Ênio Silveira

MATEMÁTICA
COMPREENSÃO E PRÁTICA

6º ano

MANUAL DO PROFESSOR

Componente curricular: MATEMÁTICA

MODERNA

Ênio Silveira
Engenheiro mecânico pela Universidade Federal do Ceará.
Engenheiro eletricista pela Universidade de Fortaleza.
Diretor de escola particular. Autor de obras didáticas de Matemática.

MATEMÁTICA
COMPREENSÃO E PRÁTICA

6º ano

Componente curricular: MATEMÁTICA

MANUAL DO PROFESSOR

3ª edição
São Paulo, 2015

MODERNA

Coordenação editorial: Mara Regina Garcia Gay
Edição de texto: Luana Fernandes de Souza, Dario Martins de Oliveira, Maria Aiko Nishijima, Zuleide Maria Vilela da Motta Talarico
Assistência editorial: Izabel Batista Bueno, Marcos Gasparetto de Oliveira, Roberto Paulo de Jesus Silva
Preparação de texto: Denise Ceron
Gerência de *design* e produção gráfica: Sandra Botelho de Carvalho Homma
Coordenação de *design* e produção gráfica: Everson de Paula
Suporte administrativo editorial: Maria de Lourdes Rodrigues (coord.)
Coordenação de *design* e projeto gráfico: Marta Cerqueira Leite
Projeto gráfico: Aurélio Camilo, Daniel Messias
Capa: Daniel Messias
Foto: © Randy Scott Slavin, Praia em Miami Beach, Flórida, nos Estados Unidos, 2012
Coordenação de arte: Patricia Costa, Wilson Gazzoni Agostinho
Edição de arte: Elaine Cristina da Silva
Editoração eletrônica: Grapho Editoração
Edição de infografia: William Taciro, Mauro César Brosso, Alexandre Santana de Paula
Ilustrações de vinhetas: Daniel Messias
Coordenação de revisão: Adriana Bairrada
Revisão: Afonso N. Lopes, Ana Maria C. Tavares, Cecília Setsuko Oku, Fernanda Marcelino, Rita de Cássia Sam, Thiago Dias, Vânia Cobiaco
Coordenação de pesquisa iconográfica: Luciano Baneza Gabarron
Pesquisa iconográfica: Carol Böck, Maria Mendonça
Coordenação de *bureau*: Américo Jesus
Tratamento de imagens: Arleth Rodrigues, Bureau São Paulo, Marina M. Buzzinaro, Resolução Arte e Imagem
Pré-impressão: Alexandre Petreca, Everton L. de Oliveira, Fabio N. Precendo, Hélio P. de Souza, Marcio H. Kamoto, Rubens M. Rodrigues, Vitória Sousa
Coordenação de produção industrial: Viviane Pavani
Impressão e acabamento:

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Silveira, Ênio
Matemática : compreensão e prática / Ênio Silveira. — 3. ed. — São Paulo : Moderna, 2015.

Obra em 4 v. para alunos do 6º ao 9º ano.
Bibliografia.

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Título.

15-02026 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:
1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

EDITORA MODERNA LTDA.
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Vendas e Atendimento: Tel. (0_ _11) 2602-5510
Fax (0_ _11) 2790-1501
www.moderna.com.br
2015
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

APRESENTAÇÃO

Caro aluno,

Ideias, por mais brilhantes e elaboradas que sejam, só adquirem um sentido maior quando encontram aplicação no dia a dia.

A Matemática jamais deve ser vista como problema, mas sim como solução. Ela nos conduz por caminhos aparentemente tortuosos ou inacessíveis, abrindo atalhos, encurtando distâncias e superando obstáculos cotidianos ou científicos.

Com as situações apresentadas neste livro, você adquirirá conhecimentos que ajudarão no desenvolvimento da sua formação escolar, pessoal e profissional. Em cada página estudada, tarefa resolvida ou atividade solucionada, você perceberá que a Matemática é uma ferramenta poderosa que pode te ajudar a resolver muitos problemas.

O autor

Aos meus pais,
Isaías, Maria Amélia (*in memoriam*)

ESTRUTURA DE CAPÍTULO

Cada volume está dividido em capítulos, organizados de acordo com esta estrutura:

PÁGINAS DE ABERTURA

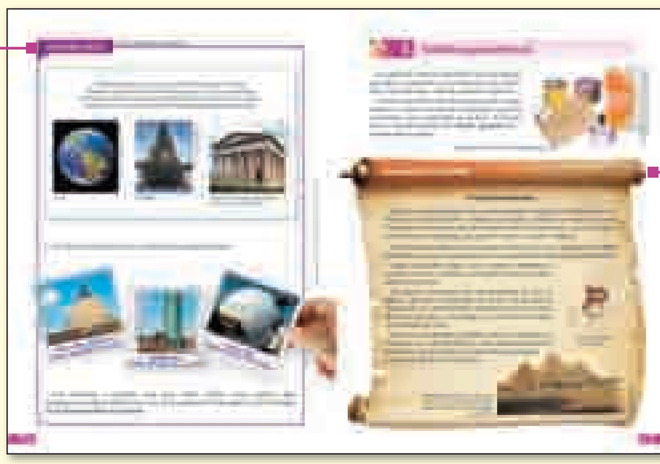
O conteúdo do capítulo é explorado inicialmente em duas páginas de abertura, compostas de uma imagem e o boxe “É hora de observar e discutir”.

É HORA DE OBSERVAR E DISCUTIR

Composto de um texto que explora a imagem da abertura e atividades que incentivarão você a refletir sobre o conteúdo que será trabalhado, considerando o conhecimento obtido em capítulos ou em anos anteriores.

TROCANDO IDEIAS

Situação introdutória sobre o conteúdo abordado no capítulo.



