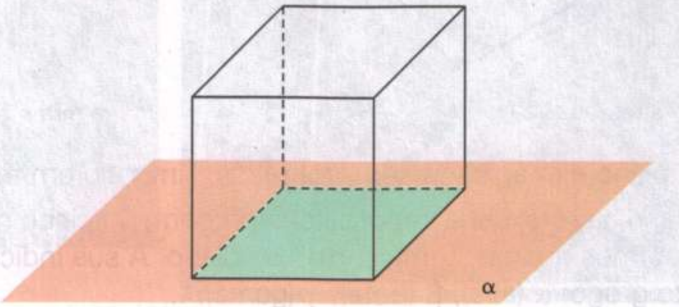
b) reta? uma corda esticada, encontro de duas paredes

c) plano? porta de geladeira, superfície de uma piscina, uma parede

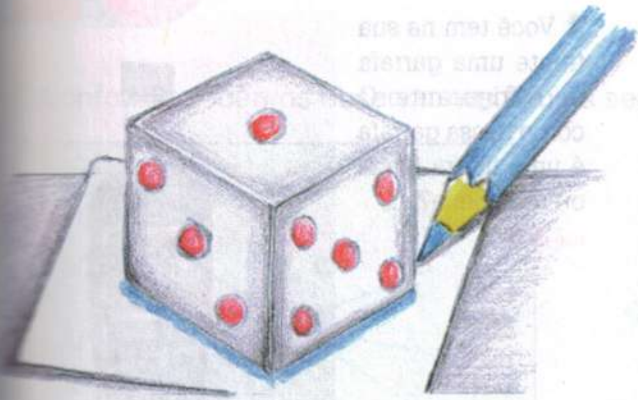
48

FIGURA GEOMÉTRICA

A figura abaixo nos mostra um cubo de acrílico colocado sobre uma folha de papel que lembra um plano (plano α). Notamos que apenas uma das faces do cubo tem todos os seus pontos apoiados nesse plano.



Se usarmos um lápis para contornar a face do dado que se apóia na folha de papel e observarmos a figura obtida, podemos ver que todos os pontos dessa figura que traçamos estão no plano representado pela folha de papel.



As figuras geométricas que estão contidas em um plano, isto é, que têm todos os seus pontos em um mesmo plano, como a figura obtida a partir do contorno da face do cubo, são chamadas *figuras geométricas planas*.

As figuras geométricas que não estão contidas em um mesmo plano, isto é, que nem todos os pontos estão em um mesmo plano, como o cubo, são chamadas *figuras geométricas não-planas*.

Veja outros exemplos:

Um campo de futebol nos dá idéia de uma figura geométrica plana.

Celio Jr/AE

Um edifício nos dá idéia de uma figura geométrica não-plana.

Propor os exercícios do **Atividades-G66**

FIXAÇÃO

1 Identifique como figura geométrica plana ou figura geométrica não-plana:

a)

figura geométrica não-plana

b)

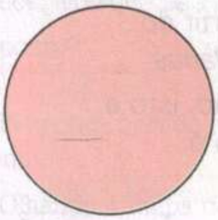


figura geométrica plana

c)

figura geométrica plana

d)

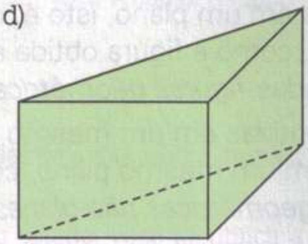
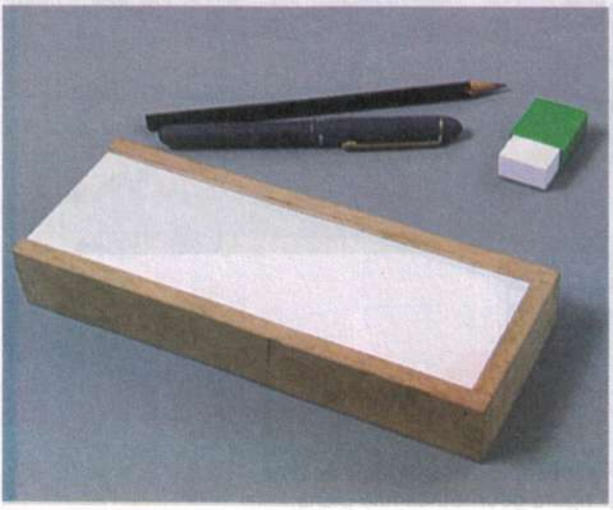


figura geométrica não-plana

2 O professor de Geografia pediu a você para desenhar, numa folha de papel, o mapa do seu estado. O desenho que você fez é uma figura geométrica plana ou não-plana? plana

3 Você tem uma caixa onde guarda seus lápis e canetas. Essa caixa é uma figura geométrica plana ou não-plana? não-plana



Gladstone Campos/FTD

4 Você tem na sua frente uma garrafa de refrigerante. O corpo dessa garrafa é uma figura plana ou não-plana?

não-plana

Sérgio Dotta Jr/The Next

5 A planta de uma casa, feita numa certa escala e em papel vegetal, é uma figura plana ou não-plana? plana E uma maquete dessa mesma casa? não-plana

6 Na foto você vê uma pirâmide do Egito. As pirâmides são figuras geométricas planas? não

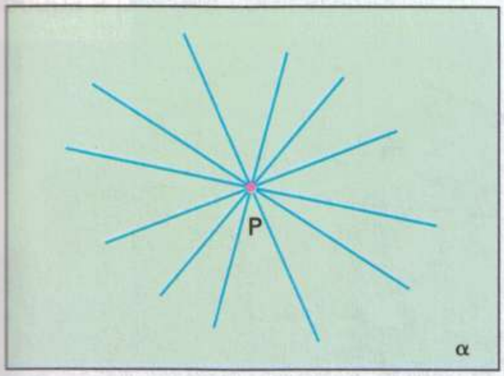
Corel Stock Photo

7 Dê exemplos de duas figuras geométricas planas e duas figuras geométricas não-planas que você conhece. resposta pessoal

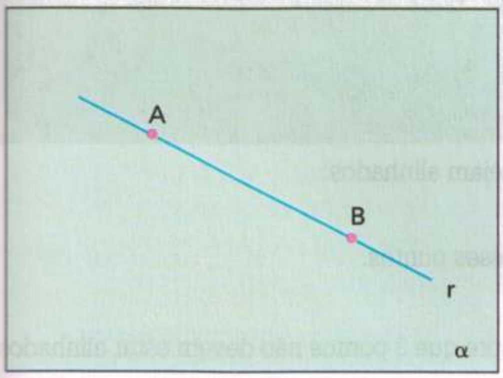
49

A RETA

Conforme podemos observar nas figuras seguintes, é intuitivo afirmar:



- Por um ponto P qualquer de um plano α podemos traçar (ou passam) infinitas retas.



- Por dois pontos, A e B, distintos de um plano α, passa uma e uma só reta.

Consideremos agora três pontos, A, B e C, distintos de um mesmo plano. Podemos ter duas situações:

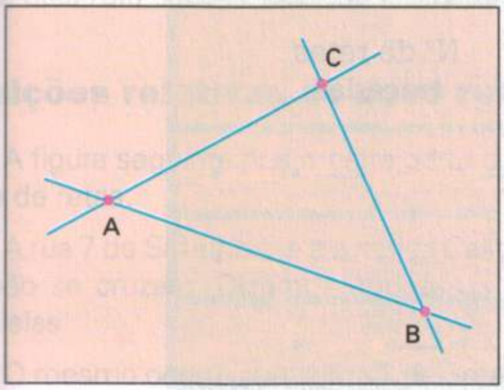


Figura 1

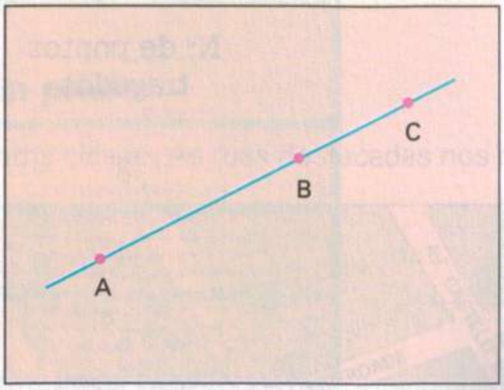


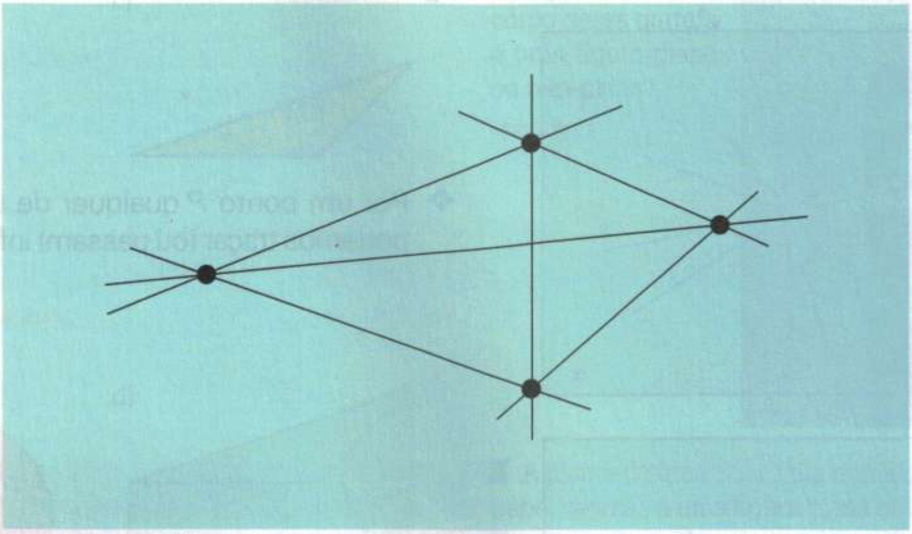
Figura 2

Na figura 1, não conseguimos passar uma única reta pelos três pontos: A, B e C.

Na figura 2, conseguimos traçar uma única reta passando pelos três pontos: A, B e C. Nesse caso, dizemos que esses pontos estão alinhados.

Explorando Geometria

Observe os 4 pontos destacados. Repare que 3 deles nunca estão alinhados. Veja quantas retas passam por 2 desses pontos.



1. Em uma folha de sulfite, trace 3 pontos de modo que não estejam alinhados.

2. Agora trace todas as retas possíveis que passem por dois desses pontos.

3. Repita esse procedimento para 5 e 6 pontos, lembrando sempre que 3 pontos não devem estar alinhados em cada situação. Construa uma tabela relacionando o número de pontos traçados e o número de retas possíveis que passem por dois pontos em cada situação.

Nº de pontos traçados	Nº de retas traçadas	
3	• — • — • — • — •	3
4	• — • — • — • — •	6
5	• — • — • — • — •	10
6	• — • — • — • — •	15

Posições de uma reta em relação ao chão

Consideremos as figuras:

O mastro de uma bandeira nos dá a idéia de reta. Em relação ao chão, esta reta ocupa a posição vertical.

Gladstone Campos/FTD

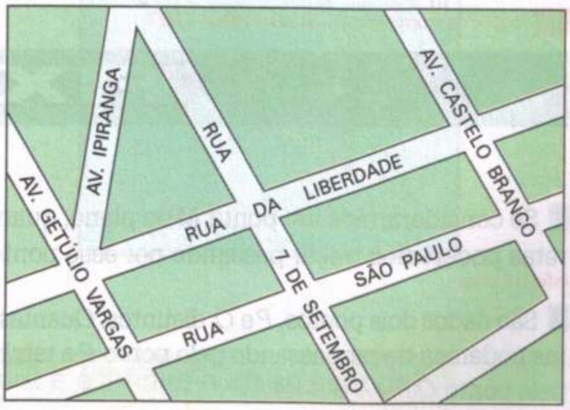
O encontro do tampo com a parte lateral de uma mesa nos dá a idéia de reta. Em relação ao chão, esta reta ocupa a posição horizontal.

H. Hardt/Stock Photos

A beirada da frente do telhado de uma casa nos dá a idéia de reta. Em relação ao chão, esta reta ocupa a posição inclinada.

Posições relativas de duas retas em um plano

A figura seguinte nos mostra parte da planta de uma cidade. As ruas destacadas nos dão a idéia de retas.



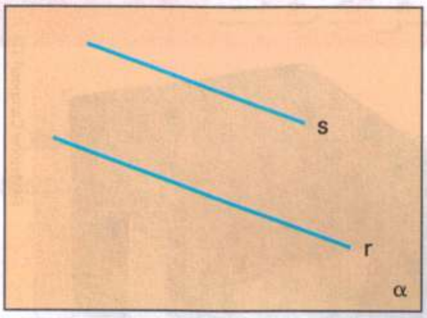
A rua 7 de Setembro e a avenida Castelo Branco não se cruzam. Dizemos que essas ruas são paralelas.

O mesmo ocorre com a rua 7 de Setembro e a avenida Getúlio Vargas.

A rua da Liberdade "corta" a rua 7 de Setembro. Dizemos que essas ruas são concorrentes.

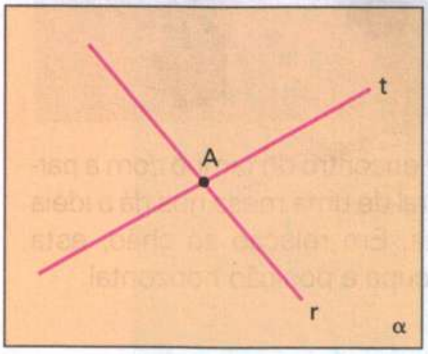
O mesmo ocorre com a rua da Liberdade e a avenida Getúlio Vargas.

Modelo matemático:



As retas *r* e *s*, contidas em α, não possuem nenhum ponto comum.

As retas *r* e *s* são denominadas retas paralelas e indica-se: r // s.

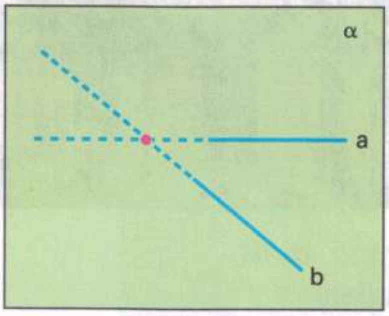


As retas *r* e *t*, contidas em α, possuem um único ponto comum, que é o ponto *A*.

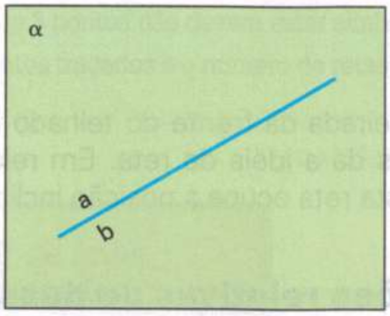
As retas *r* e *t* são denominadas retas concorrentes ou secantes.

Observações:

◆ Lembrando que a reta é imaginada sem começo e sem fim, a figura abaixo representa retas concorrentes ou secantes.



◆◆ Duas retas *a* e *b* podem coincidir, ou seja, podem estar ocupando a mesma posição no plano. Nesse caso, dizemos que *a* e *b* são retas coincidentes.



Propor os exercícios do **Atividades-G67**

FIXAÇÃO

1 Se considerarmos um ponto *M* do plano, quantas retas poderemos traçar passando por esse ponto? infinitas retas

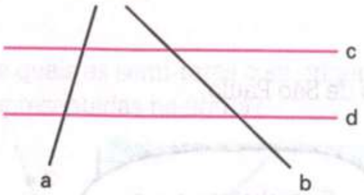
2 São dados dois pontos, *P* e *Q*, distintos. Quantas retas podemos traçar passando pelo ponto *P* e também pelo ponto *Q*? uma única reta

3 Quando três pontos estão alinhados?

Quando os três pontos pertencem a uma mesma reta.

4 O encontro de duas paredes de uma sala nos dá a idéia de reta. Em relação ao piso dessa sala, essa reta é horizontal, vertical ou inclinada? vertical

5 De acordo com a figura seguinte, dê a posição rela-a das retas:



a e *b* concorrentes

a e *c* concorrentes

a e *d* concorrentes

d) *c* e *d* paralelas

e) *b* e *c* concorrentes

6 Quando levanta vôo, um avião faz uma trajetória que os dá a idéia de reta. Em relação ao solo, essa reta é rizontal, vertical ou inclinada? inclinada

7 O encontro de duas paredes de uma sala nos dá a éia de reta. O mesmo ocorre quando observamos o rodapé de madeira que existe nessa mesma sala. Essas duas retas são concorrentes ou paralelas?
concorrentes

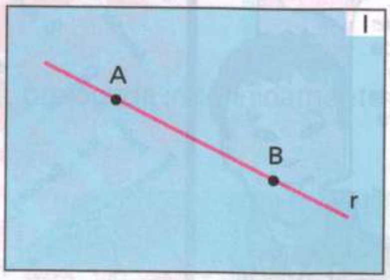
8 A figura seguinte nos mostra uma parte da planta de uma cidade, na qual estão destacadas três ruas: a avenida Lacerda Franco, a rua Coronel Diogo e a rua Basílio da Cunha. Nessas condições, responda:

a) Qual a posição relativa entre a avenida Lacerda Franco e a rua Coronel Diogo? concorrentes

b) Qual a posição relativa entre as ruas Coronel Diogo e Basílio da Cunha? paralelas

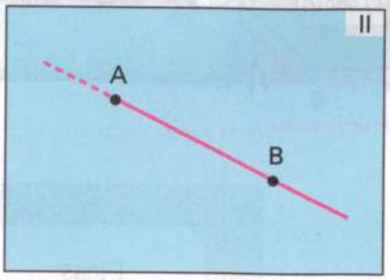
Semi-reta

A figura I nos mostra a reta *r*, que passa pelos pontos *A* e *B* e não tem início nem fim.



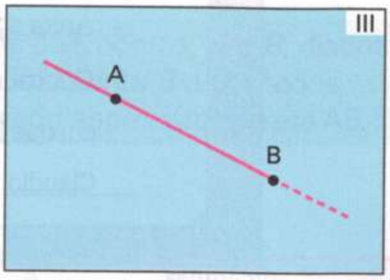
Observando a mesma figura, consideremos o ponto *A* e a "parte" da reta que, partindo de *A*, passa por *B*.

Nesse caso, teremos traçado a semi-reta com origem no ponto *A* e que passa pelo ponto *B*. Indicamos: $\overrightarrow{AB}$ (figura II).



Voltando à figura I, consideremos o ponto *B* e a "parte" da reta que, partindo de *B*, passa por *A*.

Nesse caso, teremos traçado a semi-reta com origem no ponto *B* e que passa pelo ponto *A*. Indicamos: $\overrightarrow{BA}$ (figura III).

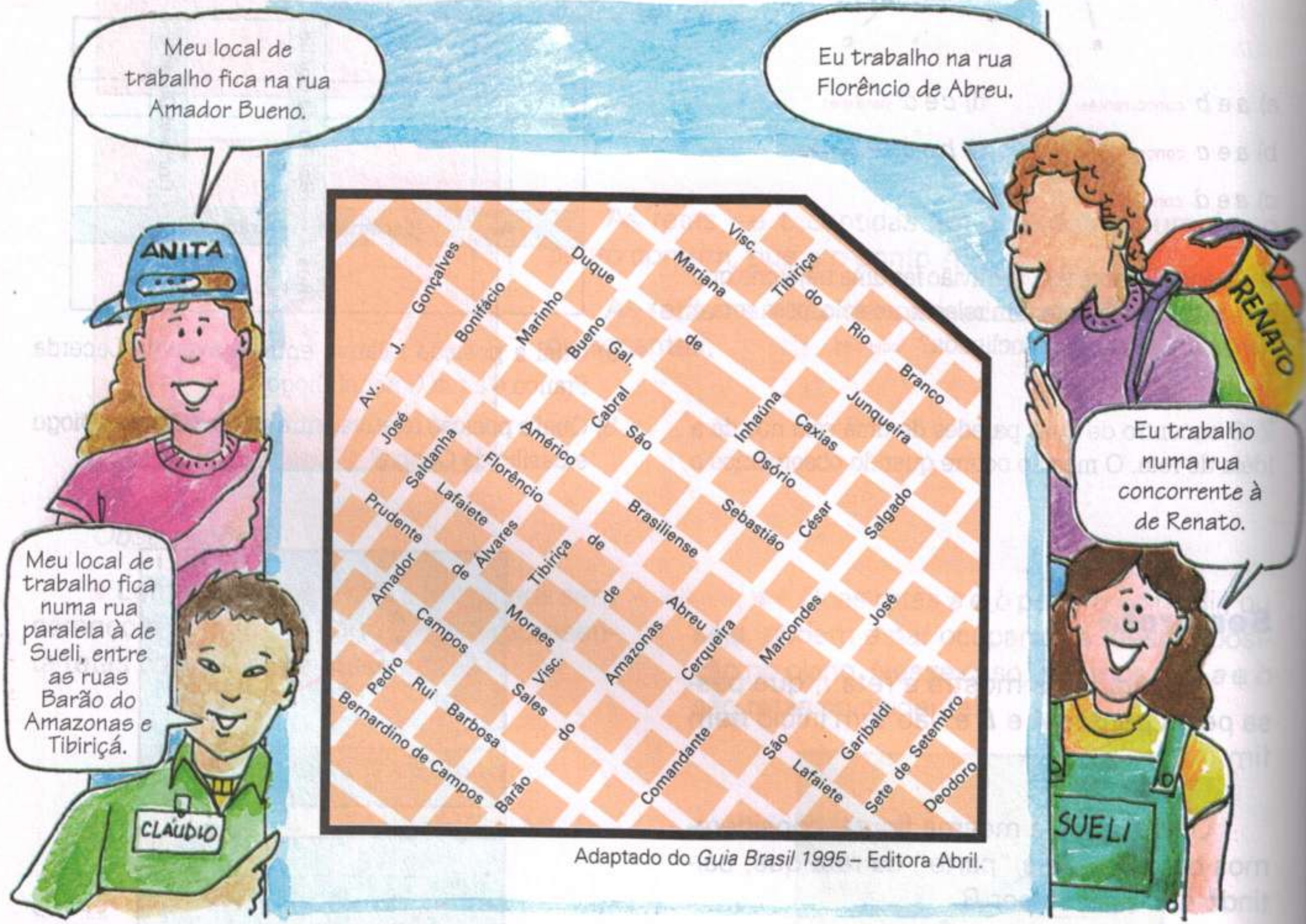


Então:

A semi-reta é uma parte da reta, tem origem e é infinita num só sentido.

Explorando
Geometria

São 4 amigos que moram em Ribeirão Preto, interior do estado de São Paulo.



Adaptado do *Guia Brasil 1995* – Editora Abril.

Rua Visconde de Inhaúma

Rua Comandante Marcondes Salgado.

Dicas:

– Anita e Sueli trabalham em ruas diferentes.

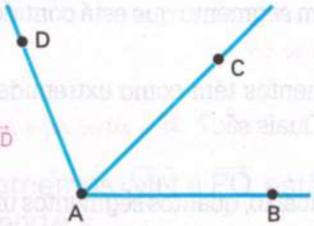
– O local de trabalho de Sueli fica na esquina da rua em que Renato trabalha e a 3 quadras da rua em que Cláudio trabalha.

1. Em que ruas trabalham Cláudio e Sueli?
Cláudio trabalha na rua Visconde de Inhaúma e Sueli na rua Comandante Marcondes Salgado.

2. As ruas em que trabalham Cláudio e Anita são paralelas ou concorrentes? paralelas

FIXAÇÃO

1 Quantas e quais as semi-retas com origem em *A* e que estão representadas na figura?



$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$

2 Indique as semi-retas representadas nas figuras seguintes e que têm origem no ponto *O*:

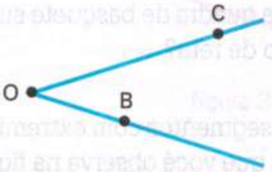
a)

$\overrightarrow{OM}$ e $\overrightarrow{ON}$

b)

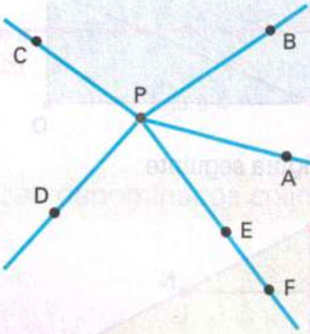
$\overrightarrow{ON}$ ou $\overrightarrow{OM}$

c)



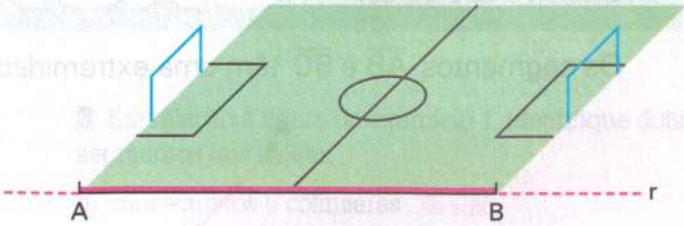
$\overrightarrow{OB}$ e $\overrightarrow{OC}$

3 Quantas e quais as semi-retas que estão representadas na figura? cinco: $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PC}$, $\overrightarrow{PD}$, $\overrightarrow{PE}$ e $\overrightarrow{PF}$



Segmento de reta

Veja o campo de futebol. Cada uma das linhas laterais, prologada indefinidamente nos dois sentidos, nos sugere a idéia de reta.



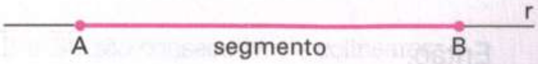
Se considerarmos os pontos *A* e *B*, que são as extremidades da linha lateral em evidência no desenho, e os pontos dessa linha situados entre *A* e *B*, a figura geométrica obtida representa uma "parte" da reta.

Essa "parte" da reta que colocamos em evidência na figura denomina-se segmento de reta.

Do modelo apresentado, temos:

> Se considerarmos uma reta *r* e sobre ela marcarmos dois pontos, *A* e *B*, distintos, o conjunto de pontos formado pelo ponto *A*, pelo ponto *B* e por todos os pontos da reta que estão entre *A* e *B* é chamado *segmento de reta* AB.

- Os pontos *A* e *B* são as extremidades do segmento.
- A reta *r* é a reta suporte do segmento.



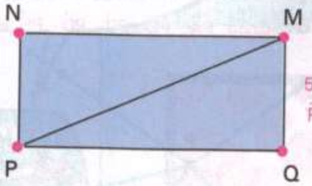
Para nomear o segmento indicamos as letras das extremidades com um traço em cima, ou seja, $\overline{AB}$ (segmento cujas extremidades são os pontos *A* e *B*).

Propor os exercícios do **Atividades–G68**

FIXAÇÃO

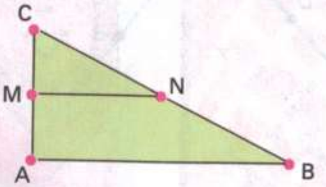
1 A linha de fundo de uma quadra de basquete sugere a idéia de um segmento de reta? sim

2 Quantos e quais são os segmentos com extremidades nos pontos nomeados que você observa na figura abaixo?



5 segmentos
$\overline{PQ}$, $\overline{QM}$, $\overline{MN}$, $\overline{NP}$, $\overline{PM}$

3 Observe a figura seguinte:

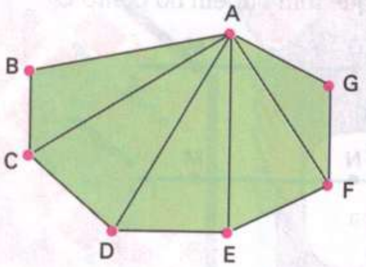


a) Escreva dois segmentos da figura que estão em retas paralelas. $\overline{AB}$ e $\overline{MN}$

b) Escreva um segmento que está contido no segmento $\overline{BC}$. $\overline{BN}$ ou $\overline{CN}$

c) Dois segmentos têm como extremidade comum o ponto *A*. Quais são? $\overline{AB}$ e $\overline{AM}$ ou $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$

4 Na figura abaixo, quantos segmentos unindo o ponto *A* aos pontos não-consecutivos de *A*, destacados no seu contorno, você pode traçar? 4 segmentos



Segmentos consecutivos — segmentos colineares

Observe as figuras:

Os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ têm uma extremidade comum: o ponto *B*.

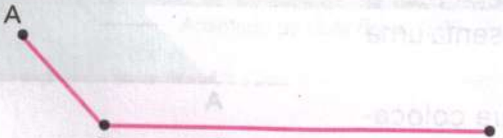


figura 1

Os segmentos $\overline{MN}$ e $\overline{NP}$ têm uma extremidade comum: o ponto *N*.

figura 2

Dois segmentos que têm uma extremidade comum são denominados segmentos consecutivos.

Então:

Na figura 1, $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ são segmentos consecutivos.
Na figura 2, $\overline{MN}$ e $\overline{NP}$ são segmentos consecutivos.

Observe, agora, as figuras:

Os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ estão na mesma reta suporte *r*.

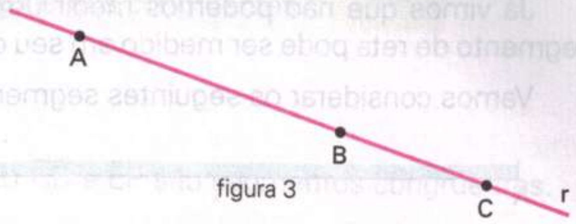


figura 3

Os segmentos $\overline{MN}$ e $\overline{PQ}$ estão na mesma reta suporte *s*.

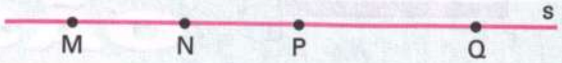


figura 4

Dois segmentos que estão numa mesma reta suporte são denominados colineares.

Então:

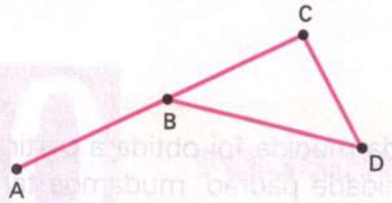
Na figura 3, $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ são segmentos colineares.

Na figura 4, $\overline{MN}$ e $\overline{PQ}$ são segmentos colineares.

Propor os exercícios do **Atividades-G69**

FIXAÇÃO

Observando a figura seguinte, identifique um segmento que seja:



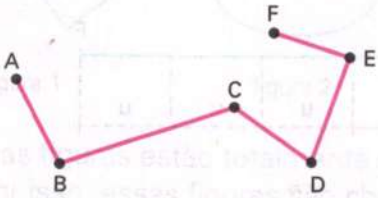
consecutivo com $\overline{CD}$ $\overline{BC}$ ou $\overline{BD}$ ou $\overline{AC}$

colinear com $\overline{BC}$ $\overline{AB}$ ou $\overline{AC}$

consecutivo com $\overline{BD}$ $\overline{AB}$ ou $\overline{CD}$ ou $\overline{BC}$

Na figura seguinte, identifique todos os pares de segmentos consecutivos.

$\overline{AB}$ e $\overline{BC}$
$\overline{BC}$ e $\overline{CD}$
$\overline{DE}$ e $\overline{EF}$
$\overline{CD}$ e $\overline{DE}$

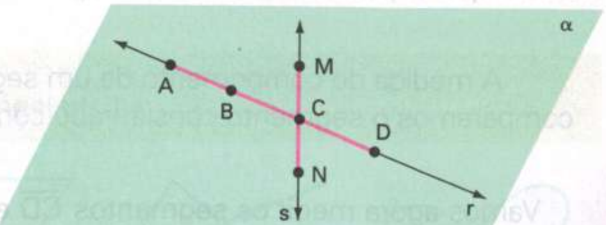


3 Em relação à figura do exercício 1, identifique dois segmentos que sejam:

a) consecutivos e colineares $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$

b) colineares e não-consecutivos não há

4 Observando a figura, associe *V* ou *F* a cada uma das afirmações:



a) $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ são consecutivos e colineares. V

b) $\overline{MC}$ e $\overline{CN}$ são colineares e não-consecutivos. F

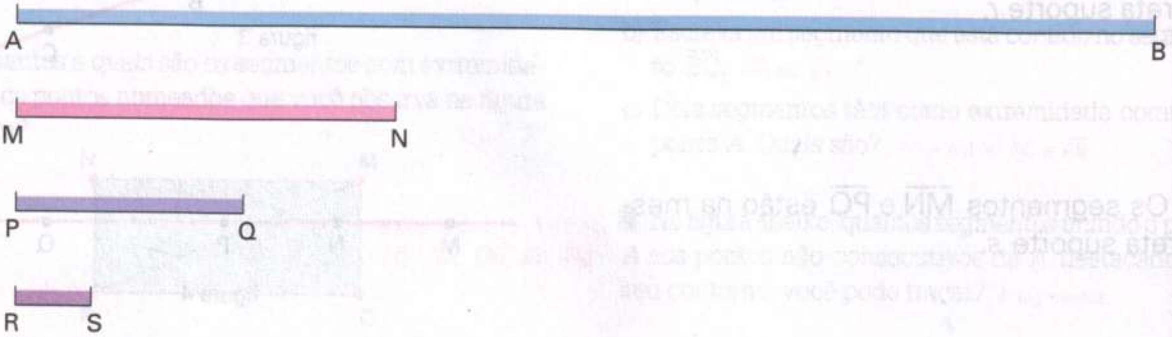
c) $\overline{BC}$ e $\overline{CN}$ são consecutivos e não-colineares. V

d) $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são colineares e não-consecutivos. V

Medida de um segmento — segmentos congruentes

Já vimos que não podemos medir uma reta ou uma semi-reta. Mas, por ser limitado, o segmento de reta pode ser medido em seu comprimento. Vamos ver como podemos fazer isso.

Vamos considerar os seguintes segmentos:



Se usarmos um compasso, podemos verificar:

- ✓ O segmento $\overline{MN}$ cabe 3 vezes no segmento $\overline{AB}$.
- ✓ O segmento $\overline{PQ}$ cabe 5 vezes no segmento $\overline{AB}$.
- ✓ O segmento $\overline{RS}$ cabe 15 vezes no segmento $\overline{AB}$.

Comparando o segmento $\overline{AB}$ com o segmento $\overline{MN}$, com o segmento $\overline{PQ}$ e com o segmento $\overline{RS}$, você obtém, de cada comparação, um número que representa a medida do comprimento do segmento $\overline{AB}$.

- ✓ Quando a unidade é o segmento $\overline{MN}$, a medida do segmento $\overline{AB}$ é 3.
- ✓ Quando a unidade é o segmento $\overline{PQ}$, a medida do segmento $\overline{AB}$ é 5.
- ✓ Quando a unidade é o segmento $\overline{RS}$, a medida do segmento $\overline{AB}$ é 15.

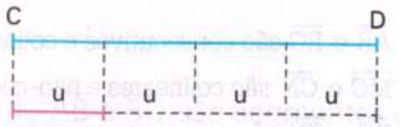
Podemos então perguntar:

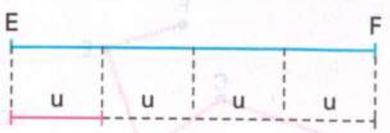
Qual das medidas obtidas (3, 5, 15) é correta?

Na verdade, as três medidas estão corretas, pois cada medida foi obtida a partir de uma unidade padrão diferente. Assim, quando mudamos a unidade padrão, mudamos também o número que expressa a medida do segmento.

A medida do comprimento de um segmento é um número que obtemos quando comparamos o segmento considerado com outro segmento tomado como unidade padrão.

Vamos agora medir os segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{EF}$ usando ⊢u⊣ como unidade padrão:





Os segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{EF}$ têm a mesma medida.

Quando dois segmentos têm a mesma medida, tomada na mesma unidade, dizemos que são segmentos congruentes.

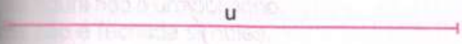
Observe:

Como med ($\overline{CD}$) = 4 u e med ($\overline{EF}$) = 4 u, então $\overline{CD}$ e $\overline{EF}$ são segmentos congruentes.

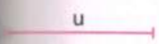
por os exercícios do **Atividades-G70**

FIXAÇÃO

1 Considerando como unidade o segmento $\overset{u}{\vdash\!\!\dashv}$ e usando um compasso, determine a medida de cada um dos segmentos:

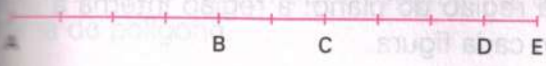
a) 

6 unidades

b) 

2 unidades

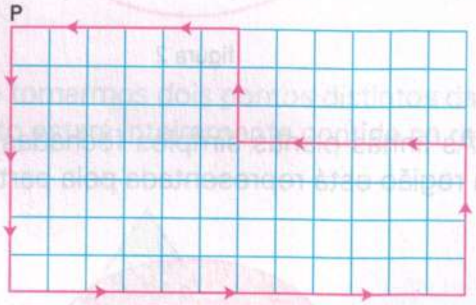
2 Considerando como unidade $\overset{u}{\vdash\!\!\dashv}$, e observando a figura abaixo, calcule:



a) med ($\overline{AB}$) 4 u c) med ($\overline{DE}$) 1 u e) med ($\overline{BE}$) 6 u

b) med ($\overline{BC}$) 2 u d) med ($\overline{AC}$) 6 u f) med ($\overline{AE}$) 10 u

3 Um passeata deve seguir o caminho indicado pelas setas da figura seguinte, na qual os lados de cada quadrado representam quarteirões da cidade. Sabendo-se que a passeata começa e termina no ponto *P*, quantos quarteirões serão percorridos por essa passeata? 38 quarteirões



50

POLÍGONOS

Observe as figuras geométricas desenhadas nesta folha:

figura 1

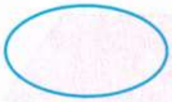


figura 2

figura 3

figura 4

figura 5

Essas figuras estão totalmente contidas em um único plano: o plano representado por esta folha. Por isso, essas figuras são chamadas *linhas planas*.

Note, porém, que há algumas diferenças entre elas:

◆ Nas figuras 1, 2 e 3 não há cruzamentos. Daí serem chamadas *linhas simples*.

◆◆ Nas figuras 4 e 5 há cruzamentos. Por esse motivo elas são chamadas *linhas não-simples*.

◆◆◆ Nas figuras 2, 3 e 5 podemos considerar que a origem da linha coincide com a sua extremidade. Essas linhas são chamadas *linhas fechadas*.

◆◆◆◆ Nas figuras 1 e 4, não há coincidência da origem da linha com a sua extremidade. Essas linhas são chamadas *linhas abertas*.

Vamos, agora, destacar as linhas *fechadas simples*.

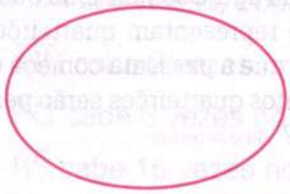
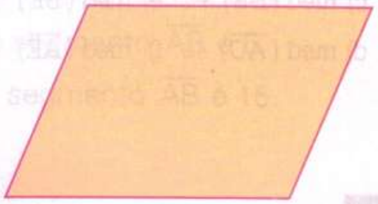


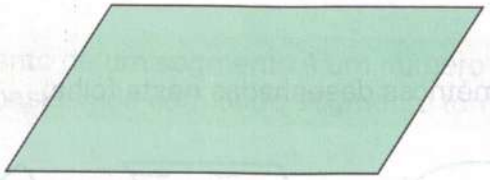
figura 2

figura 3

As linhas planas simples fechadas limitam uma região do plano: a região interna à linha. Essa região está representada pela parte colorida em cada figura.



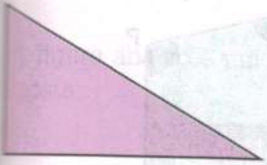
Entre essas duas, vamos destacar a linha fechada simples formada apenas por segmentos de reta e cuja região interna está colorida.

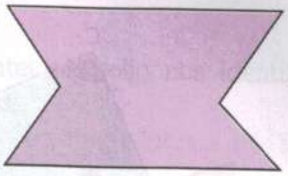


Essa figura geométrica é denominada *polígono*.

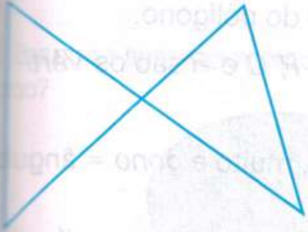
Polígono é a reunião de uma linha fechada simples formada apenas por segmentos de reta com a sua região interna.

Vejamos, então, algumas figuras geométricas que são polígonos:

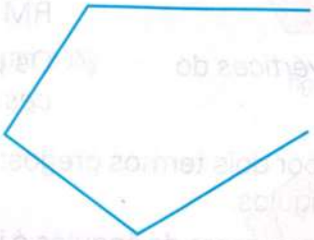




Agora, observe:



Esta figura não é um polígono, pois não é fechada simples.



Esta figura não é um polígono, pois não é fechada.

Esta figura não é um polígono, pois não é formada de segmentos de reta.

Polígonos convexos

Se observarmos o polígono da figura 1, sempre que tomarmos dois pontos distintos da sua região interna e traçarmos um segmento, esse segmento estará inteiramente contido na região interna do polígono.

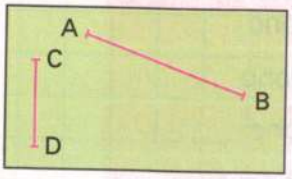


figura 1

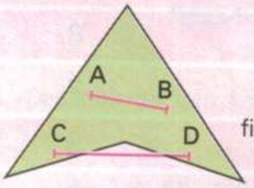


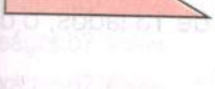
figura 2

O polígono da figura 1 e todos os polígonos que apresentam essa mesma propriedade são chamados *polígonos convexos*.

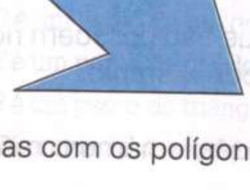
O mesmo não ocorre com o polígono da figura 2, pois o segmento $\overline{CD}$ não está inteiramente contido na região interior do polígono.

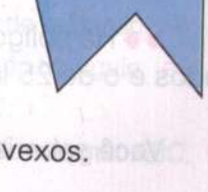
O polígono da figura 2 e todos os polígonos que apresentam essa mesma propriedade são chamados *polígonos não-convexos*.

São polígonos convexos:



São polígonos não-convexos:

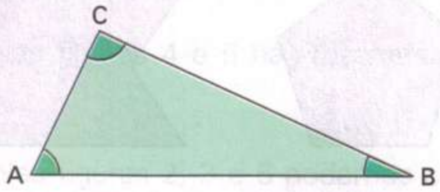




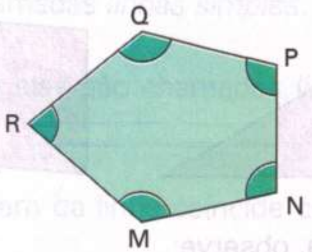
A partir de agora, o nosso estudo será feito apenas com os polígonos convexos.

Nomes dos polígonos

Observe os polígonos:



- ✓ Os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ são os *lados* do polígono.
- ✓ Os pontos *A, B* e *C* são os *vértices* do polígono.



- ✓ Os segmentos $\overline{MN}$, $\overline{NP}$, $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$ e $\overline{RM}$ são os *lados* do polígono.
- ✓ Os pontos *M, N, P, Q* e *R* são os *vértices* do polígono.

A palavra polígono é formada por dois termos gregos: *poli* = vários, muito e *gono* = ângulo. Assim, polígono significa vários ângulos.

Como, em qualquer polígono, o número de ângulos é igual ao número de lados, os polígonos são geralmente nomeados a partir do número de lados. Alguns, por sua utilização mais freqüente, têm nomes especiais, como vemos na tabela:

Número de lados	Nome
3	triângulo
4	quadrilátero
5	pentágono
6	hexágono
7	heptágono
8	octógono
9	eneágono
10	decágono
11	undecágono
12	dodecágono
15	pentadecágono
20	icoságono

Observações:

◆ Há dois polígonos da tabela que não utilizam o termo *gono* em seus nomes: triângulo e quadrilátero. (quadri = 4 e látero = lado)

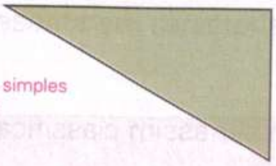
◆◆ Há polígonos que não possuem nomes especiais, como o polígono de 13 lados, o de 19 lados e o de 25 lados, por exemplo.

Você saberia dizer qual o número máximo de lados que um polígono pode ter?

Propor os exercícios do **Atividades-G71**

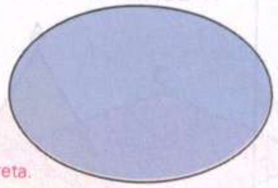
FIXAÇÃO

1 A figura abaixo é um polígono? Justifique a sua resposta.



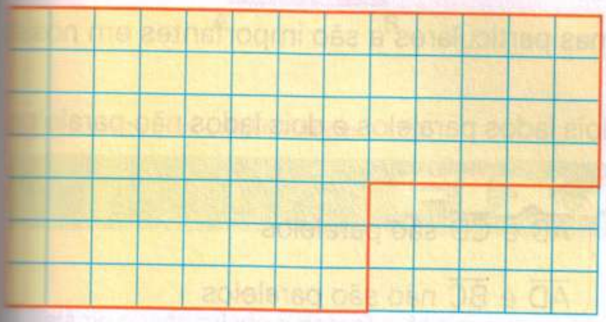
Sim; é uma figura geométrica fechada simples formada apenas por segmentos de reta.

2 Por que a figura geométrica abaixo não é um polígono?



Ela não é formada por segmentos de reta.

3 Cada ▭ representa um quarteirão na planta de um parque florestal. A linha vermelha indica a cerca e os portões desse parque. Essa planta representa um polígono? Em caso afirmativo, o polígono é convexo ou não-convexo?
Sim; polígono não-convexo



4 Como se chama o polígono que tem:

a) 4 lados? quadrilátero
b) 8 lados? octógono
c) 12 lados? dodecágono
d) 20 lados? icoságono

5 Quantos lados tem um:

a) pentágono? 5 lados
b) eneágono? 9 lados
c) hexágono? 6 lados
d) decágono? 10 lados

6 Todas as figuras seguintes são polígonos. Identifique os polígonos convexos:
figuras 1, 3 e 4

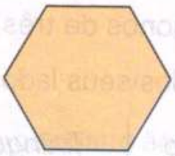


figura 1

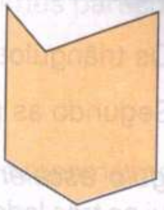


figura 2

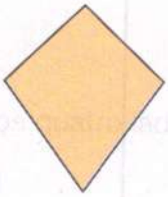


figura 3

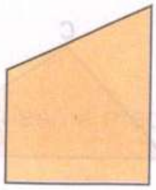


figura 4

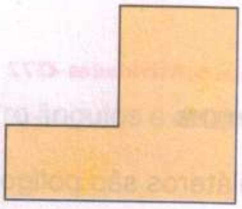
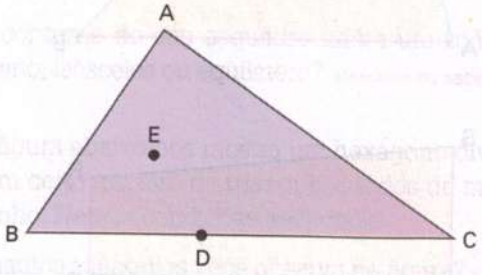


figura 5

7 Qual é o polígono que tem o menor número de lados?
triângulo

8 Observe a figura seguinte e associe *V* ou *F* a cada uma das afirmações:



a) O triângulo ABC é um polígono convexo. V
b) Os lados do triângulo são os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$. V
c) *D* é um ponto de um dos lados do triângulo. V
d) *E* é um ponto de um dos lados do triângulo. F
e) *B* é um ponto do triângulo ABC. V
f) *E* é um ponto da região interna do triângulo ABC. V

51

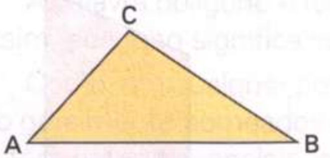
TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS

Triângulos

Os triângulos são polígonos de três lados.

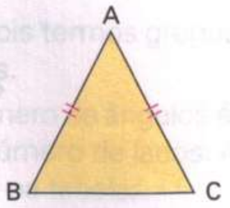
Segundo as medidas dos seus lados, os triângulos podem ser assim classificados:

Triângulo escaleno: quando possui os três lados com medidas diferentes.



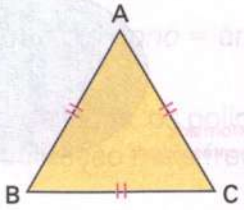
med ($\overline{AB}$) ≠ med ($\overline{AC}$) ≠ med ($\overline{BC}$)

Triângulo isósceles: quando possui dois lados com a mesma medida.



med ($\overline{AB}$) = med ($\overline{AC}$)

Triângulo eqüilátero: quando possui os três lados com a mesma medida.



med ($\overline{AB}$) = med ($\overline{AC}$) = med ($\overline{BC}$)

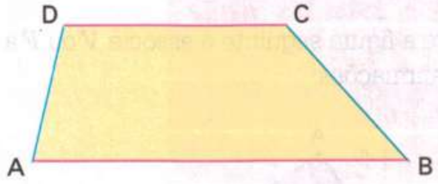
Propor os exercícios do **Atividades-G72**

Quadriláteros

Os quadriláteros são polígonos de quatro lados.

Dentre os quadriláteros alguns assumem formas particulares e são importantes em nosso estudo: os *trapézios* e os *paralelogramos*.

Trapézios são os quadriláteros que possuem dois lados paralelos e dois lados não-paralelos.



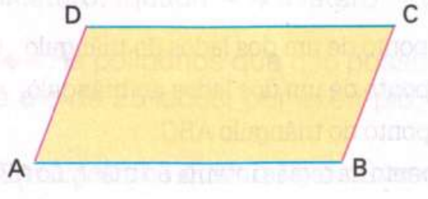
→ $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são paralelos

$\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ não são paralelos

→ $\overline{PS}$ e $\overline{QR}$ são paralelos

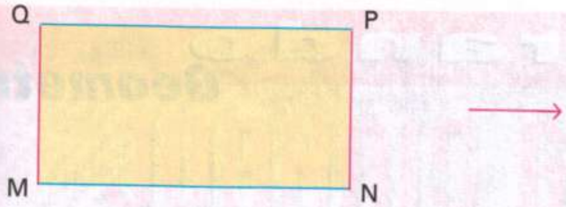
$\overline{PQ}$ e $\overline{RS}$ não são paralelos

Paralelogramos são os quadriláteros que possuem os lados opostos paralelos e congruentes.



→ $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são paralelos

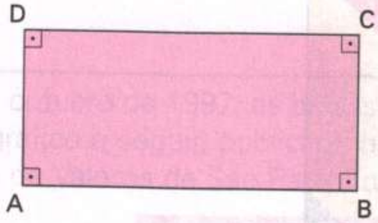
$\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ são paralelos



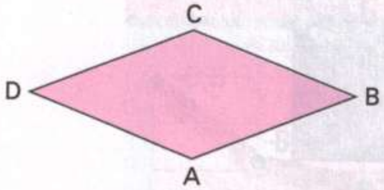
$\overline{MN}$ e $\overline{PQ}$ são paralelos

$\overline{MQ}$ e $\overline{NP}$ são paralelos

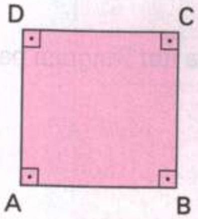
Por apresentarem características próprias, alguns paralelogramos têm nomes particulares:



Retângulo: os quatro ângulos têm a mesma medida.



Losango: os quatro lados têm a mesma medida.

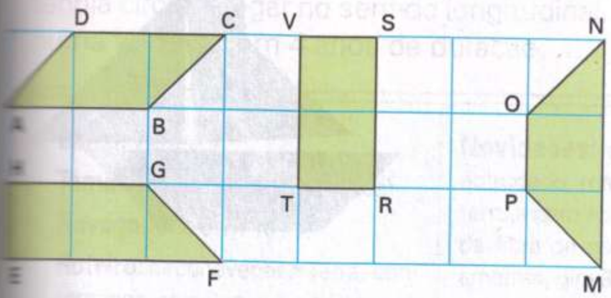


Quadrado: os quatro ângulos e os quatro lados têm a mesma medida.

Propor os exercícios do **Atividades-G73**

FIXAÇÃO

1 Veja no quadriculado o desenho de alguns quadriláteros:



Escreva quais deles são:

a) paralelogramos ABCD e RSVT

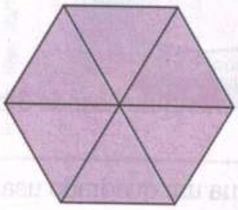
b) trapézios EFGH e MNOP

2 O contorno do seu esquadro limita um triângulo escaleno, isósceles ou eqüilátero? isósceles ou escaleno

3 A figura abaixo nos mostra um hexágono dividido em um certo número de triângulos, todos do mesmo tamanho. Nessas condições, responda:

a) Quantos triângulos você observa na figura? 6 triângulos

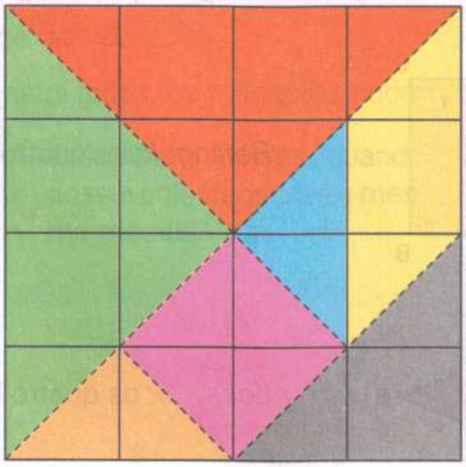
b) Que tipo de triângulo é cada um deles? eqüilátero



Explorando Geometria

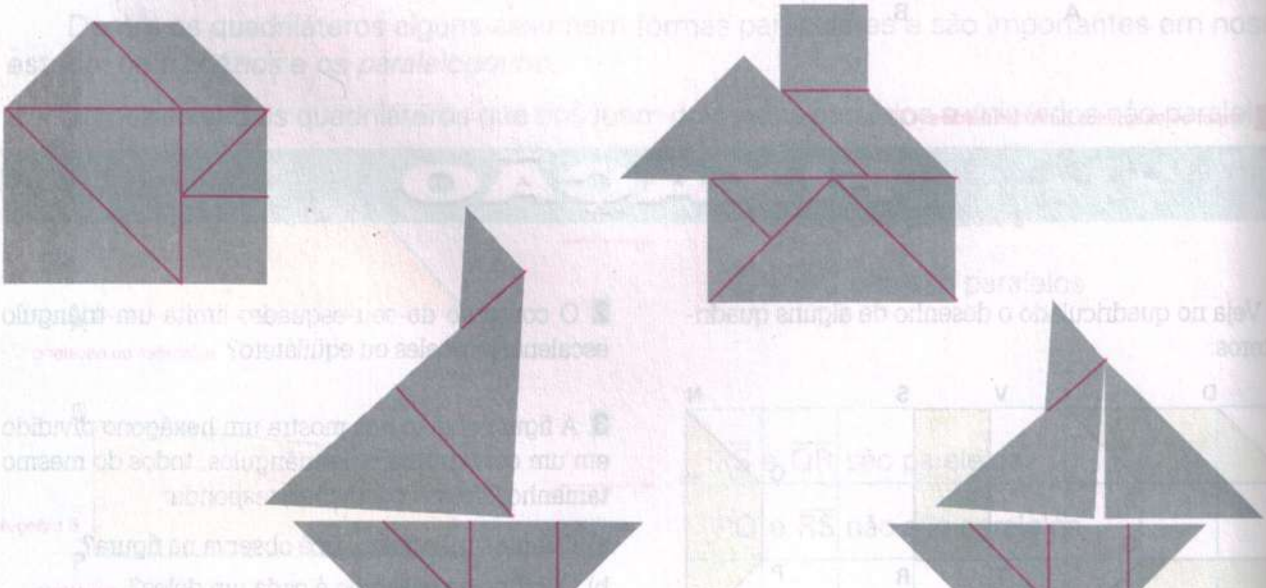
Você conhece o Tangram?

O Tangram é um quebra-cabeça muito antigo, de origem chinesa, composto por 7 peças.



1. Usando um pedaço de cartolina, reproduza o quadriculado 4 × 4 e construa um Tangram para você.

2. Recorte as 7 peças do Tangram e tente construir figuras como:



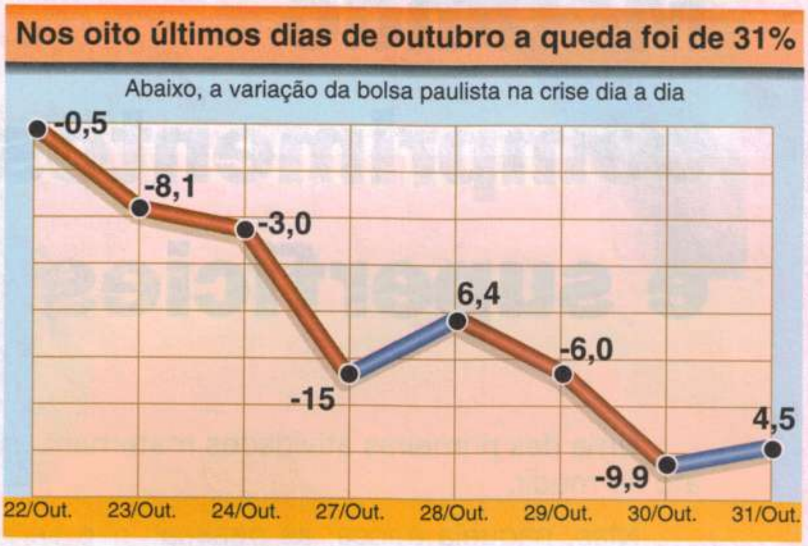
3. Construa um triângulo usando 3 peças.

4. Agora construa um quadrado usando 3 peças.

JORNAIS & REVISTAS

Em outubro de 1997, as bolsas de valores de todo o mundo acusaram sinais de queda.

O gráfico a seguir, publicado na revista *Veja* de 5/11/97, mostra a variação da Bovespa (Bolsa de Valores de São Paulo) nos oito últimos dias do mês de outubro.



Fonte: *Veja*, 5/11/97, ano 30, nº 44.

1. Quantos segmentos de reta compõem esse gráfico? 7
2. Qual deles representa a queda mais acentuada da cotação da Bovespa? aquele que vai de 24/out. a 27/out.

Em 26/11/97, a revista *Veja* mostrou as características do veleiro *Paratii II*, do brasileiro Amyr Klink, com o qual o navegador pretendia circunavegar no sentido longitudinal, contornando os pólos, numa viagem com 4 anos de duração.

Barco: *Paratii II*
Tamanho: 93 pés (28,3 metros)
Navegador: Amyr Klink
Roteiro: circunavegar a Terra, contornando os pólos sul e norte
Partida: 1999

Novidades: casco de alumínio estrudado, mais leve, que não enferruja nem acumula craca; mastro de fibra de carbono, que não usa amarras, gira 360 graus e pode ser manobrado por uma só pessoa
Custo: 6 milhões de reais

Fonte: *Veja*, 26/11/97, ano 30, nº 47.

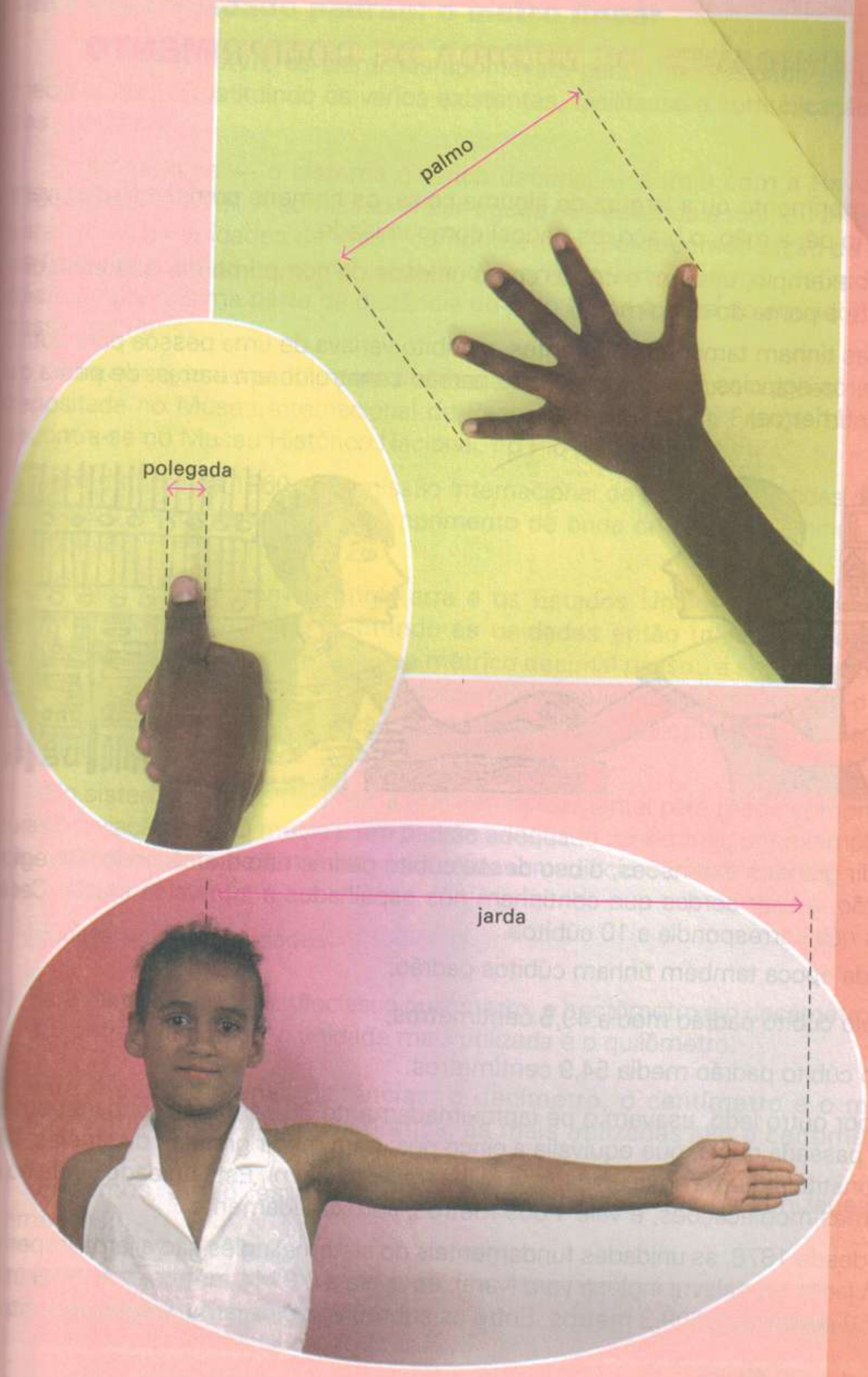
3. Que polígonos nos lembram as velas do barco?

8

Medindo comprimentos e superfícies

Uma das primeiras atividades matemáticas do homem foi o ato de medir.

Mas, naquela época, as pessoas não se entendiam muito bem quando se tratava de medir. Cada um adotava uma parte do corpo como unidade de medida na hora de fazer medições, e, por isso, as confusões eram enormes.



Para acabar com os desentendimentos, alguma coisa precisava ser feita...

Nesta Unidade, você ficará sabendo como e por que o homem chegou ao sistema que colocou fim a todos esses problemas com as medições: o sistema métrico decimal.

52

UNIDADES DE MEDIDA DE COMPRIMENTO

Para medir o comprimento ou a largura de alguma coisa, os homens primitivos utilizavam partes do seu corpo (o pé, a mão, o braço, os dedos) como unidade.

Os egípcios, por exemplo, usavam o cúbito como unidade de comprimento, que era a distância do cotovelo até a ponta do dedo médio.

Como as pessoas tinham tamanhos diferentes, o cúbito variava de uma pessoa para outra. Para evitar confusão, os egípcios fixaram um cúbito padrão construído em barras, de pedra ou de madeira (52,4 centímetros).

Mas, para medir grandes extensões, o uso desse cúbito padrão não era cômodo. Os egípcios passaram, então, a usar cordas que continham nós espalhados a intervalos iguais. Cada intervalo entre dois nós correspondia a 10 cúbitos.

Outros povos da época também tinham cúbitos padrão:

✓ os sumérios, cujo cúbito padrão media 49,5 centímetros;

✓ os assírios, cujo cúbito padrão media 54,9 centímetros.

Os romanos, por outro lado, usavam o pé (aproximadamente 30 centímetros) para pequenas distâncias, e a passada dupla, que equivalia a cinco pés, para medir grandes distâncias. Mil passadas duplas constituíam uma nova unidade: a milha (*mille passum*). Esta unidade ainda hoje é usada, com algumas modificações, e vale 1 609 metros, aproximadamente.

Na Inglaterra, desde 1878, as unidades fundamentais do sistema inglês são a jarda imperial e a libra imperial. A jarda, da palavra inglesa *yard* (vara), equivale a 0,9144 metros, e a milha (mi) corresponde a 1 760 jardas ou 1 609,3 metros. Entre os submúltiplos da jarda, vale a pena citar:

✓ o pé (ft) $= \frac{1}{3}$ yd = 30,48 cm

✓ a polegada (in) $= \frac{1}{36}$ yd = 2,54 cm

A jarda inglesa foi definida como a distância entre a ponta do nariz do rei Henrique I e a ponta do seu dedo polegar, com o braço esticado.

Uma nova unidade padrão: o metro linear

Já no século XVII, os cientistas apontavam para a necessidade de um novo sistema de medidas que, substituindo os vários existentes, facilitasse a comunicação entre as comunidades científicas.

Esse sistema — o sistema métrico decimal — surgiu com a Revolução Francesa, no final do século XVIII. A comissão encarregada dos estudos escolheu a Terra como referência para definir as unidades de medir comprimentos. Por recomendação da Academia Francesa de Ciências, adotou-se como unidade de comprimento o *metro*, definido na época como a décima milionésima parte da distância do pólo Norte à linha do equador pelo meridiano que passa por Paris.

Adotou-se como padrão para o metro a distância entre duas marcas numa barra de platina, depositada no Museu Internacional de Pesos e Medidas, na França. Uma cópia dessa barra encontra-se no Museu Histórico Nacional, no Rio de Janeiro.

Em outubro de 1960, a Comissão Internacional de Pesos e Medidas deu uma nova definição para o metro, baseada no comprimento de onda de radiação emitida por um gás raro, o criptônio-86.

Alguns países, como a Inglaterra e os Estados Unidos, não adotaram de imediato o sistema métrico decimal, mantendo as unidades então utilizadas, como pés, polegadas, milhas. Só recentemente o sistema métrico decimal passou a ser obrigatório nesses países. Para se ter uma idéia, a Inglaterra adotou oficialmente o sistema a partir de 1995, mantendo, no entanto, as antigas unidades (milhas, jardas, pés, polegadas) que são largamente utilizadas pela população.

No sistema métrico decimal, a unidade fundamental para medir comprimentos é o metro, cuja abreviação é *m*. O metro é um padrão adequado para medir, por exemplo, a largura de uma rua, o comprimento de uma sala, a altura de um edifício etc.

Existem outras unidades:

- Para medir grandes distâncias: o quilômetro, o hectômetro e o decâmetro, que são múltiplos do metro. Na prática, a unidade mais utilizada é o quilômetro.
- Para medir pequenas distâncias: o decímetro, o centímetro e o milímetro, que são submúltiplos do metro. Na prática, as mais utilizadas são o centímetro e o milímetro.

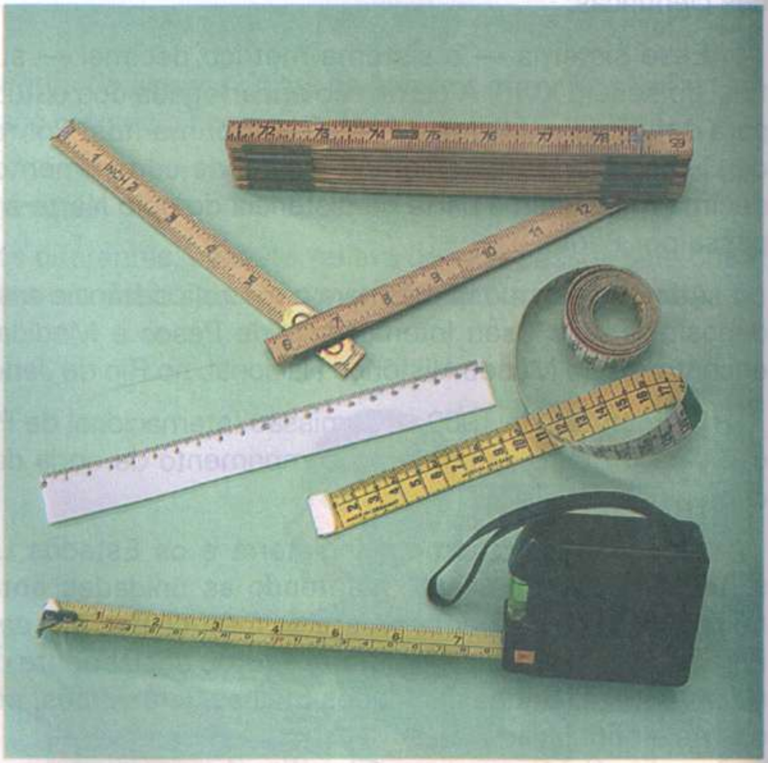
Podemos, então, estabelecer um quadro de unidades padronizadas para medir comprimentos:

Múltiplos do metro				Submúltiplos do metro		
quilômetro	hectômetro	decâmetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1 000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Todas essas unidades pertencem ao sistema métrico decimal. Há, porém, outras unidades de medida bastante usadas que não pertencem ao sistema métrico decimal. Vejamos as relações entre algumas dessas unidades e as do sistema métrico decimal:

- ✓ a polegada, que vale 2,54 cm.
- ✓ a milha, que vale 1 609 m.
- ✓ a légua, que vale 5 555 m.
- ✓ o pé, que vale 30,48 cm.
- ✓ a jarda, que vale 91,44 cm.

Muitos são os instrumentos disponíveis para medir comprimentos. Vejamos alguns: régua graduada, trena, fita métrica e metro de carpinteiro.


Sérgio Dotta Jr/The Next

Propor os exercícios do **Atividades-G74**

FIXAÇÃO

1 No sistema métrico decimal, qual a unidade de comprimento mais adequada para medir:

a) o comprimento do rio Amazonas? km

b) a largura de uma sala de aula? m

c) o diâmetro da cabeça de um parafuso? mm

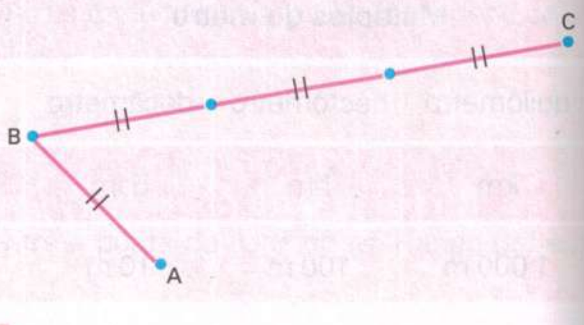
d) a largura do batente de uma porta? cm

2 O trovão e o relâmpago ocorrem ao mesmo tempo. O som tem velocidade de 340 m por segundo e a luz se propaga quase instantaneamente. Se ouvimos o trovão 5 segundos após termos visto o relâmpago, este se originou a que distância? 1 700 m

3 No jornal, você leu que a distância entre duas cidades, nos Estados Unidos, é de 74 milhas. Se a milha vale 1 609 metros, aproximadamente, qual a distância entre essas duas cidades? 119 066 metros

4 Usando o meu passo e o meu pé como unidades de medida, medi o comprimento de um móvel e achei 1 passo e 2 pés. Verifiquei, depois, que o comprimento do meu passo corresponde a 56 cm e o do meu pé, a 24 cm. Qual é o comprimento do móvel? 104 cm

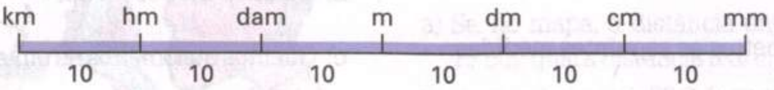
5 A distância do ponto A ao ponto B é de 84,5 km. Nessas condições, qual a distância do ponto B até o ponto C? 253,5 km



53

TRANSFORMAÇÃO DAS UNIDADES DE MEDIDA DE COMPRIMENTO

Observe o quadro das unidades de comprimento:



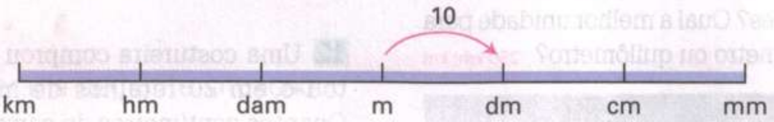
Ele indica que:

✓ Da esquerda para a direita, cada unidade contém 10 vezes a unidade seguinte.

✓ Da direita para a esquerda, cada unidade representa $\frac{1}{10}$ da unidade anterior.

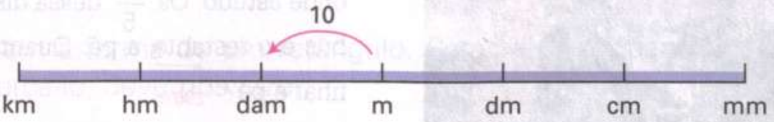
Veja os exemplos:

1. Transformar 5 m na unidade imediatamente inferior.



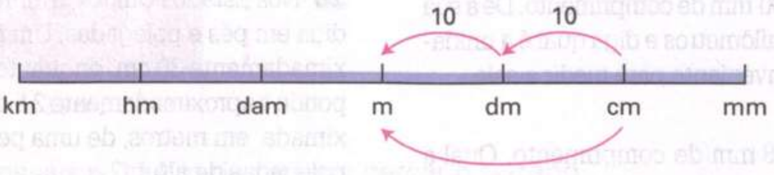
$$5\text{ m} = (5 \times 10)\text{ dm} = 50\text{ dm}$$

2. Transformar 5 m na unidade imediatamente superior.



$$5\text{ m} = (5 : 10)\text{ dam} = (5 \times 0{,}1)\text{ dam} = 0{,}5\text{ dam}$$

3. Transformar 12 cm em metros.



$$12\text{ cm} = (12 : 100) = (12 \times 0{,}01)\text{ m} = 0{,}12\text{ m}$$

4. Transformar 1 250 m em quilômetros.

$$1\,250\text{ m} = (1\,250 : 1\,000) = (1\,250 \times 0{,}001)\text{ km} = 1{,}250\text{ km}$$

5. Transformar 1,3 km em metros.

$$1{,}3\text{ km} = (1{,}3 \times 1\,000) = 1\,300\text{ m}$$

Propor os exercícios do **Atividades-G75**

FIXAÇÃO

1 Transforme em metros

a) 1,23 km 1 230 m c) 0,02 km 20 m

b) 1 003 mm 1,003 m d) 51 cm 0,51 m

2 Expresse em centímetros as seguintes medidas:

a) 1,4 m 140 cm c) 0,28 m 28 cm

b) 37 mm 3,7 cm d) 2,5 mm 0,25 cm

3 Efetue as operações e dê o resultado em metros:

a) 42 km + 620 m 42 620 m c) 8 × 2,5 km 20 000 m

b) 5 km − 750 m 4 250 m d) 162 cm : 3 0,54 m

4 A distância entre Brasília e Goiânia é de aproximadamente 250 000 m. Qual a distância, em quilômetros, entre essas duas cidades? Qual a melhor unidade para medir essa distância: metro ou quilômetro? 250 km; km


Delfim Martins/Pulsar

5 Uma sala possui 5 400 mm de comprimento. Dê a sua medida em metros e quilômetros e diga qual é a unidade de medida mais conveniente para medir a sala. 5,4 m; 0,0054 km; metros

6 Um parafuso tem 18 mm de comprimento. Qual a sua medida em centímetros? 1,8 cm

7 O comprimento do meu passo corresponde a 56 cm e o do meu pé, a 25 cm. Assim medi o comprimento de um terreno e encontrei 18 passos e 2 pés. Qual é o comprimento do terreno em metros? 10,58 m

8 Quantos centímetros há em $\frac{1}{2}$ m? (Lembre-se: $\frac{1}{2} = 0,5$.) 50 cm

9 Responda:

a) Quantos centímetros há em $\frac{2}{5}$ de metro? 40 cm

b) Quantos metros há em $\frac{9}{4}$ de quilômetros? 2 250 m

c) Quantos quilômetros há em $\frac{18}{5}$ de metro? 0,0036 km

10 Um cano tem $\frac{1}{2}$ (meia) polegada de diâmetro. Nessas condições, quantos centímetros esse cano tem de diâmetro? (Considere 1 polegada = 25 mm.) 1,25 cm

11 No jornal, você leu que a distância entre duas cidades, nos Estados Unidos, é de 85 milhas. Qual a distância, em quilômetros, entre essas duas cidades? 136,765 km

12 Uma costureira comprou 64 m de tecido e cortou-o em 20 retalhos de mesmo comprimento. Quantos centímetros de comprimento tem cada retalho? 320 cm

13 Eu moro a uma distância de 1,48 km da escola onde estudo. Os $\frac{4}{5}$ dessa distância eu faço de ônibus e o restante, a pé. Quantos metros devo caminhar a pé? 296 m

14 Um comprimento de 45 cm representa que fração do metro? $\frac{9}{20}$

15 Nos Estados Unidos, a altura de uma pessoa é medida em pés e polegadas. Um pé corresponde a aproximadamente 30 cm, enquanto uma polegada corresponde a aproximadamente 2,5 cm. Qual é a altura aproximada, em metros, de uma pessoa que tem 5 pés e 8 polegadas de altura? 1,70 m

16 Se você percorrer 10 km mais 150 m, você terá percorrido quantos metros? 10 150 m

17 Uma tábua com 3,10 m de comprimento teve de ser cortada em três partes. Uma das partes tem 98 cm de comprimento. As outras duas têm o mesmo comprimento. Qual é, em metros, o comprimento de cada uma dessas partes? 1,06 m

18 Um comerciante foi autuado em sua loja de tecidos pelo fiscal do Instituto Nacional de Pesos e Medidas, pois usava um "metro" com 97 cm. Como até aquele momento havia vendido 385 metros de tecido, em quantos metros sua clientela foi lesada? 11,55 m

19 O canal do Panamá tem 65 km de extensão. Um mapa foi feito de tal forma que cada 20 km reais correspondem a 1 cm no mapa. Nessas condições, com quantos centímetros está representada a extensão do canal do Panamá, nesse mapa? 3,25 cm

20 Num mapa, cada centímetro corresponde a 10,5 km. Nessas condições, responda:

a) Se, no mapa, a distância entre duas cidades é de 15 cm, qual a distância real entre as cidades? 157,5 km

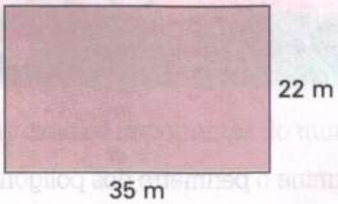
b) Uma cidade que está a 68 250 m do mar, estará a que distância do mar, no mapa? 6,5 cm

54

PERÍMETRO DE UM POLÍGONO

Vamos considerar a seguinte situação:

O terreno ao lado, de 35 m de frente por 22 m de fundo (lateral), deve ser cercado com um fio de arame. Quantos metros de fio devem ser comprados para cercar todo o terreno?



Esse terreno tem a forma de um retângulo. Para calcular quantos metros de arame são necessários para cercá-lo, devemos fazer:

$$35\text{ m} + 22\text{ m} + 35\text{ m} + 22\text{ m} = 114\text{ m}$$

Logo, são necessários 114 m de fio para cercar o terreno.

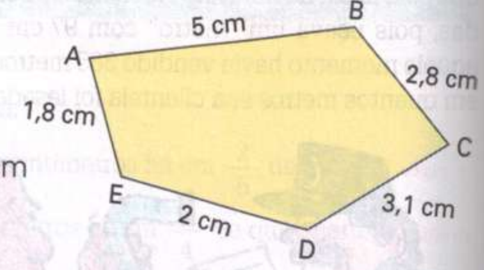
O número 114 indica a medida do contorno do polígono representado pelo contorno do terreno e chama-se medida do perímetro ou, simplesmente, perímetro do polígono.

> A soma das medidas dos lados de um polígono chama-se *medida do perímetro* ou, simplesmente, *perímetro* desse polígono.

Então, para calcular o perímetro de qualquer polígono basta somar as medidas de seus lados, utilizando sempre a mesma unidade de medida.

Vejamos alguns exemplos:

1. Vamos calcular o perímetro do polígono ao lado.



Indicando por *P* o perímetro do polígono ABCDE, temos:

P = 5 cm + 2,8 cm + 3,1 cm + 2 cm + 1,8 cm = 14,7 cm

Logo, P = 14,7 cm.

2. Vamos calcular o perímetro do triângulo abaixo.

Inicialmente, precisamos passar todas as medidas para uma mesma unidade. Por exemplo, vamos passá-las para centímetros:

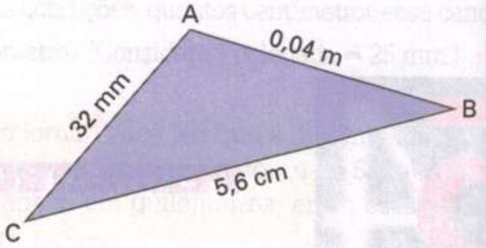
0,04 m = (0,04 × 100) cm = 4 cm

32 mm = (32 : 10) cm = 3,2 cm

Então:

P = 5,6 cm + 4 cm + 3,2 cm = 12,8 cm

Portanto, P = 12,8 cm.

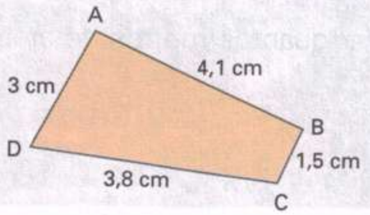


Propor os exercícios do **Atividades-G76**

FIXAÇÃO

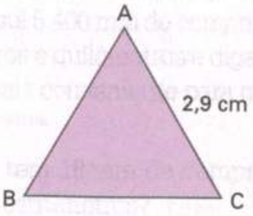
1 Determine o perímetro dos polígonos abaixo:

a)



12,4 cm

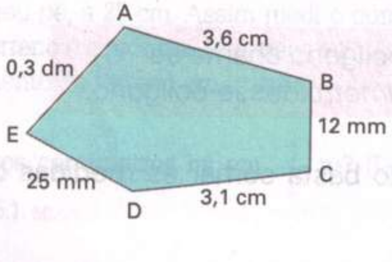
b)



8,7 cm

ΔABC eqüilátero

c)



13,4 cm

2 Os lados de um quadrilátero medem 13,5 cm, 10,32 cm, 8,9 cm e 11,42 cm. Qual o perímetro desse quadrilátero? 44,14 cm

3 Você sabe que um triângulo isósceles tem dois lados com medidas iguais. Se cada um desses lados mede 4,6 cm e o terceiro mede 7 cm, qual o perímetro desse triângulo? 16,2 cm

4 Num retângulo, a medida da base é 10,2 cm. Sabendo-se que a medida de sua altura é metade da medida do comprimento, qual é o perímetro desse retângulo? 30,6 cm

5 Uma lajota tem a forma hexagonal. Cada lado dessa lajota mede 65 cm. Qual é o perímetro, em metros, dessa lajota? 3,90 m

6 Num terreno retangular de 12 m de comprimento, a medida da largura é igual a $\frac{1}{3}$ da medida do comprimento. Quantos metros de extensão deve ter um muro que irá cercar esse terreno? 32 m

7 Num triângulo, o menor lado mede 5 cm. Sabendo-se que o triângulo tem como medidas de seus lados três números inteiros e consecutivos, qual o perímetro desse triângulo? 18 cm

8 Um retângulo e um quadrado têm perímetros iguais. Os lados do retângulo medem 7,2 cm e 10,6 cm. Nessas condições, responda:

a) Qual o perímetro do quadrado? 35,6 cm

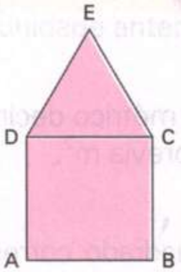
b) Qual a medida do lado do quadrado? 8,9 cm

9 Uma praça quadrada tem 24,5 m de lado. Passeando, uma pessoa dá 4 voltas completas no seu contorno. Nessas condições, responda:

a) Quantos metros essa pessoa andou? 392 m

b) Sabendo-se que, em média, cada passo dessa pessoa mede 0,8 m, quantos passos ela terá dado ao completar as 4 voltas? 490 passos

10 Na figura abaixo, o perímetro do quadrado ABCD é 20 cm. Qual o perímetro do triângulo eqüilátero DCE? 15 cm



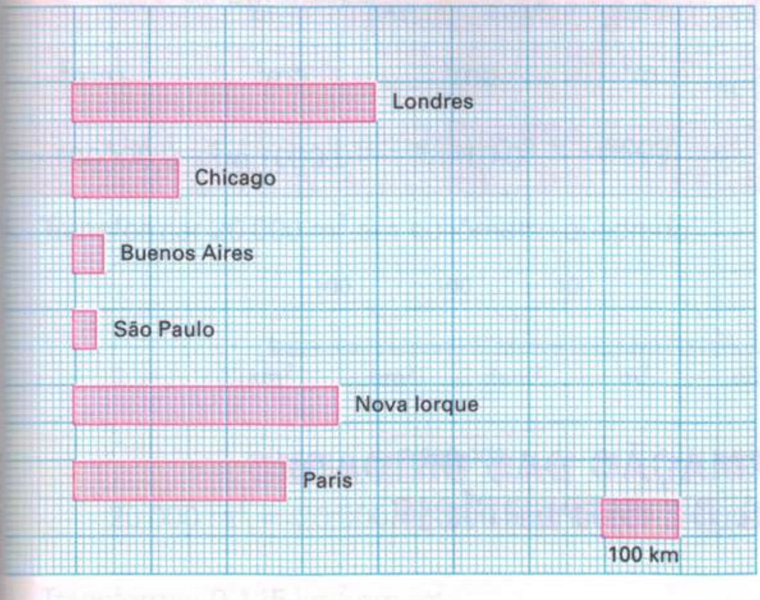
11 Paulo tem 70 m de tela de arame. Verifique se essa quantidade de tela seria suficiente para ele cercar totalmente:

a) um terreno quadrado que tem 17,2 m de lado sim

b) um terreno retangular que tem 24,5 m de comprimento por 11,8 m de largura não

Explorando Gráficos

O gráfico seguinte mostra a extensão das linhas de metrô em algumas cidades importantes do mundo:



1. Entre essas cidades, qual delas tem a maior extensão de linha metroviária? Quantos quilômetros?

   Londres; 400 km

2. Entre essas mesmas cidades, qual delas tem a menor extensão de linha metroviária? Quantos quilômetros?

   São Paulo; 30 km

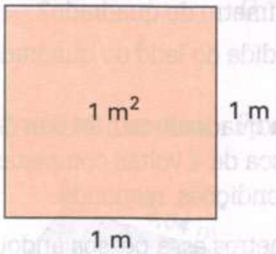
3. Quantos quilômetros de linhas de metrô tem a cidade de Nova Iorque? 350 km

4. A cidade de Paris tem quantos quilômetros a mais de linhas de metrô que a cidade de Chicago? 140 km

55 UNIDADES DE MEDIDA DE SUPERFÍCIE

No sistema métrico decimal, a unidade fundamental para medir superfícies é o metro quadrado, que se abrevia m^2.

O metro quadrado corresponde à superfície de um quadrado que tem 1 m de lado.



Existem outras unidades:

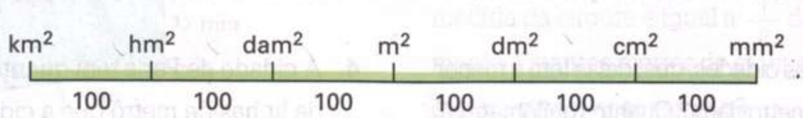
- ✓ Para medir grandes superfícies: o quilômetro quadrado, o hectômetro quadrado e o decâmetro quadrado. Na prática, o quilômetro quadrado e o hectômetro quadrado são as unidades mais utilizadas.
- ✓ Para medir pequenas superfícies: o decímetro quadrado, o centímetro quadrado e o milímetro quadrado. Na prática, a unidade mais utilizada é o centímetro quadrado.

Temos, então, o seguinte quadro de unidades usadas para medir superfícies, dispostas em ordem decrescente, com as abreviações oficiais:

Múltiplos				Submúltiplos		
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1 000 000 m^2	10 000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000001 m^2

56 TRANSFORMAÇÃO DAS UNIDADES DE MEDIDA DE SUPERFÍCIE

Observe o quadro das unidades de superfície:

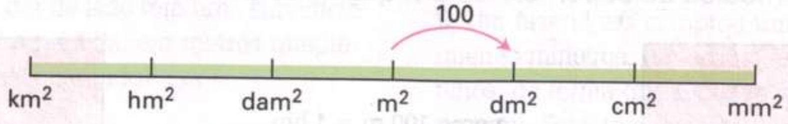


Ele indica que:

- ✓ Da esquerda para a direita, cada unidade contém 100 vezes a unidade seguinte.
- ✓ Da direita para a esquerda, cada unidade representa $\frac{1}{100}$ da unidade anterior.

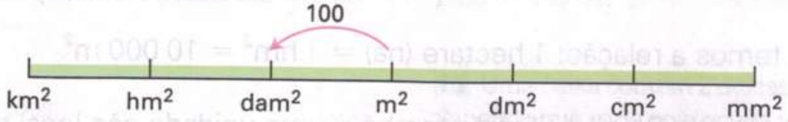
Veja os exemplos:

1. Transformar 5 m^2 na unidade imediatamente inferior.



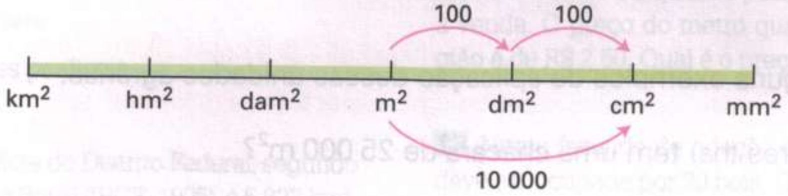
$$5\ m^2 = (5 \times 100)\ dm^2 = 500\ dm^2$$

2. Transformar 5 m^2 na unidade imediatamente superior.



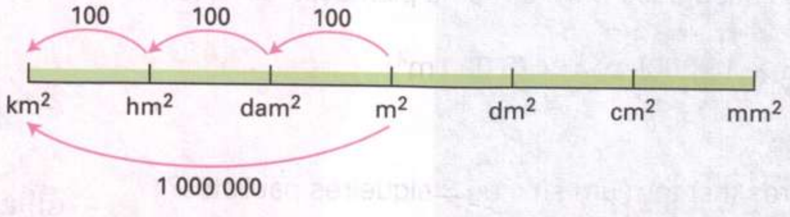
$$5\ m^2 = (5 : 100)\ dam^2 = (5 \times 0{,}01)\ dam^2 = 0{,}05\ dam^2$$

3. Transformar 0,3 m^2 em centímetros quadrados.



$$0{,}3\ m^2 = (0{,}3 \times 10\,000)\ cm^2 = 3\,000\ cm^2$$

4. Transformar 20 000 m^2 em quilômetro quadrado.



$$20\,000\ m^2 = (20\,000 : 1\,000\,000)\ km^2 = (20\,000 \times 0{,}000001)\ km^2 = 0{,}02\ km^2$$

5. Transformar 0,125 km^2 em m^2.

$$0{,}125\ km^2 = (0{,}125 \times 1\,000\,000)\ m^2 = 125\,000\ m^2$$

6. Transformar 15 300 mm^2 em dm^2.

$$15\,300\ mm^2 = (15\,300 : 10\,000)\ dm^2 = (15\,300 \times 0{,}0001)\ dm^2 = 1{,}53\ dm^2$$

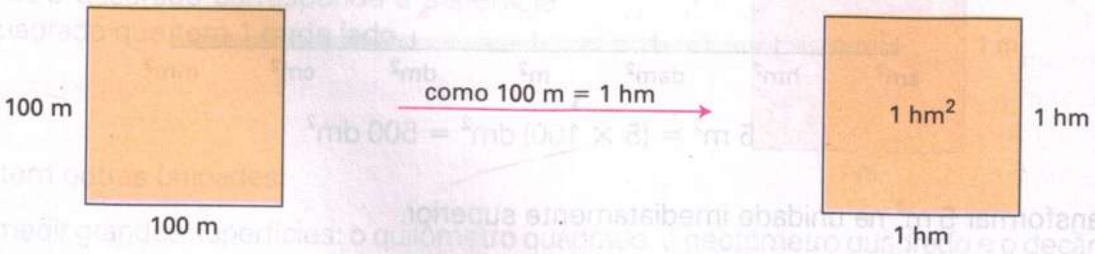
Propor os exercícios do **Atividades-G77**

57

AS MEDIDAS AGRÁRIAS

Quando queremos medir grandes porções de terra, como sítios, fazendas etc., usamos uma unidade agrária chamada hectare (ha).

O hectare é a medida de superfície de um quadrado de 100 m de lado.



Assim sendo, temos a relação: 1 hectare (ha) = 1 hm^2 = 10 000 m^2

Em alguns estados do Brasil, utiliza-se também uma unidade não-legal chamada alqueire.

✓ 1 alqueire mineiro é equivalente a 48 400 m^2

✓ 1 alqueire paulista é equivalente a 24 200 m^2

Vamos ver alguns exemplos de aplicação dessas unidades agrárias:

1. Quantos hectares (ha) tem uma chácara de 25 000 m^2?

   Como 1 ha = 10 000 $m^2 \longrightarrow$ 25 000 m^2 = (25 000 : 10 000) ha = 2,5 ha

2. Quantos metros quadrados (m^2) tem uma plantação de 47,5 ha?

   47,5 ha = (47,5 × 10 000) m^2 = 475 000 m^2

3. Quantos hectares (ha) tem um sítio de 3 alqueires paulistas?

   3 alqueires = (3 × 24 200 m^2) = 72 600 m^2

   transformando em m^2

   72 600 m^2 = (72 600 : 10 000) ha = 7,26 ha

   transformando em ha

Propor os exercícios do **Atividades-G78**

FIXAÇÃO

1 Transforme em m²:

a) 21 dm² 0,21 m²

b) 1 250 cm² 0,125 m²

c) 1 km² 1 000 000 m²

d) 0,72 hm² 7 200 m²

2 Um quadrado de 1 dm de lado tem uma superfície medindo 1 dm². Qual a medida, em metros quadrados, da superfície desse quadrado? 0,01 m²

3 1 hm² representa a figura de um quadrado que tem quantos metros de lado? 100 m

4 Quantos quilômetros quadrados possui um terreno de 131 500 m²? 0,1315 km²

5 Faça as transformações:

a) 1,5 ha em m² 15 000 m²

b) 1 ha em km² 0,01 km²

c) 80 alqueires paulistas em m² 1 936 000 m²

d) 35 400 m² em ha 3,54 ha

e) 6,05 ha em alqueires paulistas 2,5 alqueires paulistas

6 A medida da superfície do Distrito Federal, segundo o Anuário Estatístico do Brasil (IBGE-1995), é 5 822 km². Qual é a medida dessa superfície em hectares? 582 200 ha

7 Uma plantação de soja ocupa uma superfície de 55 ha. Qual é a superfície ocupada pela plantação:

a) em hm²? 55 hm²

b) em m²? 550 000 m²

c) em km²? 0,55 km²

8 A medida da superfície do Parque Nacional de Brasília, situado a noroeste do Distrito Federal, é 38 000 ha. Qual é a medida dessa superfície em quilômetros quadrados? 380 km²

9 Um fazendeiro comprou uma fazenda com 60 alqueires mineiros. Repartiu a fazenda entre seus três filhos, de forma que todos receberam a mesma área de terra. Quantos hectares (ha) de terra couberam a cada filho? 96,8 ha

10 Qual é o maior: um terreno de 1,3 km² ou um terreno de 103 ha? um terreno de 1,3 km²

11 Uma caixa contém 2 dúzias de pisos de cerâmica. Sabendo que cada piso ocupa uma área de 1 600 cm², quantos metros quadrados de piso haverá em 100 dessas caixas? 384 m²

12 Um sítio de 3 alqueires paulistas de extensão está à venda. O preço do metro quadrado de terra na região é de R$ 2,50. Qual é o preço do sítio? R$ 181 500,00

13 Numa fazenda de criação de gado, cada hectare deve ser ocupado por 20 bois. Quantos bois poderiam ser criados num terreno de 70 000 m²? 140 bois

Manoel Novaes/FTD

14 Uma fazenda tem 7 km² de área. Dessa área, 60% foram reservados para plantio. O restante foi reservado para o gado. Determine quantos hectares foram reservados:

a) para o plantio 420 ha

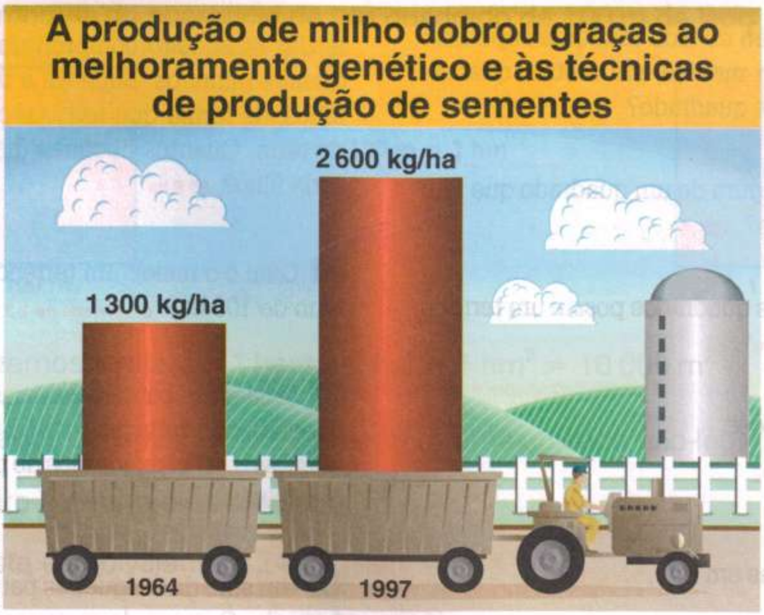
b) para o gado 280 ha

Explorando Gráficos

1. Observe o gráfico que representa o aumento da produção de milho no Brasil (1964/1997).

Como você sabe, hectare (ha) é uma unidade de medida agrária e 1 ha = 10 000 m^2.

Calcule qual foi o crescimento da produção de 1964 para 1997, em grama por metro quadrado (g/m^2). 130 g/m^2



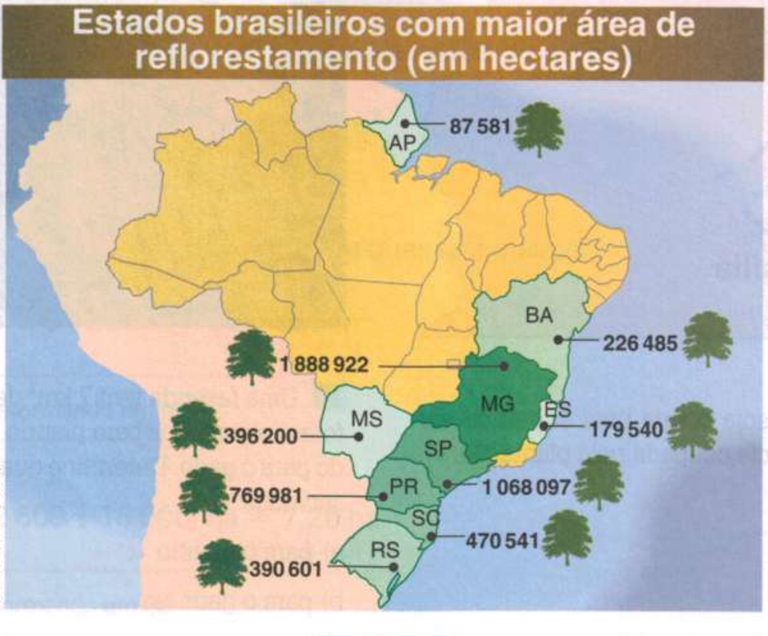
Fonte: Ibama (1990)

2. O gráfico abaixo apresenta os estados brasileiros com maior área de reflorestamento, em hectares.

a) Qual o estado que possui a maior área de reflorestamento? Minas Gerais

b) E o que possui a menor área? Amapá

c) Quantos metros quadrados o de maior área tem a mais que o de menor área? 18 013 410 000 m^2



Fonte: Ibama (1990)

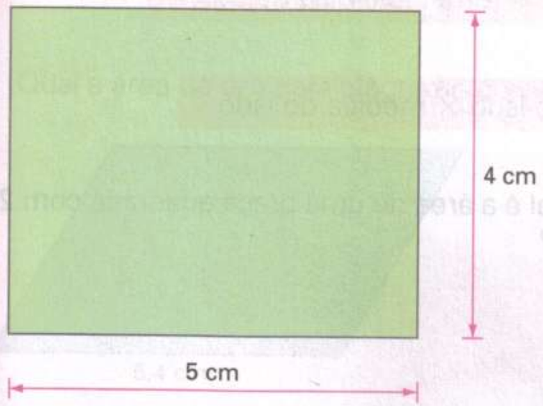
58

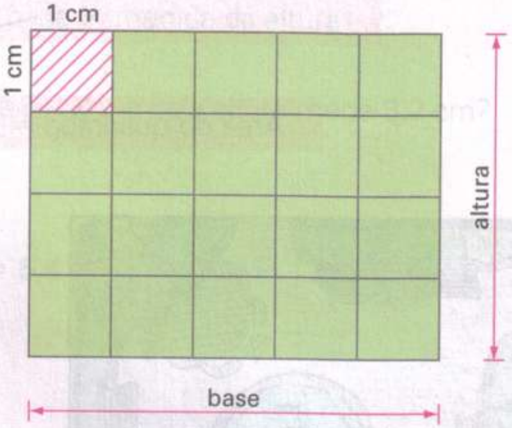
ÁREAS DAS FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

Você já sabe que área de uma figura plana é o número que expressa a medida da superfície dessa figura numa certa unidade.

Vamos ver agora como calcular as áreas de algumas figuras geométricas planas. Para isso utilizaremos fórmulas que permitem efetuar com maior facilidade e rapidez esses cálculos.

Área do retângulo





Dividindo a base e a altura em segmentos de 1 cm, obtemos 20 quadrados de 1 cm de lado, ou seja, 1 cm^2 de área cada.

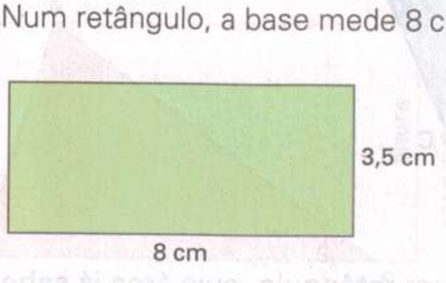
Portanto, a área do retângulo é 20 cm^2.

Note que $20\text{ cm}^2 = \underbrace{5\text{ cm}}_{\text{medida da base}} \times \underbrace{4\text{ cm}}_{\text{medida da altura}}$.

Área do retângulo = medida da base × medida da altura

Veja o exemplo:

Num retângulo, a base mede 8 cm e a altura, 3,5 cm. Calcular a área desse retângulo.



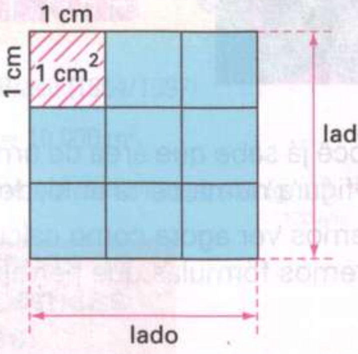
Dados:
medida da base = 8 cm
medida da altura = 3,5 cm

área = 8 cm × 3,5 cm = 28 cm^2

A área do retângulo é 28 cm^2.

Propor os exercícios do **Atividades-G79**

Área do quadrado

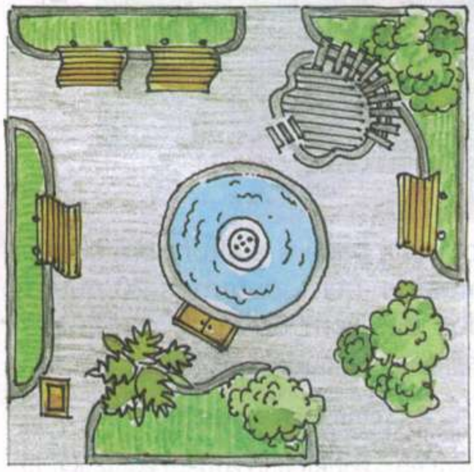


No quadrado, a medida do lado é 3 cm. Dividindo os lados do quadrado em segmentos de 1 cm cada, obtemos 9 quadrados de 1 cm de lado, ou seja, 1 cm² de área cada um.

A área do quadrado é 9 cm².

Note que 9 cm² = 3 cm × 3 cm.

Área do quadrado = medida do lado × medida do lado



Qual é a área de uma praça quadrada com 20 m de lado?

Dado:

medida do lado = 20 m

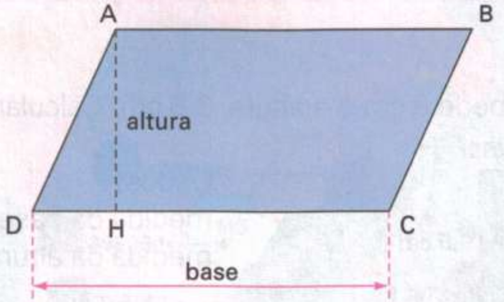
área = 20 m × 20 m = 400 m²

A área da praça é 400 m².

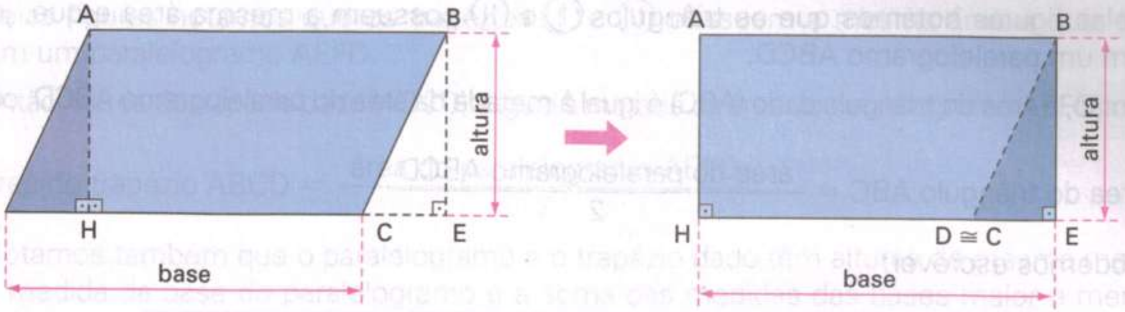
Propor os exercícios do **Atividades-G80**

Área do paralelogramo

No paralelogramo ABCD, o segmento $\overline{DC}$ é uma base e o segmento $\overline{AH}$ é uma altura.



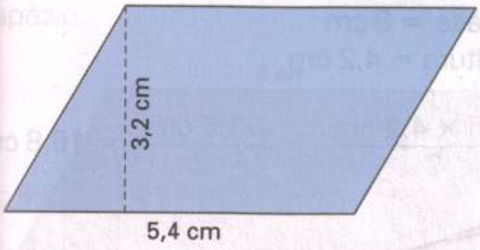
Vamos "transformar" o paralelogramo ABCD em um retângulo, cuja área já sabemos calcular.



Você observa que a área do paralelogramo ABCD é igual à área do retângulo HEBA formado.

área do paralelogramo = medida da base × medida da altura

Qual a área de um paralelogramo cuja base mede 5,4 cm e cuja altura mede 3,2 cm?



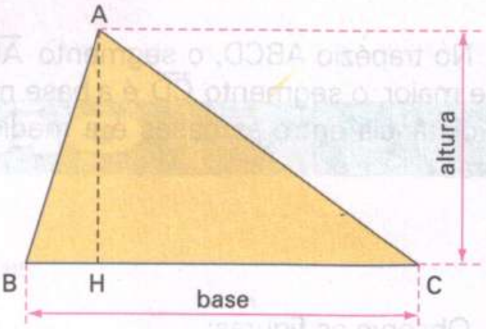
área = 5,4 cm × 3,2 cm = 17,28 cm^2

A área do paralelogramo é 17,28 cm^2.

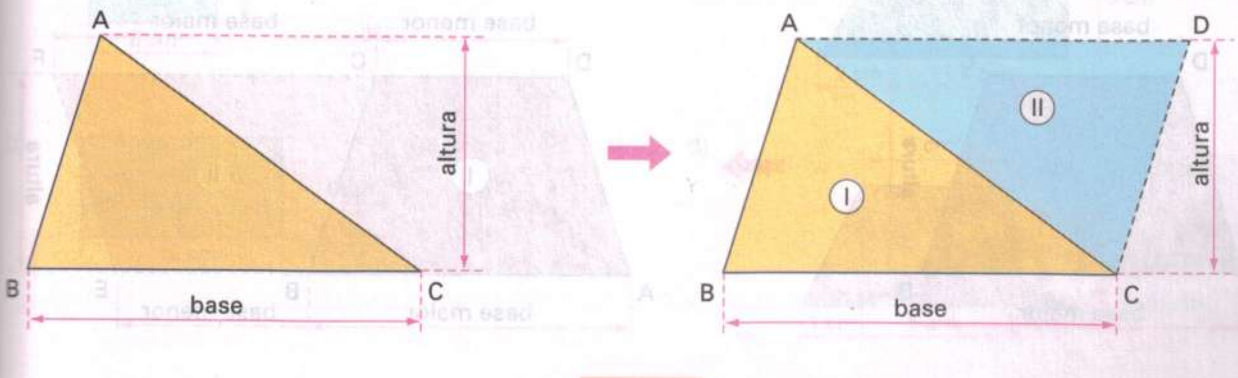
Propor os exercícios do **Atividades-G81**

Área do triângulo

No triângulo ABC, o segmento $\overline{BC}$ é a base e o segmento $\overline{AH}$ é a altura relativa a essa base.



Observe as figuras:



Pelas figuras notamos que os triângulos (I) e (II) possuem a mesma área e que, juntos, formam um paralelogramo ABCD.

Então, a área do triângulo dado (ABC) é igual à metade da área do paralelogramo ABCD, ou seja:

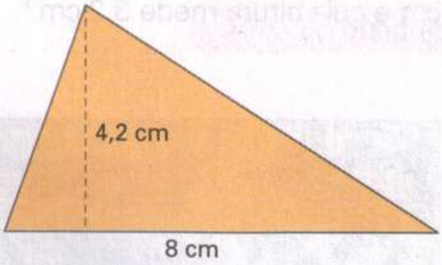
$$\text{área do triângulo ABC} = \frac{\text{área do paralelogramo ABCD}}{2}$$

Podemos escrever:

$$\text{área do triângulo} = \frac{\text{medida da base} \times \text{medida da altura}}{2}$$

Veja o exemplo:

Calcular a área de um triângulo cuja base mede 8 cm e cuja altura mede 4,2 cm.



Dados:
medida da base = 8 cm
medida da altura = 4,2 cm

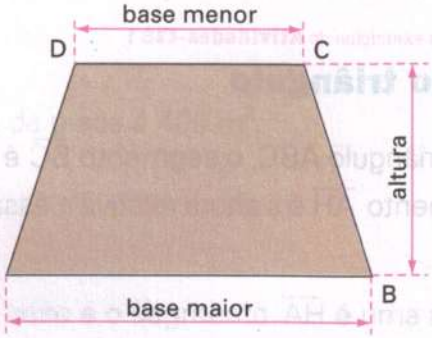
$$\text{área} = \frac{8\text{ cm} \times 4{,}2\text{ cm}}{2} = \frac{33{,}6\text{ cm}^2}{2} = 16{,}8\text{ cm}^2$$

A área do triângulo é 16,8 cm^2.

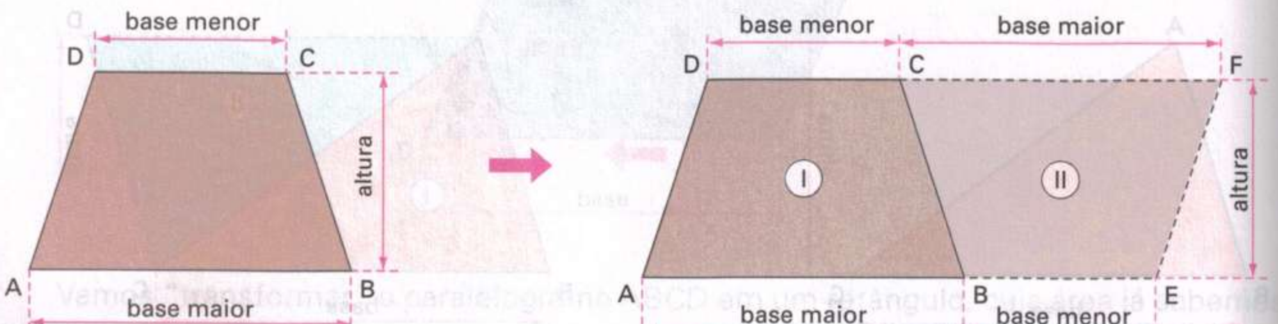
Propor os exercícios do **Atividades-G82**

Área do trapézio

No trapézio ABCD, o segmento $\overline{AB}$ é a base maior, o segmento $\overline{CD}$ é a base menor e a distância entre as bases é a medida da altura.



Observe as figuras:



Pelas figuras notamos que os trapézios (I) e (II) possuem a mesma área e que, juntos, formam um paralelogramo AEFD.

Então, a área do trapézio dado (ABCD) é igual à metade da área do paralelogramo AEFD, ou seja:

$$\text{área do trapézio ABCD} = \frac{\text{área do paralelogramo AEFD}}{2}$$

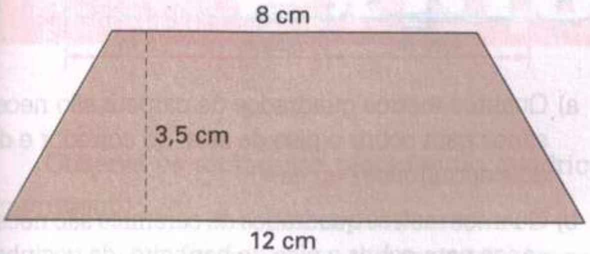
Notamos também que o paralelogramo e o trapézio dado têm alturas de mesma medida e que a medida da base do paralelogramo é a soma das medidas das bases maior e menor do trapézio.

Podemos escrever:

$$\text{área do trapézio} = \frac{(\text{medida da base maior} + \text{medida da base menor}) \times \text{medida da altura}}{2}$$

Veja o exemplo:

As bases de um trapézio medem 8 cm e 12 cm e a altura 3,5 cm. Calcular a área desse trapézio.



Dados:
medida da base maior = 12 cm
medida da base menor = 8 cm
medida da altura = 3,5 cm

$$\text{Área} = \frac{(12\text{ cm} + 8\text{ cm}) \times 3{,}5\text{ cm}}{2} =$$

$$\text{Área} = \frac{20\text{ cm} \times 3{,}5\text{ cm}}{2} = 35\text{ cm}^2$$

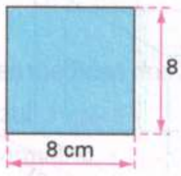
A área do trapézio é 35 cm^2.

Propor os exercícios do **Atividades-G83**

FIXAÇÃO

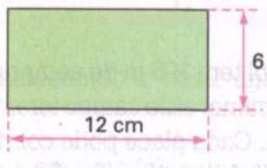
1 Determine a área de cada uma das seguintes figuras geométricas:

a)



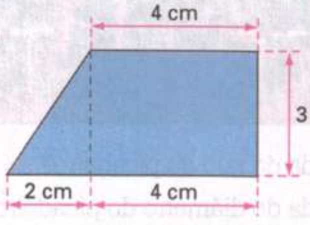
64 cm^2

b)



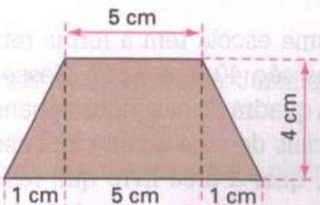
72 cm^2

c)



15 cm^2

d)



24 cm^2

2 Determine a área de um triângulo cuja base mede 8 cm e cuja altura mede 5,2 cm. 20,8 cm²

3 Em um paralelogramo, a base mede 10 cm. Sabendo que a medida da altura é a metade da medida da base, determine a área desse paralelogramo. 50 cm²

4 A base de um triângulo mede 18 cm. A medida da altura é igual a $\frac{2}{3}$ da medida da base. Qual a área desse triângulo? 108 cm²

5 Um piso quadrado de cerâmica tem 15 cm de lado.

a) Qual é a área desse piso? 225 cm²

b) Quantos pisos são necessários para assoalhar uma sala de 45 m² de área? 2 000 pisos

6 Num trapézio, a base maior mede 24 cm. A medida da base menor é igual a $\frac{2}{3}$ da medida da base maior, e a medida da altura é igual à metade da medida da base menor. Determine a área do trapézio. 160 cm²

7 Um vitral é composto de 80 peças triangulares iguais, de base 25 cm e altura 16 cm. Qual é, em metros quadrados, a área desse vitral? 1,6 m²

8 O picadeiro de um circo é redondo e tem área de 314 m².


Juca Martins/Pulsar

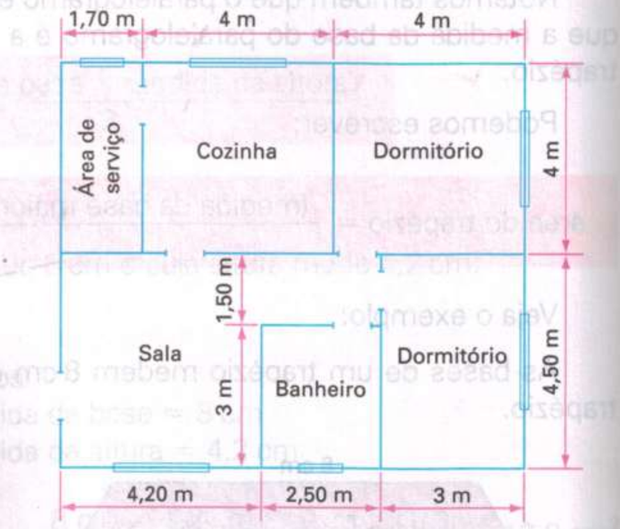
a) Qual a medida do raio do picadeiro? 10 m

b) Qual a medida do diâmetro do picadeiro? 20 m

9 O pátio de uma escola tem a forma retangular e suas dimensões são 40 m e 32 m. Nesse pátio foi construída uma quadra de basquete. Sabendo-se que as medidas oficiais de uma quadra de basquete são 20 m por 12 m, qual a área livre que restou desse pátio? 1 040 m²

10 Uma parede tem 8 m de comprimento por 2,75 m de altura. Com uma lata de tinta é possível pintar 10 m² de parede. Quantas latas de tinta serão necessárias para pintar essa parede? 3 latas

11 A figura abaixo nos mostra a planta de um apartamento. Responda:

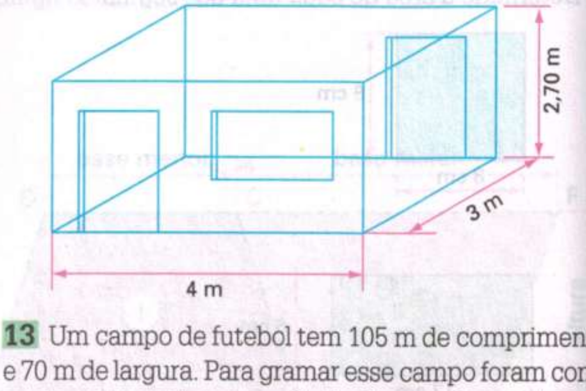


a) Quantos metros quadrados de carpete são necessários para cobrir o piso da sala, do corredor e dos dois dormitórios? 52,15 m²

b) Quantos metros quadrados de cerâmica são necessários para cobrir o piso do banheiro, da cozinha e da área de serviço? 30,30 m²

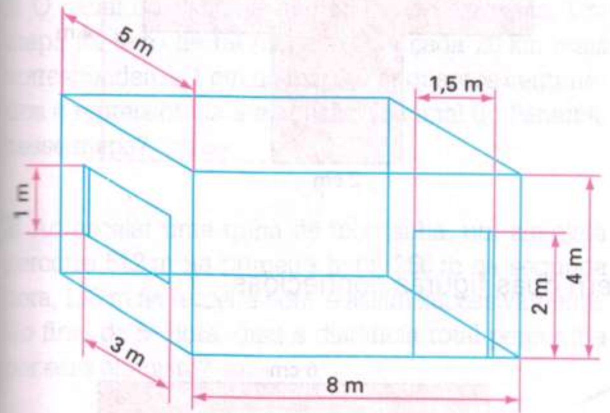
c) Qual o preço do apartamento, sabendo que o metro quadrado custa R$ 500,00? R$ 41 225,00

12 Quantos metros quadrados de azulejo são necessários para revestir até o teto as quatro paredes de uma cozinha, com as dimensões da figura seguinte? Sabe-se, também, que cada porta tem 1,60 m² de área e a janela tem uma área de 2 m². 32,60 m²

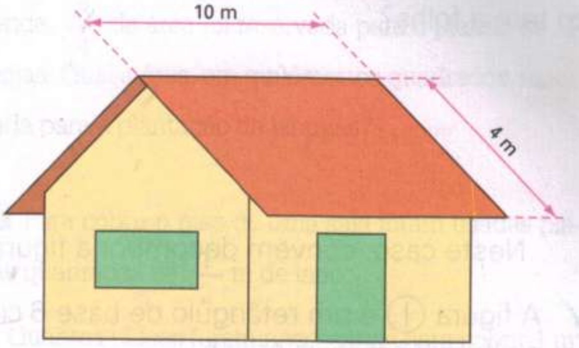


13 Um campo de futebol tem 105 m de comprimento e 70 m de largura. Para gramar esse campo foram compradas placas de grama. Cada placa pode cobrir uma área de 3,50 m². Quantas placas de grama foram compradas para gramar o campo todo? 2 100 placas

14 Querendo pintar as quatro paredes e o teto de uma sala, com as dimensões da figura seguinte, e sabendo que cada lata de tinta permite pintar 40 m², quantas latas de tinta terei de usar? 4 latas de tinta



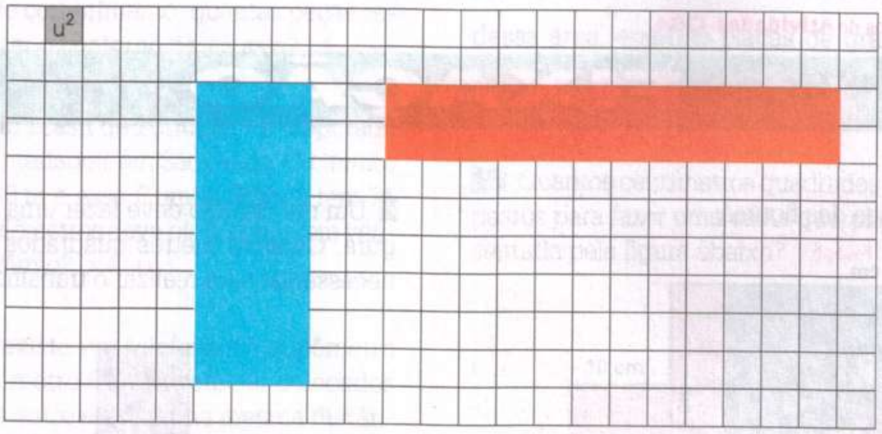
15 Quantas telhas francesas são necessárias para cobrir um telhado formado por duas partes retangulares com as dimensões da figura abaixo, se para cada metro quadrado de telhado são usadas 20 telhas?
1 600 telhas



Explorando

Medidas

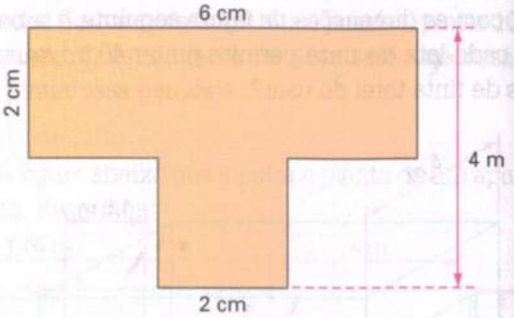
Observe os retângulos pintados no quadriculado. Considere ⊢u⊣ como unidade de medida de comprimento:



1. Dê as medidas dos lados dos retângulos pintados de:
   a) azul 3 u por 8 u
   b) vermelho 2 u por 12 u
2. Verifique se os retângulos são de mesmo perímetro. Justifique.
   Não, o perímetro do retângulo azul é 22 u e o do retângulo vermelho é 28 u.
3. Considerando u² como unidade de área, verifique se os retângulos são de mesma área. Justifique.
   Ambos têm medida de área igual a 24 u².
4. Pinte em uma folha de papel quadriculado dois retângulos que tenham a mesma área e perímetros diferentes. Há várias soluções.

Observe, agora, a seguinte situação:

Uma folha de zinco tem a forma da figura ao lado. Quantos centímetros quadrados de zinco tem a folha?



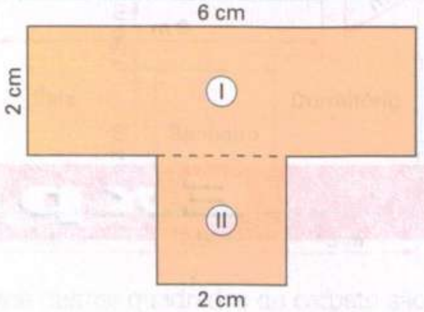
Neste caso, convém decompor a figura dada em duas figuras conhecidas:

✓ A figura Ⓘ é um retângulo de base 6 cm e altura 2 cm, cuja área é:

$$6 \times 2 = 12\ \text{cm}^2$$

✓ A figura Ⓘⓘ é um quadrado de lado 2 cm, cuja área é:

$$2 \times 2 = 4\ \text{cm}^2$$



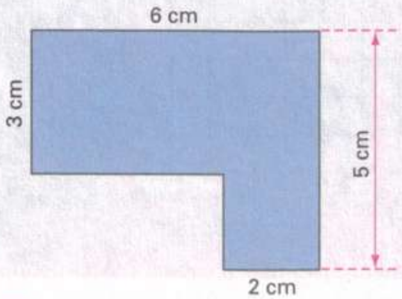
Área da figura = $12\ \text{cm}^2 + 4\ \text{cm}^2 = 16\ \text{cm}^2$

Propor os exercícios do **Atividades-G84**

FIXAÇÃO

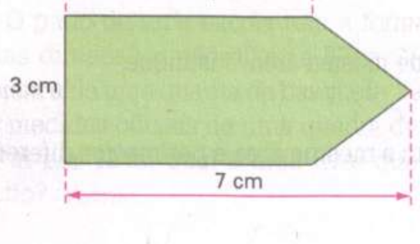
1 Determine a área das figuras:

a)



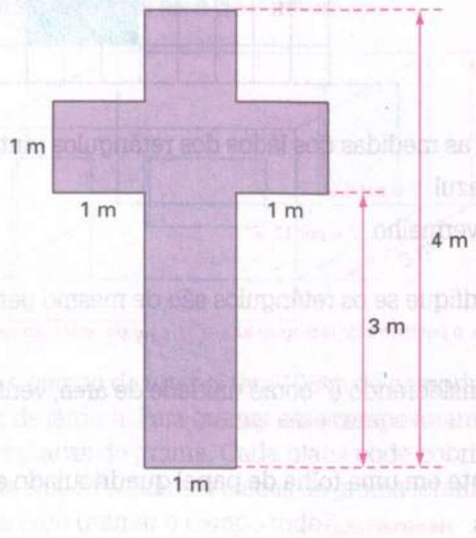
22 cm²

b)



18 cm²

2 Um marceneiro deve fazer uma cruz como a da figura. Quantos metros quadrados de madeira serão necessários para realizar o trabalho? 7 m²



---

1 O
map
corr
tros
ness

2 A
perc
hora
No f
por e

3 A
uma
com
mesa
coloc
mesa

4 Un
todo
largu
gesso
rão u

5 O
no Au
comp
volta
cer e

6 Nu
28 e
19 no
cia u
quilô

7 Un
propr
tos he

8 De
ram r
lado.
ram r
folha

RETOMANDO *o que aprendeu*

1 O canal do Panamá tem 65 km de extensão. Um mapa foi feito de tal maneira que cada 20 km reais correspondem a 1 cm no mapa. Por quantos centímetros é representada a extensão do canal do Panamá, nesse mapa? 3,25 cm

2 Ao escalar uma trilha de montanha, um alpinista percorre 512 m na primeira hora, 256 m na segunda hora, 128 m na terceira hora, e assim sucessivamente. No final da 5ª hora, qual a distância total percorrida por esse alpinista? 992 m

3 Adriana está decorando as mesas de um salão para uma festa. Ela tem 5 mesas retangulares, cada uma com 85 cm de comprimento por 60 cm de largura, e 6 mesas quadradas com 70 cm de lado. Se ela quiser colocar uma faixa de papel colorido em torno de cada mesa, quantos metros de papel ela vai usar? 31,30 m

4 Um gesseiro está colocando uma faixa de gesso em todo o contorno de uma sala. Esta sala tem 3,50 m de largura por 6,30 m de comprimento. Se cada peça de gesso tem 70 cm de comprimento, quantas peças serão usadas para fazer o contorno dessa sala? 28 peças

5 O Grande Prêmio Brasil de Fórmula 1 é disputado no Autódromo de Interlagos, em São Paulo. O circuito completo tem 4 340 m e esse Grande Prêmio tem 71 voltas. Quantos quilômetros deve percorrer quem vencer esse Grande Prêmio? 308,14 km

6 Numa estrada, existe um telefone no quilômetro 28 e outro no quilômetro 640. Devem ser colocados 19 novos telefones entre eles, a uma mesma distância um do outro. Essa distância será de quantos quilômetros? 30,6 km

7 Uma propriedade agrícola tem 1 km^2 de área. Essa propriedade representa uma região quadrada de quantos hectares? 100 ha

8 De uma folha de cartolina de 75 cm por 30 cm foram recortadas 20 figuras quadradas com 10 cm de lado. Quantos centímetros quadrados de cartolina foram recortados? Quantos centímetros quadrados da folha de cartolina restaram? 2 000 cm^2, 250 cm^2

9 Uma fazenda ocupa uma área de 600 ha. Nessa fazenda, $\frac{3}{4}$ da área foi reservada para o plantio de laranjas. Qual a área, em quilômetros quadrados, reservada para a plantação de laranjas? 4,50 km^2

10 Para cobrir o piso de uma sala foram usadas placas quadradas de $\frac{1}{2}$ m de lado.

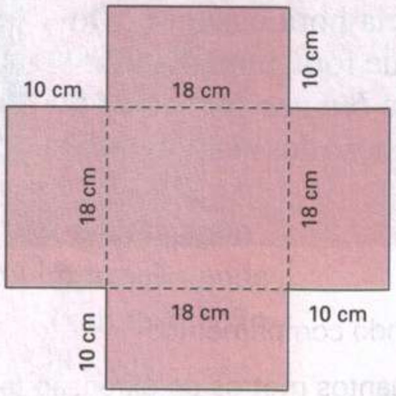
a) Quantas placas foram necessárias para cobrir 1 m^2 de piso? 4 placas

b) Se o piso todo tem 55 m^2 de área, quantas placas foram usadas para cobrir o piso da sala toda? 220 placas

11 Uma caixa contém 2 dúzias de pisos de cerâmica. Sabendo que cada piso ocupa uma área de 0,16 m^2, quantos metros quadrados de piso haverá em 100 dessas caixas? 384 m^2

12 Um terreno tem 4 200 m^2 de área. Para gramar $\frac{5}{7}$ dessa área, quantas placas de grama serão necessárias, se cada placa cobre 2 m^2 de área? 1 500 placas

13 Quantos centímetros quadrados de papelão foram gastos para fazer uma caixa que, planificada, é representada pela figura abaixo? 1 044 m^2



14 Uma região quadrada *A* tem 8 m de lado, enquanto uma região quadrada *B* tem 4 m de lado. A área da região *A* representa quantas vezes a área da região *B*? 4 vezes

JORNAIS & REVISTAS

Em julho de 1996, a revista *Veja São Paulo* publicou uma reportagem sobre a cidade paulista de Campos do Jordão, destacando os principais pontos turísticos.

Um dos pontos destacados era o *GP Indoor Jardim Sul.*

Correndo de kart no alto da montanha

O *GP Indoor Jardim Sul* tem uma pista asfaltada de 210 metros de extensão. Por vinte minutos de corrida, pagam-se 50 reais.

Meia hora custa 60. Do lado de fora, uma plataforma de *bungee-jump* fica à disposição dos mais insanos.

Frederic Jean/Abril Imagens

1. Medindo comprimentos

a) Quantos metros de extensão tem a pista do *GP Indoor Jardim Sul*? 210 m

b) Quantas réguas de 30 centímetros, colocadas uma após a outra, seriam necessárias para cobrir toda a extensão dessa pista? 700

c) Quantas voltas, no mínimo, é preciso dar nessa pista, para percorrer 1 km? 5

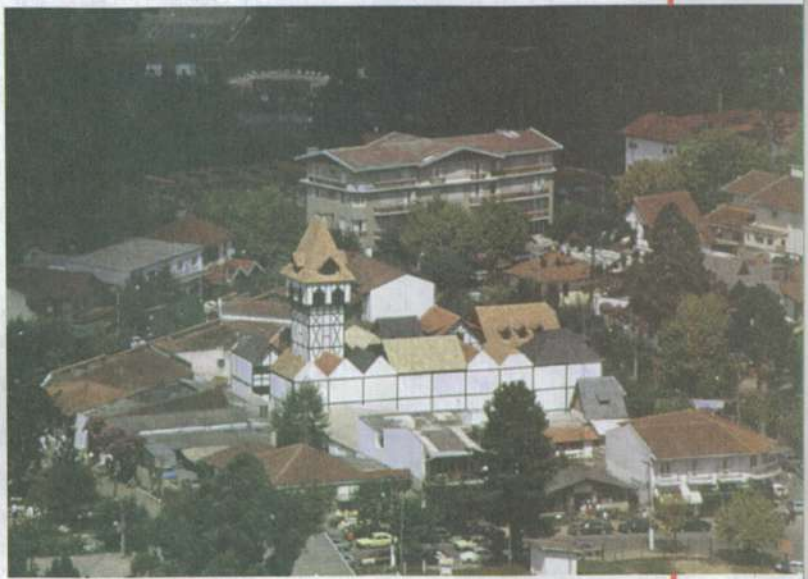
d) Com 100 reais, quantos minutos, no máximo, é possível correr nesse circuito? 40 minutos

A reportagem da revista *Veja São Paulo* sobre Campos do Jordão (julho/96) mostrou uma antiga cocheira que foi transformada num complexo de diversão.

Uma antiga cocheira para quem quiser namorar, jantar e dançar

As colunas de madeira denunciam que aquele espaço de 6 000 metros quadrados era uma cocheira. Nele foi construído o Coyote, complexo de diversão que possui pistas de *kart* e de dança, além de dois restaurantes paulistanos que subiram a serra, o Kosushi e o Esplanada Grill.

Coyote: Rua José de Oliveira Damas, 582 – Capivari



Delfim Martins/Pulsar

2. Qual a área ocupada pelo *Coyote*? 6 000 m²

3. Se fosse possível recobrir essa área com lajotas retangulares de 20 cm por 30 cm, quantas lajotas seriam necessárias? 100 000 lajotas

Veja a novidade que chegou ao Brasil.

Três técnicas de impressão

As impressoras Pictura 310, da Fargo, chegaram ao Brasil. Os novos modelos imprimem de três diferentes formas: transferência térmica de resina, de cera e dyesublimation, indicados para provas gráficas, impressão em cerâmicas e roupas e vinil adesivo com resistência a chuva e sol. O tamanho da impressão pode chegar a A3 extra — 305 × 442 mm —, com resolução de 300 dpi. O preço base é de 6 598 reais. Informações: Akad ☎ (011) 284-2466, ramal 107.

(*Globo Ciência* — Agosto/97 — ano 7 — nº 73)

4. Em centímetros quadrados, qual a área de uma folha A3 extra? 1 348,10 cm²

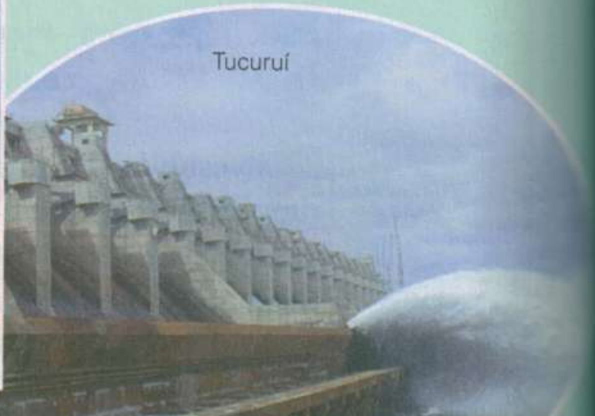
9

Medindo o volume e a capacidade

Todo objeto sólido ocupa um espaço que é possível ser medido. Medir o espaço ocupado por um sólido significa medir o volume desse sólido.

Observe algumas situações em que precisamos medir o volume de sólidos:

1ª) Na construção da barragem de Itaipu, no rio Paraná, ou da barragem de Tucuruí, no rio Tocantins, foi preciso calcular, com antecedência, o volume de concreto necessário para a obra.



2ª) Num caminhão de transporte, torna-se necessário conhecer o volume de carga que ele pode transportar.

---

líqu
a fo

ocu
ent

plo,

volu

pac

A cap
desta

des
mes
lizad
de u

Quando enchemos de gasolina o tanque de um automóvel, o líquido ocupa todo o espaço disponível dentro do tanque e toma a forma desse tanque.

Da mesma forma, o gás que enche um botijão também ocupa todo o espaço disponível, tomando a forma do recipiente que o contém.

O volume de gasolina que o tanque pode conter, por exemplo, denomina-se capacidade do tanque.

Então, a capacidade pode ser medida com as unidades de volume, como o metro cúbico, por exemplo.

Entretanto, existe uma outra unidade padrão para medir capacidade, chamada litro, que se abrevia ℓ.

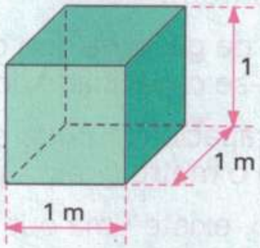
A capacidade do tanque de gasolina desta moto é de 18 litros.

Aqui, estudaremos as unidades utilizadas para medir volumes de sólidos e as unidades utilizadas para medir a capacidade de um recipiente.

A capacidade de um botijão de gás é de, aproximadamente, 13 litros.

59

UNIDADES DE MEDIDA DE VOLUME



No sistema métrico decimal, a unidade fundamental para medir volume é o *metro cúbico*, cuja abreviatura é m³. O metro cúbico corresponde ao volume de um cubo com 1 m de aresta.

Além do metro cúbico, existem outras unidades padronizadas para medir volumes. Veja no quadro, dispostas em ordem decrescente, essas unidades, com as abreviações:

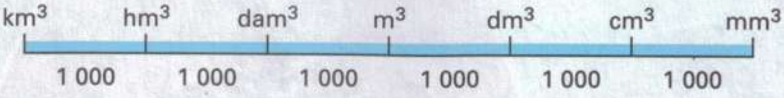
Múltiplos				Submúltiplos		
km³	hm³	dam³	m³	dm³	cm³	mm³
1 000 000 000 m³	1 000 000 m³	1 000 m³	1 m³	0,001 m³	0,000001 m³	0,000000001 m³

As unidades mais utilizadas, além do metro cúbico, são o decímetro cúbico e o centímetro cúbico.

60

TRANSFORMAÇÃO DAS UNIDADES DE MEDIDA DE VOLUME

Observe o quadro das unidades de volume:

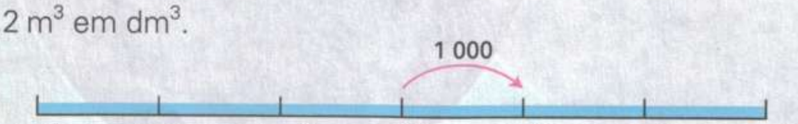


Podemos afirmar que:

- ✓ Da esquerda para a direita, cada unidade contém 1 000 vezes a unidade seguinte.
- ✓ Da direita para a esquerda, cada unidade representa $\frac{1}{1\,000}$ da unidade anterior.

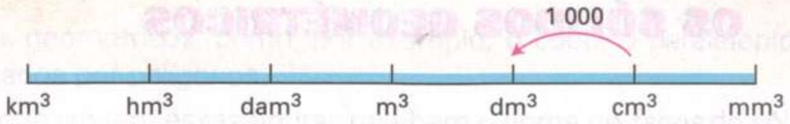
Veja alguns exemplos de transformação de unidades:

1. Transformar 8,2 m³ em dm³.



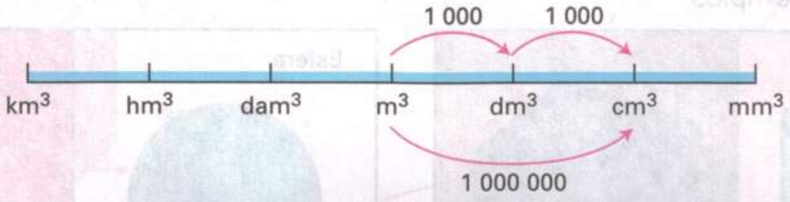
$$8{,}2\ \text{m}^3 = (8{,}2 \times 1\,000)\ \text{dm}^3 = 8\,200\ \text{dm}^3$$

2. Transformar 50 000 cm^3 em dm^3.



$$50\,000 \text{ cm}^3 = (50\,000 : 1\,000) \text{ dm}^3 = (50\,000 \times 0{,}001) \text{ dm}^3 = 50 \text{ dm}^3$$

3. Quantos centímetros cúbicos há em $\frac{1}{2}$ m^3?



$$\frac{1}{2} \text{ m}^3 = 0{,}5 \text{ m}^3 = (0{,}5 \times 1\,000\,000) \text{ cm}^3 = 500\,000 \text{ cm}^3$$

Propor os exercícios do **Atividades-G85**

FIXAÇÃO

1 Transforme em m^3:

a) 840 dm^3 0,840 m^3

b) 14 500 000 mm^3 0,0145 m^3

c) 1 000 dm^3 1 m^3

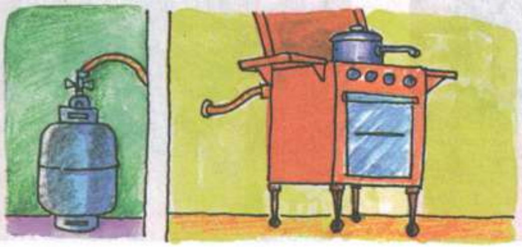
2 Quantos decímetros cúbicos há em 3,5 m^3? 3 500 dm^3

3 Quantos decímetros cúbicos há em 1 250 cm^3? 1,25 dm^3

4 Qual o volume, em decímetros cúbicos, ocupado por um cubo de aresta 1 m? 1 000 dm^3

5 Quantos centímetros cúbicos há em 0,01 dm^3? 10 cm^3

6 O volume máximo que um bujão de gás pode conter é 13,5 dm^3 do gás. Tendo sido gastos $\frac{2}{3}$ dessa quantidade, quantos metros cúbicos de gás ainda restam no bujão? 4,5 dm^3



7 Quantos decímetros cúbicos há em $\frac{1}{4}$ m^3? 250 dm^3

8 O volume inicial de um tanque é 1 m^3 de ar. Cada golpe de uma bomba de vácuo extrai 100 dm^3 de ar desse tanque. Após o 7º golpe da bomba, quantos metros cúbicos de ar permanecem no tanque? 0,3 m^3

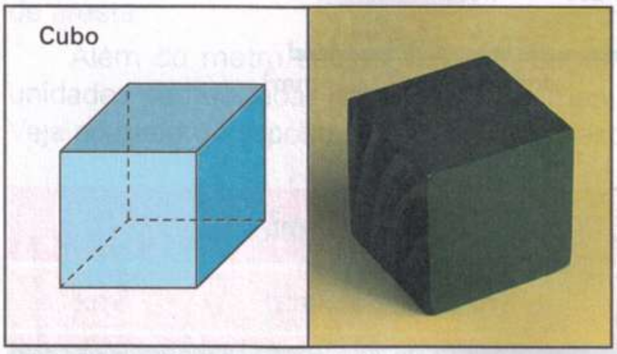
9 A leitura de um hidrômetro feita em um mês assinalou 1 946 m^3. Um mês depois, a leitura do mesmo hidrômetro assinalou 2 018 m^3. Qual foi, em decímetros cúbicos, o consumo nesse período? 72 000 dm^3

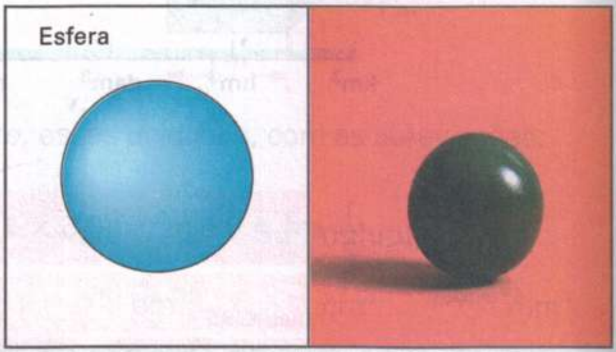
6

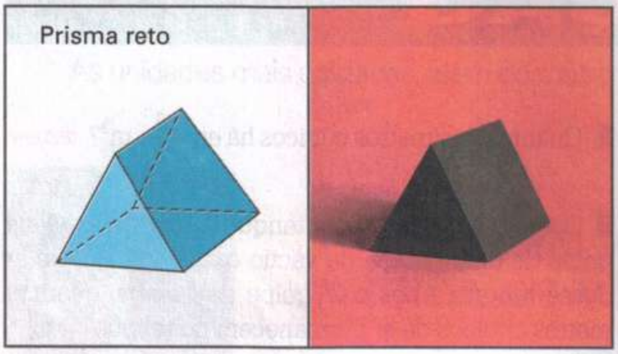
OS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

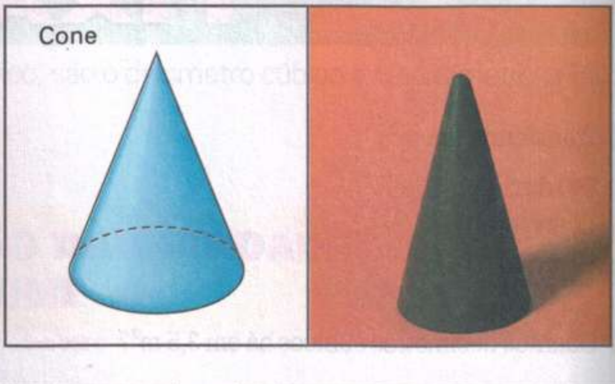
Você já sabe que figuras espaciais são aquelas em que nem todos os pontos estão num mesmo plano. Em nosso cotidiano, praticamente tudo o que existe é figura espacial, a começar pelo planeta em que vivemos: a Terra.

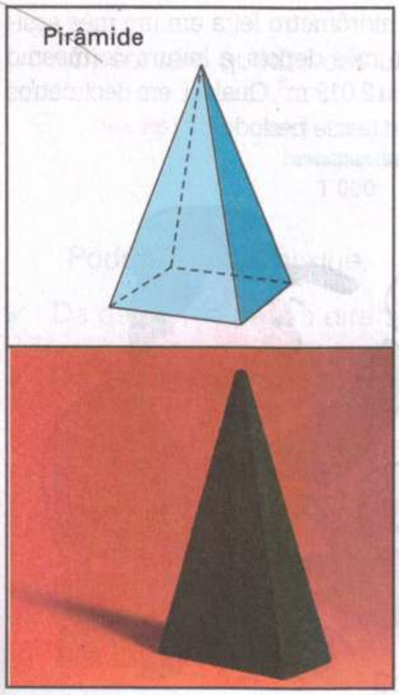
Veja outros exemplos:

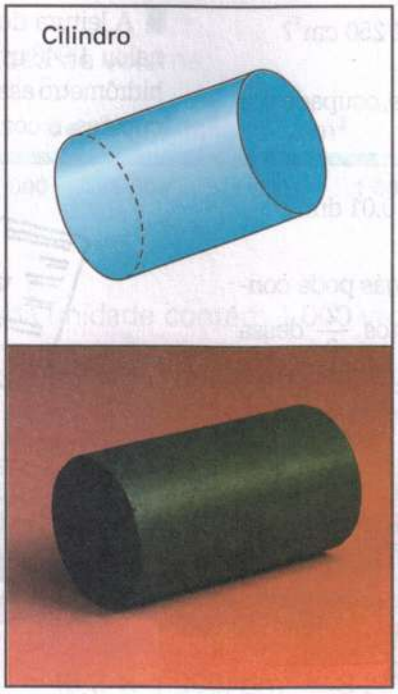

Cubo

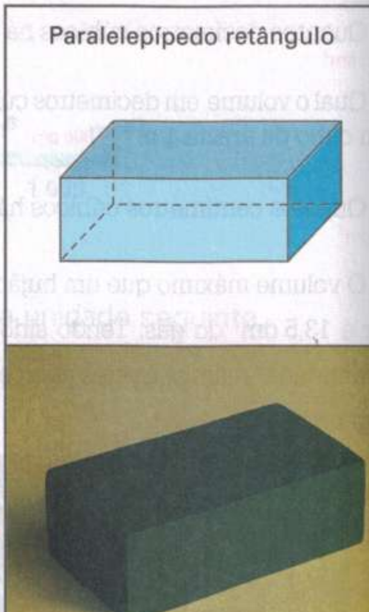

Esfera


Prisma reto


Cone


Pirâmide


Cilindro

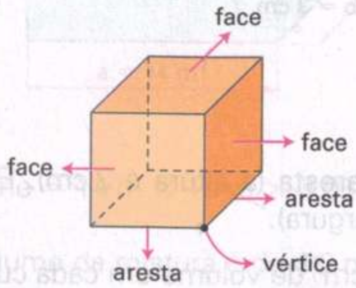

Paralelepípedo retângulo

Fotos: Marinez Maravalhas Gomes

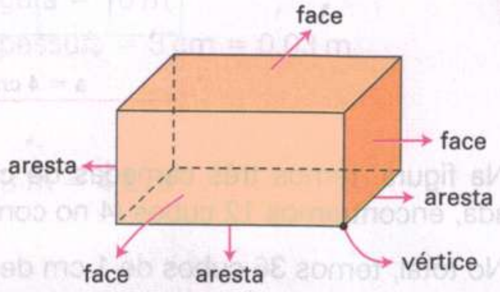
Faces e arestas de um sólido

Alguns sólidos geométricos, como, por exemplo, o cubo, o paralelepípedo retângulo e a pirâmide, são limitados por polígonos.

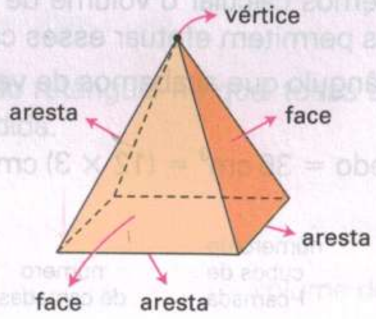
Os polígonos que limitam essas figuras recebem o nome de *faces* do sólido. O encontro de duas faces resulta em um segmento de reta chamado *aresta* do sólido. O encontro de três ou mais arestas resulta em um ponto chamado *vértice* do sólido. Assim:



cubo



paralelepípedo retângulo



pirâmide

62 CÁLCULO DO VOLUME DE ALGUNS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

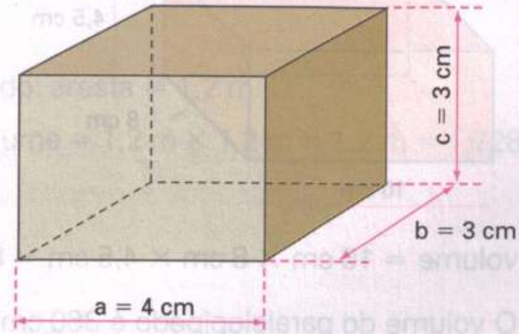
Volume do paralelepípedo retângulo

Consideremos o paralelepípedo retângulo da figura ao lado, na qual:

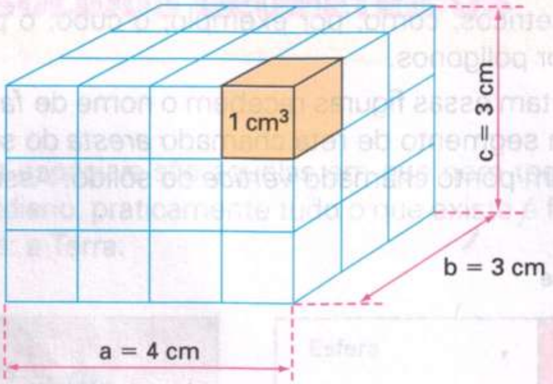
a = comprimento

b = largura

c = altura



Dividindo o comprimento, a largura e a altura em pedaços de 1 cm, obtemos:



Na figura, temos três camadas de cubos de 1 cm de aresta (a altura é 3 cm). Em cada camada, encontramos 12 cubos (4 no comprimento e 3 na largura).

No total, temos 36 cubos de 1 cm de aresta, ou seja, 1 cm^3 de volume em cada cubo.

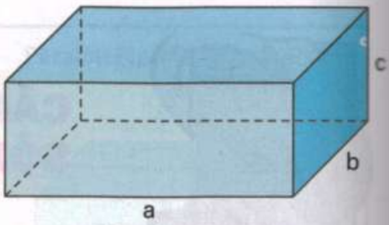
Logo, o volume do paralelepípedo retângulo é 36 cm^3.

Utilizando esse processo, podemos calcular o volume de outros sólidos geométricos. Na prática, utilizamos fórmulas que nos permitem efetuar esses cálculos mais rapidamente.

No caso do paralelepípedo retângulo que acabamos de ver, por exemplo, podemos verificar que:

$$\text{volume do paralelepípedo} = 36\ \text{cm}^3 = (\underset{\text{número de cubos de 1 camada}}{12} \times \underset{\text{número de camadas}}{3})\ \text{cm}^3 = (\underset{\text{comprimento}}{4} \times \underset{\text{largura}}{3} \times \underset{\text{altura}}{3})\ \text{cm}^3$$

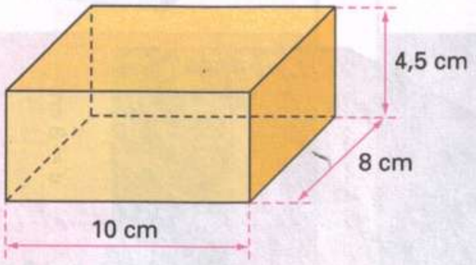
Portanto:



volume do paralelepípedo = comprimento × largura × altura

Vejamos alguns exemplos de aplicação:

1. Calcular o volume de um paralelepípedo retângulo cujas dimensões são 10 cm, 8 cm e 4,5 cm.

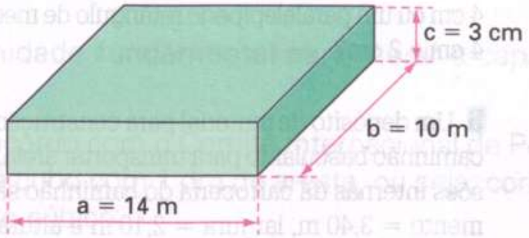


Dados:
comprimento = 10 cm
largura = 8 cm
altura = 4,5 cm

volume = 10 cm × 8 cm × 4,5 cm = 80 cm^2 × 4,5 cm = 360 cm^3

O volume do paralelepípedo é 360 cm^3.

2. Deseja-se cimentar um quintal retangular com 10 m de largura e 14 m de comprimento. O revestimento será feito com uma mistura de areia e cimento, de 3 cm de espessura. Qual é o volume da mistura utilizada nesse revestimento?



Dados:

comprimento = 14 m

largura = 10 m

espessura = 3 cm = 0,03 m

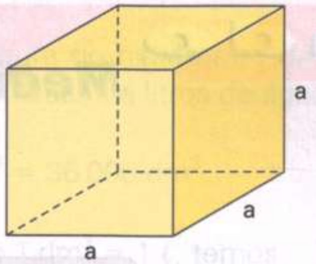
volume = 14 m × 10 m × 0,03 m = $140 \text{ m}^2 \times 0{,}03 \text{ m} = 4{,}2 \text{ m}^3$

O volume da mistura é de $4{,}2 \text{ m}^3$.

Propor os exercícios do **Atividades-G86**

Volume do cubo

O cubo é um paralelepípedo retângulo no qual todas as faces são quadradas e, portanto, suas arestas têm a mesma medida.



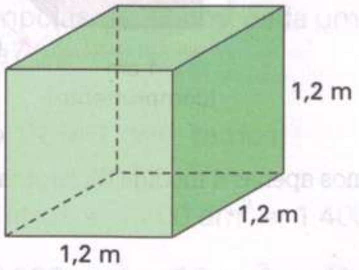
volume do cubo = aresta × aresta × aresta

ou

volume do cubo = $(\text{aresta})^3$

Veja um exemplo de cálculo do volume de um cubo:

Uma caixa-d'água tem a forma de um cubo de 1,2 m de aresta. Qual o volume dessa caixa-d'água?



Dado: aresta = 1,2 m

volume = 1,2 m × 1,2 m × 1,2 m = $1{,}728 \text{ m}^3$

O volume da caixa-d'água é $1{,}728 \text{ m}^3$.

Propor os exercícios do **Atividades-G87**

FIXAÇÃO

1 Qual é o volume de um paralelepípedo retângulo cujas dimensões são 30 cm, 18 cm e 12 cm? 6 480 cm^3

2 Determine o volume de um cubo de 2,5 m de aresta. 15,625 m^3

3 Deve-se construir uma piscina de 8 m de comprimento por 5 m de largura e 1,5 m de profundidade. Qual o volume de terra que deve ser retirado? 60 m^3

4 Qual o sólido de maior volume: um cubo de aresta 4 cm ou um paralelepípedo retângulo de medidas 8 cm, 4 cm e 2 cm? volumes iguais: 64 cm^3

5 Um depósito de material para construção utiliza um caminhão basculante para transportar areia. As dimensões internas da carroceria do caminhão são: comprimento = 3,40 m, largura = 2,10 m e altura = 0,80 m. Quantos metros cúbicos de areia esse caminhão pode carregar, no máximo? 5,712 m^3

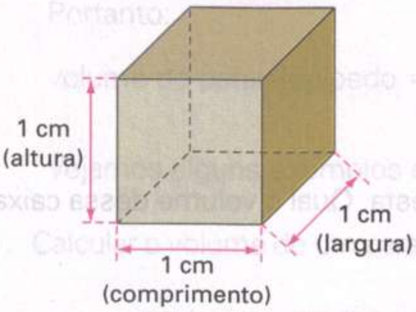
6 Um cubo tem 13,5 cm de aresta. Qual o volume desse cubo? 2 460,375 cm^3

7 As dimensões de um tijolo são 20 cm de comprimento, 9 cm de largura e 7 cm de altura. Qual o volume de argila empregado para fabricar esse tijolo? 1 260 cm^3

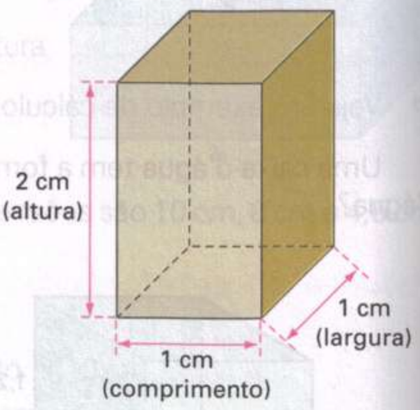
Explorando

Medidas

O bloco abaixo tem medida de volume igual a 1 cm^3.



volume do bloco:
1 cm × 1 cm × 1 cm = 1 cm^3



1. Se dobrarmos apenas a medida da altura do bloco, o que acontece com a medida de volume?
A medida do volume também dobra.

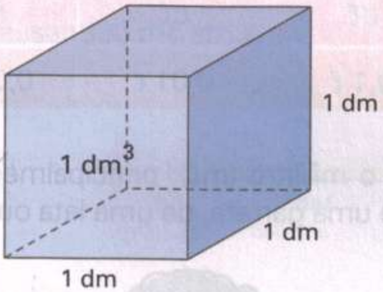
2. O que aconteceria com a medida do volume do bloco, se dobrássemos apenas a medida da largura? E se fosse dobrada apenas a medida do comprimento?
Em ambos os casos a medida do volume também dobraria.

3. O que aconteceria com a medida do volume se dobrássemos as medidas da altura, da largura e do comprimento do bloco ao mesmo tempo?
A medida do volume do bloco ficaria multiplicada por 8.

63 UNIDADES DE MEDIDA DE CAPACIDADE

A unidade fundamental para medir a capacidade de um sólido é o litro, que se indica por ℓ.

De acordo com o Comitê Internacional de Pesos e Medidas, o litro corresponde à capacidade de um cubo com 1 dm de aresta, ou seja, corresponde, aproximadamente, ao volume de um decímetro cúbico.



1 litro = 1 dm^3

Vejamos alguns exemplos nos quais podemos aplicar essa relação:

1. Na leitura do hidrômetro de um casa, verificou-se que o consumo do último mês foi de 36 m^3. Quantos litros de água foram consumidos?

36 m^3 = 36 000 dm^3

Como 1 dm^3 = 1 ℓ, temos:

36 m^3 = 36 000 dm^3 = 36 000 litros

Foram consumidos 36 000 litros.

2. Uma indústria farmacêutica fabrica 1 400 litros de vacina, os quais devem ser colocados em ampolas de 35 cm^3 cada uma. Quantas ampolas serão obtidas com essa quantidade de vacina?

Como 1 ℓ = 1 dm^3, temos:

1 400 litros = 1 400 dm^3 = 1 400 000 cm^3

(1 400 000 cm^3) : (35 cm^3) = 40 000 ampolas

Serão obtidas 40 000 ampolas dessa vacina.

Propor os exercícios do **Atividades-G88**

64 OUTRAS UNIDADES PARA MEDIR CAPACIDADE

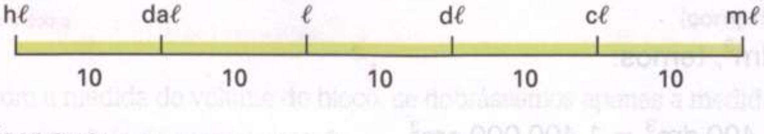
Dentro do sistema decimal, além do litro, existem outras unidades para medir capacidade, que são múltiplos e submúltiplos do litro:

Múltiplos				Submúltiplos		
quilolitro	hectolitro	decalitro	litro	decilitro	centilitro	mililitro
kℓ	hℓ	daℓ	ℓ	dℓ	cℓ	mℓ
1 000 ℓ	100 ℓ	10 ℓ	1 ℓ	0,1 ℓ	0,01 ℓ	0,001 ℓ

Entre essas unidades, a mais usada, além do litro, é o mililitro (mℓ), principalmente para medir pequenos volumes, como a quantidade de líquido de uma garrafa, de uma lata ou de uma ampola de injeção.

65 TRANSFORMAÇÃO DAS UNIDADES DE MEDIDA DE CAPACIDADE

Observe o quadro das unidades de capacidade:



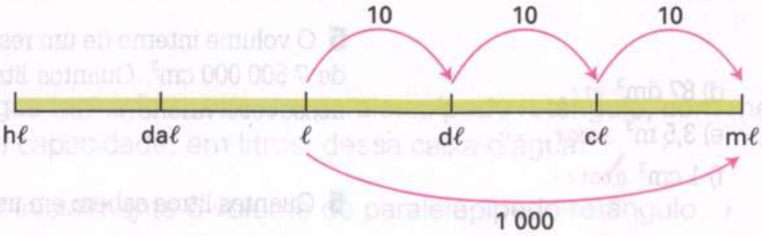
Podemos verificar que:

✓ da esquerda para a direita, cada unidade contém 10 vezes a unidade seguinte.

✓ da direita para a esquerda, cada unidade representa $\frac{1}{10}$ da unidade anterior.

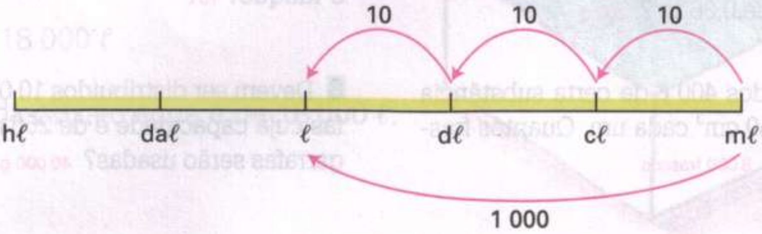
Veja os exemplos:

1. Expressar 15 ℓ em mℓ.



$$15\ \ell = (15 \times 1\,000)\ m\ell = 15\,000\ m\ell$$

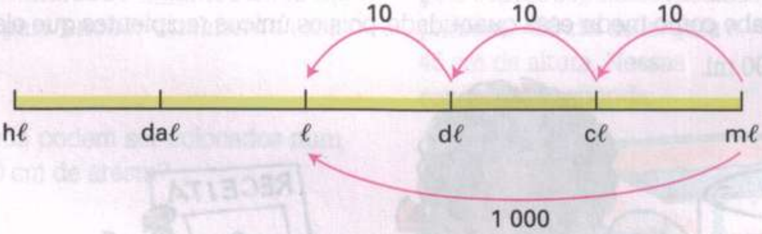
2. Expressar 390 mℓ em ℓ.



$$390\ m\ell = (390 : 1\,000)\ \ell = 0{,}39\ \ell$$

3. Expressar 250 mℓ em cm^3.

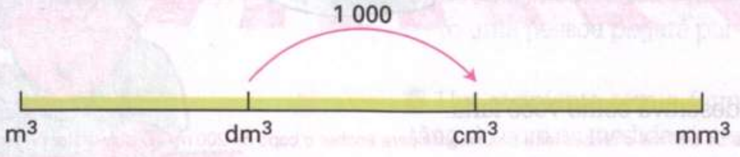
Vamos inicialmente transformar 250 mℓ em ℓ:



$$250\ m\ell = (250 : 1\,000)\ \ell = 0{,}25\ \ell$$

Lembrando que $1\ \ell = 1\ dm^3$, temos:

$$0{,}25\ \ell = 0{,}25\ dm^3 = (0{,}25 \times 1\,000)\ cm^3 = 250\ cm^3$$



Então: $250\ m\ell = 0{,}25\ \ell = 0{,}25\ dm^3 = 250\ cm^3$

Propor os exercícios do **Atividades-G89**

FIXAÇÃO

1 Expresse em ℓ:

a) 1 200 mℓ 1,2 ℓ
b) 85 cℓ 0,85 ℓ
c) 2 hℓ 200 ℓ
d) 87 dm^3 87 ℓ
e) 3,5 m^3 3 500 ℓ
f) 1 cm^3 0,001 ℓ

2 Uma garrafa pequena de refrigerante tem capacidade de 390 mℓ. Quantos litros cabem nessa garrafa? 0,39 ℓ

3 Qual é a capacidade, em litros, de uma caixa-d'água cujo volume interno é de 0,36 m^3? 360 ℓ

4 Devem ser distribuídos 400 ℓ de certa substância líquida em frascos de 50 cm^3 cada um. Quantos frascos serão necessários? 8 000 frascos

5 O volume interno de um reservatório de gasolina é de 7 500 000 cm^3. Quantos litros de gasolina cabem nesse reservatório? 7 500 ℓ

6 Quantos litros cabem em uma lata de 33 cℓ? 0,33 ℓ

7 O volume interno do tanque de gasolina de um automóvel é de 0,06 m^3. Estando com $\frac{3}{4}$ de sua capacidade total, quantos litros faltam para encher o tanque? 15 ℓ

8 Devem ser distribuídos 10 000 ℓ de água em garrafas cuja capacidade é de 250 mℓ cada uma. Quantas garrafas serão usadas? 40 000 garrafas

Explorando

Medidas

Márcia está preparando um bolo. Ela já separou todos os ingredientes e falta apenas o leite. Na receita são 300 mℓ e Márcia não sabe como medir essa quantidade, pois os únicos recipientes que ela possui são uma jarra de 500 ml e outra de 200 ml.

1. No lugar de Márcia, descreva como você faria.
   É preciso encher o recipiente de 500 mℓ e passar leite o suficiente para encher o copo de 200 mℓ. O que restar no recipiente de 500 mℓ representará 300 mℓ de leite.
2. Para tirar água de um poço você possui apenas dois baldes: um de 5 litros e um de 3 litros. Você precisa de exatamente 1 litro de água. Como você pode fazer?
   É preciso encher o balde menor e passar para o maior que estava vazio. A seguir, encher de novo o menor e passar para o maior a parte suficiente para completá-lo. O que restar no balde menor será 1 litro de água.

6

PROBLEMAS ENVOLVENDO VOLUME E CAPACIDADE

Uma caixa-d'água tem a forma de um paralelepípedo retângulo, com medidas internas 4 m, 3 m e 1,5 m. Qual a capacidade, em litros, dessa caixa-d'água?

Vamos calcular inicialmente o volume do paralelepípedo retângulo:

$V = 4 \times 3 \times 1{,}5 = 18\ m^3$

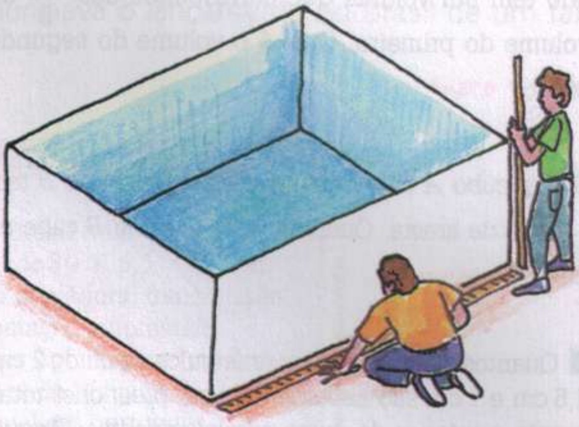
Transformando de m^3 para dm^3:

$18\ m^3 = (18 \times 1\,000)\ dm^3 = 18\,000\ dm^3$

Como $1\ \ell = 1\ dm^3$:

$18\,000\ dm^3 = 18\,000\ \ell$

A capacidade da caixa-d'água é de 18 000 ℓ.



Propor os exercícios do **Atividades-G90**

FIXAÇÃO

1 Uma piscina tem 10 m de comprimento, 7 m de largura e 2,50 m de profundidade. Quantos litros de água são necessários para encher totalmente essa piscina? 175 000 ℓ

2 Quantos litros de água podem ser colocados num recipiente cúbico de 10 cm de aresta? 1

3 A caixa-d'água de uma casa tem a forma de cubo, de aresta 1,2 m, e está totalmente cheia. Supondo que nessa casa o consumo diário de água seja de 432 ℓ, aproximadamente, quantos dias serão necessários para esvaziar totalmente a caixa-d'água? 4 dias

4 Uma banheira tem a forma de paralelepípedo retângulo com as seguintes medidas internas: 1,6 m de comprimento, 50 cm de largura e 45 cm de altura. Nessas condições, responda:

a) Quantos litros de água cabem na banheira? 360 ℓ

b) Para tomar um banho, deve-se encher a banheira com 30 cm de altura de água. Nesse caso, quantos litros de água se deve colocar na banheira? 240 ℓ

c) Se cada metro cúbico de água custa R$ 1,20, quanto uma pessoa pagará por um banho? R$ 0,28

5 Um recipiente tem a forma de paralelepípedo retângulo com as medidas internas: 1 m, 40 cm e 80 cm e está totalmente cheio de óleo. Se o litro desse óleo custa R$ 7,50, quanto custará todo óleo que enche o recipiente? R$ 2 400,00

RETOMANDO *o que aprendeu*

1 Um sólido é formado por 6 camadas de cubos. Em cada camada, estão 8 cubos iguais. Se cada cubo tem 10 cm de aresta, qual é o volume desse sólido? 4 800 cm^3

2 Um sólido tem 1,2 m^3 de volume. Um segundo sólido tem um volume que corresponde aos $\frac{5}{8}$ do volume do primeiro. Qual é o volume do segundo sólido? 0,75 m^3

3 Um cubo *A* tem 2 cm de aresta. Um cubo *B* tem $\frac{1}{2}$ cm de aresta. Quantas vezes o cubo *B* cabe no cubo *A*? 64 vezes

4 Quantos paralelepípedos retângulos medindo 2 cm, 1,5 cm e 1 cm são necessários para preencher totalmente o interior de outro paralelepípedo retângulo cujas dimensões são 6 cm, 3 cm e 2 cm? 12 paralelepípedos

5 Um recipiente de plástico transparente tem a forma de um paralelepípedo retângulo e suas medidas são: 10 cm de comprimento, 10 cm de largura e 19 cm de altura. Estando totalmente cheio de líquido, o recipiente virou e o líquido entornou. Recolocando o recipiente na posição inicial, verificou-se que a altura do líquido que restou atingiu 11 cm. Qual foi, em centímetros cúbicos, a quantidade de líquido derramada? 800 cm^3

6 Um reservatório tem a forma de um paralelepípedo retângulo e tem 5 m de comprimento; 1,20 m de largura e 1,20 m de altura. O reservatório está totalmente cheio de água. Por efeito da evaporação, o nível da água baixou 5 cm. Quantos metros cúbicos de água restaram após a evaporação? 7,128 m^3

7 Uma torneira goteja 7 vezes a cada 20 segundos. Sabendo que 1 hora equivale a 60 minutos e 1 minuto equivale a 60 segundos, e admitindo-se que as gotas tenham sempre volume igual a 0,2 cm^3, qual o volume, em decímetros cúbicos, de água que vaza em 1 hora? 0,252 dm^3

8 Um reservatório, cujo volume é de 10 m^3, estava totalmente cheio quando dele foram retirados 2 200 ℓ de água. Numa segunda vez, foi retirado $\frac{1}{3}$ da quantidade de água que restou. Quantos litros ainda restam nesse reservatório? 5 200 ℓ

9 Um recipiente de plástico, com um volume de 1 720 cm^3 de água, tombou e o conteúdo entornou. Sendo recolocado na posição inicial, verificou-se que o volume de água que restou no recipiente era de 420 cm^3. Calcule, em litros, a quantidade de água derramada. 1,3 ℓ

10 Uma família consome 750 mℓ de suco de laranja em cada refeição. Em uma semana, considerando-se que a família faz 2 refeições diárias, quantos litros de suco serão consumidos? 10,5 ℓ

11 O volume da caixa d'água de um prédio é de 105 m^3. Sabendo que o consumo diário do prédio, em média, corresponde aos $\frac{4}{5}$ da capacidade da caixa, calcule quantos litros de água são consumidos, em média, por dia, nesse prédio? 84 000 ℓ/dia

12 Uma torneira mal fechada goteja 100 vezes a cada 5 minutos. Admitindo-se que todas as gotas tenham a capacidade de 3 mℓ, a quantidade de água que vaza por hora é maior ou menor que 1 litro? Maior, pois 3,6 ℓ > 1 ℓ.

13 Uma empresa importou 100 barris de vinho. Cada barril continha 120 ℓ de vinho. A quantidade de vinho deve ser colocada em garrafas que têm 750 mℓ de capacidade. Quantas garrafas serão obtidas? 16 000 garrafas

14 Um produto químico deve ser misturado à água de uma piscina, na proporção de $\frac{1}{2}$ pacote para cada 2 500 ℓ de água. Se o volume da piscina é de 40 m^3, quantos desses pacotes devem ser usados quando a piscina está totalmente cheia? 8 pacotes

15 Em um recipiente havia $2\frac{1}{2}$ ℓ de suco. Desse recipiente, foram retiradas 6 garrafas de 290 mℓ cada uma. Quantos litros de suco restaram no recipiente? 0,76 ℓ

JORNAIS & REVISTAS

Em outubro de 1994 a revista *Globo Ciência* anunciava o lançamento no Brasil de um fax portátil, o Pet Fax.

1. Lendo o artigo, calcule o volume do fax. 4125 cm³

Fax portátil, para uso particular

A Videocompo lançou no Brasil o fax portátil Pet Fax, que pesa só 2,54 kg e mede 30 × 5,5 × 25 cm. Tem voltagem automática, função copiadora, transmissão em 16 tons de cinza e alimentação automática para dez folhas (ele aceita qualquer tipo de papel de fax). Produzido na Zona Franca de Manaus, apresenta mensagens e manual em português. Custa cerca de 470 dólares e pode ter dois opcionais: bolsa para transporte e telefone.

(Fonte: *Globo Ciência*, outubro/94.)

Em agosto de 1996 a mesma revista mostrava o *Mofim*, um aparelho que acaba com a umidade do ar.

Contra o mofo

O *Mofim* é um aparelho desenvolvido para acabar com a umidade, que propicia o surgimento de fungos, responsáveis por distúrbios respiratórios, como asma e bronquite. Movido a energia elétrica, o dispositivo atua em ambientes de até 5 metros cúbicos, inclusive dentro de armários e sapateiras. À venda pelo tel. 0800-122276.

(Fonte: *Globo Ciência*, agosto/96.)

2. Responda:

a) Qual o volume de ar máximo que uma sala pode ter para que a atuação do *Mofim* seja eficaz? 5 m³

b) Estime as dimensões de sua sala de aula e calcule o volume de ar que ela contém.

c) Usando uma fita métrica ou um "metro de carpinteiro" tire as medidas de sua sala de aula e calcule o volume.

d) Compare a estimativa que você fez no item *b* com o valor obtido no item *c*. A sua estimativa foi boa?

e) Quantos aparelhos *Mofim* você precisaria comprar, no mínimo, para colocar em sua sala de aula e garantir uma boa atuação?

10

Medindo a massa

Estamos acostumados a ouvir frases como:

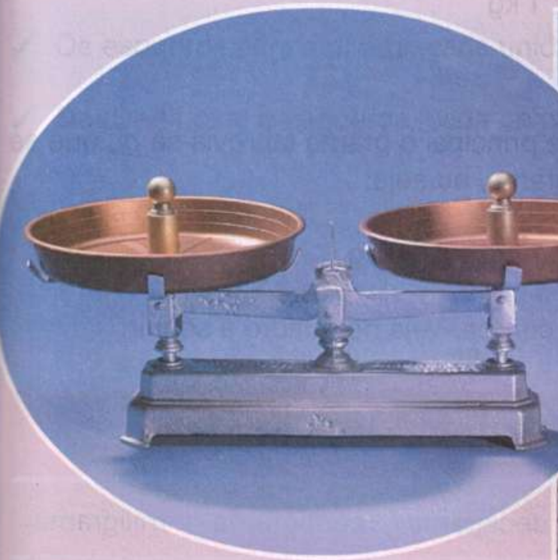
Nessas situações, estamos medindo a massa de um corpo.

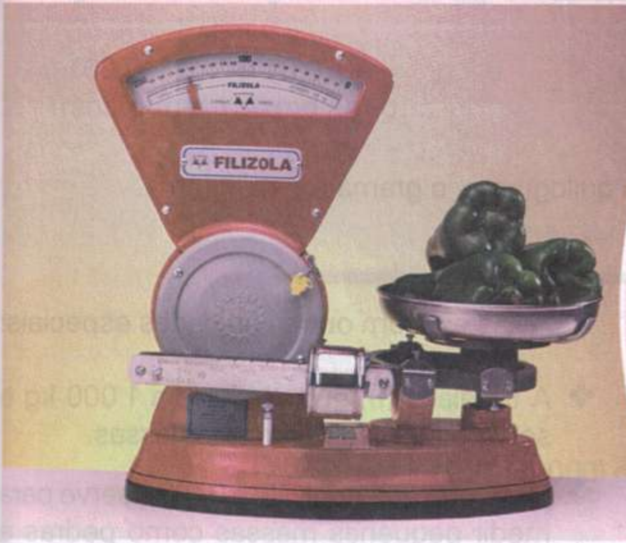
Se medirmos o peso de um corpo ao nível do mar, encontraremos um certo número. O peso desse corpo no topo de uma montanha é um número menor que o anterior. O peso desse mesmo corpo, longe da Terra, é um número menor ainda.

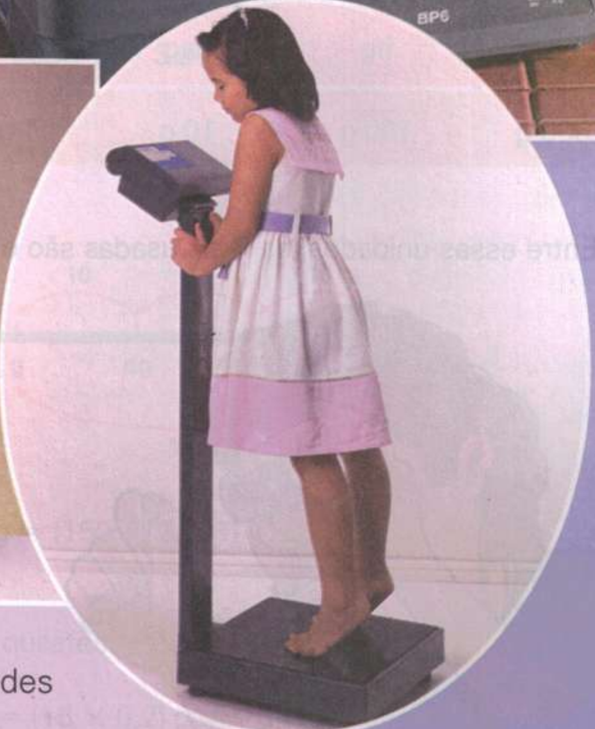
Mas, nas três situações descritas, a massa do corpo é a mesma, ou seja, a massa de um corpo não se altera, independente do lugar onde ele se encontra.

Fisicamente, o peso de um corpo depende da distância que esse corpo se encontra do centro da Terra. A massa de um corpo qualquer é a quantidade de matéria que esse corpo contém.

Para medir a massa de um corpo, usamos balanças como:





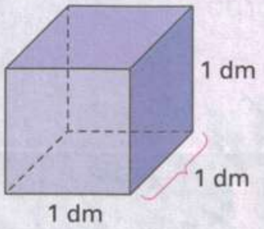


Nesta Unidade, estudaremos as unidades de massa.

67

UNIDADES DE MEDIDA DE MASSA

De acordo com o Comitê Internacional de Pesos e Medidas, a massa de um decímetro cúbico de água destilada, a uma temperatura de 4 °C, se constitui na unidade padrão para medir a massa de um corpo. Essa unidade chama-se quilograma e se abrevia kg.



volume: 1 dm^3
temperatura: 4 °C
massa: 1 kg

Porém, por ser mais prático, usa-se como unidade principal o grama (abrevia-se *g*), que se constitui numa massa igual à milésima parte do quilograma, ou seja:

1 g = 0,001 kg   ou   1 kg = 1 000 g

Existem outras unidades para medir a massa dos corpos. Veja no quadro a seguir:

Múltiplos				Submúltiplos		
quilograma	hectograma	decagrama	grama	decigrama	centigrama	miligrama
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1 000 g	100 g	10 g	1 g	0,1 g	0,01 g	0,001 g

Entre essas unidades, as mais usadas são o quilograma, o grama e o miligrama.

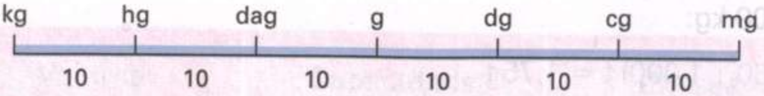
Mas existem outras unidades especiais:

- A tonelada (t), que equivale a 1 000 kg e serve para medir grandes massas.
- O quilate, que equivale a 0,2 g e serve para medir pequenas massas como pedras e metais preciosos.

68

TRANSFORMAÇÃO DAS UNIDADES DE MEDIDA DE MASSA

Podemos resumir o quadro das unidades de massa da seguinte maneira:

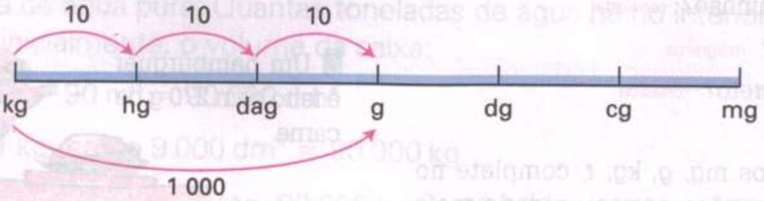


Observando o quadro, podemos afirmar que:

- ✓ Da esquerda para a direita, cada unidade contém 10 vezes a unidade seguinte.
- ✓ Da direita para a esquerda, cada unidade representa $\frac{1}{10}$ da unidade anterior.

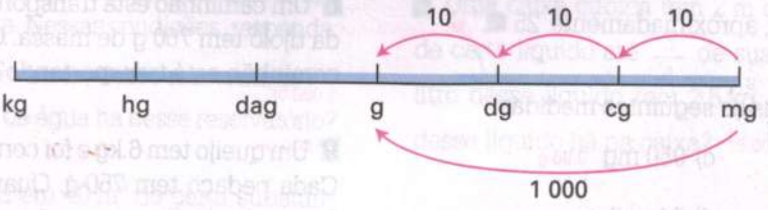
Veja os exemplos:

1. Transformar 3,2 kg em *g*.



$$3{,}2\ \text{kg} = (3{,}2 \times 1\,000)\ \text{g} = 3\,200\ \text{g}$$

2. Transformar 150 mg em *g*.

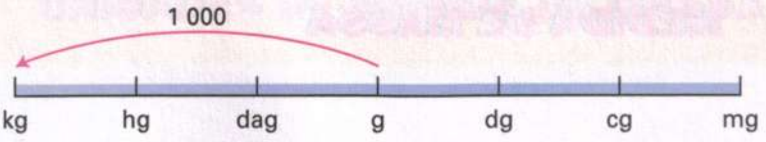


$$150\ \text{mg} = (150 : 1\,000)\ \text{g} = (150 \times 0{,}001)\ \text{g} = 0{,}15\ \text{g}$$

3. Quantos gramas pesa um diamante de 15 quilates?

Como 1 quilate = 0,2 g, então 15 quilates = (15 × 0,2) g = 3 g

4. Quantas toneladas temos em 1 750 000 g?



$$1\,750\,000\text{ g} = (1\,750\,000 : 1\,000)\text{ kg} = 1\,750\text{ kg}$$

Como 1 t = 1 000 kg:

$$1\,750\text{ kg} = (1\,750 : 1\,000)\text{ t} = 1{,}75\text{ t}$$

Propor os exercícios do **Atividades-G91**

FIXAÇÃO

1 Entre as unidades usadas para medir a massa de um sólido, qual você acha mais adequada para medir a massa:

a) de um pacote de arroz? quilograma

b) da carga de um caminhão? tonelada

c) de um comprimido? miligrama

d) de uma laje de concreto? tonelada

2 Usando os símbolos mg, *g*, kg, *t*, complete no seu caderno as afirmações com a unidade mais adequada:

a) Uma lata de ervilha tem 500 ■. g

b) Um pacote de açúcar tem 5 ■. kg

c) Um carrinho miniatura tem 235 ■. g

d) Um cacho de uva tem 750 ■. g

e) Um saco de batatas tem 60 ■. kg

f) Uma geladeira tem, aproximadamente, 25 ■. kg

3 Expresse em gramas as seguintes medidas:

a) 2,3 kg 2 300 g

b) $\frac{3}{4}$ kg 750 g

c) 950 mg 0,95 g

d) 24 quilates 4,8 g

4 A massa de uma carga é de 83 000 kg. Quantas toneladas tem essa carga? 83 t

5 Uma pedra preciosa tem uma massa de 3,6 g. Quantos quilates tem essa pedra? 18 quilates

6 Um caminhão tem condições de transportar 4,5 t de carga. Sabendo-se que esse caminhão está carregado com $\frac{3}{5}$ da sua carga máxima, quantos quilogramas de carga há nesse caminhão? 2 700 kg

7 Um hambúrguer é feito com 270 g de carne.

a) Quantos quilogramas de carne são necessários para fazer 200 desses sanduíches? 54 kg

b) Quantos desses sanduíches poderiam ser feitos com 17,55 kg de carne? 65 sanduíches

8 Um caminhão está transportando 12 000 tijolos. Cada tijolo tem 750 g de massa. Quantas toneladas esse caminhão está transportando? 9 toneladas

9 Um queijo tem 6 kg e foi cortado em pedaços iguais. Cada pedaço tem 750 g. Quantos pedaços de queijo foram obtidos? 8 pedaços

10 Se um quilograma de carne custa R$ 5,00, quanto devo pagar por 700 g dessa carne? R$ 3,50

11 $3\frac{1}{2}$ toneladas correspondem a uma massa de quantos quilogramas? 3 500 kg

69

UMA RELAÇÃO IMPORTANTE

Considerando as definições de litro e quilograma, podemos dizer que a água destilada (pura), a uma temperatura de 4 °C, que ocupa um volume de 1 dm^3 ou 1 ℓ de capacidade, tem massa de 1 kg.

Então:

Volume		Capacidade		Massa
1 dm^3	—	1 ℓ	—	1 kg

Vejamos alguns exemplos nos quais aplicamos essa relação:

1. Um recipiente, totalmente cheio, contém um volume de 8 m^3 de água pura. Quantos quilogramas de água há nesse recipiente?

$$8\ m^3 = (8 \times 1\,000)\ dm^3 = 8\,000\ dm^3$$

Como 1 dm^3 = 1 kg, então 8 000 dm^3 = 8 000 kg.

2. Uma caixa tem a forma de paralelepípedo retângulo de medidas 10 m, 6 m e 1,5 m e está totalmente cheia de água pura. Quantas toneladas de água há no interior da caixa?

Vamos calcular, inicialmente, o volume da caixa:

$V = 10 \times 6 \times 1{,}5 = 90\ m^3 = 90\,000\ dm^3$

Como 1 dm^3 = 1 kg, então 9 000 dm^3 = 90 000 kg.

Sabemos que 1 t = 1 000 kg, então, 90 000 kg = (90 000 : 1 000) t = 90 t.

Propor os exercícios do **Atividades-G92**

FIXAÇÃO

1 O volume de um reservatório é 30 m^3 e está totalmente cheio de água pura. Nessas condições, responda:

a) Qual a capacidade, em litros, desse reservatório? 30 000 ℓ

b) Quantos quilogramas de água há nesse reservatório? 30 000 kg

2 Quantas toneladas há em 40 m^3 de certa substância, se em cada litro dessa substância há 0,5 kg? 20 t

3 Sabe-se que 1 arroba corresponde a 15 kg. Se um boi tem 30,5 arrobas, quantos quilogramas tem esse boi? 457,5 kg

4 Seis embalagens de $\frac{1}{2}$ kg correspondem a quantas embalagens de 250 g? 12

5 Uma caixa cúbica tem 2 m de aresta e está cheia de certo líquido até $\frac{3}{4}$ de sua capacidade. Se cada litro desse líquido tem 2,5 kg, quantos quilogramas desse líquido há na caixa? 15 000 kg

6 Uma laje de concreto é um bloco retangular de 5 m de comprimento por 3,2 m de largura. Se a espessura da laje é de 25 cm, calcule:

a) o volume, em metros cúbicos, do concreto usado nessa laje 4 m^3

b) a massa dessa laje, considerando que 1 dm^3 de laje corresponde a 1,5 kg 6 000 kg

7 Um tanque de 1,5 m de comprimento, 1,20 m de largura e 80 cm de altura está totalmente cheio de óleo. Qual é a massa, em toneladas, do óleo contido no reservatório, se cada litro de óleo tem 0,7 kg? 1,008 t

8 Foram distribuídos 1 200 litros de uma substância líquida em frascos de 24 cm^3 cada um. Cada frasco, depois de cheio, tem 60 g. Quantas toneladas tem o total de frascos cheios dessa substância? 3 t

9 Um reservatório de água tem as seguintes dimensões internas: 1,20 m de comprimento, 80 cm de largura e 50 cm de altura. Sabendo que faltam 5 cm para encher totalmente esse reservatório, responda:

a) Quantos litros de água há no reservatório? 432 ℓ

b) Qual a massa, em quilogramas, da água que há no reservatório? 432 kg

10 Uma laje de concreto tem 20 m de comprimento, 8 m de largura e 0,25 m de altura. Nessas condições, responda:

a) Qual o volume de concreto que há nessa laje? 40 m^3

b) Se 1 m^3 de concreto tem 100 kg de massa, quantas toneladas tem essa laje? 4 t

Explorando
Medidas

Observe o equilíbrio da balança nas seguintes situações:

2 kg de açúcar equivalem a 4 vidros de chocolate.

1 pote de fermento equivale a 5 caixas de gelatina.

1 vidro de chocolate equivale a 2 potes de fermento.

1. Quantas caixas de gelatina seriam necessárias para equilibrar a balança abaixo? 40

2. Quantos gramas de chocolate contém o vidro abaixo? 500 g

3. Quantos potes de fermento "pesam" tanto quanto você? resposta pessoal

RETOMANDO o que aprendeu

1 Em um determinado dia, o grama do ouro estava cotado a R$ 10,40, de acordo com a Bolsa de Mercadorias de São Paulo. Nesse dia, qual seria o preço de uma barra de 2,5 kg de ouro? R$ 26 000,00

2 Uma laje é formada por 20 blocos de concreto. Cada bloco de concreto tem $1\frac{1}{4}$ t de massa. Qual é a massa da laje toda? 25 t

3 Se 1 m^3 de isopor tem 150 g de massa, qual é o volume de uma peça de isopor que tem uma massa de 1,2 kg? 8 m^3

4 Uma laje é formada por 28 blocos de concreto. Todos os blocos têm a mesma massa. Se a laje tem 42 t, quantos quilogramas tem cada bloco? 1 500 kg

5 Verificou-se que, nos últimos anos, a produção anual de uma certa matéria-prima vem dobrando, regularmente, a cada ano. Em 1995, a produção anual dessa matéria-prima foi de 125 kg. Em qual ano a produção anual será de 2 t? 1999

6 Estimativas do Instituto Brasileiro do Açúcar e do Álcool indicam que o preço da produção do açúcar, no Brasil, é de 200 dólares por tonelada. Supondo que no mês de janeiro de 1998 o valor do dólar tenha se mantido em R$ 1,12, qual o custo de produção de 1 kg de açúcar nesse mês? R$ 0,22

7 No interior de uma caixa estão 28 bolinhas de chumbo. Cada bolinha tem 0,25 g. Colocada a caixa com as bolinhas numa balança, esta indicou 7,35 kg. Quantos gramas tem a caixa sem as bolinhas? 0,35 kg

8 Helena comprou uma caixa com uma dúzia de pacotes de feijão. Em cada pacote, há 500 g de feijão. Se a família de Helena consome 1,5 kg de feijão por semana, em quantas semanas a quantidade de feijão que Helena comprou será consumida? 4 semanas

JORNAIS & REVISTAS

Computador você conhece de vários tipos, é lógico. E computador de mão, já viu algum?

Leia o informe a seguir, publicado pela revista *Globo Ciência* (julho/97), e conheça o *Cassiopéia*.

Computador de mão

Cabe na palma da mão e pesa só 380 gramas, com as baterias. Esse é o Cassiopéia, o novo handheld PC (computador de mão) da Casio. Ele opera no sistema Microsoft Windows e permite acesso remoto a e-mail, além de conexões via fax-modem. E o fabricante oferece o serviço Aula-Casio, com orientações sobre todos os recursos do equipamento. Informações, ☎(011) 3115-0355 ou na home page da Casio: www.casiobr.com.br

1. Se você colocasse o *Cassiopéia* num dos pratos de uma balança e no outro prato colocasse um pacote de um quilo de açúcar, quantos gramas teria que acrescentar no prato do *Cassiopéia* para deixar a balança em equilíbrio? 620 g

Veja o anúncio de uma balança para uso doméstico fabricada na Inglaterra.

Balança para cozinha

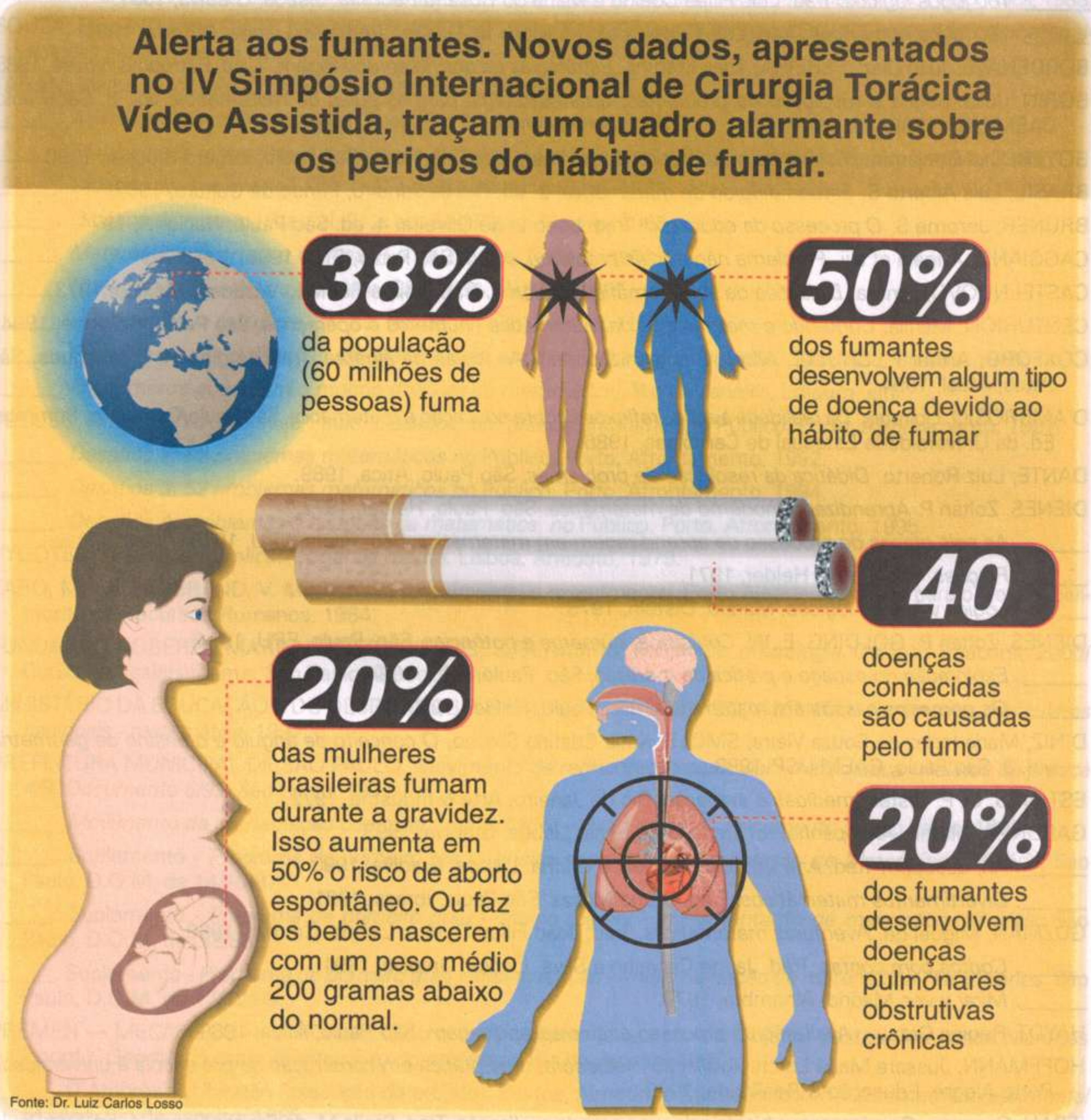
Fabricada na Inglaterra, a balança Aterraillon BRB 225, para uso doméstico, tem um desenho simples, capacidade para até 2 kg, indica o peso de 2 em 2 g e pode ser zerada entre a medida de um e outro ingrediente. Disponível na WMF, fone: ☎(011) 535-4871.

(Fonte: *Globo Ciência*, agosto/97 – ano 7 – nº 73.)

2. Quantas *Cassiopéias* conseguiríamos "pesar" nessa balança? 5 no máximo

Fumar é extremamente prejudicial à saúde.

Leia o artigo abaixo, que é um alerta aos fumantes, publicado pela Revista *Globo Ciência* em julho de 1997, ano 6, nº 72.



Alerta aos fumantes. Novos dados, apresentados no IV Simpósio Internacional de Cirurgia Torácica Vídeo Assistida, traçam um quadro alarmante sobre os perigos do hábito de fumar.

38% da população (60 milhões de pessoas) fuma

50% dos fumantes desenvolvem algum tipo de doença devido ao hábito de fumar

40 doenças conhecidas são causadas pelo fumo

20% das mulheres brasileiras fumam durante a gravidez. Isso aumenta em 50% o risco de aborto espontâneo. Ou faz os bebês nascerem com um peso médio 200 gramas abaixo do normal.

20% dos fumantes desenvolvem doenças pulmonares obstrutivas crônicas

Fonte: Dr. Luiz Carlos Losso

3. Suponha que um bebê tenha nascido com 2 350 g e que, em virtude de a mãe ser fumante, o seu peso esteja abaixo do normal. De acordo com o artigo, se a mãe fosse não-fumante, qual deveria ser o peso desse bebê? 2 550 g

4. Suponha que outro bebê, de uma mãe não-fumante, tenha nascido com 3 640 g. De acordo com o artigo, qual deveria ser o provável "peso" desse bebê se a mãe fosse fumante? 3 440 g

Bibliografia

ASOCIACIÓN DE MAESTROS ROSA SENSAT. *Didactica de los numeros enteros.* Madrid, Nuestra Cultura, 1980.

BERLOQUIN, Pierre. *100 jogos geométricos.* Trad. Luís Filipe Coelho e Maria do Rosário Pedreira. Lisboa, Gradiva, 1991.

______. *100 jogos lógicos.* Trad. Luís Filipe Coelho e Maria do Rosário Pedreira. Lisboa, Gradiva, 1991.

______. *100 jogos numéricos.* Trad. Luís Filipe Coelho e Maria do Rosário Pedreira. Lisboa, Gradiva, 1991.

BORDENAVE, Juan Díaz; PEREIRA, Adair Martins. *Estratégias de ensino-aprendizagem.* 7. ed. Petrópolis, Vozes, 1985.

BORIN, Júlia. *Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática,* vol. 6. São Paulo, CAEM-USP, 1995.

BOYER, Carl Benjamin. *História da matemática.* 2. ed. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blücher, 1996.

BRASIL, Luís Alberto S. *Estudo dirigido de matemática.* 2. ed. Rio de Janeiro, Fundo de Cultura, 1967.

BRUNER, Jerome S. *O processo da educação.* Trad. Lobo L. de Oliveira. 4. ed. São Paulo, Nacional, 1974.

CAGGIANO, Angela et alii. *Problema não é mais problema,* vol. 4. São Paulo, FTD, 1996.

CASTELNUOVO, Emma. *Didactica de la matemática moderna.* Trad. Felipe Robledo Vázques. México, 1973.

CENTURIÓN, Marília. *Conteúdo e metodologia da matemática - números e operações.* São Paulo, Scipione, 1994.

COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. (organizadores). *As idéias da álgebra.* Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo, Atual, 1994.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Da realidade à ação - reflexões sobre educação e matemática.* São Paulo/Campinas, Summus/Ed. da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

DANTE, Luiz Roberto. *Didática da resolução de problemas.* São Paulo, Ática, 1989.

DIENES, Zoltan P. *Aprendizado moderno de matemática.* São Paulo, Helder, 1972.

______. *As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática.* São Paulo, EPU, 1975.

______. *Frações.* São Paulo, Helder, 1971.

______. *Lógica y juegos lógicos.* Madrid, Distein, 1975.

DIENES, Zoltan P.; GOLDING, E. W. *Conjuntos, números e potências.* São Paulo, EPU, 1974.

______. *Exploração do espaço e prática da medição.* São Paulo, EPU, 1984.

______. *Os primeiros passos em matemática.* São Paulo, Helder, 1969.

DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira; SMOLE, Kátia Cristina Stocco. *O conceito de ângulo e o ensino de geometria,* vol. 3. São Paulo, CAEM-USP, 1993.

ESTEVES, O. P. *Testes, medidas e avaliação.* Rio de Janeiro, Arte & Indústria, 1972.

GARDNER, Martin. *Ah, apanhei-te!* Trad. Jorge Lima. Lisboa, Gradiva, 1993.

______. *Ah, descobri!* Trad. Ana Cristina dos Reis e Cunha. Lisboa, Gradiva, 1990.

______. *Divertimentos matemáticos.* Trad. Bruno Mazza. São Paulo, Ibrasa, 1961.

GUZMÁN, Miguel de. *Aventuras matemáticas.* Trad. João Filipe Queiró. Lisboa, Gradiva, 1990.

______. *Contos com contas.* Trad. Jaime Carvalho e Silva. Lisboa, Gradiva, 1991.

______. *Mirar y ver.* Madrid, Alhambra, 1977.

HAYDT, Regina Cazaux. *Avaliação do processo ensino-aprendizagem.* São Paulo, Ática, 1988.

HOFFMANN, Jussara Maria Lerch. *Avaliação mediadora: uma prática em construção da pré-escola à universidade.* Porto Alegre, Educação & Realidade, 1993.

IFRAH, Georges. *Os números: a história de uma grande civilização.* Trad. Stella M. de Freitas Senra. 4. ed. São Paulo, Globo, 1992.

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (organizadores). *Aprendendo e ensinando geometria.* Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo, Atual, 1994.

MACHADO, Nilson José. *Matemática e língua materna.* São Paulo, Cortez, 1990.

MATAIX, Mariano Lorda. *Divertimentos lógicos y matemáticos.* Barcelona, Marcombo, 1979.

______. *El discreto encanto de las matemáticas.* Barcelona, Marcombo, 1988.

______. *Nuevos divertimentos matemáticos.* Barcelona, Marcombo, 1982.

OCHI, Fusako Hori; PAULO, Rosa Monteiro; YOKOYA, Joana Hissae; IKEGAMI, João Kazuwo. *O uso de quadriculados no ensino de geometria,* vol. 1. São Paulo, CAEM-USP, 1992.

PERELMÁN, Y. *Matemáticas recreativas*. Trad. F. Blanco. 6. ed. Moscou, Mir, 1985.

PIAGET, Jean. *Fazer e compreender matemática*. São Paulo, Melhoramentos, 1978.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*. Trad. Heitor Lisboa de Araujo. Rio de Janeiro, Interciência, 1978.

RATHS, Louis E. *et alii*. *Ensinar a pensar*. São Paulo, Herder/Edusp, 1972.

ROCHA-FILHO, Romeu C. *Grandezas e unidades de medida - o sistema internacional de unidades*. São Paulo, Ática, 1988.

SOUZA, Eliane Reame; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira; PAULO, Rosa Monteiro; OCHI, Fusako Hori. *A matemática das sete peças do tangram*, vol. 7. São Paulo, CAEM-USP, 1995.

TAHAN, Malba. *A lógica na matemática*. São Paulo, Saraiva, 1966.

______. *As maravilhas da matemática*. 5. ed. Rio de Janeiro, Bloch, 1983.

______. *Diabruras da matemática: problemas curiosos e fantasias aritméticas*. 2. ed. São Paulo, Saraiva, 1966.

______. *Didática da matemática*. vol. 1. 2. ed. São Paulo, Saraiva, 1965.

______. *Didática da matemática*. vol. 2. 2. ed. São Paulo, Saraiva, 1965.

______. *Matemática divertida e curiosa*. Rio de Janeiro, Record, 1991.

______. *Matemática divertida e delirante*. São Paulo, Saraiva, 1965.

______. *O homem que calculava*. 34. ed. Rio de Janeiro, Record, 1989.

______. *O problema das definições em matemática: erros, dúvidas e curiosidades*. São Paulo, Saraiva, 1965.

______. *Os números governam o mundo (folclore da matemática)*. Rio de Janeiro, Ediouro, s/d.

VELOSO, Eduardo; VIANA, José Paulo. *Desafios: um ano de problemas no* Público. Porto, Afrontamento, 1991.

______. *Desafios 2: 52 problemas matemáticos no* Público. Porto, Afrontamento, 1992.

______. *Desafios 3: 52 problemas matemáticos no* Público. Porto, Afrontamento, 1994.

______. *Desafios 4: problemas e histórias da matemática no* Público. Porto, Afrontamento, 1995.

VYGOTSKY, Lev S. *A formação social da mente*. Lisboa, Antídoto, 1979.

ZARO, M.; HILLERBRAND, V. *Matemática instrumental e experimental*. Porto Alegre, Fundação para o Desenvolvimento de Recursos Humanos, 1984.

FUNDAÇÃO ROBERTO MARINHO/FIESP/CIESP/SESI/SENAI/IRS. *Mecânica: metrologia*. Coleção Telecurso 2000/ Curso Profissionalizante. São Paulo, Globo, 1996.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO/SECRETARIA DO ENSINO FUNDAMENTAL. *Parâmetros curriculares nacionais - matemática*. 1997.

PREFEITURA MUNICIPAL DE SÃO PAULO. *Movimento de reorientação curricular - matemática - Relatos de prática 4/8, Documento 6/92*. São Paulo. 1992.

______. *Movimento de reorientação curricular - matemática - Visão de área - Documento 5*. São Paulo, 1992.

______. Suplemento - *Programa de primeiro grau - ensino regular - implementação de Matemática 5ª série*. São Paulo, D.O.M. de 14/10/87.

______. Suplemento - *Programa de primeiro grau - ensino regular - implementação de matemática 6ª série*. São Paulo, D.O.M. de 3/8/88.

______. Suplemento - *Programa de primeiro grau - ensino regular - implementação de matemática 7ª e 8ª séries*. São Paulo, D.O.M. de 17/12/88.

PREMEN — MEC/IMECC — UNICAMP. D'Ambrosio, Ubiratan (execução do projeto); Bastos, Almerindo Marques (coord.). *Geometria experimental: livro do professor*. Rio de Janeiro, 1985.

______. D'Ambrosio, Ubiratan (execução do projeto); Bastos, Almerindo Marques (coord.). *Geometria experimental 5ª série*. Rio de Janeiro, 1885.

SCHOOL MATHEMATICS STUDY GROUP. *Matemática: curso ginasial*. vol. I. Trad. Lafayette de Moraes, Lydia Condé Lamparelli e colaboradores. São Paulo, EDART, 1967.

______. *Matemática: curso ginasial*. vol. II. Trad. Lafayette de Moraes. São Paulo, EDART, 1967.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. *Proposta curricular para o ensino de matemática - 1º grau*. 4. ed. São Paulo, SE/CENP, 1991.

______. *Experiências matemáticas: 5ª série*. São Paulo, SE/CENP, 1994.

______. *Experiências matemáticas: 6ª série*. São Paulo, SE/CENP, 1994.

______. *Experiências matemáticas: 7ª série*. São Paulo, SE/CENP, 1994.

______. *Experiências matemáticas: 8ª série*. São Paulo, SE/CENP, 1994.

Respostas dos exercícios

Unidade 1

Página 12

1. a) sim
    b) cinco; 5
3. sete
4. símbolos indo-arábicos ou algarismos
5. zero; 0
6. três

Página 14

1. a) 24 e 26
    b) 60 e 62
    c) 98 e 100
    d) 898 e 900
    e) 1 000 e 1 002
    f) 9 099 e 9 101
    g) 12 998 e 13 000
    h) 10 000 e 10 002
2. 48
3. 19
4. a) oito
    b) sim; o 1 009
    c) 100 000
    d) 209, 701, 1 009

Unidade 2

Página 22

1. sistema de numeração decimal
2. a) 60
    b) 6 000 000
    c) 60 000
    d) 600
3. a) 13
    b) 19
    c) 8
4. a) 968
    b) 3 473
    c) 4 050
    d) 52 731
    e) 2 500 000
5. 257, 275, 527, 572, 725, 752
6. 2 221
7. quatro números: 123, 345, 567 e 789
8. 12 números
9. dois milhões, cento e seis mil, quinhentos e sessenta e cinco
10. a) 12 402   c) 113 131
    b) 7 150   d) 1 101 001
11. 26 410

Página 24

1. sete símbolos
2. até o século XIII
3. não
4. até 2000, século XX; a partir de 2001, século XXI
5. XVIII
6. CXI
7. a) LXIII
    b) XLIX
    c) CCCXXXIII
    d) CLXXV
    e) DX
    f) CMLXII
8. 27
9. a) 72   c) 95
    b) 124   d) 631

Explorando

Página 25

1. a) um milhão, quatrocentos e noventa e três mil, cento e dezenove reais.
    b) 1 087 598; um milhão, oitenta e sete mil, quinhentos e noventa e oito
    c) É o número de consultas ao SPC em agosto/97.

Unidade 3

Página 31

1. 733
2. 1 414 pessoas
3. 28 771 quilômetros
4. a) 3 320 metros
    b) 5 890 metros
5. a) 8h 05min
    b) 9h 45min
6. 289 719 eleitores
7. 2 260 alunos
8. a) 113 alunos
    b) 128 pessoas
9. 319 246 peças
10. 23 516 730
11. 147 m
12. a) Guto, pois marcou 33 080 pontos.
    b) Bete, que marcou 24 720 pontos.
13. a) 41 alunos
    b) 43 alunos
    c) 158 alunos

Página 34

1. comutativa
2. associativa
3. sim; a propriedade comutativa
4. $n = 40$
5. a) 2 000
    b) comutativa
6. a) 1 500
    b) associativa
7. a) comutativa
    b) 80

Página 36

1. 11 938 reais
2. 159 m^3
3. 1825
4. 1 116 unidades
5. 1 206 alunos
6. 720 unidades
7. 45 min
8. A equipe *B*, que tem 31 pontos de saldo sobre 28 pontos de saldo da equipe *A*.
9. 17 447 789 habitantes
10. 452 metros

Página 38

1. não
2. $10 - 20$
3. $x \neq y$
4. diferentes
5. a) 875   c) ?
    b) ?   d) 0

Página 38

1. 283
2. $n = 130$
3. a) $x = 200$
    b) $x = 420$
4. a) $n = 136$ c) $n = 0$
    b) $n = 38$ d) $n = 85$
5. 153
6. 308

Página 40

1. 32
2. $40-25-12+10-7+8=14$
3. $50 - (10 + 25) - 1$
4. 270
5. $50 - (71 - 37 + 6)$
6. a) $a < b$
    b) $a < c$
    c) $b > c$

Página 42

1. a) 3×750 c) 5×63
    b) $2 \times 1\,320$ d) 7×12
2. 2 142
3. 1 134 reais
4. 825 metros
5. a) 250 reais
    b) 750 reais
6. São 12 opções diferentes.
7. 552 quilômetros
8. 559 azulejos
9. a) 5 980 litros
    b) 299 000 litros

Página 45

1. comutativa
2. associativa
3. distributiva
4. $a = 72$, $b = 53$; distributiva
5. a) 3 320   b) 540
6. a) $n = 21$
    b) $n = 1$
    c) $n = 28$

Página 47

1. 4
2. 176
3. $a = 16$; $b = 32$; $a \neq b$
4. a) $a < b$
    b) $c > a$
    c) $b < c$
5. $(12 + 8) \times 5$
6. 0
7. $(20 - 3 \times 6) \times 2$
8. 51
9. $a > b$
10. $(7 - 3) \times (8 - 5)$

Página 49

1. 14 poltronas
2. 63 garrafões
3. 25 voltas
4. 46 papéis; restará 1
5. 24 horas
6. a) 235
    b) 25
    c) quociente 235 e resto 26
7. 13 reais
8. 12 páginas
9. 37 grupos
10. 27 cupons; sobraram 2 reais
11. 82 toneladas
12. 11 viagens
13. 31 latas

Página 51

1. 8 : 0
2. 12 : 24
3. Helena
4. Sim, pois o dividendo e o divisor foram multiplicados pelo mesmo número, 4.
5. $n = 20$
6. 5
7. a) *V*   c) *V*
    b) *F*   d) *V*

Página 52

1. a) $8 \times 3 = 24$
    b) $7 \times 5 = 35$
    c) $10 \times 8 = 80$
    d) $9 \times 18 = 162$
2. $n = 15 \times 26$

3. 765
4. 119
5. 215 laranjas
6. a) n = 65
  b) n = 181
  c) n = 1 610
7. 144

Página 54

1. 12
2. 81
3. a) a = b
  b) a > c
  c) b > c
4. $x = 4$, $y = 1$; $x \neq y$
5. a) $4 + 1 = 5$
  b) não
  c) $4 : 1 = 4$
  d) 4 vezes
  e) não
6. 6
7. $a = 8$, $b = 18$; $a \times b = 144$
8. 0
9. $20 + (40 - 30) : 5$

Página 57

1. 3 938 candidatos
2. 27 reais
3. 28 páginas
4. 97 e 78
5. 162 reais
6. 3 reais
7. 45 anos e 25 anos
8. 39 pontos
9. 250 reais
10. 107 reais
11. 100 cartelas
12. a) 5 lances livres
  b) 12 pontos
  c) 10 pontos
  d) 27 pontos
13. 125
14. 40 reais
15. 528 reais
16. 2 040 metros
17. 4 reais
18. 131 centímetros

Página 62

1. $5 \times 5 \times 5 \times 5$ ou 5^4
2. 20^9
3. 4×4 ou 4^2
4. 2^3
5. $32^2 = 1\,024$
6. a) 32 g) 729
  b) 343 h) 128
  c) 169 i) 1
  d) 1 j) 729
  e) 1 l) 1 000 000
  f) 0 m) 2 500
7. a) < c) <
  b) > d) <
8. 3^4 (81) $\neq$ 4^3 (64); a potenciação não é comutativa

9. 3
10. 5
11. a) 5 625
  b) 125 000
12. sim
13. x = 10
14. a) 10^3
  b) 10^5
  c) 10^9
  d) 10^8
15. a) $4 \cdot 10^5$ km
  b) $2 \cdot 10^8$ habitantes
16. a) quarenta milhões
  b) novecentos mil
  c) um milhão
  d) dois mil
17. $3 \cdot 10^8$ metros = 300 000 000 metros = 30 000 quilômetros

Página 64

1. a) 6
  b) a raiz quadrada
2. a) 2 c) 8
  b) 7 d) 11
3. a) 12 b) 15
4. 9, 16, 36, 49 e 64

Página 65

1. a = b
2. 10
3. 1 023
4. 0
5. 197
6. $10^2 + 5^2 = 100 + 25 = 125$
7. 16
8. 2
9. $\sqrt{16} = 4$

Retomando o que aprendeu

Página 66

1. 1 748 reais
2. a) 1 260 vezes
  b) 2 520 vezes
  c) 630 vezes
  d) 1 890 vezes
3. 18
4. 90
5. 8 fileiras
6. 2 frascos
7. 10
8. 30 000 reais

Explorando

Página 67

1. a) 1 996; 850 casas
  b) 450 casas
  c) 2 850 casas
2. a) 1 960
  b) $1\,960 : 10 = 196$
  c) Uma resposta possível é substituir as 6 mangas por 6 pêssegos.

Unidade 4

Página 73

1. a) não c) não
  b) não d) sim
2. sim
3. verdadeira
4. 45, 54, 72, 81, 99
5. a) sim d) sim
  b) sim e) não
  c) sim f) sim
6. certa
7. 42 anos
8. 555
9. 6
10. sim; 8 caixas
11. 9
12. 6 grupos de 10 equipes, 5 grupos de 12 equipes ou 4 grupos de 15 equipes.

Página 77

1. a) 1 102, 2 202, 3 024, 1 128, 4 044
  b) 2 202, 3 024, 6 003, 1 128, 4 044, 5 031
2. 2 202, 3 024, 1 128, 4 044
3. a) 1 002, 1 004, 1 006, 1 008
  b) 1 002, 1 005, 1 008
  c) 1 002, 1 008
4. a) 259, 295, 529, 592, 925, 952
  b) 592 e 952
  c) nenhum deles
5. a) sim b) 1, 4 ou 7
6. a) 100
  b) 102
  c) 102
7. a) 502
  b) 501
  c) 504

Página 79

1. a) 432, 516, 1 100, 4 008, 100 700
  b) 432, 516, 825, 4 008
  c) 432, 516, 1 100, 4 008, 100 700
  d) 432, 4 008
2. 3 000, 3 003, 3 030, 3 300, 3 303, 3 330, 3 033, 3 333
  a) 3 000 e 3 300
  b) 3 000
3. a) 4 008, 4 308
  b) 4 008, 4 108, 4 208, 4 308, 4 408
  c) 4 008, 4 208, 4 408
  d) 4 008, 4 308
4. verdadeira
5. a) sim c) não
  b) sim d) 4
6. 996

Página 81

1. a) 3 465, 6 120
  b) 5 648, 6 120, 8 976
  c) 3 465, 6 120
  d) 6 120

2. 2 670
3. a) não b) 3
4. a) 6 000, 7 500, 9 000
  b) 6 000, 7 500, 9 000
  c) 6 000, 9 000
  d) 9 000
  e) 9 000

Página 82

1. a) {1, 3, 9}
  b) {1, 13}
  c) {1, 3, 7, 21}
  d) {1, 2, 4, 8, 16, 32}
2. a) 2 d) 3, 5, 9
  b) 2, 3, 6, 9 e) 2, 3, 6, 9
  c) 5 f) 2, 5, 10
3. a) não c) sim
  b) sim d) não
4. 96
5. 1, 2, 4, 11, 22, 44
6. 1 e 5
7. sim
8. a) 2, 14
  b) 5, 35
  c) 1, 7
9. 30 anos
10. A = {1, 2, 3, 6, 9, 18}
  B = {1, 3, 9, 27}
  C = {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}
  a) 1, 3, 9
  b) 9
  c) 1, 2, 3, 6, 9, 18
  d) 18
  e) 1, 3, 9
  f) 9
11. a) sim c) sim
  b) não d) não

Página 85

1. 1, 7, 49
2. não
3. a) 31, 37 d) um
  b) 3, 13 e) dois
  c) 2, 3, 5
4. 47, 83, 97
5. a) 1, 3, 5, 9, 15, 45
  b) são dois: 3 e 5
6. 63 não é número primo.
7. 41 é número primo.
8. a) é primo
  b) não é primo
  c) é primo
  d) não é primo

Página 87

1. a) 3×17
  b) 5×13
  a) 7×11
2. $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$ ou $2^3 \times 7$
3. não
4. alternativas *b*, *c* e *d*
5. a) $2^4 \times 3$ f) $2^2 \times 3 \times 11$
  b) 2×5^2 g) $2 \times 3 \times 5 \times 7$
  c) $2^4 \times 5$ h) $2^2 \times 3^3 \times 5$
  d) $3^2 \times 11$ i) $2 \times 3^2 \times 13$
  e) $2^2 \times 3^3$

6. a) $2^2 \times 3 \times 5$
b) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60
7. $2^3 \times 5^3$
8. 4
9. a) m = 2, n = 3, p = 1
b) 6
10. $n = 3^4$
11. a) 2 420
b) 364
c) 459

Página 90

1. 18
2. a) 25 e) 14
b) 14 f) 84
c) 50 g) 13
d) 45 h) 72
3. 96
4. a) 180
b) 2 520
c) 900
5. em m: 3
em m: 2^3
6. 48
7. a) 24 b) 22
8. 18 centímetros
9. 4 × 15 = 60
10. 35 e 70

Página 92

1. a) sim
b) não
c) não
2. 1 e 17
3. 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
4. 0, 15, 30, 45, 60, 75
5. 18, 36, 54, 72, 90
6. 494
7. 507
8. 513 (o menor)
988 (o maior)
9. 1 e 71
10. 5
11. a) A = {0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135}
b) B = {0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160,180}
c) 60
12. por exemplo: 2, 3, 5
13. 3
14. a) Não, pois 1 500 não é divisível por 400.
b) Não, pois 22 não é divisível por 4.
c) 1992, 1996 e 2000
d) 2004

Página 96

1. a) 210 b) 360 c) 600
2. a) 1 260 b) 60 c) 630
3. m = 3, n = 4
4. a) 150 d) 540
b) 180 e) 720
c) 1 122
5. 40 alunos
6. 120 segundos
7. 2 405
8. 20 dias
9. 12
10. 300 laranjas
11. 60 segundos

Página 97

1. 60
2. 72
3. 16 800
4. 96

Retomando o que aprendeu

Página 98

1. 8 casas
2. 12
3. 3 números: 270, 540 e 810
4. 72
5. 5 voltas
6. 50 centímetros
7. 144 anos
8. 25 voltas

Unidade 5

Página 104

1. a) 5 b) $\frac{1}{5}$
2. $\frac{1}{12}$
3. $\frac{1}{2}$
4. a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{10}$
5. $\frac{1}{8}$
7. a) 8 b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{4}{8}$
8. a) $\frac{1}{6}$ b) 5 c) $\frac{5}{6}$
9. a) $\frac{7}{8}$; $\frac{1}{8}$
b) $\frac{3}{10}$; $\frac{7}{10}$
c) $\frac{7}{12}$; $\frac{5}{12}$
10. $\frac{3}{5}$
11. $\frac{6}{12}$

Página 107

1. 18
2. 60 alunos
3. 200 metros
4. a) 5 motos
b) 30 carros
5. 34 pontos
6. 20 carros
7. a) 14 alunos
b) 28 alunos
8. 1º colocado: 300 reais
2º colocado: 200 reais
3º colocado: 100 reais

Página 110

1. a) dois sétimos
b) cinco oitavos
c) sete décimos
2. a) 36 c) 9 450
b) 324 d) 1 650
3. 750 gramas
4. 40ª volta
5. a) 2 016 votos
b) 1 890 votos
c) 1 134 votos
6. 376 votos
7. 500 votos
8. a) 9 arremessos
b) 6 arremessos
c) 39 pontos
9. a) 9 c) 15
b) 12 d) 8

Página 113

1. sim
2. resposta pessoal
3. falsa
4. $\frac{8}{4}$; $\frac{2}{1}$; $\frac{4}{2}$
5. $\frac{5}{9}$; própria
6. $\frac{6}{3} = 2$
7. $\frac{11}{2}$
8. resposta pessoal

Página 115

1. $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$
2. 8 quadradinhos
3. sim
4. a) sim c) sim
b) não d) sim
5. a) $\frac{4}{10}$ b) $\frac{20}{50}$ c) $\frac{40}{100}$
6. $\frac{1}{2} = \frac{10}{20}$, $\frac{5}{4} = \frac{25}{20}$,
$\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$, $\frac{9}{10} = \frac{18}{20}$
7. a) $\frac{15}{27}$ b) $\frac{44}{12}$
8. a) x = 18 d) x = 4
b) x = 33 e) x = 49
c) x = 16 f) x = 3

Página 117

1. a) $\frac{20}{25}$ b) $\frac{4}{5}$
2. a) $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{3}$
b) $\frac{4}{12}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{10}{8}$
3. $\frac{2}{5}$
4. $\frac{3}{4}$
5. a) 21 b) $\frac{5}{3}$
6. a) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{3}{2}$
b) $\frac{2}{3}$ e) 2
c) $\frac{5}{11}$ f) $\frac{2}{3}$

Página 119

a) $\frac{5}{20}$, $\frac{4}{20}$
b) $\frac{4}{24}$, $\frac{3}{24}$
c) $\frac{9}{24}$, $\frac{20}{24}$, $\frac{14}{24}$
d) $\frac{27}{36}$, $\frac{10}{36}$, $\frac{8}{36}$, $\frac{6}{36}$
e) $\frac{30}{70}$, $\frac{28}{70}$, $\frac{45}{70}$, $\frac{77}{70}$
f) $\frac{21}{60}$, $\frac{16}{60}$, $\frac{54}{60}$, $\frac{22}{60}$

Página 120

1. a) 9% c)31%
b) 25% d) 200%
2. 75%
3. 1 650 pessoas
4. a) $\frac{8}{100}$ c) $\frac{43}{100}$
b) $\frac{19}{100}$ d) $\frac{120}{100}$
5. $\frac{4}{5}$
6. 9 250 reais
7. 50%
8. a) 2 100 eleitores
b) 32 900 eleitores

Explorando

Página 121

a) 17,7% c) 6,5
b) 1 065 880 d) 64°

Página 124

1. a) > c) <
b) < d) >
2. Bia
3. Cristina

4. a) $\frac{7}{4} > \frac{8}{5}$

b) $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

c) $\frac{19}{21} < \frac{13}{14}$

d) $\frac{5}{6} < \frac{8}{9}$

5. lote *A*

6. alternativa *c*

Explorando

Página 124

a) Juca b) Beto c) Pedro

Página 129

1. a) $\frac{3}{7} + \frac{3}{7} = \frac{6}{7}$

b) $\frac{5}{12} + \frac{6}{12} = \frac{11}{12}$

2. a) $\frac{7}{9} - \frac{3}{9} = \frac{4}{9}$

b) $\frac{7}{7} - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$

3. a) $\frac{8}{9}$ c) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{5}{8}$ d) $\frac{2}{5}$

4. 0

5. a) $\frac{7}{12}$ c) $\frac{33}{10}$

b) $\frac{11}{8}$ d) $\frac{22}{18} = \frac{11}{9}$

6. $\frac{4}{11}$

7. $\frac{13}{20}$

8. $\frac{16}{15}$

9. $\frac{5}{18}$

10. $\frac{2}{5}$

11. sim

12. $\frac{19}{24}$

Página 131

1. a) $4\frac{1}{5}$ c) $3\frac{3}{10}$

b) $5\frac{2}{3}$ d) $7\frac{1}{2}$

2. a) $\frac{21}{4}$ c) $\frac{17}{3}$

b) $\frac{31}{3}$ d) $\frac{17}{10}$

3. $\frac{3}{10}$

4. $27\frac{5}{6}$ quilômetros

5. $\frac{5}{6}$

6. $9\frac{11}{12}$ quilômetros

Página 134

1. a) $\frac{12}{5}$ d) 10

b) $\frac{8}{9}$ e) 5

c) $\frac{1}{2}$ f) $\frac{22}{3}$

2. a) $\frac{4}{21}$ f) $\frac{1}{10}$

b) $\frac{21}{16}$ g) $\frac{2}{15}$

c) $\frac{1}{3}$ h) $\frac{10}{3}$

d) $\frac{11}{7}$ i) $\frac{1}{2}$

e) $\frac{6}{5}$ j) 20

3. $\frac{1}{2}$

4. 63 quilômetros

5. a) $20\frac{2}{5}$ quilos

b) $5\frac{1}{10}$ quilos

6. $\frac{1}{5}$ das aulas

7. $\frac{1}{8}$

8. a) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{10}{3}$

b) $\frac{10}{3}$ d) $\frac{11}{8}$

9. $\frac{5}{4}$

Página 138

1. $\frac{7}{4}$: inverso de $\frac{4}{7}$

2. 10

3. $\frac{4}{15}$

4. 6

5. a) 20 f) $\frac{1}{20}$

b) 14 g) $\frac{4}{5}$

c) 8 h) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{4}{9}$ i) 0

e) $\frac{5}{16}$

6. 4 copos

7. 620 pacotes

8. $\frac{3}{5}$ o metro

9. a) $\frac{1}{7}$ c) $\frac{7}{5}$

b) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{3}$

10. a) $\frac{4}{3}$ b) 0

11. 8 pacotes

12. $\frac{1}{2}$

13. a) $\frac{15}{4}$ b) 2

Página 140

1. a) $\frac{1}{4}$ g) $\frac{4}{9}$ m) 1

b) $\frac{1}{8}$ h) $\frac{1}{16}$ n) $\frac{7}{11}$

c) $\frac{1}{16}$ i) $\frac{25}{9}$ o) $\frac{25}{36}$

d) $\frac{1}{64}$ j) 1 p) $\frac{64}{27}$

e) $\frac{1}{9}$ l) $\frac{25}{144}$

f) $\frac{1}{27}$

2. 1

3. $y > x$

4. a) $\frac{28}{27}$ c) $\frac{1}{14}$

b) $\frac{1}{15}$ d) $\frac{1}{4}$

5. a) vermelho e amarelo
b) azul
c) verde

Página 141

1. $\frac{1}{3}$; raiz quadrada

2. $\frac{3}{4}$

3. raiz quadrada

4. $\frac{11}{10}$

5. a) azul
b) vermelho

6. $\frac{5}{4}$

Página 147

1. a) 30 partidas
b) 5 partidas
c) 61 pontos

2. a) 1 125 m^2
b) 1 875 m^2

3. a) 300 alunos
b) 80 alunos
c) 100 alunos

4. 1 500 metros

5. a) 40 dias
b) 16 dias

6. a) $\frac{3}{8}$
b) 40 litros
c) 15 litros
d) 16 latas

7. 100 quilômetros
35 quilômetros

8. a) 35 alunos
b) 25 alunos

9. a) 30 jogos
b) 18 jogos
c) 10 jogos
d) 46 pontos

10. a) 840 alunos
b) 735 alunos
c) 525 alunos
d) 210 alunos

11. 24 jogadores

12. a) $\frac{1}{8}$
b) 1 200 alunos
c) 900 alunos
d) 300 alunos

13. a) 180 eleitores
b) 171 eleitores
c) 285 eleitores
d) 2 052 votos; 912 votos
e) 1 140 votos

Explorando

Página 149

2. 12 m

3. $\frac{1}{2}$

4. 24 m

5. 12 m; $\frac{1}{4}$

Retomando o que aprendeu

Página 150

1. 500 rotações

2. $\frac{1}{5}$

3. entre 5 e 6

4. 17 kg

5. $\frac{3}{32}$

6. 7

7. 64 pontos

8. $\frac{1}{12}$

Unidade 6

Página 160

1. a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{1}{100}$
2. $\frac{50}{100} = 0,50$
3. a) três c) centésimos
b) um d) 3
4. 4,15
5. a) 9,2 d) 0,77
b) 0,92 e) 0,7
c) 7,7 f) 0,07
6. $\frac{175}{100} = 1,75$
7. $\frac{2}{100} = 0,02$
8. a) $\frac{13}{10}$ e) $\frac{85}{1\,000}$
b) $\frac{13}{100}$ f) $\frac{3}{10}$
c) $\frac{13}{1\,000}$ g) $\frac{247}{100}$
d) $\frac{4\,002}{1\,000}$ h) $\frac{135}{1\,000}$
9. a) $\frac{11}{5}$ d) $\frac{12}{5}$
b) $\frac{11}{25}$ e) $\frac{5}{2}$
c) $\frac{1}{4}$ f) $\frac{33}{5}$
10. errou; $\frac{31}{1\,000}$

Página 162

1. a) quatro inteiros e vinte e cinco centésimos
b) três inteiros e oito décimos
c) um inteiro e duzentos e seis milésimos
d) treze inteiros e três décimos
e) vinte e sete milésimos
f) quatro décimos
2. a) 9,4 e) 0,9
b) 6,32 f) 2,04
c) 8,213 g) 0,22
d) 5,1 h) 0,033

Página 164

1. a) sim
b) $1,50 = 1,5$
2. 2,03; 2,030; 2,0300
3. a) = d) =
b) = e) ≠
c) ≠ f) =
4. 5,01; 5,0100 e 5,01000

Página 165

1. O segundo, pois $2,2 > 2,08$.
2. a) 3,7; 7,01; 3,016; 10,01; 1,0004
b) 0,605; 0,28; 0,095
c) 0,605
d) 0,095
3. A primeira, pois $75,2 > 75,18$.
4. a) 0,016; 0,405; 0,057
b) 0,98; 0,71
c) 1,02; 1,1
5. a) < c) < e) >
b) > d) > f) >
6. Paula, Renata, Ana Maria, Cecília

Página 166

1. a) 16,1 e) 0,423
b) 1,315 f) 1,906
c) 4,27 g) 2,23
d) 7,969 h) 4,392
2. 4,14 m
3. 2,62 m
4. 109,475 km
5. menor, pois $0,99 < 1$
6. 1,105
7. a) 6,202 c) 0,0335
b) 7,943 d) 2,211
8. Não seria possível, pois haveria um excesso de 724,5 quilogramas.
9. 36,055

Página 170

1. a) 10,8 c) 9,2
b) 57,2 d) 2,9
2. a) $n = 10$
b) $n = 100$
c) $n = 100$
3. 225 m
4. a) 33,5 e) 32,76
b) 105,3 f) 10,53
c) 9,45 g) 2,6
d) 22 h) 33,88
5. a) 2,205 b) 1,44 c) 14,2
6. 56,25 m
7. 25,12 s
8. 12,25 unidades de área
9. 4,29 kg
10. 13,05 m
11. 200,8 cm
12. 493 m^2
13. a) 1,25 d) 2,308
b) 4,12 e) 1,687
c) 131,7 f) 0,92
14. a) $n = 0,1$ c) $n = 9$
b) $n = 417$ d) $n = 0,001$
15. a) 2,8 c) 11,708
b) 15,283 d) 0,0622
16. 3,472
17. a) 98 c) 120
b) 748 d) 360

Página 171

1. a) 0,03 d) 0,42
b) 0,16 e) 0,55
c) 0,21 f) 1,50
2. R$ 1 127,00
3. a) 1 703,4 b) 3 000
4. 357 telhas
5. a) 14,28 m^2 b) 2,52 m^2
6. 0,032

Página 176

1. a) 3,95 d) 2,102
b) 6,42 e) 0,27
c) 1,1 f) 0,843
2. 10
3. 0,57 m
4. a) 10 b) 27 c) 10
5. a) 5,3 d) 1,2
b) 1,45 e) 1,53
c) 0,12 f) 6,6
6. 8,3 litros
7. 2,3
8. 2,5 kg
9. 11,5
10. a) 118 f) 80
b) 6,25 g) 17
c) 2,5 h) 12,5
d) 10 i) 2,03
e) 0,05 j) 20
11. 200 milhas
12. sim
13. $p = 0,9$
14. a) 25 d) 6,7
b)15,3 e) 1,44
c) 20
15. 0,03
16. a) 18 metros b) 200 peças
17. 150 minutos
18. a) 5 b) 10 vezes

Página 178

1. a) 12,16 d) 0,303
b) 4,1 e) 2,1
c) 1,571
2. a) 3,71 d) 3,78
b) 5,16 e) 10,85
c) 6,54 f) 9,17

Página 179

1. a) 1,75 e) 1,111...
b) 0,375 f) 0,85
c) 5,1666... g) 3,25
d) 5,5 h) 0,4545...
2. 4,25; 425%
3. 1,666...; é dízima periódica
4. 0,252525...
5. 53
6. 1,125; não é dízima periódica

Página 180

1. a) 13,69 f) 16,81
b) 0,216 g) 3,375
c) 6,25 h) 3,02
d) 0,0081 i) 0,00001
e) 1 j) 1,0404
2. 0,064 e falta 0,936
3. a) 2,25 b) 4,41
4. 0,0025
5. 1
6. $a > b$
7. 0,255
8. a) 10 e) 4,79
b) 5 f) 0,8
c) 0,7 g) 15,16
d) 0,04 h) 0,00018
9. 0,4

Retomando o que aprendeu

Página 181

1. 49 garrafas
2. 0,072
3. 13,68 km
4. 4,75
5. indústria *A*
6. O correto é a alternativa *b*.
7. 0,625
8. 236 centímetros

Explorando

Página 182

1. 32,03 g; 19,8 g
2. 1,62
3. gás natural; polui menos
4. 10,26

Unidade 7

Página 188

1. resposta pessoal
2. a) ponto
b) plano
c) reta
3. a) cabeça de parafuso
b) uma corda esticada, encontro de duas paredes
c) porta de geladeira, superfície de uma piscina, uma parede

Página 190

1. a) figura geométrica não-plana
b) figura geométrica plana
c) figura geométrica plana
d) figura geométrica não-plana
2. plana
3. não-plana
4. não-plana
5. plana; não-plana
6. não
7. resposta pessoal

Explorando

Página 192

2. 3; 6; 10; 15

Página 194

1. infinitas retas
2. uma única reta
3. Quando os três pontos pertencem a uma mesma reta.
4. vertical
5. a) concorrentes
b) concorrentes
c) concorrentes
d) paralelas
e) concorrentes
6. inclinada
7. concorrentes
8. a) concorrentes
b) paralelas

Explorando

Página 196

- Rua Comandante Marcondes Salgado
- Rua Visconde de Inhaúma

1. Cláudio trabalha na rua Visconde Inhaúma e Sueli na rua Comandante Marcondes Salgado.
2. paralelas

Página 197

1. três: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$
2. a) $\overrightarrow{OM}$ e $\overrightarrow{ON}$
b) $\overrightarrow{ON}$ ou $\overrightarrow{OM}$
c) $\overrightarrow{OB}$ e $\overrightarrow{OC}$
3. cinco: $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PC}$, $\overrightarrow{PD}$, $\overrightarrow{PE}$ ou $\overrightarrow{PF}$

Página 198

1. sim
2. 5 segmentos: $\overline{PQ}$, $\overline{QM}$, $\overline{MN}$, $\overline{NP}$, $\overline{PM}$
3. a) $\overline{AB}$ e $\overline{MN}$
b) $\overline{BN}$ ou $\overline{CN}$
c) $\overline{AB}$ e $\overline{AM}$ ou $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$
4. 4 segmentos

Página 199

1. a) $\overline{BC}$ ou $\overline{BD}$ ou $\overline{AC}$
b) $\overline{AB}$ ou $\overline{AC}$
c) $\overline{AB}$ ou $\overline{CD}$ ou $\overline{BC}$
2. $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$
3. a) $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$
b) não há
4. a) *V* c) *V*
b) *F* d) *V*

Página 201

1. a) 6 unidades
b) 2 unidades
2. a) 4 u d) 6 u
b) 2 u e) 6 u
c) 1 u f) 10 u
3. 38 quarteirões

Página 205

1. Sim; é uma figura geométrica fechada simples formada apenas por segmentos de reta.
2. Ela não é formada por segmentos de reta.
3. sim; polígono não-convexo
4. a) quadrilátero
b) octógono
c) dodecágono
d) icoságono
5. a) 5 lados c) 6 lados
b) 9 lados d) 10 lados
6. figuras 1, 3 e 4
7. triângulo
8. a) *V* d) *F*
b) *V* e) *V*
c) *V* f) *V*

Página 207

1. a) ABCD e RSVT
b) EFGH e MNOP
2. isósceles ou escaleno
3. a) 6 triângulos
b) eqüilátero

Unidade 8

Página 214

1. a) km c) mm
b) m d) cm
2. 1 700 m
3. 119 066 metros
4. 104 cm
5. 253,5 km

Página 216

1. a) 1 230 m c) 20 m
b) 1,003 m d) 0,51 m
2. a) 140 cm c) 28 cm
b) 3,7 cm d) 0,25 cm
3. a) 42 620 m c) 20 000 m
b) 4 250 m d) 0,54 m
4. 250 km; km
5. 5,4 m; 0,0054 km; metros
6. 1,8 cm
7. 10,58 m
8. 50 cm
9. a) 40 cm
b) 2 250 cm
c) 0,0036 km
10. 1,25 cm
11. 136,765 km
12. 320 cm
13. 296 m
14. $\frac{9}{20}$
15. 1,70 m
16. 10 150 m
17. 1,06 m
18. 11,55 m
19. 3,25 cm
20. a) 157,5 km b) 6,5 cm

Página 218

1. a) 12,4 cm
b) 8,7 cm
c) 13,4 cm
2. 44,14 cm
3. 16,2 cm
4. 30,6 cm
5. 3,90 m
6. 32 m
7. 18 cm
8. a) 35,6 cm b) 8,9 cm
9. a) 392 m
b) 490 passos
10. 15 cm
11. a) sim b) não

Explorando

Página 219

1. Londres; 400 km
2. São Paulo; 30 km
3. 350 km
4. 140 km

Página 223

1. a) 0,21 m^2 c) 1 000 000 m^2
b) 0,125 m^2 d) 7 200 m^2
2. 0,01 m^2
3. 100 m
4. 0,1315 km^2
5. a) 15 000 m^2
b) 0,01 km^2
c) 1 936 000 m^2
d) 3,54 ha
e) 2,5 alqueires paulistas
6. 582 200 ha
7. a) 55 hm^2
b) 550 000 m^2
c) 0,55 km^2
8. 380 km^2
9. 96,8 ha
10. um terreno de 1,3 km^2
11. 384 m^2
12. R$ 181 500,00
13. 140 bois
14. a) 420 ha
b) 280 ha

Explorando

Página 224

1. 130 g/m^2
2. a) Minas Gerais
b) Amapá
c) 18 013 410 000 m^2

Página 229

1. a) 64 cm^2 c) 15 cm^2
b) 72 cm^2 d) 24 cm^2
2. 20,8 cm^2
3. 50 cm^2
4. 108 cm^2
5. a) 225 cm^2 b) 2 000 pisos
6. 160 cm^2
7. 1,6 m^2
8. a) 10 m b) 20 m
9. 1 040 m^2
10. 3 latas
11. a) 52,15 m^2
b) 30,30 m^2
c) R$ 41 225,00
12. 32,60 m^2
13. 2 100 placas
14. 4 latas de tinta
15. 1 600 telhas

Explorando

Página 231

a) 3 u por 8 u
2 u por 12 u
b) Não, o perímetro do retângulo azul é 22 u e o do retângulo vermelho é 28 u.
c) Ambos têm medida de área igual a 24 u^2
d) Há várias soluções.

Página 232

1. a) 22 cm^2
b) 18 cm^2
2. 7 m^2

Retomando o que aprendeu

Página 233

1. 3,25 cm
2. 992 m
3. 31,30 m
4. 28 peças
5. 308,14 km
6. 30,6 km
7. 100 ha
8. 2 000 cm^2, 250 cm^2
9. 4,50 km^2
10. a) 4 placas
b) 220 placas
11. 384 m^2
12. 1 500 placas
13. 1 044 m^2
14. 4 vezes

Unidade 9

Página 239

1. a) 0,840 m^3
b) 0,0145 m^3
c) 1 m^3
2. 3 500 dm^3
3. 1,25 dm^3
4. 1 000 dm^3
5. 10 cm^3
6. 4,5 dm^3
7. 250 dm^3
8. 0,3 m^3
9. 72 000 dm^3

Página 244

1. 6 480 cm^3
2. 15,625 m^3
3. 60 m^3
4. volumes iguais: 64 cm^3
5. 5,712 m^3
6. 2 460,375 cm^3
7. 1 260 cm^3

Explorando

Página 244

1. A medida do volume também dobra.
2. Em ambos os casos a medida do volume também dobraria.
3. A medida do volume do bloco ficaria multiplicada por 8.

Página 248

1. a) 1,2 ℓ d) 87 ℓ
   b) 0,85 ℓ e) 3 500 ℓ
   c) 200 ℓ f) 0,001 ℓ
2. 0,39 ℓ
3. 360 ℓ
4. 8 000 frascos
5. 7 500 ℓ
6. 0,33 ℓ
7. 15 ℓ
8. 40 000 garrafas

Explorando

Página 248

1. É preciso encher o recipiente de 500 mℓ e passar leite o suficiente para encher o copo de 200 mℓ. O que restar no recipiente de 500 mℓ representará 300 mℓ de leite.
2. É preciso encher o balde menor e passar para o maior, que estava vazio. A seguir, encher de novo o menor e passar para o maior a parte suficiente para completá-lo. O que restar no balde menor será 1 litro de água.

Página 249

1. 175 000 ℓ
2. 1
3. 4 dias
4. a) 360
   b) 240 ℓ
   c) R$ 0,28
5. R$ 2 400,00

Retomando o que aprendeu

Página 250

1. 4 800 cm^3
2. 0,75 m^3
3. 64 vezes
4. 12 paralelepípedos
5. 800 cm^3
6. 7,128 m^3
7. 0,252 dm^3
8. 5 200 ℓ
9. 1,3 ℓ
10. 10,5 ℓ
11. 84 000 ℓ/dia
12. maior, pois 3,6 ℓ > 1 ℓ
13. 16 000 garrafas
14. 8 pacotes
15. 0,76 ℓ

Unidade 10

Página 256

1. a) quilograma
   b) tonelada
   c) miligrama
   d) tonelada
2. a) g c) g e) kg
   b) kg d) g f) kg
3. a) 2 300 g c) 0,95 g
   b) 750 g d) 4,8 g
4. 83 t
5. 18 quilates
6. 2 700 kg
7. a) 54 kg
   b) 65 sanduíches
8. 9 toneladas
9. 8 pedaços
10. R$ 3,50
11. 3 500 kg

Página 257

1. a) 30 000 ℓ
   b) 30 000 kg
2. 20 t
3. 457,5 kg
4. 12
5. 15 000 kg
6. a) 4 m^3 b) 6 000 kg
7. 1,008 t
8. 3 t
9. a) 432 ℓ b) 432 kg
10. a) 40 m^3 b) 4 t

Explorando

Página 258

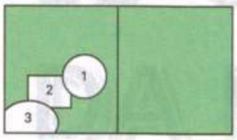
a) 40
b) 500 g
c) resposta pessoal

Retomando o que aprendeu

Página 259

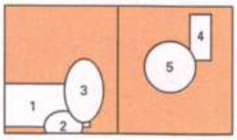
1. R$ 26 000,00
2. 25 t
3. 8 m^3
4. 1 500 kg
5. 1999
6. R$ 0,22
7. 0,35 kg
8. 4 semanas

Créditos das páginas de abertura



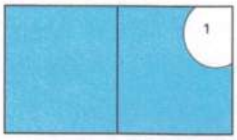
Página 8

Fotos 1 e 3: Marinez Maravalhas Gomes
Foto 2: Marcus Cappellano



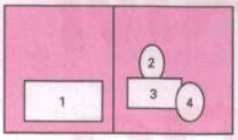
Páginas 16 e 17

Foto 1: Stele of Nefertiabet. c. 2590 a.C. Museu do Louvre, Paris
Foto 2: c. 700 a.C.
Foto 3: Corel Stock Photo
Fotos 4 e 5: Marinez Maravalhas Gomes



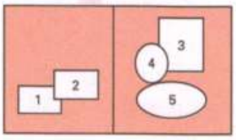
Página 101

Foto 1: c. 1650 a.C. Trustees of the British Museum, Londres



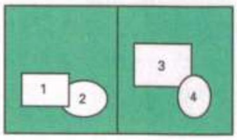
Páginas 152 e 153

Foto 1: Stock Photos
Fotos 2 e 4: Gladstone Campos
Foto 3: Marcus Cappellano



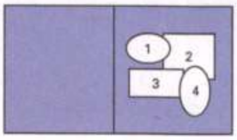
Páginas 210 e 211

Fotos: Marinez Maravalhas Gomes



Páginas 236 e 237

Foto 1: Iara Veranzi/Kino
Foto 2: Lourenço Manfredini Neto/Kino
Foto 3: Gladstone Campos
Foto 4: Sérgio Dotta Jr/The Next



Páginas 253

Foto 1: Sérgio Dotta Jr/The Next
Foto 2: Alexandre Dotta/The Next
Fotos 3 e 4: Marcus Cappellano

Agradecimento – apoio para produção das fotos

- Claricia Papelaria
- Restaurante Matterello
- "O Trenzinho" Brinquedos Educativos
- Clube Alto dos Pinheiros
- Concessionária CAOA

A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Nova

MANUAL DO PROFESSOR

José Ruy Giovanni

Benedito Castrucci

José Ruy Giovanni Jr.

5

FTD

A COLEÇÃO

A Conquista da Matemática é uma coleção formada por 4 volumes que apresenta uma proposta curricular interdependente, organizada e ligada ao cotidiano. As atividades propostas têm como objetivo proporcionar ao aluno um contato mais prático com a Matemática e próximo de sua realidade.

Aliando a História da Matemática com a resolução de situações-problema, o trabalho com jornais e revistas e a manipulação de materiais concretos, o aluno, passo a passo, descobre como aplicar os conceitos, ou amplia essa capacidade, dominando, assim, a linguagem matemática.

Esta obra busca garantir algumas formas de pensar. Compor e decompor são ações mentais constantes no trabalho matemático, seja na escrita dos números, seja na manipulação de expressões algébricas, seja no cálculo de áreas etc. Abstrair é um processo mental que aparece nas situações-problema.

A Conquista da Matemática busca também estabelecer conexões entre a Matemática e as demais disciplinas, ampliando a oportunidade de compreender e utilizar conceitos. A metodologia proposta leva o aluno a transpor com segurança os obstáculos e, para isso, a Resolução de Problemas é um excelente colaborador. As relações necessárias para compreender uma situação-problema ocorrem mentalmente.

Construímos e aprofundamos nossos conhecimentos em função de relações que são estabelecidas internamente. Será que estamos fornecendo a nossos alunos situações desafiadoras, que os levem a fazer descobertas, que promovam a discussão das soluções e o levantamento de hipóteses? Para tanto, o trabalho em grupo ou em duplas é um grande aliado, já que permite discutir as diversas formas de solucionar problemas e questionar as estratégias.

Podemos ainda nos questionar: os jogos são situações-problema? Desenvolvem o raciocínio e a habilidade de cálculo mental? Se for desafiador, apresentando-se como um obstáculo a ser vencido, com certeza podemos afirmar que o jogo é um excelente aliado no estudo da Matemática. Daí, se o professor oferece um cantinho de jogos, deixando que seus alunos joguem 30 minutos por semana, poderá perceber que eles melhorarão a cada dia as suas habilidades de raciocínio lógico.

Finalmente, podemos dizer que o que nos preocupa é como o professor irá avaliar todo esse trabalho. É importante que a avaliação seja diagnóstica para que tanto o professor como os alunos planejem ações que os levem a galgar novos patamares. Os critérios dessa avaliação devem ser claros para ambas as partes, e os instrumentos de avaliação, os mais diversificados possíveis. É fundamental considerar que a observação e a análise da produção do aluno individualmente ou em grupo devem ser consideradas como instrumentos de avaliação.

Bom trabalho!
Os autores

ÍNDICE

A ESTRUTURA DESTE LIVRO

Unidade 1 – Os números naturais

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

CONTEÚDO	OBJETIVOS
Número natural	✓ Mostrar que a linguagem numérica nasceu da necessidade do homem de representar quantidades de objetos. ✓ Mostrar os símbolos inventados pelos hindus e aperfeiçoados pelos árabes e que são usados para representar, atualmente, os números.
O conjunto dos números naturais	✓ Identificar o conjunto ℕ dos números naturais. ✓ Reconhecer o antecessor e o sucessor de um número natural. ✓ Comparar dois números naturais usando os símbolos =, ≠, < ou >.

Unidade 2 – Sistemas de numeração

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

CONTEÚDO	OBJETIVOS
O sistema de numeração decimal	✓ Traduzir os agrupamentos em base decimal, por meio de uma representação escrita, utilizando os algarismos. ✓ Aplicar o princípio da posição decimal. ✓ Traduzir, por meio de representação escrita ou oral, as unidades das diversas ordens. ✓ Identificar as diversas classes de um numeral. ✓ Ler corretamente um numeral. ✓ Escrever corretamente um número usando algarismos. ✓ Determinar o valor do algarismo quando isolado e o valor que ele representa de acordo com a sua posição no numeral.
O sistema romano de numeração	✓ Mostrar os símbolos romanos e as estruturas que esse sistema de numeração apresenta. ✓ Mostrar no que o sistema romano é usado atualmente.

ORIENTAÇÃO METODOLÓGICA

Com este início de trabalho pretendemos ampliar o conceito de número e apresentar características de alguns sistemas de numeração.

Procuramos trabalhar os conteúdos de forma que o aluno compreenda a Matemática como um meio de resolver situações cotidianas. Para tanto, é importante que o professor sempre inicie um novo tema com atividades que façam os alunos participarem de forma dinâmica, partindo de experiências já adquiridas e que os levem a ampliar ou formular novos conceitos.

No decorrer do estudo dos números naturais propomos atividades que abordam diversos aspectos, tais como: as propriedades de igualdade e desigualdade e a lei de formação da seqüência, utilizando como veículos motivadores jogos, pesquisas em jornais e desafios.

Situações enriquecedoras

1 Proponha problemas curiosos:

a) Anteontem Sílvia tinha 18 anos. No ano que vem, ela vai fazer 21 anos. Que dia é hoje? Em que dia Sílvia faz aniversário? (Revista *Mathematic's Teacher*, vol. 79, nº 3, 1986.)
Resposta: Hoje é dia 01/01. O aniversário de Sílvia é no dia 31/12.

b) Escreva, em algarismos romanos, o número 1 049.
Resposta: MIL.

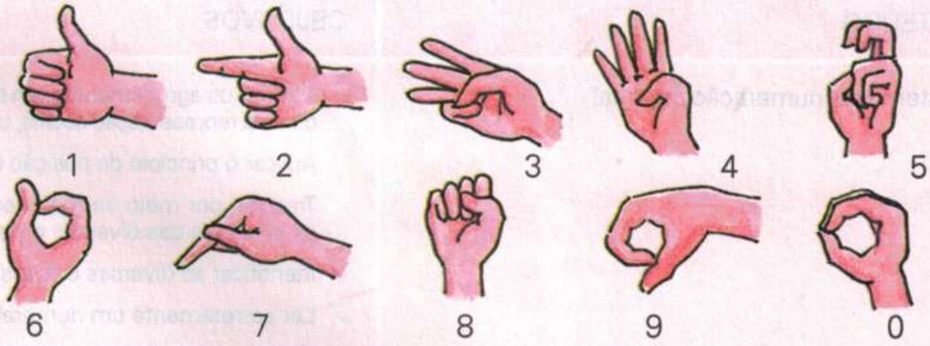
2 Motive os alunos a trazerem recortes de jornais ou revistas contendo números realmente grandes. Aproveite para explicar como é feita a leitura desses números.

3 Organize a classe em duplas ou trios para atividades com o uso de calculadoras. Proponha:

a) a identificação das funções de cada tecla

b) que façam cálculos numéricos cujo resultado seja o número 4 884
(Atividade adaptada de *Experiências matemáticas, 5ª série*. São Paulo, SE/CENP, 1994.)

4 Organize pesquisas na biblioteca para buscar em enciclopédias mais alguns dados ou curiosidades sobre as diferentes formas de representação dos números.
Na linguagem dos surdos-mudos, por exemplo, os sinais que representam os números são feitos com as mãos.



5 Oriente os alunos para que, fora da escola, conversem com pessoas que saibam diferentes formas de registrar quantidades. Por exemplo, nos jogos utilizam-se as formas:
IIIIIIIII ou ~~IIII~~ IIII ou ⧄ □

6 Peça aos alunos que dêem diferentes representações do número 5:
Por exemplo: 5 ou V
Para trabalhar com o Sistema de Numeração Decimal, sugerimos também atividades em grupo.

7 Trabalhar com atividades interdisciplinares é bem interessante. Peça aos alunos para pesquisarem, por exemplo, a área de cada estado brasileiro e a sua população. Trabalhar a leitura e a escrita desses números.

8 Forneça um montante. Por exemplo, cem milhões de reais. O aluno deverá fazer alguns cheques de valores altos cuja soma dos valores seja o montante dado. O professor orientará a confecção e o preenchimento dos cheques.

9 Jogue com seus alunos.

1º) O jogo das trocas

Material:

- 2 dados
- fichas quadradas com 2 cm de lado nas cores azul, verde, vermelha e amarela (papel cartão).

Objetivo:

Trabalhar com as trocas em outras bases.

Regras para troca de fichas:

- cada ficha vermelha vale um ponto
- cada ficha azul vale cinco vermelhas
- cada ficha verde vale cinco azuis
- cada ficha amarela vale cinco verdes

Desenvolvimento:

O banqueiro fica com todas as fichas. Cada participante joga os dois dados e adiciona os pontos. O banqueiro distribui o número de fichas vermelhas correspondentes. Cada jogador tem o direito de trocar suas fichas por outras, desde que respeite as regras de troca. No final, vence quem tiver mais pontos.

Após os alunos jogarem várias vezes, o professor proporá uma atividade, como a que exemplificamos a seguir.

Suponha que, num certo jogo, o placar final foi o seguinte:

	NÚMERO DE FICHAS
1º jogador	🟨🟨🟨
2º jogador	🟨🟨🟩🟩🟩
3º jogador	🟨🟨🟩🟩🟩🟩🟦🟦
4º jogador	🟦🟦🟦🟦🟥🟥

Observando atentamente, responda:

1) Quem foi o vencedor?

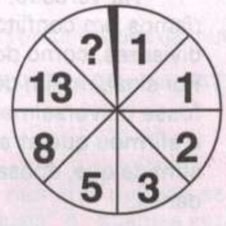
2) Quantas fichas vermelhas precisou o 3º jogador para conseguir esses pontos finais?

3) Qual a base utilizada nesse jogo?

2º) Números em seqüência

Os números que aparecem neste círculo seguem uma ordem. Que número deve ocupar o lugar do ponto de interrogação?

Resposta: O 21. Começando pelo 1 e seguindo no sentido dos ponteiros do relógio, verifica-se que cada número é a soma dos dois anteriores.



(Adaptado da revista *Superinteressante*.)

3º) Jogos com palitos

1º exemplo:

Esses 24 palitos formam nove quadrados de mesmo tamanho. Tire quatro palitos e forme cinco quadrados com os restantes.

2º exemplo:

Com os vinte palitos restantes é possível formar estes sete quadrados de mesmo tamanho. Se você mudar quatro palitos de lugar, vai obter cinco quadrados. Experimente.

Respostas:


1º exemplo


2º exemplo

Nos dois casos, a figura formada é a mesma. No 1º exemplo basta tirar os palitos marcados e, no 2º exemplo, basta colocar os palitos marcados com X nos lugares indicados pela linhas tracejadas.

(Adaptado da revista *Superinteressante*.)

Leitura enriquecedora

E se o sistema de numeração não fosse decimal?

A seguir, um trecho do livro *Número*: *a linguagem da ciência*, de Tobias Dantzig.

"(...) É interessante especular sobre que rumo a história da cultura teria tomado, se em vez de dedos flexíveis o homem tivesse apenas dois cotos 'inarticulados'. Se algum sistema de numeração pudesse desenvolver-se sob tais circunstâncias, teria sido provavelmente do tipo binário.

A adoção do sistema decimal deveu-se a um acidente fisiológico. Os que vêem a mão da Providência em tudo devem admitir que a Providência é uma fraca matemática. Pois, além de seu mérito fisiológico, a base decimal tem pouco de que gabar-se. Quase todas as outras bases, com a possível exceção de nove, teriam servido tão bem e possivelmente melhor.

Na verdade, se a escolha de uma base fosse deixada a um grupo de peritos, provavelmente veríamos um conflito entre o homem prático, que insistiria numa base com o maior número possível de divisores, como doze, e o matemático, que desejaria um número primo para base, como sete ou onze. Por sinal, no fim do século XVIII o grande naturalista Buffon propôs que o sistema duodecimal (base 12) fosse universalmente adotado. Apontou o fato de que 12 tem 4 divisores, enquanto 10 tem apenas dois e afirmou que através dos tempos essa inadequação de nosso sistema decimal foi tão profundamente sentida que, apesar de ser universal a base decimal, a maior parte das medidas tem 12 unidades secundárias.

Por outro lado, o grande matemático Lagrange afirmou que uma base prima é muito mais vantajosa. Apontou o fato de que com uma base prima todas as frações seriam irredutíveis e portanto representariam o número de uma única maneira. Em nossa presente numeração, por exemplo, a fração decimal 0,36 significa realmente muitas frações: $\frac{36}{100}$, $\frac{18}{50}$, $\frac{9}{25}$... Tal ambigüidade seria consideravelmente diminuída se uma base prima, tal como onze, fosse adotada.

Mas quando o grupo de peritos a quem confiássemos a seleção da base decidisse por uma base, prima ou composta, podemos ter certeza de que o número dez não seria nem mesmo considerado, pois nem é primo nem tem um número suficiente de divisores.

Em nossa época, quando artifícios de cálculo suplantaram amplamente a Aritmética mental, ninguém tomaria nenhuma das propostas a sério. As vantagens obtidas são tão pequenas e a tradição de contar por dezenas é tão firme que o desafio parece ridículo.

Do ponto de vista da história da cultura, uma mudança de base, mesmo se praticável, seria altamente indesejável. Enquanto o homem contar por dezenas, seus dez dedos lembrar-lhe-ão da origem humana dessa fase muito importante de sua vida mental. Assim, possa o sistema decimal permanecer como um monumento vivo à proposição:

O homem é a medida de todas as coisas."

Unidade 3 – Operações com números naturais

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

CONTEÚDO	OBJETIVOS
Idéias associadas à adição	✓ Associar a adição de números naturais às idéias de "juntar" e "acrescentar". ✓ Resolver corretamente problemas envolvendo a adição. ✓ Reconhecer e aplicar as propriedades da adição.
Idéias associadas à subtração	✓ Associar a subtração às idéias de "tirar", "quanto falta" e "quantos a mais". ✓ Resolver corretamente problemas envolvendo a subtração. ✓ Calcular corretamente o valor de uma expressão numérica. ✓ Relacionar a adição e a subtração por meio da relação fundamental da subtração.
Idéias associadas à multiplicação	✓ Associar a multiplicação de números naturais às idéias de "adição de parcelas iguais" e "combinatória". ✓ Compreender o algoritmo da multiplicação. ✓ Resolver corretamente problemas que envolvem a idéia de multiplicação. ✓ Reconhecer e aplicar as propriedades da multiplicação. ✓ Calcular corretamente o valor de uma expressão numérica.
Idéias associadas à divisão	✓ Associar a divisão de números naturais às idéias de "repartir em partes iguais" e "quantas vezes cabe". ✓ Identificar divisão exata e divisão não-exata. ✓ Resolver corretamente problemas que envolvem a idéia de divisão. ✓ Conhecer relações importantes na divisão. ✓ Relacionar a divisão e a multiplicação pela relação fundamental da divisão. ✓ Saber que não existe a divisão por zero. ✓ Calcular corretamente o valor de uma expressão numérica.
Resolvendo problemas	✓ Traduzir corretamente a linguagem corrente do problema para a linguagem matemática. ✓ Aplicar corretamente as operações com números naturais na resolução de problemas.

CONTEÚDO	OBJETIVOS
Potenciação de números naturais	✓ Associar potências de números naturais à multiplicação de fatores iguais. ✓ Calcular corretamente potência de um número natural. ✓ Saber que expressões do tipo a^1 e a^0 também são potências. ✓ Escrever um número natural na forma polinômica. ✓ Calcular a raiz quadrada exata de um número natural. ✓ Calcular corretamente o valor de uma expressão numérica.

ORIENTAÇÃO METODOLÓGICA

A. As quatro operações fundamentais

Partindo de situações-problema, apresentamos as idéias que estão associadas às quatro operações. Destacamos a inter-relação entre os algoritmos da técnica operatória da adição e subtração e buscamos sistematizar algumas situações em propriedades estruturais.

Na multiplicação, parte-se da utilização do raciocínio aditivo nas situações-problema, demonstrando que, quando a ordem da grandeza é alta, necessária se faz a utilização da multiplicação. O professor deve ter em mente que na multiplicação o princípio multiplicativo inclui a idéia de proporcionalidade. Para Dione Lucchesi de Carvalho, autora do livro *Metodologia do ensino de Matemática*, Cortez, 1991, o princípio multiplicativo é o aspecto das transformações multiplicativas que envolve a resolução de situações-problema onde há dados de várias naturezas e solução de natureza diversa dos dados. Ex.: Quantos móveis diferentes um marceneiro pode construir se é capaz de fazê-lo em dois estilos, dispõe de quatro qualidades de madeira e quer fazer mesas e cadeiras?

As expressões numéricas se apresentam como uma possibilidade de o aluno aplicar o conhecimento adquirido das quatro operações e suas propriedades.

Na resolução dos problemas propostos, o professor poderá favorecer ao grupo-classe a oportunidade de discutir as soluções encontradas, assumindo juntamente com os alunos a condição de investigador.

Por fim, cabe ao professor sistematizar as conclusões através do registro e relacionar a linguagem verbalizada pelos alunos utilizando a linguagem matemática.

Situações enriquecedoras

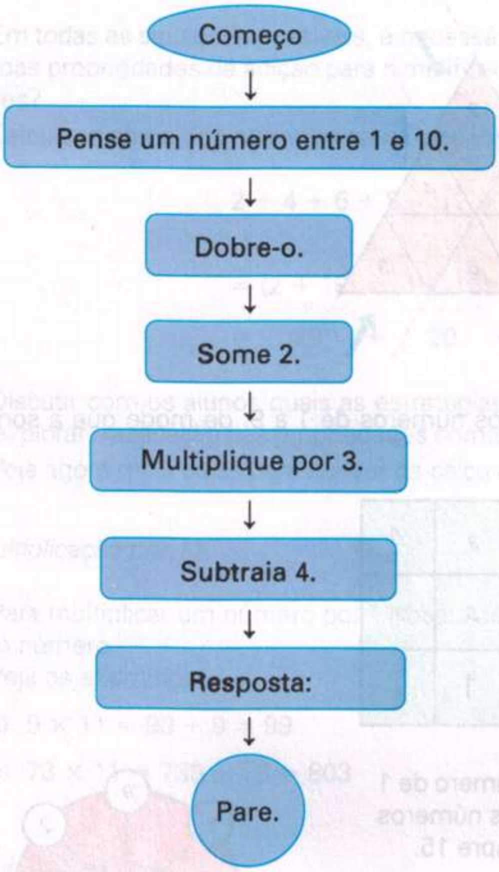
1 Proponha problemas curiosos:

a) Vamos vestir os senhores Otávio Branco, Nilson Preto e Euclides Roxo. Temos 3 camisas e 3 calças de cada uma das cores branca, preta e roxa. Nenhum dos 3 senhores usa roupa da cor de seu sobrenome. A calça do sr. Preto é da cor da camisa do sr. Roxo. Qual é a cor da camisa do sr. Branco? (*Revista de Ensino de Ciências*, nº 17, março/1987.)

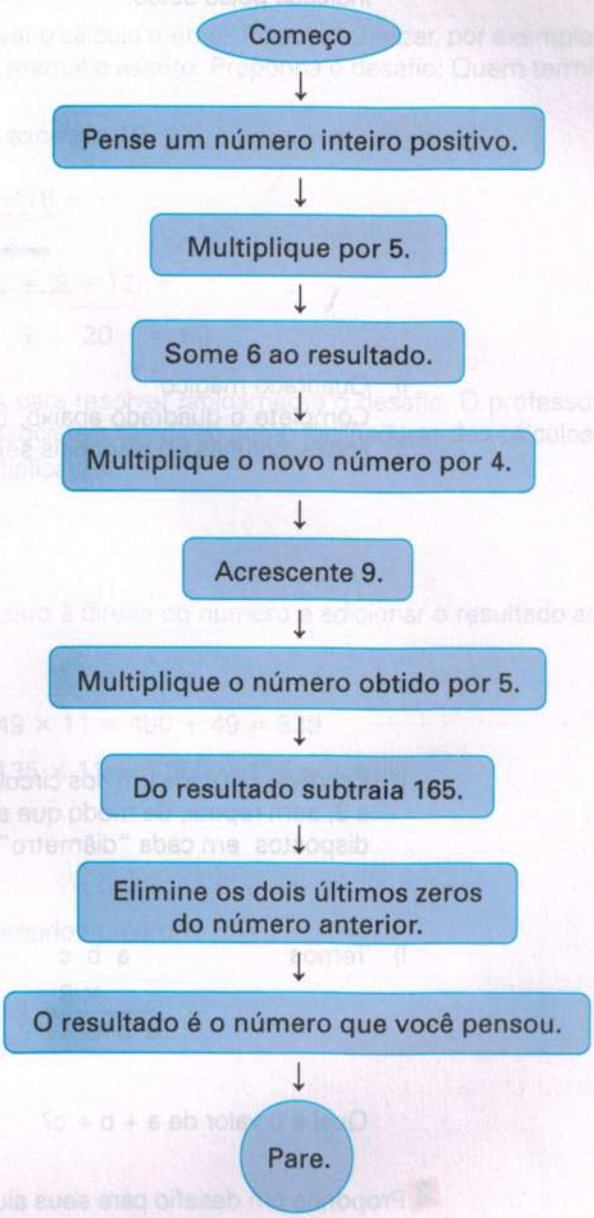
b) Desejo somar 274 + 8 882 + 10 288 numa calculadora. Mas as teclas 7 e 8 estão quebradas. Como posso obter a soma, usando a calculadora defeituosa? (*Revista de Ensino de Ciências*, nº 17, março/1987.)

c) Os fluxogramas, também chamados de diagramas de bloco, são bastante utilizados em computação. Esse exercício ajuda a criança a desenvolver a habilidade de compreender e seguir corretamente certas instruções.

①



②



d) Três homens querem atravessar um rio. O barco que possuem suporta, no máximo, 150 quilos. Eles pescaram 50, 75 e 120 quilos, respectivamente. Como devem proceder para atravessar o rio sem afundar? (*Revista do Ensino de Ciências*, nº 13, junho/ 1985.)

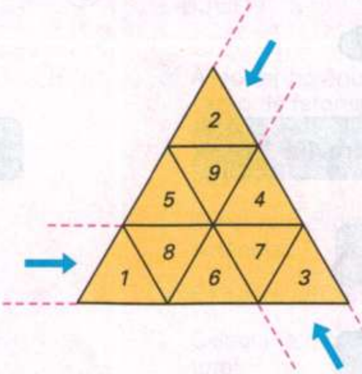
e) Rui encontra-se no degrau do meio de uma escada. Ele sobe 5 degraus e desce 7. A seguir, volta a subir 4 e descer mais 9, para chegar ao último degrau. Quantos degraus tem a escada?

f) Quais são os três algarismos representados por *X*, *O* e *W* nesta conta?

$$\begin{array}{r} XXXX \\ OOOO \\ +\ WWWWW \\ \hline OXXXW \end{array}$$

g) Um elevador carrega 450 quilos. Quantas viagens deverão ser feitas para levar 52 pessoas que pesam 70 kg cada uma?

h) Complete o triângulo com os algarismos de 1 a 9, de modo que a soma seja 25 na direção indicada pelas setas.

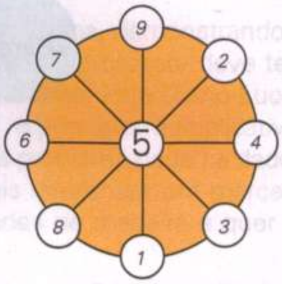


i) Quadrado mágico

Complete o quadrado abaixo, utilizando os números de 1 a 9, de modo que a soma das linhas, colunas ou diagonais seja 15.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

j) Escreva, em cada um dos círculos, um número de 1 a 9, sem repetir, de modo que a soma dos números dispostos em cada "diâmetro" seja sempre 15.



l) Temos

$$\begin{array}{r} a\ b\ c \\ \times\ 3 \\ \hline a\ b\ c\ 4 \end{array}$$

Qual é o valor de a + b + c?

2 Proponha um desafio para seus alunos: Pedro, André, Cláudio, Diego e Bernardo estão ensaiando uma peça de teatro em que há cinco personagens: um rei, um soldado, um bobo, um guarda e um prisioneiro.

Pedro, André e o prisioneiro ainda não sabem seus papéis.

No intervalo, o soldado joga cartas com o Diego.

Pedro, André e Cláudio vivem criticando o guarda.

O bobo gosta de ver o André, o Cláudio e o Bernardo representando, mas detesta ver o soldado.

Descubra o papel de cada um nesta peça.

3 Realize um trabalho com calculadora. Proponha aos alunos:

a) a identificação das funções de cada tecla.

b) o aparecimento no visor da calculadora dos números abaixo, utilizando apenas as teclas 1 e 0 e a adição:

- 302
- 1 456
- 23 486
- 5 467

B. Cálculo mental

Em todas as situações possíveis, é necessário incentivar o cálculo mental. Podemos utilizar, por exemplo, o uso das propriedades da adição para simplificar o cálculo mental e escrito. Proponha o desafio: Quem termina antes?

Calcular a soma dos números pares, menores de 20, exceto o 10.

$$2 + 4 + 6 + 8 + 12 + 14 + 16 + 18 =$$

$$= \underbrace{(2 + 18)} + \underbrace{(4 + 16)} + \underbrace{(6 + 14)} + \underbrace{(8 + 12)} =$$

$$= 20 + 20 + 20 + 20 = 80$$

Discutir com os alunos quais as estratégias utilizadas para resolver rapidamente o desafio. O professor deve explorar a aplicação das propriedades comutativa e associativa da adição como facilitadoras dos cálculos.

Veja agora mais dicas para agilizar os cálculos na multiplicação.

❖ *Multiplicação por 11*

Para multiplicar um número por 11 basta colocar um zero à direita do número e adicionar o resultado ao próprio número.

Veja os exemplos:

a) 9 × 11 = 90 + 9 = 99

b) 73 × 11 = 730 + 73 = 803

c) 49 × 11 = 490 + 49 = 539

d) 135 × 11 = 1 350 + 135 = 1 485

❖ *Multiplicação por 12*

Basta colocar o zero à direita e adicionar o dobro do próprio número.

Veja os exemplos:

a) 7 × 12 = 70 + 14 = 84

b) 15 × 12 = 150 + 30 = 180

c) 123 × 12 = 1 230 + 246 = 1 476

❖ *Multiplicação por 15*

1º caso: Se o número que estamos multiplicando por 15 for **par**, basta somar o número à sua metade e acrescentar um zero à direita do resultado.

Veja os exemplos:

a) 8 × 15
Temos: 8 + 4 = 12
Então, 8 × 15 = 120

b) 24 × 15
Temos: 24 + 12 = 36
Então, 24 × 15 = 360

c) 128 × 15
Temos: 128 + 64 = 192
Então, 128 × 15 = 1 920

2º caso: Se o número que estamos multiplicando por 15 for **ímpar**, basta acrescentar um zero à direita do número considerado e somar ao novo número a sua metade.

Veja os exemplos:

a) 25 × 15
Temos: 250 + 125 = 375
Então, 25 × 15 = 375

b) 37 × 15
Temos: 370 + 185 = 555
Então: 37 × 15 = 555

❖ *O quadrado de um número terminado em 5*

Veja como obter o quadrado de 75:

- ✓ Multiplicamos o vizinho de 5 no número dado (no caso é o 7) pelo seu consecutivo: $7 \times 8 = 56$
- ✓ À direita desse resultado (56), escrevemos 25 (sempre é 25) e obtemos o quadrado procurado:

$$5\,625 = 75^2$$

Situações enriquecedoras

1 Para introduzir o termo **quadrado**, utilize papel quadriculado. Proponha que cada aluno verifique se é possível construir quadrados cujos lados tenham 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11 etc. quadradinhos. Registre os resultados na lousa, destacando os números que são quadrados perfeitos e o porquê do termo utilizado.

2 Para introduzir o termo **cubo**, utilize o material dourado. Peça que cada grupo monte cubos de comprimento, largura e altura iguais a 1, 2, 3, 4, 5 unidades de comprimento. Registre as conclusões no quadro, levando os alunos a observarem algumas convenções utilizadas.

3 Proponha a cada aluno que:

- ✓ pegue uma folha de jornal e dobre-a ao meio, de modo a obter dois retângulos iguais.
- ✓ dobre ainda uma 2ª vez, de modo que se obtenham quatro retângulos iguais.
- ✓ dobre ainda uma 3ª, 4ª, 5ª e 6ª vez. Conte os retângulos menores formados depois de cada dobradura e preencha a tabela:

Número de vezes em que a folha foi dobrada	Número de retângulos obtidos
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

Faça com que seus alunos observem que, a cada dobra, os retângulos vão diminuindo de tamanho, enquanto o número de retângulos vai aumentando.

Questione:

a) O que os números da 2ª coluna têm em comum, além de serem números pares?

b) Sem dobrar a folha, você poderia dizer o número de retângulos formados após a 7ª dobradura? E após a 10ª?

Unidade 4 – Divisibilidade: divisores e múltiplos

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

CONTEÚDO	OBJETIVOS
Noção de divisibilidade	✓ Verificar, pelo algoritmo da divisão, se um número natural é ou não divisível por outro.
Critérios de divisibilidade	✓ Saber que existem regras práticas que nos permitem verificar se um número natural é divisível por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10.
Fatores ou divisores naturais de um número	✓ Determinar os divisores de um número natural. ✓ Verificar que todos os números naturais, com exceção do 0 e do 1, possuem, pelo menos, dois divisores distintos: o número 1 e o próprio número.
Números primos	✓ Conceituar número primo. ✓ Verificar se um número dado é ou não primo.
Decomposição em fatores primos	✓ Decompor um número natural composto em um produto de fatores primos. ✓ Escrever a fatoração completa de um número natural na forma de potências.
Máximo divisor comum (m.d.c.)	✓ Conceituar o m.d.c. de dois ou mais números naturais. ✓ Obter o m.d.c. de dois ou mais números usando a Teoria dos Conjuntos, a decomposição em fatores primos e as divisões sucessivas.
Quando um número é múltiplo de outro	✓ Verificar se um número é múltiplo de outro. ✓ Determinar o conjunto dos múltiplos de um número natural.
Mínimo múltiplo comum (m.m.c.)	✓ Conceituar o m.m.c. de dois ou mais números naturais. ✓ Determinar o m.m.c. de dois ou mais números naturais pela decomposição em fatores primos e pela decomposição simultânea em fatores primos.
Relação entre o m.d.c. e o m.m.c. de dois números naturais	✓ Identificar uma propriedade entre o m.d.c. e o m.m.c. de dois números naturais.

ORIENTAÇÃO METODOLÓGICA

Peça a seus alunos exemplos de situações cotidianas nas quais são utilizados cálculos de divisão e multiplicação. Propondo desafios, demonstre a necessidade de aprenderem novos conceitos e técnicas de divisibilidade.

Para demonstrar a necessidade do aprofundamento das noções de divisão aprendidas nas séries anteriores, o professor pode partir de situações simples que os próprios alunos sugerirem.

Depois de algumas atividades, desafie-os a resolver:

Uma das classes em que dou aula tem 30 alunos. Preciso dividi-la em grupos que tenham o mesmo número de participantes, sendo no mínimo 3 e no máximo 10 em cada grupo.

Para facilitar a discussão, podem ser feitas as perguntas: 30 é divisível por 2? E por 3?

Esse tipo de desafio permite introduzir os critérios de divisibilidade de forma sistematizada.

Nesta unidade trataremos ainda de assuntos como máximo divisor comum, o conjunto dos múltiplos de um número natural e o mínimo múltiplo comum. A diversidade de situações-problema oferecidas propiciará ao aluno familiarizar-se com os novos temas estudados.

Situações enriquecedoras

1 Proponha aos alunos a construção do Crivo de Eratóstenes, a partir de uma tabela com números de 1 a 48.

O número zero tem infinitos divisores. O número 1 é divisível apenas por ele mesmo. Alguns números são divisíveis por vários outros; 30 é divisível por 1, 2, 3, 5, 6, 10. Já o 17 é divisível por 1 e por ele mesmo. Os números que são apenas divisíveis por 1 e por si próprios são chamados de números primos.

A palavra primo vem do latim *primus*, o primeiro. Isto quer dizer que os números primos "produzem" números naturais (exceto o 1). Exemplo: 20 = 2 × 2 × 5.

Os números primos têm apaixonado os matemáticos desde a Antigüidade, na tentativa de encontrar uma regra para os gerar. Um deles foi Eratóstenes, matemático e astrônomo grego, também poeta, orador e atleta. Ele criou o que ficou conhecido como Crivo de Eratóstenes.

Os alunos podem construir sua própria versão do Crivo de Eratóstenes na atividade que se segue.

O professor forma grupos de alunos e distribui tabelas de números como a do exemplo abaixo:

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48

Grupo 1: risque os números que são divisíveis por 2, exceto o próprio 2.
Grupo 2: risque os números que são divisíveis por 3, exceto o próprio 3.
Grupo 3: risque os números que são divisíveis por 5, exceto o próprio 5.
Grupo 4: risque os números que são divisíveis por 7, exceto o próprio 7.

O professor reproduz a tabela indicada na lousa e pede para cada grupo dizer quais os números divisíveis por 2, 3, 5 e 7. Circular o 2 e cortar seus múltiplos. Circular o 3 e cortar seus múltiplos. Proceda assim para os números 5 e 7. O resultado está abaixo. Os números circulados são os números primos de 1 a 48, isto é, divisíveis apenas por 1 e por eles próprios.

1	②	③	~~4~~	⑤	~~6~~
⑦	~~8~~	~~9~~	~~10~~	⑪	~~12~~
⑬	~~14~~	~~15~~	~~16~~	⑰	~~18~~
⑲	~~20~~	~~21~~	~~22~~	㉓	~~24~~
~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	㉙	~~30~~
㉛	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~
㊲	~~38~~	~~39~~	~~40~~	㊶	~~42~~
㊸	~~44~~	~~45~~	~~46~~	㊼	~~48~~

2 Proponha problemas curiosos:

a) Um marceneiro comprou 3 toras de madeira que mediam 10 m, 15 m e 20 m. Precisou cortar essas toras no maior tamanho possível, de modo que todos os pedaços após os cortes nas três toras fossem do mesmo comprimento.
Com qual medida ficou cada pedaço após os cortes?
(Resolva utilizando folha quadriculada.)

b) À beira de uma avenida deseja-se plantar arbustos floríferos. De 5 em 5 metros serão plantadas mudas de azaléia; de 8 em 8 metros, mudas de quaresmeira. Onde elas coincidirem serão plantadas mudas de ipê-amarelo. De quantos em quantos metros será plantada uma muda de ipê-amarelo?

c) Qual o número de dois algarismos que dividido por 2, 3, 4 e 5 deixa sempre resto 1?

d) Um ajudante de padeiro observou que sempre sobrava um pão de queijo no tabuleiro quando ele os retirava de 2 em 2, de 3 em 3 e de 4 em 4. No entanto, se fossem retirados de 7 em 7 não sobrava nenhum. Qual é o menor número de pães que pode ter no tabuleiro?

3 Jogue com seus alunos:

1º) Caça-divisores (Atividade proposta no projeto *Experiências matemáticas, 5ª série*, SE/CENP.)

Divida a classe em duplas e distribua o quadro abaixo:

2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43
44	45	46	47	48	49	50

Regras do jogo:

1ª) O primeiro jogador usará um X para marcar seus números e o segundo jogador usará um ○ para marcar seus números.

2ª) O primeiro jogador escolhe um número, marcando-o com um X.

3ª) O segundo jogador marca com ○ os divisores do último número marcado pelo adversário e mais um novo número.

4ª) Cada número só poderá ser marcado uma única vez.

5ª) Um jogador não poderá marcar números após ter passado sua vez.

6ª) A partida termina quando todos os números são riscados.

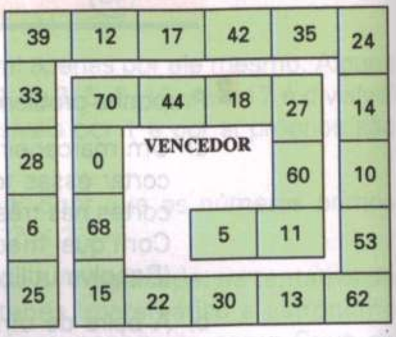
7ª) Os pontos de cada jogador são a soma de todos os números que ele riscou.

8ª) Vence quem tiver mais pontos.

Dê um tempo para que as duplas joguem várias partidas. A seguir, abra uma discussão com a classe sobre o que observaram durante o jogo.

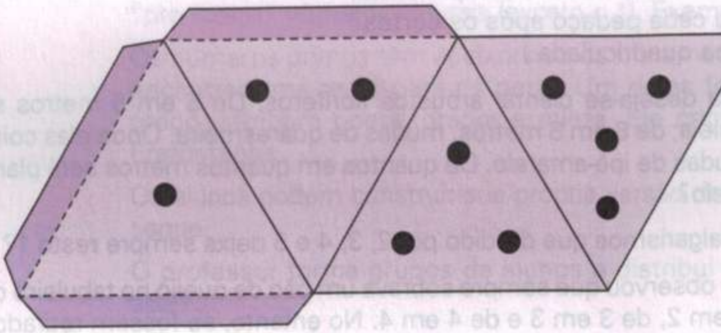
Um dos objetivos desse jogo é fazer com que o aluno decida, mentalmente, quais são os divisores de um certo número.

2º) O jogo do resto (Atividade proposta no projeto *Experiências matemáticas, 5ª série,* SE/CENP.)



Divida a classe em grupos de, no máximo, 5 alunos. Forneça o esquema ao lado a cada grupo.

Molde para o dado:



Fichas para os jogadores:

Regras do jogo:

1ª) Cada jogador escolhe uma ficha para marcar sua posição no jogo.

2ª) Todos os jogadores começam na casa 25.

3ª) Em cada rodada, cada jogador lança o dado uma vez, o que se repete após todos os jogadores terem jogado, e assim por diante.

4ª) O número de casas que cada jogador avançará é igual ao **RESTO** da divisão do **NÚMERO DA CASA** em que se encontra, pelo número que saiu na **FACE DO DADO** em contato com a mesa, após seu lançamento.

5ª) Ganha o jogo quem atingir primeiro (e exatamente) a casa **VENCEDOR**.

Por exemplo: um jogador está na casa 11 e obtém 3 no dado; anda duas casas e vence o jogo. Se, entretanto, ele está na casa 11 e obtém 4, então anda 3 casas assim: casa 5 – **VENCEDOR** – casa 5, isto é, vai e volta.

Proponha aos grupos que joguem algumas partidas, após o que as seguintes questões poderão ser discutidas e justificadas por eles:

a) Qual o maior número de casas que um jogador pode andar?

b) Em que casas um jogador não gosta de cair?

c) Se um jogador estiver na casa 27, à frente dos demais, qual o "pior" resultado que ele poderia obter no dado?

d) No começo do jogo, em que situação o jogador não sai do lugar?

e) Qual resultado no dado não permite ao jogador avançar?

f) Quais as "melhores" casas do jogo?

Unidade 5 – A forma fracionária dos números racionais

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

CONTEÚDO	OBJETIVOS
A idéia de fração	✓ Identificar e representar as situações em que surgem as frações.
Trabalhando com frações de numerador 1	✓ Reconhecer e representar, inicialmente, as frações com numerador 1. ✓ Determinar um meio, um terço, um quarto, ... de um valor.
Trabalhando com as frações	✓ Generalizar o conceito de fração. ✓ Saber e praticar a leitura de uma fração. ✓ Resolver corretamente problemas práticos que envolvem frações. ✓ Desenvolver o cálculo da fração de um número.
Como podem ser as frações?	✓ Reconhecer se uma fração é própria, imprópria ou aparente. ✓ Escrever o número natural representado por uma fração aparente.
Frações equivalentes	✓ Conceituar frações equivalentes. ✓ Conhecer e aplicar a propriedade fundamental das frações para obter frações equivalentes.
Simplificação de frações	✓ Reconhecer uma fração irredutível. ✓ Determinar a forma simplificada de uma fração. ✓ Tornar irredutível uma fração com a aplicação da propriedade fundamental.
Reduzindo duas ou mais frações ao mesmo denominador	✓ Aplicar a equivalência de frações para escrever duas ou mais frações com o mesmo denominador. ✓ Reduzir duas ou mais frações ao menor denominador comum.
As frações e a porcentagem	✓ Identificar a porcentagem como uma fração de denominador 100. ✓ Resolver, aplicando frações, problemas que envolvem porcentagem.
Comparação de números racionais na forma fracionária	✓ Comparar frações utilizando problemas práticos.

CONTEÚDO	OBJETIVOS
Adição e subtração	✓ Efetuar corretamente a adição de dois ou mais números racionais, em qualquer caso. ✓ Resolver corretamente problemas práticos que envolvem a adição com frações. ✓ Efetuar corretamente, quando possível em $\mathbb{Q}_+$, a subtração com números racionais. ✓ Resolver problemas que envolvem a subtração de frações. ✓ Calcular, de acordo com as regras já estabelecidas para os números naturais, o valor de uma expressão numérica.
A forma mista	✓ Saber que a soma de um número inteiro com uma fração representa a forma mista. ✓ Transformar a forma mista em fração imprópria e vice-versa.
Multiplicação	✓ Efetuar corretamente a multiplicação com frações. ✓ Aplicar a técnica do cancelamento como uma forma de simplificar a multiplicação com frações. ✓ Resolver corretamente problemas que envolvem a multiplicação com frações. ✓ Calcular o valor de uma expressão numérica de acordo com as regras já estudadas.
Divisão	✓ Reconhecer e obter números racionais inversos. ✓ Efetuar a divisão de números racionais na forma fracionária. ✓ Aplicar a propriedade fundamental das frações para compor uma regra prática para a divisão. ✓ Resolver corretamente problemas que envolvem divisão com frações. ✓ Calcular o valor de uma expressão numérica.
Potenciação	✓ Calcular potências de números racionais absolutos usando a multiplicação de fatores iguais.
Raiz quadrada exata	✓ Usando os conhecimentos adquiridos com os números naturais, determinar corretamente a raiz quadrada exata de um número racional escrito na forma fracionária.
Resolução de problemas	✓ Resolver corretamente problemas que envolvem dados fracionários.

ORIENTAÇÃO METODOLÓGICA

A. A idéia de fração

Nesta unidade retoma-se a História da Matemática para destacar a origem das frações a partir da necessidade que os povos antigos sentiam de resolver problemas práticos de medição.

As frações já eram conhecidas pelos egípcios há mais de três mil e quinhentos anos, como comprova o papiro Rhind, adquirido pelo colecionador de antigüidades Henry Rhind, no ano de 1858. Com o título de *Regras para inquirir a natureza, e para saber tudo que existe, cada mistério, cada segredo*, foi redigido pelo escriba egípcio Ahmes. Não se sabe ao certo a finalidade mas se supõe que tenha sido elaborado por Ahmes para o uso de seus alunos, candidatos a escribas do faraó.

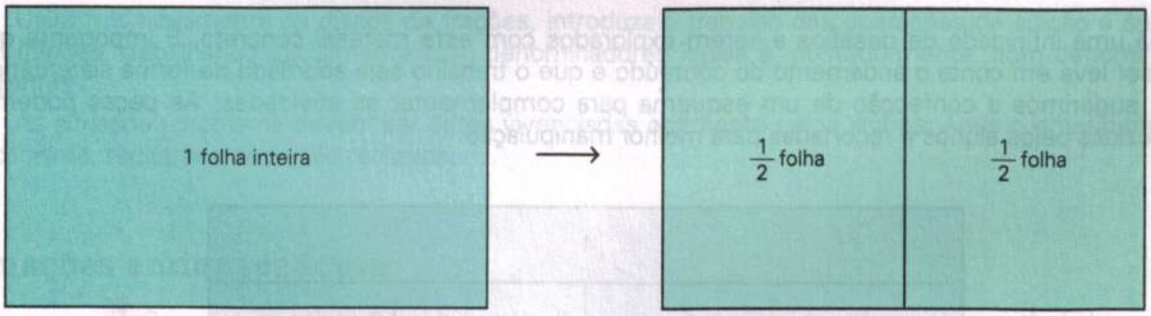
A forma como os egípcios escreviam as frações era interessante: colocavam apenas um ponto em cima do número. Por exemplo, o 10 escrevia-se $\cap$, logo $\frac{1}{10}$ era $\dot{\cap}$.

Os matemáticos egípcios, à exceção feita para $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$, utilizavam frações unitárias. Como não tinham uma forma para escrever $\frac{3}{5}$, utilizavam, por exemplo, $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$.

O professor pode orientar a complementação dos dados históricos através de pesquisas em enciclopédias.

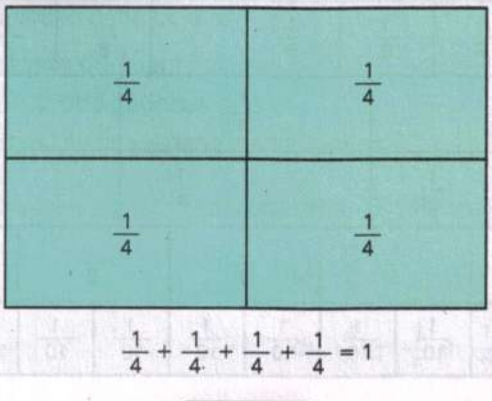
A análise da História da Matemática fornece ao estudante a oportunidade de perceber que a Matemática nasceu das necessidades cotidianas dos povos antigos e que, mesmo hoje, e a todo instante, somos solicitados a pensar matematicamente. Além disso, como nos diz Luís Alberto Brasil em *Aplicações da teoria de Piaget ao ensino da Matemática*: O estudo das frações é uma ótima oportunidade para consolidar os conhecimentos da divisão entre números inteiros, sobretudo pelo exercício simultâneo da operação abstrata e da repartição concreta.

Nesta unidade, devemos retornar ao estudo com frações, já abordadas nas séries anteriores, e ampliá-lo. Podemos partir de materiais concretos. O professor pede aos seus alunos que dobrem uma folha de sulfite ao meio:



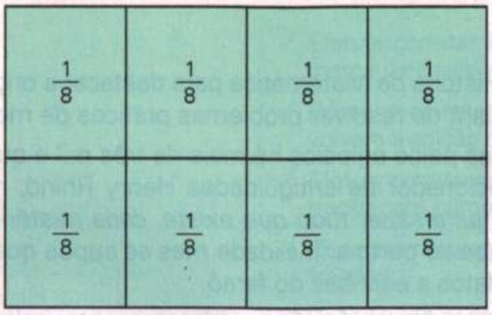
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

Peça que seus alunos a dobrem ao meio novamente:



$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$

Ao dobrá-la pela terceira vez, encontraremos:



$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=1$$

O professor, a cada dobra, reproduz o esquema na lousa.

Este material é interessante para propor atividades iniciais com frações. Os alunos terão oportunidade de concretizar os resultados de questões como:

a) Quanto é $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$?

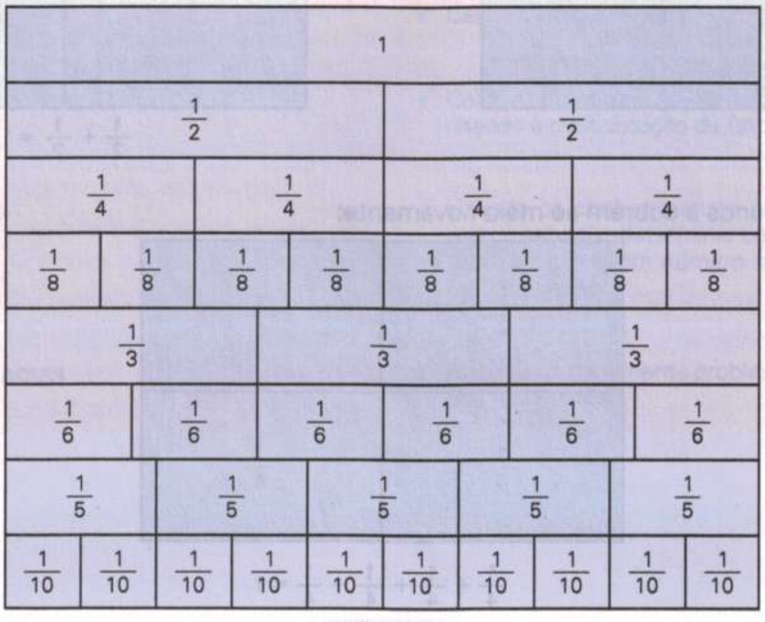
b) O que é maior: $\frac{2}{4}$ da folha ou $\frac{1}{2}$?

c) Quantos $\frac{1}{8}$ de folha preciso para completar uma folha inteira?

d) De uma folha inteira, tirando $\frac{4}{8}$, quanto sobra?

e) Qual é a metade de $\frac{1}{2}$?

Há uma infinidade de desafios a serem explorados com este material concreto. É importante que o professor leve em conta o andamento do conteúdo e que o trabalho seja abordado de forma sistemática. A seguir, sugerimos a confecção de um esquema para complementar as atividades. As peças podem ser reproduzidas pelos alunos e recortadas para melhor manipulação.



Situações enriquecedoras

Jogue com seus alunos:

Jogo das frações

Material:

✓ discos inteiros com o centro demarcado
✓ discos divididos ao meio
✓ discos divididos em 3 partes e em 6 partes
✓ discos divididos em 4 partes e em 8 partes
✓ discos divididos em 5 partes e em 10 partes

Desenvolvimento:

1º) Distribua os discos aos alunos.

2º) Proponha a formação do inteiro.

3º) Pergunte quantas metades formam um inteiro.

4º) Com o disco dividido em 4 partes, pergunte quantos $\frac{1}{4}$ necessitamos para formar um inteiro.

5º) Solicite, também, que os alunos formem o inteiro, retirem uma parte e recubram-na com outras frações iguais entre si, deixando que eles encontrem as partes equivalentes à parte retirada. Os resultados devem ser registrados e discutidos com os colegas.

Questione e registre a todo momento as soluções encontradas. Com este material o aluno adquirirá os conceitos de equivalência, comparação e simplificação de frações.
Além disso, variando as atividades com outras frações, o professor poderá introduzir a nomenclatura de número misto.

B. Adição e subtração com frações

Utilizando novamente os discos de frações, introduza o trabalho das operações de adição e subtração com frações, trabalhando inicialmente com denominadores iguais e, posteriormente, com denominadores diferentes.

As situações-problema devem ser antes vivenciadas oralmente pelos alunos. Após o entendimento do mecanismo, registrar a operação realizada.

Situações enriquecedoras

1 Dona Cristina tinha 2 kg de farinha. Precisava de $1\frac{1}{2}$ kg para fazer pães e $\frac{3}{4}$ de kg para fazer uma receita de torta. A farinha era suficiente?

2 A metade do número de figurinhas que eu tenho é igual à quarta parte do número que você tem. Por isso, eu posso concluir que:

a) Você tem a metade de figurinhas que eu.

b) Você tem o dobro de figurinhas que eu.

c) Nós temos a mesma quantidade de figurinhas.

3 Formule problemas que podem ser resolvidos, calculando-se:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

c) $\frac{3}{5} + \frac{1}{3}$

d) $\frac{4}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{2}$

C. Multiplicação com frações

Inicie o trabalho de multiplicação com frações, utilizando o material didático.

O entendimento do algoritmo da multiplicação é importante para que o aluno não o confunda com o algoritmo da adição.

O aluno construirá mais facilmente o conceito desejado se o professor inicialmente trabalhar com atividades do cotidiano.

Situações enriquecedoras

1 Utilizando folhas de jornal, peça aos alunos que recortem tiras de mesmo tamanho e obtenham:

a) a metade da metade de uma tira
b) a metade da quarta parte da tira
c) a metade da terça parte da tira
d) a metade da quinta parte da tira

2 Posteriormente, proponha que as seguintes partes de tiras sejam divididas pela metade:

a) três quartos
b) dois terços
c) quatro quintos

3 A família de Nazaré consome $1\frac{1}{4}$ litro de leite por dia. Ela deve comprar leite suficiente para sábado, domingo e segunda-feira. Quantos litros de leite ela deve comprar?

4 Achar a metade de $\frac{2}{5}$ de uma folha de sulfite.

5 Um menino nadou $\frac{3}{4}$ do comprimento de uma piscina. Desse percurso, ele fez $\frac{1}{3}$ em nado livre e o restante de costas. Responda:

a) Se a piscina mede 16 m, quantos metros ele nadou de costas?
b) Que parte do comprimento da piscina o menino nadou de costas? E em nado livre?

6 Mamãe fez 3 pães e usou $\frac{3}{4}$ de kg de farinha para cada um. Quanto de farinha ela usou?

D. Divisão com frações

É importante introduzir o trabalho com divisão por meio das idéias de repartir e medir.

Situações enriquecedoras

1 Peça aos alunos que peguem uma tira qualquer e que a dividam em três partes iguais. Depois, tomem uma dessas partes e a dividam ao meio. Dividam a segunda parte em três partes iguais e a terceira em seis partes iguais. Solicite que os alunos comparem as três tiras.

2 Proponha a seguinte experiência: 1 litro de água dividido em quatro copos. Quanto de água poderá ser colocado em cada copo? Quantas vezes $\frac{1}{4}$ de litro cabe em 2 litros?

3 Proponha problemas curiosos:

a) Meu irmão pediu metade do meu chocolate. Como eu já havia comido a metade do tablete, dei a ele a metade do que sobrou. Quanto do chocolate meu irmão comeu?

b) Se um quarto dos elefantes de uma manada são machos e 24 são fêmeas, quantos são os elefantes da manada?

c) Um tijolo tem massa de 1 kg mais meio tijolo. Quanto tem de massa um tijolo e meio?

d) Um ônibus parte de uma cidade com $\frac{2}{5}$ dos lugares ocupados. Numa primeira parada sobem 10 passageiros, deixando o ônibus com 80% dos lugares ocupados. Quantos lugares tem esse ônibus?

e) Juliana e Roberto partiram um bolo. Juliana comeu a terça parte do bolo, Roberto comeu a terça parte da metade do bolo. Quem comeu mais?

f) Certas bactérias se multiplicam tão rapidamente que seu número dobra a cada minuto. Num tubo elas se multiplicam de tal maneira que, em 56 minutos, dá para encher metade do tubo. Em quantos minutos o tubo estaria totalmente cheio?

g) Marcos perdeu $\frac{3}{4}$ de suas figurinhas. Sabendo-se que ele perdeu 24 figurinhas, quantas figurinhas ele tinha?

h) Num pomar há certo número de árvores, sendo que a metade são laranjeiras, $\frac{1}{4}$ são mangueiras, $\frac{1}{6}$ são ameixeiras e as 50 restantes são bananeiras. Quantas árvores há de cada espécie?

i) Havia um tonel cheio de vinho. Gastou-se $\frac{2}{3}$ para fazer vinagre e acrescentaram-se 35 litros de outro vinho, atingindo, assim, a metade do tonel. Qual a capacidade do tonel?

E. Potenciação com frações

Mais uma vez a visualização geométrica facilita a introdução do trabalho com potenciação:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4$$

Peça aos alunos que montem um disco representando o inteiro e o dobrem quatro vezes consecutivas pela metade, até dividi-lo em 16 partes.

Isto é, $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ chega-se a $\frac{1}{16}$.

Proponha que o aluno represente com tiras 1 inteiro e divida-o em três partes, destacando duas. Divida essa parte ao meio e novamente ao meio.

$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$, interpretando por $\frac{2}{3}$ de $\frac{2}{3}$.

Agora, peça para representarem $\left(\frac{3}{2}\right)^3$.

Questione com eles quando o resultado de uma potência é menor que a base e quando é maior.

Unidade 6 – A forma decimal dos números racionais

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

CONTEÚDO	OBJETIVOS
Introdução	✓ Identificar problemas concretos sobre números decimais.
Representação decimal	✓ Identificar frações decimais. ✓ Reconhecer nos números decimais uma outra forma de representar números racionais. ✓ Identificar a parte inteira e a parte decimal. ✓ Representar uma fração decimal na forma de número decimal e vice-versa.
Leitura dos números decimais	✓ Explorar o quadro de ordens (inteiros e decimais) para ler e escrever corretamente um número decimal.
Propriedade geral dos números decimais	✓ Verificar que o valor de um número decimal não se altera quando acrescentamos ou cancelamos zeros à direita da sua parte decimal.
Comparação de números decimais	✓ Usando os sinais =, > ou <, comparar dois números decimais.
Adição e subtração de números decimais	✓ Efetuar corretamente, com o quadro de ordens, a adição de dois ou mais números decimais. ✓ Resolver problemas que envolvem adição de números decimais. ✓ Usar as frações decimais para justificar a adição de dois números decimais. ✓ Usar as frações decimais para justificar a subtração de números decimais. ✓ Efetuar corretamente, com o quadro de ordens, a subtração de números decimais. ✓ Resolver problemas que envolvem subtração de números decimais.
Multiplicação de números decimais	✓ Efetuar corretamente a multiplicação de um número decimal por 10, por 100, por 1 000 etc. ✓ Efetuar a multiplicação de números decimais. ✓ Resolver problemas que envolvem a multiplicação de números decimais.
Os números decimais e o cálculo de porcentagens	✓ Resolver problemas que envolvem o cálculo de porcentagens.

CONTEÚDO	OBJETIVOS
Divisão de números decimais	✓ Efetuar corretamente a divisão de um número decimal por 10, por 100, por 1 000, mostrando que essa divisão é o mesmo que multiplicar o número decimal por 0,1; 0,01; 0,001, respectivamente. ✓ Efetuar a divisão de um número natural por outro, dando o resultado na forma de número decimal. ✓ Efetuar corretamente a divisão de números decimais com aplicação da propriedade do quociente. ✓ Resolver problemas que envolvem a divisão de números decimais.
Representação decimal de um número racional absoluto	✓ Determinar a forma decimal de uma fração qualquer. ✓ Reconhecer quando esta forma decimal é exata ou uma dízima periódica. ✓ Identificar o período em uma dízima periódica.
Potenciação de números decimais	✓ Calcular a potência de números decimais.

ORIENTAÇÃO METODOLÓGICA

O assunto é introduzido por uma leitura da História da Matemática e apresenta o número racional na forma decimal e sua representação no novo quadro posicional.

O quadro valor de lugar ou quadro posicional auxilia na comparação da forma decimal com a forma fracionária. O quadro posicional também auxiliará na leitura dos números decimais, na comparação e na dedução da propriedade dos números decimais.

Na adição e na subtração, a proposta é a utilização do quadro de ordens, para que o aluno perceba que se deve colocar um número embaixo do outro, de modo que os algarismos da mesma ordem fiquem numa mesma coluna. O professor deve levar o aluno a observar o número decimal como um todo composto de parte inteira e parte decimal e não apenas a dominar o algoritmo mecanicamente.

Na subtração, o aluno deve perceber a necessidade de serem completadas com zeros as ordens que estão faltando.

As atividades propostas são problemas relacionados com outras áreas e com outros assuntos da Matemática, em que se utiliza a representação decimal.

Na multiplicação, o aluno deverá ser motivado a representar a solução de uma situação-problema de diversas maneiras para que perceba as relações que existem entre elas:

1ª) Representar com material concreto.

2ª) Colocar no quadro de ordens.

3ª) Representar na forma de fração decimal.

4ª) Representar na forma decimal.

No momento em que o aluno compreender e se familiarizar com as operações, irá eliminando os diversos registros até a formalização da técnica operatória.

Na divisão, o trabalho deve seguir os mesmos passos da multiplicação, com ênfase nos processos de transformação do dividendo e do divisor. Se o professor seguir as orientações exemplificadas no livro, perceberá que as atividades seguem um grau de dificuldade crescente, justificando inclusive o famoso "igualam-se as casas e cortam-se as vírgulas".

Situações enriquecedoras

1 O uso do material dourado na representação de números decimais

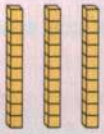
Podemos utilizar o material dourado na representação de números decimais. Vejamos:

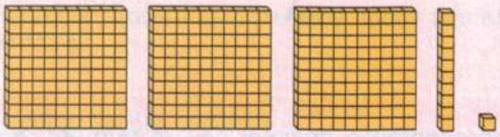
 = 1 unidade (ou um inteiro)

 = 1 décimo

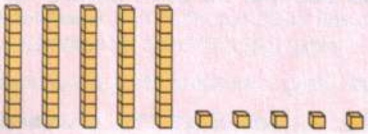
 = 1 centésimo

O professor pede aos alunos que representem desta forma diversos números decimais e sua equivalência fracionária:

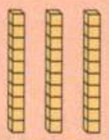
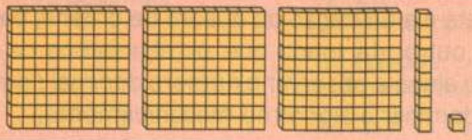
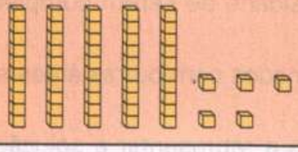
0,3 = 

3,11 = 

0,03 = 

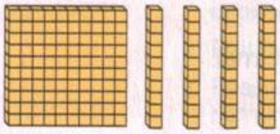
0,55 = 

O professor pode sistematizar estas informações através de uma tabela:

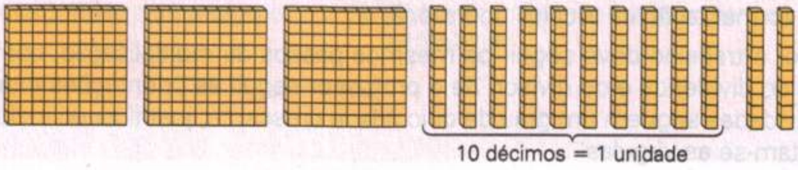
	Material Dourado	Fração Decimal	Representação Decimal		
			Unidade	Décimo	Centésimo
três décimos		$\frac{3}{10}$	0,	3	
três centésimos		$\frac{3}{100}$	0,	0	3
três inteiros e onze centésimos		$3\frac{11}{100}$	3,	1	1
cinqüenta e cinco centésimos		$\frac{55}{100}$	0,	5	5

2 Material dourado e a multiplicação com números decimais

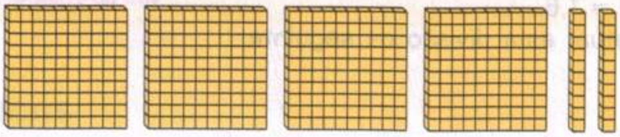
Como exemplo, vamos calcular 3 × 1,4.



Repetindo esta quantidade três vezes, teremos:



Trocando 10 décimos por 1 unidade, teremos:



Usando o quadro de valores para registrar o resultado, teremos:

C	D	U		d	c	m
		4	,	2		

, ou seja, 4,2

Então, 3 × 1,4 = 4,2.

Podemos justificar o resultado de duas maneiras:

a) $1,4 \times 3 = 1,4 + 1,4 + 1,4 = 4,2$

b) $1,4 \times 3 = \frac{14}{10} \times 3 = \frac{42}{10} = 4,2$

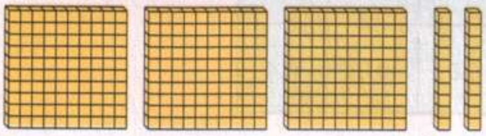
Finalmente, chega-se à forma prática:

①
1,4 (um algarismo na parte decimal)
× 3
4,2 (um algarismo na parte decimal)

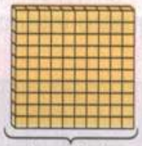
3 × 4 d = 12 d = 1 U 2 d
3 × 1 U = 3 U
3 U + 1 U = 4 U

3 Material dourado e a divisão com números decimais

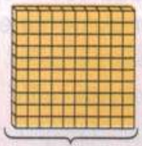
Como exemplo, vamos calcular 3,2 : 2.
Usando o material, vamos representar o dividendo:



Repartindo igualmente as unidades por 2, teremos:



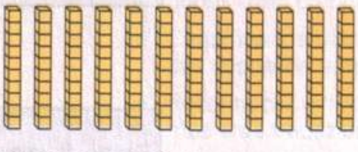
1 unidade para A



1 unidade para B

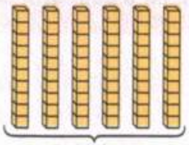
Restou: 1 unidade.

Transformando a unidade que restou em 10 décimos e acrescentando aos 2 décimos já existentes, teremos 12 décimos:



Repartindo igualmente os 12 décimos por 2, teremos:

6 décimos para A



6 décimos para B

Não restam décimos.
Então, 3,2 : 2 = 1,6.
Podemos efetuar esta divisão da seguinte maneira:

$$\begin{array}{r|l} \text{U d} & \\ 32 & \underline{20} \\ \underline{-20} & 1,6 \\ 120 & \text{U d} \\ \underline{-120} & \\ 0 & \end{array}$$

Então, 3,2 : 2 = 3,2 : 2,0.
Multiplicando 3,2 por 10, teremos 32, e multiplicando 2,0 por 10, teremos 20; assim:
3,2 : 2 = 3,2 : 2,0 = 32 : 20

4 Quadrado mágico com números decimais

Colocar os alunos em contato com os quadrados mágicos é uma atividade que pode dar bons frutos. Sua origem é obscura. O primeiro que se tem notícia é chamado de Loh-Shu, originário da China, por volta de 2800 a.C.
Nos quadrados mágicos devem-se dispor os números de tal modo que a soma tanto na horizontal como na vertical ou na diagonal seja sempre a mesma. O exemplo que daremos é de um quadrado mágico de ordem 3.
Vamos à nossa adaptação do quadrado mágico para números decimais.

0,6	0,7	0,2
0,1	0,5	0,9
0,8	0,3	0,4

Mais um desafio:
Será um quadrado mágico se a soma dos números representados em cada linha, coluna e diagonal for quarenta e cinco décimos ou quatro inteiros e cinco décimos.

$\frac{4}{5}$	$1\frac{1}{2}$	
	6	0,5

Resposta:

2,5	0,2	1,8
0,8	1,5	2,2
1,2	2,8	0,5

Unidade 7 – Geometria

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

CONTEÚDO	OBJETIVOS
Ponto, reta e plano	✓ Identificar ponto, reta e plano como idéias intuitivas. ✓ Reconhecer e representar ponto, reta e plano. ✓ Relacionar ponto e reta, ponto e plano, reta e plano.
Figura geométrica	✓ Abstrair figuras geométricas a partir de objetos reais. ✓ Reconhecer quando uma figura geométrica é plana ou espacial.
A reta	✓ Verificar, de modo intuitivo, quantas retas passam por um ponto e quantas retas passam por dois pontos distintos. ✓ Identificar retas concorrentes ou secantes. ✓ Identificar retas paralelas. ✓ Identificar retas coincidentes. ✓ Reconhecer, representar e nomear semi-retas. ✓ Reconhecer, representar e nomear segmentos de reta. ✓ Associar a um segmento um número denominado medida usando uma unidade padrão qualquer. ✓ Reconhecer como congruentes dois ou mais segmentos que têm as mesmas medidas tomadas na mesma unidade.
Polígonos	✓ Reconhecer linhas simples e não-simples. ✓ Reconhecer linhas simples fechadas. ✓ Reconhecer polígonos convexos. ✓ Identificar os elementos de um polígono. ✓ Nomear os polígonos de acordo com o número de lados.
Triângulos e quadriláteros	✓ Reconhecer triângulos e quadriláteros como os polígonos mais comuns. ✓ Classificar os triângulos segundo os critérios: medidas dos lados e medidas dos ângulos internos. ✓ Reconhecer, entre os quadriláteros, os paralelogramos e os trapézios. ✓ Reconhecer, entre os paralelogramos, os retângulos, os losangos e os quadrados.

ORIENTAÇÃO METODOLÓGICA

O enfoque histórico no início de algumas unidades é importante para que os alunos verifiquem os avanços das teorias e técnicas de cada assunto abordado. Através de um bate-papo inicial, peça aos alunos que observem as formas geométricas encontradas na natureza, nas construções e edificações, nos objetos etc. A Geometria faz com que o aluno perceba o espaço em que vive, ajuda a solucionar questões da vida prática, auxilia na visualização de certos problemas e propriedades, inter-relaciona-se com os outros campos do conhecimento (Física, História, Artes etc.)

Situações enriquecedoras

1 Solicite que os alunos tragam vários objetos como caixas, latas, bolas. Classifique esses objetos agrupando-os por semelhanças. Desmonte uma das caixas e observe sua configuração plana. Contorne as faces de cada objeto e verifique que figura geométrica representa. Classifique essas faces ou polígonos.

2 Utilize canudinhos de plástico e durex para explorar os segmentos:

a) Solicite que os alunos unam dois canudinhos, de modo que tenham um extremo comum. Registrar todas as possibilidades encontradas.

b) Peça aos alunos que unam 3 canudinhos de cores diferentes, encaixando-os sem entortá-los (segmentos colineares).

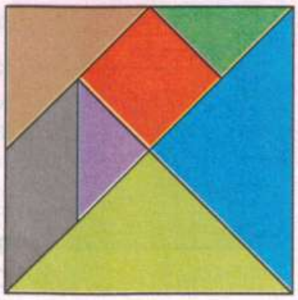
3 Proponha atividades para trabalhar com linhas poligonais planas e não-planas.

a) Marcar dois pontos no chão e pedir aos alunos que façam caminhos diferentes, registrando no quadro e em seus cadernos os caminhos obtidos. Qual dos caminhos apresentados é o mais curto?

b) Montar esboços de percursos conhecidos ou caminhos que os alunos fazem para ir à escola. Cada rua será representada por um segmento de reta.

c) Pesquisar em livros de Arte quadros de pintores modernos que utilizem figuras geométricas para compor sua obra.

4 Trabalhe com o tangram: confeccione com seus alunos, em cartolina, conforme o modelo a seguir.

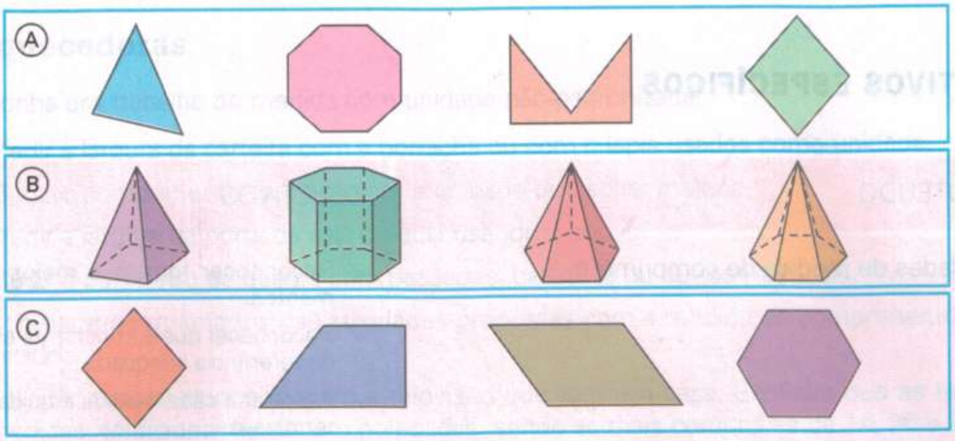


a) Com apenas duas peças, formar: um quadrado, um triângulo e um paralelogramo.

b) Formar um quadrado com apenas três peças; quatro peças; cinco peças; seis peças (não é possível); sete peças.

5 Peça que os alunos observem a sala de aula. Quais as formas que estão ali representadas? Quais as superfícies planas? Quais as superfícies curvas? Onde podemos encontrar retas? Partindo de perguntas como essas, o professor tem condição de avaliar o conhecimento já adquirido pelos alunos nas séries anteriores ou intuitivamente.

Como desafio, e sem ainda explorar poliedros e não-poliedros, mostre, através de um cartaz, as formas abaixo.



Depois de atenta observação, os alunos deverão anotar qual a forma que não combina com as outras nos grupos *A*, *B*, e *C*. As respostas deverão ser entregues ao professor. Ao término do estudo dessa unidade, o professor devolve as respostas e pede aos alunos que avaliem novamente as formas apresentadas. No grupo *A*, há um polígono não-convexo entre os polígonos convexos; no grupo *B* há um prisma entre as pirâmides; no grupo *C*, um hexágono entre quadriláteros. Além da identificação das formas, o professor irá explorar a importância da observação e da classificação para a Geometria.

Leitura enriquecedora

Malba Tahan, em seu livro *Matemática divertida e curiosa*, conta-nos um pouco sobre a origem da Geometria:

"Certos documentos concernentes à Matemática dos caldeus datam de 3000 a.C., ao passo que os documentos egípcios mais antigos precedem cerca de 1700 da era cristã.

Os fragmentos que vieram revelar à ciência o desenvolvimento da Matemática na famosa Babilônia são vastos, é verdade, mas completamente isolados uns dos outros.

Os caldeus adotavam — e a tal respeito não subsiste mais dúvida alguma — um sistema de numeração que tinha por base o número 60, isto é, no qual 60 unidades de uma ordem formam uma unidade de ordem imediatamente superior. E com tal sistema chegavam apenas ao número 12 960 000, que corresponde à quarta potência da base 60.

A Geometria dos caldeus e assírios tinha um caráter essencialmente prático e era utilizada nos diversos trabalhos rudimentares de agrimensura. Sabiam decompor, para determinação da área, um terreno irregular em triângulos retângulos, retângulos e trapézios. As áreas do quadrado (como caso particular do retângulo), do triângulo retângulo e do trapézio são corretamente estabelecidas. Chegaram também (3000 a.C.) ao cálculo do volume do cubo, do paralelepípedo e talvez do cilindro.

É interessante assinalar que na representação dos carros assírios as rodas apareciam sempre com 6 raios, opostos diametralmente e formando ângulos centrais iguais. Isso nos leva a concluir, com segurança, que os caldeus conheciam o hexágono regular e sabiam dividir a circunferência em 6 partes iguais. Cada uma dessas partes da circunferência era dividida em 60 partes também iguais (por causa do sistema de numeração) resultando daí a divisão total da circunferência em 360 partes ou graus."

Como vimos no texto de Malba Tahan, a Geometria nasceu das necessidades práticas do homem. O objetivo das atividades aqui propostas é oferecer ao aluno a oportunidade de, utilizando materiais concretos e resolvendo desafios, desenvolver seu pensamento geométrico. O que algumas vezes pode parecer divertimento é uma oportunidade de trabalhar a habilidade visual, a interpretação e a observação.

Unidade 8 – Medindo comprimentos e superfícies

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

CONTEÚDO	OBJETIVOS
Unidades de medida de comprimento	✓ Reconhecer formas e meios para medir comprimentos. ✓ Reconhecer que é importante escolher uma unidade de referência adequada. ✓ Associar a cada medida a unidade utilizada para determiná-la. ✓ Reconhecer o metro como unidade de comprimento padrão. ✓ Conhecer os múltiplos e submúltiplos do metro. ✓ Conhecer unidades que não pertencem ao sistema decimal e o seu valor em relação ao metro.
Transformação das unidades de medida de comprimento	✓ Transformar uma unidade de medida de comprimento em outra unidade, aplicando a relação decimal existente entre as diversas unidades. ✓ Resolver corretamente problemas que envolvem medir comprimentos.
Perímetro de um polígono	✓ Determinar o perímetro de um polígono. ✓ Resolver problemas que envolvem o perímetro.
Unidades de medida de superfície	✓ Identificar o metro quadrado como uma região quadrada de 1 m de lado. ✓ Conhecer as unidades padronizadas usadas para medir superfícies. ✓ Estabelecer as relações existentes entre as diversas unidades de medida de superfície.
Transformação das unidades de medida de superfície	✓ Transformar uma unidade de medida de superfície em outra unidade, aplicando a relação existente entre as diversas unidades.
As medidas agrárias	✓ Conhecer as medidas de superfície, quando se trata de sítios, fazendas.
Áreas das figuras geométricas planas	✓ Associar a uma superfície um número que expressa a medida dessa superfície e que se denomina área. ✓ Determinar a área de figuras retangulares, por contagem. ✓ Calcular áreas do quadrado, do retângulo, do paralelogramo, do triângulo e do trapézio. ✓ Calcular a área de figuras compostas simples.

ORIENTAÇÃO METODOLÓGICA

Situações enriquecedoras

1 Proponha um trabalho de medida com unidade não-padronizada:

a) Medir a largura da carteira com a borracha ou com o lápis usados como unidade.

b) Medir o comprimento da lousa com a unidade que achar melhor.

c) Medir a largura da porta da sala de aula usando o pé.

d) Medir o perímetro da quadra com passadas, barbante ou outros materiais.

e) Comparar os resultados das atividades propostas com a medida de comprimento padronizado.

f) Solicitar que os alunos meçam a televisão que têm em casa. Explique que as telas são medidas, tradicionalmente, em polegadas, sendo as mais comuns as de 14, 20 e 29 polegadas e que eles deverão medir na diagonal e comparar com a medida em polegadas.

2 Peça a seus alunos que tragam instrumentos para medir comprimentos como fita métrica, trena ou metro de pedreiro. Os alunos devem observar por alguns instantes as divisões do metro. Em quantos milímetros é dividido o centímetro? Em 1 metro há quantos pedaços iguais a 1 cm? Quantos centímetros existem em meio metro? E na quarta parte de um metro? O professor pode criar atividades semelhantes para trabalhar a relação entre centímetro e metro.

3 Explore bastante o trabalho de medições com objetos variados, habituando o aluno a considerar o palmo, o pé e o passo como unidades de medida aproximada. A estimativa também deve ser explorada. Discutir com os alunos os dados obtidos por estimativa e por medições diretas.

4 Utilize papel quadriculado como recurso para que o aluno perceba os conceitos de perímetro e área. Peça que o aluno contorne um retângulo de lados de 3 ⊢⊣ e 8 ⊢⊣ e um outro de lados de 2 ⊢⊣ e 12 ⊢⊣ . Analise com os alunos os resultados obtidos.

5 Propor que desenhem, em papel quadriculado, um retângulo de área de 60 ☐ e construam uma tabela com as medidas de comprimento, largura, perímetro e área.

6 Fazer a mesma atividade com outras figuras planas e levar os alunos a refletirem sobre alguns aspectos importantes:

a) As figuras planas podem ter a mesma área e perímetros diferentes?

b) As figuras planas podem ter a mesma área e perímetros iguais?

7 Através de equivalência de figuras planas, apresentar a formalização das áreas do quadrado, retângulo, triângulo, trapézio e paralelogramo. O papel quadriculado é o material mais apropriado para visualizar a área e o perímetro das figuras.

8 Pesquisar em jornais plantas de apartamento. Quadricular e calcular a área em centímetros quadrados de cada cômodo e a área total.

9 Uma praça na forma quadrada tem em cada um de seus vértices uma árvore frondosa. Um arquiteto deseja duplicar sua área, de modo que continue quadrada, que as árvores não sejam derrubadas e que elas continuem fora da praça.

Unidade 9 – Medindo o volume e a capacidade

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

CONTEÚDO	OBJETIVOS
Unidades de medida de volume	✓ Saber que é possível calcular a quantidade de espaço ocupado por um sólido usando uma unidade de referência. ✓ Reconhecer o metro cúbico como um cubo de 1 m de aresta. ✓ Conhecer as unidades padronizadas usadas para medir o volume dos sólidos.
Transformação das unidades de medida de volume	✓ Estabelecer as relações existentes entre as diversas unidades de medida de volume. ✓ Reconhecer a necessidade de escolher adequadamente a unidade padronizada para o cálculo de volumes de um sólido. ✓ Transformar uma unidade de medida de volume em outra unidade, aplicando as relações existentes entre as diversas unidades no sistema decimal.
Os sólidos geométricos	✓ Reconhecer prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas entre os objetos que envolvem o mundo do aluno. ✓ Identificar faces, arestas e vértices de sólidos geométricos. ✓ Reconhecer, em especial, o paralelepípedo retângulo e o cubo.
Cálculo do volume de alguns sólidos geométricos	✓ Calcular o volume de um sólido por meio de contagem. ✓ Calcular o volume de um cubo e de um paralelepípedo retângulo por meio de uma fórmula.
Unidades de medida de capacidade	✓ Reconhecer que é possível medir a quantidade de líquido existente no interior de um sólido usando uma unidade de referência. ✓ Verificar que, ao medir a quantidade de líquido existente no interior de um sólido, obtém-se um número chamado capacidade do sólido. ✓ Reconhecer o litro como ligado à capacidade de um cubo cuja aresta mede 1 dm. ✓ Reconhecer que, entre o litro e o dm^3, existe a relação $1\ dm^3 = 1\ \ell$.
Outras unidades para medir capacidade	✓ Conhecer as unidades padronizadas para medir a capacidade de recipientes. ✓ Estabelecer as relações existentes entre as diversas unidades de medida de capacidade.
Transformação das unidades de medida de capacidade	✓ Transformar uma unidade de capacidade em outra unidade, aplicando as relações existentes entre as diversas unidades no sistema decimal.
Problemas envolvendo volume e capacidade	✓ Resolver corretamente problemas que envolvem volume e capacidade.

Unidade 10 – Medindo a massa

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

CONTEÚDO	OBJETIVOS
Unidades de medida de massa	✓ Reconhecer as unidades padronizadas para medir massa.
Transformação das unidades de medida de massa	✓ Transformar uma unidade de massa em outra unidade, de acordo com as relações existentes entre as diversas unidades no sistema decimal.
Uma relação importante	✓ Relacionar unidades de volume, de capacidade e de massa: 1 dm^3 = 1 ℓ = 1 kg.

ORIENTAÇÃO METODOLÓGICA

Situações enriquecedoras

1 Fazendo uma balança, atividade proposta no projeto *Experiências matemáticas, 5ª série*, SE/CENP.

Material:

- ✓ Uma ripa de madeira de, aproximadamente, 40 cm.
- ✓ Duas tampas de frascos iguais (podem ser de doce, maionese), ou dois copinhos de plástico.
- ✓ Pedaços de barbante.

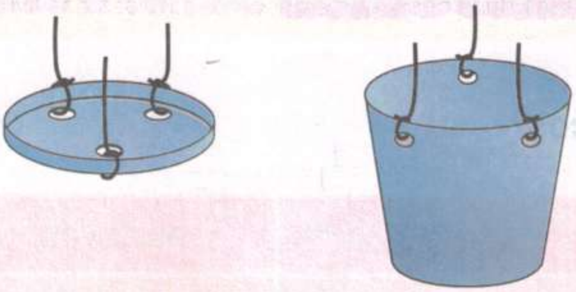
Desenvolvimento:

Sugira aos alunos que construam, em grupo, uma balança.
Peça que:

1º) Façam 3 furos nas tampas, como na figura.

Se usarem copinhos, façam 3 furos próximos à sua borda superior, como na figura.

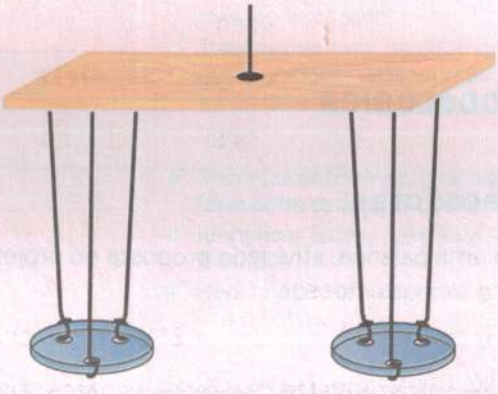
2º) Passem, em cada furo, pedaços de barbante de 20 cm, dando um nó para não escaparem.



3º) Façam um pequeno furo, com um prego, na metade da ripa.

4º) Passem um barbante de 15 cm pelo furo.

5º) Pendurem as tampas, ou os copinhos, nas pontas da ripa.



6º) Antes de usar a balança, verifiquem se está equilibrada na posição horizontal. Caso isso não aconteça, desloquem as tampas até conseguirem o equilíbrio.

7º) Agora, peça que juntem algumas moedas iguais, ou clipes, e tentem medir a massa de alguns objetos: borracha, lápis, folha de papel etc. A unidade poderá ser a massa de uma moeda ou clipe.

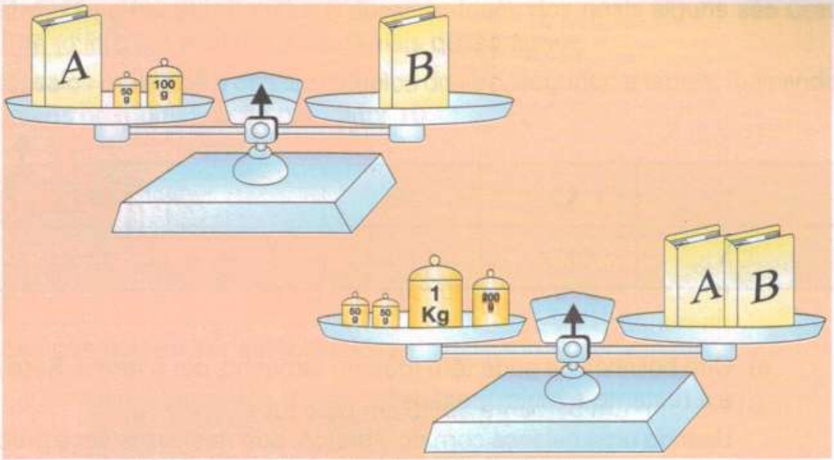
8º) Observe os procedimentos dos alunos para medir a massa e solicite que anotem os resultados numa tabela:

Objetos	Massa Unidade: moeda	Massa Unidade: clipe

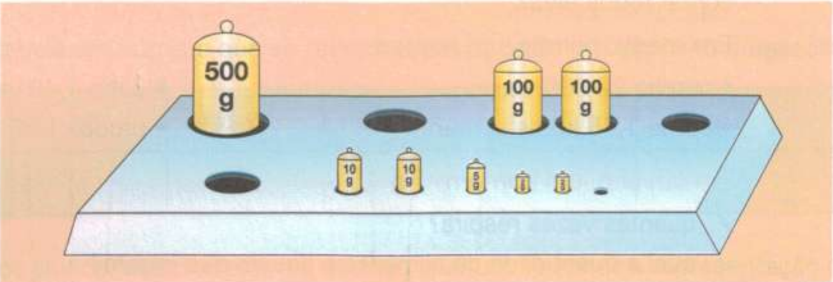
Peça que ordenem do mais leve ao mais "pesado".

2 Resolva os problemas: (Atividade proposta no projeto *Experiências matemáticas, 5ª série,* SE/CENP.

a) Observe essas duas pesagens e encontre a massa dos livros *A* e *B*.



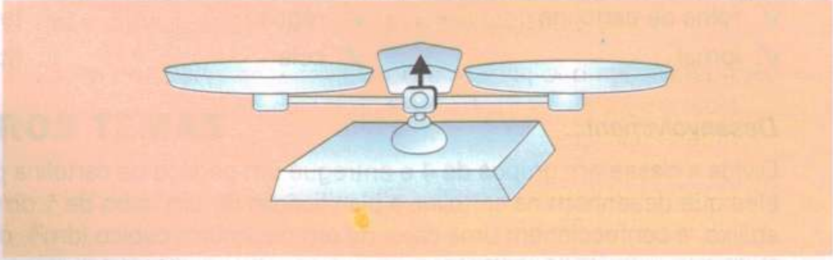
b) A caixa de pesos está incompleta, pois foram perdidos os pesos de 200 g, 50 g, 20 g e 1 g.



Como fazer para "pesar":

- 580 g de farinha?
- 21 g de fermento?
- 375 g de manteiga?

Desenhe sobre os pratos de balança os pesos que você utilizou para "pesar" o que foi pedido.

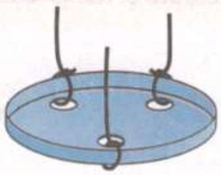


c) Verifique quais os artigos que habitualmente são comprados na sua casa e que vêm embalados em pacotes de 1 kg; $\frac{1}{2}$ kg; $\frac{1}{4}$ de kg.

Registre na tabela os resultados de sua investigação.

Artigos comprados em pacotes		
de 1 kg	de $\frac{1}{2}$ de kg	de $\frac{1}{4}$ de kg

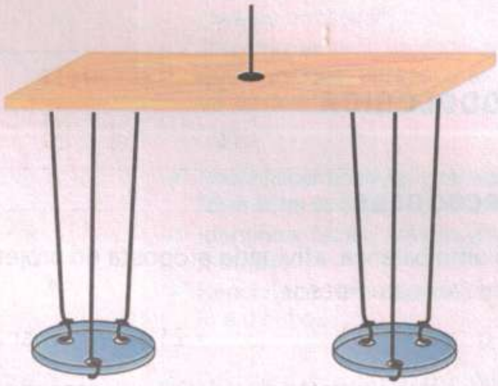
2º) Passem, em cada furo, pedaços de barbante de 20 cm, dando um nó para não escaparem.



3º) Façam um pequeno furo, com um prego, na metade da ripa.

4º) Passem um barbante de 15 cm pelo furo.

5º) Pendurem as tampas, ou os copinhos, nas pontas da ripa.



6º) Antes de usar a balança, verifiquem se está equilibrada na posição horizontal. Caso isso não aconteça, desloquem as tampas até conseguirem o equilíbrio.

7º) Agora, peça que juntem algumas moedas iguais, ou clipes, e tentem medir a massa de alguns objetos: borracha, lápis, folha de papel etc. A unidade poderá ser a massa de uma moeda ou clipe.

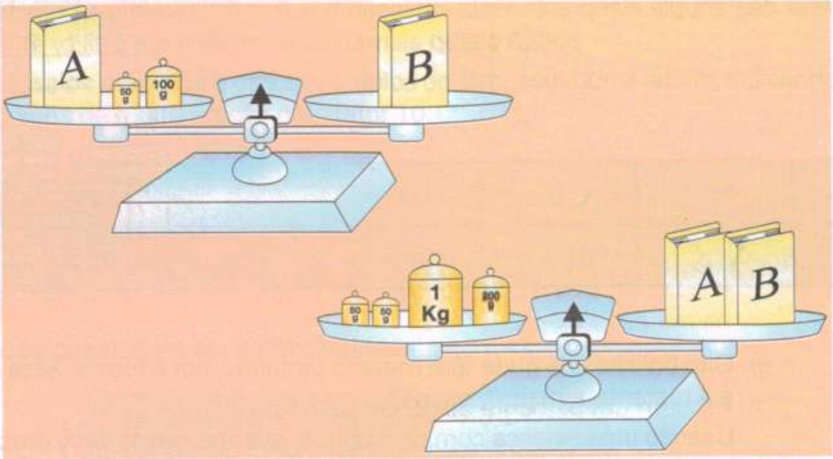
8º) Observe os procedimentos dos alunos para medir a massa e solicite que anotem os resultados numa tabela:

Objetos	Massa Unidade: moeda	Massa Unidade: clipe

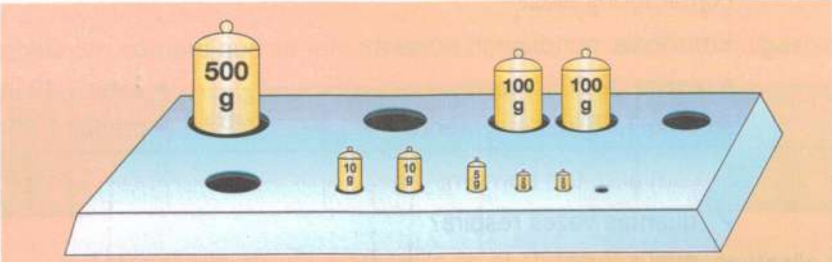
Peça que ordenem do mais leve ao mais "pesado".

2 Resolva os problemas: (Atividade proposta no projeto *Experiências matemáticas, 5ª série,* SE/CENP.

a) Observe essas duas pesagens e encontre a massa dos livros *A* e *B*.



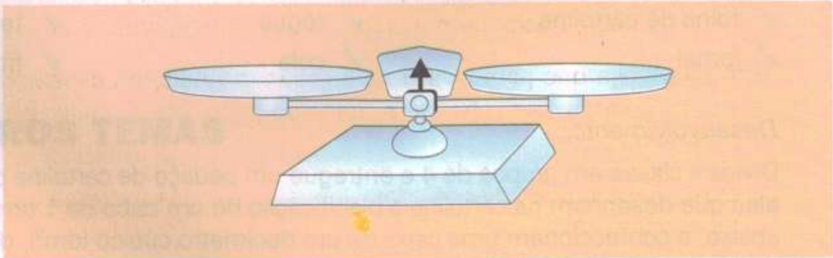
b) A caixa de pesos está incompleta, pois foram perdidos os pesos de 200 g, 50 g, 20 g e 1 g.



Como fazer para "pesar":

- 580 g de farinha?
- 21 g de fermento?
- 375 g de manteiga?

Desenhe sobre os pratos de balança os pesos que você utilizou para "pesar" o que foi pedido.

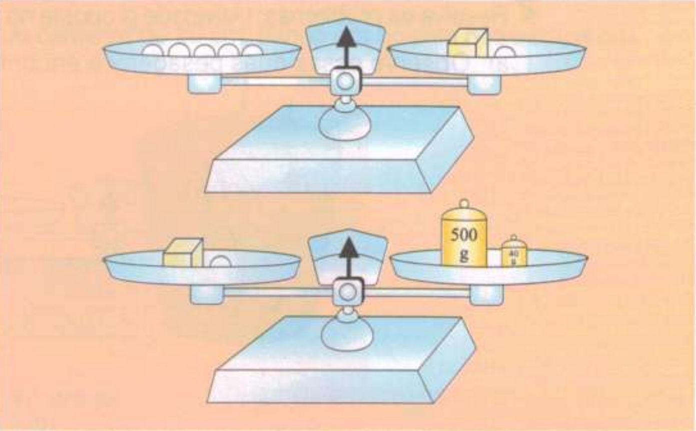


c) Verifique quais os artigos que habitualmente são comprados na sua casa e que vêm embalados em pacotes de 1 kg; $\frac{1}{2}$ kg; $\frac{1}{4}$ de kg.

Registre na tabela os resultados de sua investigação.

Artigos comprados em pacotes		
de 1 kg	de $\frac{1}{2}$ de kg	de $\frac{1}{4}$ de kg

d) Qual o "peso" do cubo? Sabe-se que todas as esferas têm o mesmo "peso".



e) Oito bolinhas de gude têm mesmo tamanho, cor e forma. Sete delas têm o mesmo "peso" e a restante é mais "pesada".

Usando uma balança com dois pratos, quantas vezes você precisará usá-la para descobrir a bolinha mais "pesada"? Será possível usar a balança apenas duas vezes?

f) Como você pode saber o número aproximado de grãos que há em 1 kg de arroz, sem contar todos eles?

g) Em média, por dia, um homem:

- respira 28 000 vezes
- come 1,75 kg de alimento
- bebe 1,40 litro de líquido
- produz 1,80 litro de saliva

Em um ano, um homem:

✓ quantas vezes respira?
✓ qual a quantidade de alimento e líquido que ingere?
✓ qual a quantidade de saliva que produz?

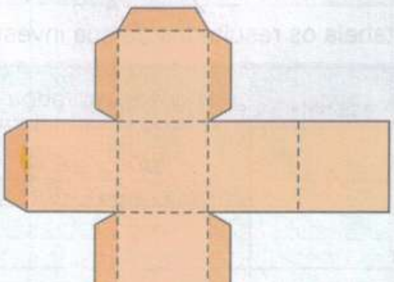
3 Quantos litros tem o metro cúbico? (Atividade proposta no projeto *Experiências matemáticas, 5ª série,* SE/CENP.)

Material:

✓ folha de cartolina
✓ jornal
✓ régua
✓ cola
✓ tesoura
✓ fita métrica

Desenvolvimento:

Divida a classe em grupos de 4 e entregue um pedaço de cartolina para cada aluno. Proponha a eles que desenhem na cartolina a planificação de um cubo de 1 dm de lado, conforme modelo abaixo, e confeccionem uma caixa de um decímetro cúbico (dm³), deixando a tampa sem colar. Utilizando um recipiente de capacidade igual a um litro (uma lata, uma garrafa etc.), verificar que a capacidade da caixa e do recipiente é a mesma. Para tal verificação, lançar mão de areia ou alguma outra substância adequada para isso.



Discuta com os alunos a utilidade do litro para medir a capacidade de recipientes, aparecendo freqüentemente nos rótulos de latas, caixas de remédios, garrafas etc. Informe-os de que há subdivisões do litro: o decilitro (dℓ),o centilitro (cℓ) e o mililitro (mℓ), assim como há os múltiplos: o quilolitro (kℓ), o hectolitro (hℓ) e o decalitro (daℓ), dos quais alguns são usados muito freqüentemente (o litro e o mililitro) e os demais quase nunca.

Organize na lousa os múltiplos e os submúltiplos do litro, segundo a tabela, indicando a relação entre eles, através da multiplicação pelo fator 10:

kℓ	hℓ	daℓ	ℓ	dℓ	cℓ	mℓ
× 10	× 10	× 10	× 10	× 10	× 10	× 10

Veja as relações que podem ser estabelecidas:

1ℓ = 10 dℓ ou 1 dℓ = 0,1 ℓ

1ℓ = 1 000 mℓ ou 1 mℓ = 0,001 ℓ

1 kℓ = 1 000 ℓ ou 1 ℓ = 0,001 kℓ

Coloque na tabela um número que se refira à capacidade de um depósito de gasolina:

kℓ	hℓ	daℓ	ℓ	dℓ	cℓ	mℓ
3	4	5	0	2		

Solicite que os alunos façam diferentes escritas e leituras, usando a representação decimal, a exemplo do que fizeram para as medidas de comprimento.

Os resultados podem ser expressos em função de qualquer uma das unidades. Após terem experimentado diferentes escritas, peça para os alunos indicarem a representação decimal mais adequada para expressar a capacidade do depósito de gasolina.

DEBATENDO OUTROS TEMAS

Cálculo mental

Às vezes percebemos alguns tipos de erros quando os alunos realizam uma conta. Isso não quer dizer que seus professores não os tenham alertado diversas vezes, explicando a forma correta de fazer nem tenham dado uma infinidade de exercícios para que se exercitassem.

Percebemos que o trabalho apenas com a técnica operatória faz o aluno ficar dependente do adulto, o único que tem acesso aos "passos", que sabe "como fazer" e os apresenta aos alunos em doses homeopáticas e na proporção que acha mais adequada e conveniente.

Dessa forma os alunos não poderão refletir sobre os números, descobrir seus segredos, compreender o que estão fazendo e como estão fazendo.

O trabalho com cálculo mental leva o aluno a pensar sobre o que está fazendo, pois desde pequeno convive com os números. Em suas brincadeiras, nos jogos, nas compras, a contagem e as operações costumam estar presentes.

O cálculo mental nos mostra que não precisamos do algoritmo para lidar com números pequenos.

Peça a seus alunos que façam cálculos com números pequenos. Proponha:

Qual é a melhor maneira de adicionarmos mentalmente:

a) 6, 15 e 4?

b) 4, 2, 3, 5 e 9?

c) 4, 12, 16 e 8?

O professor vai observar que seus alunos terão uma intimidade cada vez maior com os números, verbalizando os resultados e a maneira de realizar os cálculos.

As propriedades e as regularidades matemáticas surgirão naturalmente, quando o professor for discutir as formas e os caminhos percorridos para chegar ao resultado.

Dessa forma os alunos irão adquirir mais confiança em si mesmos, por serem capazes de resolver problemas, e mais respeito pelos colegas, pois os vêem como pessoas que pensam e contribuem com outras soluções.

Há algumas sugestões de trabalho com cálculo mental nos comentários da Unidade 3 do livro da 5ª série. Outras técnicas surgirão naturalmente na resolução de situações-problema.

Os fatores envolvidos na resolução de problemas

O texto a seguir foi adaptado do artigo *Resolução de problemas — uma análise dos fatores envolvidos*, de Lilian Nasser, mestre em Matemática pelo IM-UFRJ, publicado no Boletim Gepem, nº 22.

O Boletim Gepem é publicado semestralmente pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática.

Por que a resolução de problemas é tão importante?

Muitas razões podem ser dadas, como:

— A resolução de problemas desenvolve o raciocínio nos estudantes;

— A resolução de problemas ajuda a desenvolver a criatividade;

— A resolução de problemas motiva os estudantes a aprender Matemática;

— A Matemática só tem sentido se é usada para resolver ***problemas reais;***

— A resolução de problemas é uma boa maneira de avaliar a aprendizagem;

— Através da resolução de problemas, os alunos aprendem a trabalhar em grupos.

A próxima pergunta deveria ser: por que é ***necessário fazer pesquisa*** *em resolução de problemas? A resposta é, provavelmente, porque é impossível descrever com palavras um método para resolver qualquer problema, incluindo todos os componentes envolvidos, com suas propriedades específicas. Não se pode* ***ensinar*** *como resolver problemas. A resolução de problemas é uma* ***habilidade*** *que temos que* ***desenvolver*** *nos estudantes.*

Vamos tentar analisar os fatores que podem influenciar o ensino e a aprendizagem em resolução de problemas. Esses fatores podem ser classificados em 4 grupos:

✓ fatores relacionados ao resolvedor

✓ fatores relacionados ao problema

✓ fatores relacionados ao professor

✓ fatores relacionados aos processos de resolução

I — Fatores relacionados ao resolvedor

Este grupo de fatores inclui todas as características individuais do estudante, como por exemplo: o meio ambiente em que ele vive, a experiência prévia em Matemática e em resolução de problemas, o nível sociocultural de sua família, a sua idade em relação à turma etc.

Não podemos garantir que um estudante que sabe os conceitos matemáticos e as quatro operações é um "bom" resolvedor de problemas. Para isso, ele deve ter a habilidade de usar os dados do problema juntamente com seu conhecimento prévio, para chegar à conclusão.

II — Fatores relacionados ao problema

Aqui consideramos os fatores relacionados à natureza do problema. Primeiro, o problema deve ser interessante, de modo a motivar o aluno a resolvê-lo. Também consideramos o nível de dificuldade do problema: se o vocabulário é adequado, se ele é diferente dos problemas anteriores, se é um problema de uma ou várias etapas, se ele tem muitas variáveis, se a estrutura é complexa, se envolve números grandes ou decimais, se admite mais de uma solução e, principalmente, se é necessário o uso de alguma estratégia ou heurística para resolvê-lo (problema de processo).

III — Fatores relacionados ao professor

Alguns indícios de atitudes positivas dos professores em relação à resolução de problemas são:

a) Prover a sala de aula com materiais concretos, criando um ambiente favorável.

b) Desenvolver nos alunos a persistência (dizer a eles que alguns problemas requerem tempo para serem resolvidos).

c) Dar oportunidade a todos os alunos de serem bem-sucedidos.

d) Elogiar a criança bem-sucedida.

e) Deixar os alunos criarem seus próprios problemas e estratégias de resolução. Discutir todas elas com a turma, mesmo as que não cheguem à resposta correta.

f) Incentivar os alunos a avaliarem a solução obtida.

g) Usar perguntas para focalizar a atenção da turma nas informações pertinentes dadas no problema.

h) Não mostrar a resolução pronta e arrumada, mas deixar os alunos sentirem todas as tentativas e estratégias usadas.

i) Dar aos alunos atividades de treino (por exemplo: escreva um problema que pode ser resolvido por uma sentença matemática dada).

j) Ensinar diversas estratégias e encorajar os alunos a tentarem diferentes estratégias.

IV — Fatores relacionados aos processos de resolução

Nas séries iniciais, o processo usado para resolver problemas de uma etapa é *escolher a operação correta*. Em geral, os alunos escolhem a operação identificando uma palavra-chave. Por exemplo, *sobrar* é uma palavra-chave para a subtração, e *juntos* é uma palavra-chave para a adição. De fato, quase todos os problemas propostos nos livros-textos do 1º grau podem ser resolvidos pelo método da palavra-chave (veja Schoenfeld/ 1982). No entanto, é preciso alertar os alunos para que eles leiam o problema inteiro, antes de traçar o plano de resolução.

É importante trabalhar com situações-problemas que envolvam:

❖ *Tentativa e erro*

Ex.: Paulo tinha 6 dias para preparar desenhos para a exposição de artes da escola. Em cada dia, fez mais 4 desenhos que no dia anterior. Ele expôs 150 desenhos. Quantos desenhos ele fez em cada dia?

❖ *Fazer uma lista organizada*

Ex.: Uma seleção de futebol pode usar calções azuis ou amarelos e três cores diferentes de camisas: brancas, azuis ou verdes. Quantos uniformes diferentes os jogadores podem usar, se não é permitido usar calções e camisas da mesma cor?

- *Fazer uma tabela*

  Ex.: Nina tem 6 anos, e sua mãe tem 27. Com que idade Nina terá a metade da idade da mãe?

- *Fazer uma figura*

  Ex.: Na cozinha de seu novo apartamento, Lúcia descobriu que faltavam azulejos numa região com 120 cm de perímetro.

  O proprietário anterior lhe deu 5 azulejos quadrados (de 12 cm de lado) para cobrir a região. De que maneira os azulejos serão dispostos?

- *Procurar uma lei de formação*

  Ex.: Em sua aula de artes plásticas, Sueli estava aprendendo a fazer pinturas com duas cores. Ela podia usar 8 cores diferentes. Quantas combinações de duas cores ela conseguiu fazer com essas oito cores?

- *Trabalhar de trás para frente*

  Ex.: Quando 3 meninos subiram numa balança, o "peso" total foi de 166 kg. Um dos meninos desceu, e a balança marcou 106 kg. Quando outro menino desceu, o "peso" marcado foi de 57 kg. Qual o "peso" de cada menino?

- *Usar raciocínio lógico*

  Ex.: Márcio, Marcelo, Marcos e Maurício são quadrigêmeos, e a única maneira de diferenciá-los é pela cor de suas camisas. Nem Marcos nem Maurício gostam de vermelho. Marcelo sempre usa verde. Maurício pensou em escolher o amarelo, mas mudou de idéia. A cor favorita de um irmão de Márcio é azul. Que cor de camisa cada menino usa?

- *Simplificar o problema* (ou tentar resolver antes um problema relacionado)

  Ex.: Dado o triângulo *T*, com seu maior lado como base, prove que um quadrado *S* pode ser inscrito em *T*. (Prove primeiro que um triângulo pode ser inscrito em *T*.)

- *Observar simetrias*

  Ex.: Dividir um quadrado em quatro partes congruentes, de seis maneiras diferentes.

- *Fazer um esquema*

  Ex.: Num campeonato de duplas de vôlei, em cada jogo a dupla perdedora é eliminada. Quantas partidas serão jogadas até se chegar à dupla campeã, num torneio com 15 duplas?

Comentário

A pesquisa em resolução de problemas deve avançar, levando em conta os processos cognitivos e metacognitivos. Mas devemos ter sempre a preocupação de que os resultados obtidos fiquem ao alcance dos professores, para que interfiram de fato no ensino.

Investigando e explorando novos conceitos através da resolução de problemas

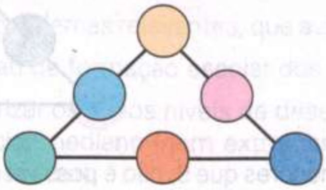
Como vimos, uma das metodologias mais importantes no ensino da Matemática é a **resolução de problemas**. Ela possibilita ao aluno fazer matemática.

Não nos referimos aos problemas tradicionais, que deixam evidente no enunciado os caminhos que permitem chegar à solução, mas àqueles que desafiam o aluno a buscar soluções criativas.

O trabalho com resolução de problemas é um processo lento, porque requer uma análise do problema, a sua interpretação, a decisão quanto aos caminhos a serem seguidos, a discussão quando do aparecimento de diferentes soluções.

Como exemplo, vamos usar um problema, que está citado na *Proposta curricular de Matemática para o CEFAM e habilitação específica para o magistério*, publicado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo/CENP, 1990.

✓ Dispor os números de 1 a 6 na pilha triangular abaixo, de modo que a soma dos números em cada lado do triângulo seja 9.



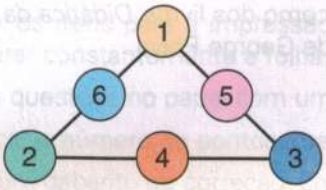
Esse é um problema que gera muita discussão. Geralmente, os alunos buscam solucioná-lo por tentativas.

No entanto, o enunciado é propositadamente impreciso, porque não deixa claro, por exemplo, se os números podem ser repetidos ou não.

Nesse momento o professor interfere, discutindo e esclarecendo o enunciado, de modo que todos os alunos façam a mesma leitura do problema. Desse modo, o primeiro passo na resolução de um problema é vencido: a compreensão.

A segunda etapa é a análise da solução obtida.

Vamos supor que a solução obtida pela maioria da classe seja a do triângulo abaixo:



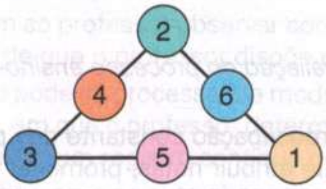
Perguntar:

— Essa é a única solução?

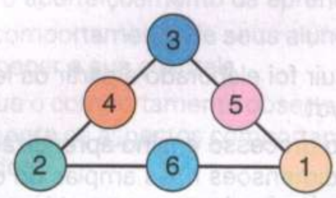
— Como ela foi encontrada?

— O que você observa nessa solução?

Alguns alunos podem dizer que a solução não é única e apresentar outras soluções:



ou



que são obtidas umas das outras por rotação dos lados do triângulo ou por simetria em relação a um lado.

O importante é os alunos perceberem que, qualquer que seja a resposta, os números 1, 2 e 3 ocupam os vértices do triângulo.

Uma vez esses números colocados, os outros são facilmente encaixados.

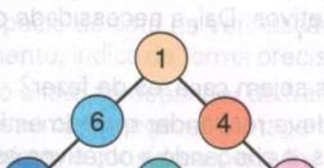
Promovendo a discussão, os alunos se envolvem com mais intensidade no processo ensino-aprendizagem.

Numa terceira etapa, o professor pode perguntar:

— Por que foi proposta a soma 9? Não poderia ter sido sugerida outra soma qualquer?

Depois de alguma discussão, propor que os alunos resolvam o mesmo problema para a soma 10, mantidas as demais condições.

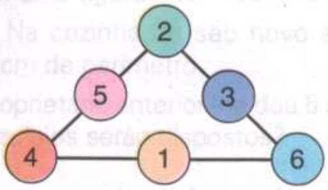
Uma solução é a seguinte:



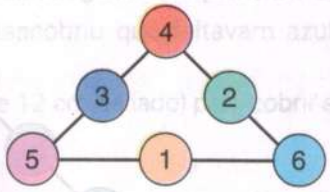
Nesse caso, os números 1, 3 e 5 devem ocupar os vértices do triângulo.

Como desafio, solicitar que os alunos encontrem soluções para que a soma seja 11, 12, 13 e 8. Veja nos exemplos:

a) Para a soma 11



b) Para a soma 12



c) Para as somas maiores que 12 e menores que 9, não é possível obter solução para esse problema. Por quê?

Entramos agora numa quarta etapa de resolução do problema.

Como justificar a impossibilidade de solução para as somas maiores que 12? Como justificar a impossibilidade de solução para as somas menores que 9?

Uma vez fixados os números que devem ser colocados no triângulo (1 a 6), as únicas somas possíveis serão: 9, 10, 11 e 12.

Como observamos, as variações de um mesmo problema geram discussões que enriquecem o processo e motivam o aluno.

Há problemas que permitem mais variações que outros. O importante é que, a partir de uma situação simples, novas situações de desafio possam ser criadas.

Sugerimos, nesse momento, a leitura do material citado, bem como dos livros *Didática da resolução de problemas*, de Luiz Roberto Dante, e *A arte de resolver problemas*, de George Polya.

O processo de avaliação: avaliando, avaliando-se e sendo avaliado

O texto a seguir foi elaborado a partir da leitura do livro *Avaliação do processo ensino-aprendizagem*, de Regina Cazaux Haydt.

A avaliação do processo ensino-aprendizagem tem sido preocupação constante dos professores. Hoje, avaliar já assumiu dimensões mais amplas do que simplesmente atribuir notas, promover ou reter o aluno e tornou-se parte integrante desse processo.

O que é avaliar?

Avaliar é fazer um julgamento sobre resultados, uma comparação sobre o que foi obtido e o que se pretende alcançar.

Basicamente, a avaliação apresenta três funções:

- diagnosticar • controlar • classificar

A avaliação diagnóstica é aquela realizada no início de um período letivo, com a intenção de constatar se os alunos estão ou não preparados para adquirir novos conhecimentos e identificar as dificuldades de aprendizagem.

Não é apenas no início do ano que se realiza a avaliação diagnóstica. No início de cada unidade de ensino, é recomendável que o professor verifique as informações que seus alunos já têm sobre o assunto, e que habilidades apresentam para dominar o conteúdo.

O que orienta a avaliação são os objetivos. Daí, a necessidade de que esses objetivos sejam estabelecidos com bastante critério.

— O que pretendo que meus alunos sejam capazes de fazer?

Essa é a pergunta que o professor deve responder quando estiver definindo os seus objetivos, partindo de objetivos gerais, que são muito amplos, e chegando a objetivos específicos, que são mais fáceis de serem observados.

Ao estabelecer objetivos, o professor deve indicar também os critérios para avaliar os resultados. Não se deve apresentar aos alunos apenas uma "nota fria", sem maior significado.

— Qual o melhor instrumento de avaliação?

Todos os instrumentos de medida e avaliação são eficientes quando usados criteriosamente e de acordo com os objetivos previstos. Os requisitos básicos de um bom instrumento de medida são a validade e a fidedignidade, além de outras características, como a objetividade e a praticidade.

Orientações para a organização de uma prova objetiva:

1. Elaborar questões, a partir de idéias e problemas relevantes, que avaliem objetivos instrucionais significativos.
2. Adaptar a dificuldade dos itens ao grau de formação escolar dos alunos e ao nível da classe.
3. Redigir questões capazes de caracterizar os vários níveis de desempenho do aluno. O nível de dificuldade das questões deve ser, de preferência, mediano (nem extremamente fácil, que todos respondem, nem muito difícil, que ninguém consegue acertar).
4. Usar linguagem clara e direta na redação das questões.
5. Incluir no próprio teste as instruções, indicando a forma de registrar as respostas.
6. Não transcrever de manuais ou livros-texto afirmações que estimulam a simples memorização.
7. Organizar as questões em ordem de dificuldade crescente, das mais simples para as mais complexas.
8. Agrupar questões de acordo com a forma, juntando itens do mesmo tipo (lacuna, múltipla escolha, certo-errado etc.).
9. Evitar dar indícios da resposta certa de uma questão em outro item.
10. Apresentar os testes objetivos impressos, para evitar desperdício de tempo.
11. Ao copiar os itens para a impressão, não dividir uma questão em duas páginas, evitando que o aluno precise virar constantemente a folha para ler as duas partes da questão.
12. Dispor as questões no papel com um certo espaço entre elas, facilitando a visualização e a leitura.
13. Estabelecer o número de pontos que será atribuído a cada questão.
14. Preparar um gabarito de correção, contendo a resposta certa de todos os testes.

Após a correção, o professor deve comentar com o aluno o resultado da prova, mostrando seus acertos e erros. Só assim a avaliação vai efetivamente contribuir para o aperfeiçoamento da aprendizagem.

Cabe também ao professor observar constantemente o comportamento de seus alunos. A observação é uma das técnicas de que o professor dispõe para melhor conhecer a sua clientela.

A observação pode se processar de modo informal, em que o comportamento observado não está previsto, ou sistemático, em que o professor determina antecipadamente os aspectos comportamentais que pretende analisar, mantendo um registro contínuo dos dados coletados.

Também o aluno deve se auto-observar, se auto-avaliar. A prática da auto-avaliação ajuda o aluno a desenvolver um conceito mais realista sobre si mesmo, o que é fundamental para o seu ajustamento pessoal e social. A consciência dos próprios erros e acertos é a melhor forma de conduzir ao aperfeiçoamento.

Ao serem introduzidos na técnica de auto-avaliação, é comum os alunos se depararem com algumas dificuldades, como a falta de objetividade na análise, inibição para falar de si próprios e limitações na capacidade de se expressar.

Por isso, ao iniciar os alunos na auto-avaliação, convém orientá-los, fornecendo-lhes listas de verificação, escalas de classificação, ou gráficos para registro do aproveitamento escolar.

A lista de verificação é um pequeno questionário, tipo inventário, contendo perguntas ou itens sobre aspectos do comportamento do aluno. Ela constitui um guia para ajudar o aluno a se auto-avaliar e pode ser planejada pelo professor e enriquecida com sugestões do aluno.

Algumas listas são de utilização individual, enquanto outras são apropriadas para avaliar o trabalho de grupo.

A escala de classificação é uma espécie de lista de verificação que, além de registrar a presença ou a ausência de um determinado comportamento, indica de forma precisa e específica o grau em que ele aparece.

A auto-avaliação tem como limitação o fato de depender de franqueza e boa vontade de quem responde. Mas, do ponto de vista pedagógico, apresenta a inegável vantagem de permitir que o aluno constate por si mesmo quais são seus pontos fortes e fracos, e considere o que lhe compete fazer para melhorar, assumindo a responsabilidade de seus atos.

Se pretendemos formar alunos ativos no processo de aprendizagem, eles devem tornar-se ativos também no processo de avaliação.

SUGESTÕES

Indicações de leituras para enriquecer a prática pedagógica

História da Matemática

BELL, E. T. *Historia de las matemáticas.* Trad. R. Ortiz. 2. ed. México, Fundo de Cultura Económica, 1985.

BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática.* Trad. Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo, Edgard Blücher, 1996.

DANTZIG, Tobias. *Número: a linguagem da Ciência.* Trad. Sérgio Goes de Paula. Rio de Janeiro, Zahar, 1970.

DAVIS, Philip J.; HERSH, Reuben. *A experiência matemática.* Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1989.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática.* Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, São Paulo. Unicamp, 1995.

HOGBEN, Lancelot. *Maravilhas da Matemática.* 4. ed. Porto Alegre, Globo, 1956.

IFRAH, Georges. *Os números: a história de uma grande civilização.* Trad. Stella M. de Freitas Senra. 4. ed. São Paulo, Globo, 1992.

KARLSON, Paul. *A magia dos números.* Campinas, Papirus, 1984.

RÁDICE, Lúcio L. *A matemática de Pitágoras a Newton.* Trad. Barbara Martins Costa. Lisboa, Edições 70, 1971.

STRUIK, Dirk J. *História concisa das matemáticas.* Trad. João Cosme Santos Guerreiro. Lisboa, Gradiva, 1989.

Resolução de Problemas

CAGGIANO, Angela *et alli. Problema não é mais problema.* vol. 4. São Paulo, FTD, 1996.

DANTE, Luiz Roberto. *Didática da resolução de problemas.* São Paulo, Ática, 1989.

FRABETTI, C. *Problemas de ingenio.* Barcelona, Bruguera, 1982.

GWINNER, Patricia. *"Pobremas" – enigmas matemáticos.* vols. 1, 2 e 3. Petrópolis, Vozes, 1990.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas.* Trad. Heitor Lisboa de Araujo. Rio de Janeiro, Interciência, 1978.

TAHAN, Malba. *Diabruras da Matemática: problemas curiosos e fantasias aritméticas.* 2. ed. São Paulo, Saraiva, 1966.

VELOSO, Eduardo; VIANA, José Paulo. *Desafios 2: 52 problemas matemáticos no* Público. Porto, Afrontamento, 1992. (Coleção Viva a Matemática)

______. *Desafios 3: 52 problemas matemáticos no* Público. Porto, Afrontamento, 1994. (Coleção Viva a Matemática)

______. *Desafios 4: problemas e histórias da Matemática no* Público. Porto, Afrontamento, 1995. (Coleção Viva a Matemática)

______. *Desafios: um ano de problemas no* Público. Porto, Afrontamento, 1991. (Coleção Viva a Matemática)

Jogos

ALEM, Jean-Pierre. *Juegos de ingenio y entretenimiento matemático.* 4. ed. Barcelona, Gedisa, 1992.

_______. *Nuevos juegos de ingenio y entretenimiento matemático.* vols. 1 e 2. Barcelona, Gedisa, 1984.

BAIFANG, Liu. *Puzzles com fósforos.* Trad. Jorge Casimiro. Lisboa, Gradiva, 1995. (Coleção O Prazer da Matemática)

BERLOQUIN, Pierre. *100 jogos geométricos.* Trad. Luís Filipe Coelho e Maria do Rosário Pedreira. Lisboa, Gradiva, 1991. (Coleção O Prazer da Matemática)

_______. *100 jogos lógicos.* Trad. Luís Filipe Coelho e Maria do Rosário Pedreira. Lisboa, Gradiva, 1991. (Coleção O Prazer da Matemática)

_______. *100 jogos numéricos.* Trad. Luís Filipe Coelho e Maria do Rosário Pedreira. Lisboa, Gradiva, 1991. (Coleção O Prazer da Matemática)

BERNARDES, O.; TEIXEIRA, P. Esteves; VIANA, J. P. *Mais jogos, mais enigmas, mais problemas.* Lisboa, APM, 1989.

BERNARDES, O.; TEIXEIRA, P. *Jogos, enigmas, problemas.* Lisboa, APM, 1987.

BORIN, Júlia. *Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de Matemática.* vol. 6. São Paulo, CAEM-USP, 1995.

BRANDRETH, Gyles. *Juegos con números.* Barcelona, Gedisa, 1989.

GUIK, E. *Jogos lógicos.* Trad. Aleksandre Bazine. Moscou, Mir, 1989.

Avaliação

DEMO, Pedro. *Avaliação qualitativa.* São Paulo, Cortez, 1987.

ESTEVES, O. P. *Testes, medidas e avaliação.* Rio de Janeiro, Arte & Indústria, 1972.

HAYDT, Regina Cazaux. *Avaliação do processo ensino-aprendizagem.* São Paulo, Ática, 1988.

HOFFMANN, Jussara Maria Lerch. *Avaliação mediadora: uma prática em construção da pré-escola à universidade.* Porto Alegre, Educação & Realidade, 1993.

LUCKESI, Cipriano Carlos. *Avaliação educacional escolar: para além do autoritarismo.* Revista da Ande (10): 47-51, (11): 47-49, São Paulo, 1986.

_______. *Avaliação: otimização do autoritarismo. Equívocos teóricos na prática educacional.* Rio de Janeiro, ABT, 1984.

SANT'ANNA, Flávia Maria; ENRICONE, Délcia; ANDRÉ, Lenir Cancella; TURRA, Clódia Maria Godoy. *Planejamento de ensino e avaliação.* 11. ed. Porto Alegre, Sagra-DC Luzzatto, 1995.

SOUSA, Clarilza Prado de (organizadora). *Avaliação do rendimento escolar.* Campinas, Papirus, 1991.

Didática/Metodologia da Matemática e temas afins

ASOCIACIÓN DE MAESTROS ROSA SENSAT. *Didactica de los numeros enteros.* Madrid, Nuestra Cultura, 1980.

BARBOSA, Ruy Madsen. *Descobrindo padrões em mosaicos.* São Paulo, Atual, 1993.

_______. *Descobrindo padrões pitagóricos: geométricos e numéricos.* São Paulo, Atual, 1993.

BASSANEZI, Rodney Carlos; BIEMBENGUT, Maria Salett. *Modelagem na matemagicalândia.* Blumenau, Universidade Regional de Blumenau, 1992.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (organizadora). *Educação matemática.* São Paulo, Moraes.

BORDENAVE, Juan Díaz; PEREIRA, Adair Martins. *Estratégias de ensino-aprendizagem*. 7. ed. Petrópolis, Vozes, 1985.

BRASIL, Luís Alberto S. *Estudo dirigido de Matemática*. 2. ed. Rio de Janeiro, Fundo de Cultura, 1967.

BRUNER, Jerome S. *O processo da educação*. Trad. Lobo L. de Oliveira. 4. ed. São Paulo, Nacional, 1974.

CARDOSO, Virgínia Cardia. *Materiais didáticos para as quatro operações*. vol. 2. São Paulo, CAEM-USP, 1992.

CARRAHER, Terezinha Nunes; CARRAHER, David William; Schliemann, Analúcia Dias. *Na vida dez, na escola zero*. 4. ed. São Paulo, Cortez, 1990.

CARRAHER, Terezinha Nunes (organizadora). *Aprender pensando: contribuições da psicologia cognitiva para a educação*. 2. ed. Petrópolis, Vozes, 1986.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. *Metodologia do ensino da Matemática*. São Paulo, Cortez, 1991. (Coleção Magistério 2º Grau – Série Formação do Professor.)

CENTURIÓN, Marília. *Conteúdo e metodologia da Matemática – Números e operações*. São Paulo, Scipione, 1994.

COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. (organizadores). *As idéias da álgebra*. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo, Atual, 1994.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Da realidade à ação – reflexões sobre Educação e Matemática*. São Paulo/Campinas, Summus/Ed. da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

________. *Etnomatemática*. São Paulo, Ática, 1990.

DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira; SMOLE, Kátia Cristina Stocco. *O conceito de ângulo e o ensino de Geometria*. vol. 3. São Paulo, CAEM-USP, 1993.

FRANCO, Ângela *et alli*. *Construtivismo: uma ajuda ao professor*. Belo Horizonte, Lê, 1994.

LIBÂNEO, José Carlos. *Didática*. São Paulo, Cortez, 1993.

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (organizadores). *Aprendendo e ensinando Geometria*. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo, Atual, 1994.

MACHADO, Nilson José. *Matemática e língua materna*. São Paulo, Cortez, 1990.

________. *Matemática e realidade*. São Paulo, Cortez, 1987.

OCHI, Fusako Hori; PAULO, Rosa Monteiro; YOKOYA, Joana Hissae; IKEGAMI, João Kazuwo. *O uso de quadriculados no ensino de Geometria*. vol. 1. São Paulo, CAEM-USP, 1992.

PEREIRA, Tânia Michel (organizadora); DREWS, Sônia Beatriz Teles; JAGMIN, Ângela Susana; BORGES, Pedro Augusto Pereira. *Matemática nas séries iniciais*. 2. ed. Ijuí, Unijuí, 1989.

PIAGET, Jean. *Fazer e compreender Matemática*. São Paulo, Melhoramentos, 1978.

RATHS, Louis E. *et alli*. *Ensinar a pensar*. São Paulo, Herder/Edusp, 1972.

ROCHA Filho, Romeu C. *Grandezas e unidades de medida – o sistema internacional de unidades*. São Paulo, Ática, 1988.

SCHOOL MATHEMATICS STUDY GROUP. *Matemática: curso ginasial*. Trad. Lafayette de Moraes, Lydia Condé Lamparelli e colaboradores. vol. I. São Paulo, EDART, 1967.

________. *Matemática: curso ginasial*. Trad. Lafayette de Moraes. vol. II. São Paulo, EDART, 1967.

SOLOMON, Charles. *Matemática*. Trad. Maria Pia Brito Charlier e René François Joseph Charlier. São Paulo, Edusp/Melhoramentos, 1975. (Série Prisma.)

SOUZA, Eliane Reame; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira; PAULO, Rosa Monteiro; OCHI, Fusako Hori. *A Matemática das sete peças do tangram*. vol. 7. São Paulo, CAEM-USP, 1995.

TAHAN, Malba. *Didática da Matemática*. vol. 1. 2. ed. São Paulo, Saraiva, 1965.

________. *Didática da Matemática*. vol. 2. 2. ed. São Paulo, Saraiva, 1965.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. *Didática de matemática – como dois e dois – a construção da matemática.* São Paulo, FTD, 1997. (Coleção Conteúdo e Metodologia)

VEIGA, Ilma P. A. (organizadora). *Repensando a didática.* São Paulo, Papirus, 1988.

VIEIRA, Sônia; WADA, Ronaldo. *O que é Estatística.* São Paulo, Brasiliense, 1987. (Coleção Primeiros Passos)

VIGOTSKY, Lev S. *A formação social da mente.* Lisboa, Antídoto, 1979.

ZARO, M.; HILLERBRAND, V. *Matemática instrumental e experimental.* Porto Alegre, Fundação para o Desenvolvimento de Recursos Humanos, 1984.

Publicações oficiais

FUNDAÇÃO ROBERTO MARINHO/FIESP/CIESP/SESI/SENAI/IRS. *Mecânica: metrologia.* Coleção Telecurso 2000/Curso Profissionalizante. São Paulo, Editora Globo S.A., 1996.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO/SECRETARIA DO ENSINO FUNDAMENTAL. *Parâmetros curriculares nacionais – Matemática.* 1997.

_______. *Parâmetros curriculares nacionais – apresentação dos temas transversais.* 1997.

PREFEITURA MUNICIPAL DE SÃO PAULO. *Movimento de reorientação curricular – Matemática – Relatos de prática 4/8, Documento 6/92.* São Paulo, 1992.

_______. *Movimento de Reorientação curricular – Matemática – Visão de área Documento 5.* São Paulo, 1992.

_______. Suplemento – *Programa de primeiro grau – ensino regular – implementação de Matemática 5ª série.* São Paulo, D.O.M. de 14/10/87.

_______. Suplemento – *Programa de primeiro grau – ensino regular – implementação de Matemática 6ª série.* São Paulo, D.O.M. de 3/8/88.

_______. Suplemento – *Programa de primeiro grau – ensino regular – implementação de Matemática 7ª e 8ª séries.* São Paulo, D.O.M. de 17/12/88.

PREMEN - MEC/IMECC - UNICAMP. D'Ambrosio, Ubiratan (execução do projeto); Bastos, Almerindo Marques (coordenador). *Geometria experimental livro do Professor.* Rio de Janeiro, 1985.

_______. *Geometria experimental 5ª série.* Rio de Janeiro, 1985.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO/FUNDAÇÃO PARA O DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO. *Matemática – O currículo e a compreensão da realidade – Projeto Ipê.* São Paulo, Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas, 1991.

_______. *Matemática – Construtivismo em revista.* São Paulo, FDE, 1993 (série Idéias, 20).

_______. *A didática e a escola de 1º grau.* São Paulo, FDE, 1992 (série Idéias, 11).

_______. *Construtivismo em revista.* São Paulo, FDE, 1993. (série Idéias 20)

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. *Avaliação de desempenho do aluno.* São Paulo, SE/CENP, 1981.

_______. *Diretrizes referentes à avaliação, promoção e recuperação.* São Paulo, 1975.

_______. *Experiências matemáticas: 5ª série.* São Paulo, SE/CENP, 1994.

_______. *Experiências matemáticas: 6ª série.* São Paulo, SE/CENP, 1994.

_______. *Experiências matemáticas: 7ª série.* São Paulo, SE/CENP, 1994.

_______. *Experiências matemáticas: 8ª série.* São Paulo, SE/CENP, 1994.

_______. *Prática pedagógica: Matemática 1º grau.* São Paulo, SE/CENP, 1993.

_______. *Proposta curricular para o ensino de Matemática – 1º grau.* 4.ed. São Paulo, SE/CENP, 1991.

_______. *Proposta curricular de Matemática para o CEFAM e habilitação específica para o magistério.* São Paulo, SE/CENP, 1990.

Indicações de paradidáticos como leitura complementar para os alunos

Títulos da série *Matemática em mil e uma histórias* adequados para o trabalho com 5ª série:

	Sugerido a partir da	Temas da área de Matemática	Temas de outras áreas
TEIXEIRA, Martins Rodrigues. *Uma aventura na mata.* São Paulo, FTD, 1997.	3ª série	Frações	Ciências: Preservação da natureza e dos animais em extinção
TEIXEIRA, Martins Rodrigues. *Será o Saci?* São Paulo, FTD, 1997.	3ª série	Perímetro e área	Estudos Sociais: Folclore
TEIXEIRA, Martins Rodrigues. *Contando com outros povos.* São Paulo, FTD, 1997.	3ª série	Sistema de numeração decimal e outros sistemas	Estudos Sociais: História de povos antigos
TEIXEIRA, Martins Rodrigues. *Quem inventou o dinheiro?* São Paulo, FTD, 1997.	4ª série	Sistema monetário	Estudos Sociais: História do Brasil e de outros povos
TEIXEIRA, Martins Rodrigues. *Uma idéia cem por cento.* São Paulo, FTD, 1997.	4ª série	Porcentagem	Ciências: Reciclagem do lixo

Títulos da série *O contador de Histórias e outras histórias da Matemática*:

	Sugerido a partir da	Temas da área de Matemática	Temas de outras áreas
TRAMBAIOLLI NETO, Egidio. *A revelação.* São Paulo, FTD, 1996.	5ª série	Frações, números primos, operações com frações, decomposição em fatores primos e m.m.c.	História, Geografia, Mitologia e Astronomia
TRAMBAIOLLI NETO, Egidio. *A jaçanã.* São Paulo, FTD, 1998.	5ª série	Sistemas de numeração, problemas de contagem e noções de Geometria	Literatura, História, Geografia e Folclore
TRAMBAIOLLI NETO Egidio. *A profecia.* São Paulo, FTD, 1996.	6ª série	Equações, inequações, ângulos, triângulos, porcentagem, lógica e desafios	História, Geografia, Mitologia, Astronomia e Ciências
TRAMBAIOLLI NETO, Egidio. *Os exploradores.* São Paulo, FTD, 1998.	6ª série	Números inteiros, localização de pontos no plano, razões, proporções e ângulos	História, Geografia, Ciências, Astronomia e Folclore
TRAMBAIOLLI NETO, Egidio. *O aprendiz.* São Paulo, FTD, 1996.	7ª série	Desafios, equações do primeiro grau, múltiplos, divisores, operações com números decimais, propriedades da potenciação e retângulo áureo	História, Geografia, Mitologia, Astronomia e conceitos de Física
TRAMBAIOLLI NETO, Egidio. *Os olímpicos.* São Paulo, FTD, 1998.	7ª série	Sistemas de equações do 1º grau, coordenadas cartesianas e produtos notáveis	História, Educação Física, Ética, Cidadania e Mitologia
TRAMBAIOLLI NETO, Egidio. *Os peregrinos.* São Paulo, FTD, 1996.	8ª série	Triângulos, teorema de Pitágoras, teorema de Tales, regra de três, comprimento da circunferência e relações métricas no triângulo retângulo	História, Geografia, Mitologia, Astronomia e Arte
TRAMBAIOLLI NETO, Egidio. *A missão.* São Paulo, FTD, 1998.	8ª série	Equações do 2º grau com uma incógnita, sistemas de equações do 2º grau, teorema de Pitágoras e áreas de figuras geométricas planas	História, Geografia, Mitologia, Folclore e Geologia

Indicações de revistas e outras publicações de apoio ao trabalho do professor

Boletim GEPEM

Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática
Rua Fernando Ferrari, 75 – sala 207 – Prédio VI
Botafogo, Rio de Janeiro – RJ
CEP: 22231-040
Fone: (021) 551-5542 ramal 156 – Fax: (021) 551-6446

RPM – Revista do Professor de Matemática

Sociedade Brasileira de Matemática
C.P. 66281, CEP: 05315-970 – São Paulo – SP
Fone e Fax: (011) 818-6124

A Educação Matemática em Revista
Temas & Debates

Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM
Universidade Regional de Blumenau – FURB
Rua Braz Wanka, 238
Vila Nova, Blumenau – SC
C.P. 1507, CEP: 89035-160
Fone e Fax: (047) 323-6200

Cadernos do CAEM

CAEM – Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática
Instituto de Matemática e Estatística da USP
Rua do Matão, 1010 – Bloco B – sala 167
Cidade Universitária, São Paulo – SP
C.P. 66281, CEP: 05315-970
Fone e Fax: (011) 818-6160
e-mail: caem.@ime.usp.br

Cadernos de Prática de Ensino – Série Matemática – USP

Faculdade de Educacão/Departamento de Metodologia do Ensino e Educação Comparada – Projeto USP/BID
Avenida da Universidade, 308
CEP 05508-900 – São Paulo – SP
Fone: (011) 818-3517 – Fax: (011) 815-0297

Cadernos – Série Idéias

FDE – Fundação para o Desenvolvimento da Educação
Rua Rodolfo Miranda, 636
Bom Retiro, São Paulo – SP
CEP: 01121-900
Pabx: (011) 230-6322 – Fax: (011) 230-7314

Endereços de outras entidades de apoio ao trabalho do professor

Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática – Leacim

Universidade Federal do Espírito Santo – Campus de Goiabeiras
Avenida Fernando Ferrari, s/nº
CEP 29060-900 – Vitória – ES
Fone: (027) 335-2474 – Fax: (027) 335-2460

Laboratório de Ensino de Matemática

Universidade Estadual de Campinas – Unicamp – Imecc
C.P. 6065 – CEP 13082-970 – Campinas – SP
Fone: (019) 788-8292 ou 788-8410 – Fax: (019) 239-5808
e-mail: lem@ime.unicamp.br

Projeto Fundão – Matemática

UFRJ – Instituto de Matemática
Centro de Tecnologia – Bloco C
Ilha do Fundão – Cidade Universitária
C.P. 68530 – CEP 22295-900 – Rio de Janeiro – RJ
Fone: (021) 260-1884 – Fax: (021) 290-1095