UM POUCO DE HISTÓRIA

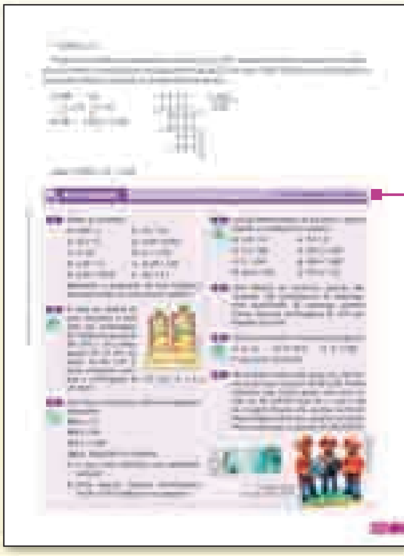
Contextualização do conteúdo na história da Matemática.

APRESENTAÇÃO DOS CONTEÚDOS

O conteúdo é apresentado de forma clara e direta.

LENDO E APRENDENDO

Texto que explica e enriquece o conteúdo principal.



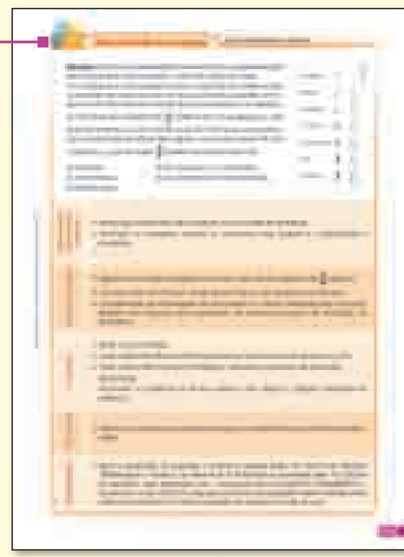
ATIVIDADES

Após cada conteúdo estudado, propomos atividades com nível de dificuldade crescente. Algumas delas abordam o cálculo mental e o trabalho com a calculadora. Outras propõem a discussão e a resolução em duplas. Os ícones ajudarão você a identificar essas atividades.

- cálculo mental
- trabalho com a calculadora
- duplas

RESOLVENDO EM EQUIPE

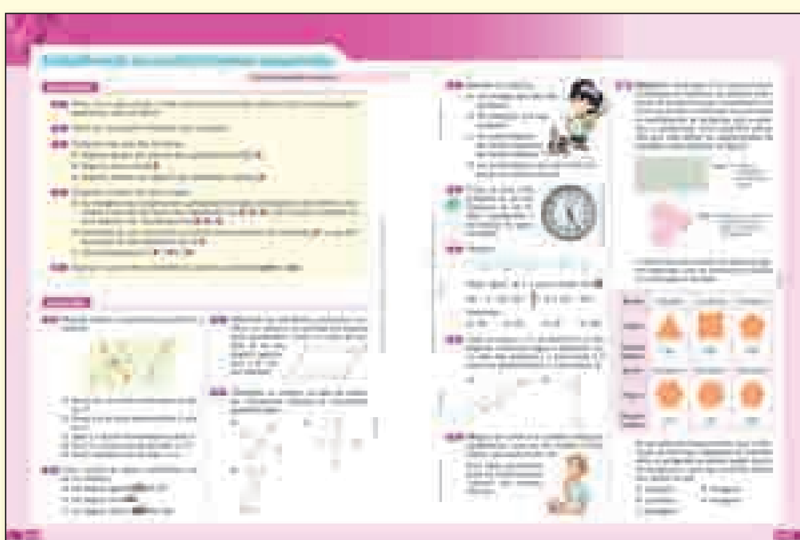
Em alguns capítulos, há uma proposta de atividade para incentivar a participação coletiva dos alunos na resolução de situações-problema.



TRABALHANDO OS CONHECIMENTOS ADQUIRIDOS

Atividades que, no final de cada capítulo, abordam todo o conteúdo apresentado. A seção é dividida em duas partes:

- *Revisitando* – composta de atividades de revisão e autoavaliação;
- *Aplicando* – explora o conteúdo por meio de atividades com diferentes níveis de dificuldade, incluindo atividades "Desafio" e algumas do **Enem**.



SUMÁRIO

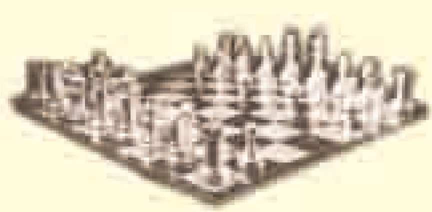
CAPÍTULO 1

YASUYOSHI CHIBA/AFP

CAPÍTULO 2

© PHILIP PLISSON/PLANET SOLAR

CAPÍTULO 3



PIXTAL/AGB PHOTO/KEYSTONE BRASIL

CAPÍTULO 4

DANIEL MIHAILESCU/AFP

Figuras geométricas espaciais 80

CAPÍTULO 5

SHOTS STUDIO/SHUTTERSTOCK

Múltiplos e divisores 98

CAPÍTULO 6

HUGO ARAUJO

Frações 124

CAPÍTULO 7

Números decimais 158

SILVA JUNIOR/FOLHAPRESS

CAPÍTULO 8

Porcentagem, Possibilidade e Estatística 182

ANDRESR/SHUTTERSTOCK

CAPÍTULO 9

Figuras geométricas planas 206

GALERIA LOGO

CAPÍTULO 10

Medidas de comprimento e de tempo 236

KAI PFAFFENBACH/REUTERS/LATINSTOCK

CAPÍTULO 11

Medidas de superfície e de volume 252

MIGUEL VILLAGRAN/GETTY IMAGES

CAPÍTULO 12

Medidas de capacidade e de massa 272

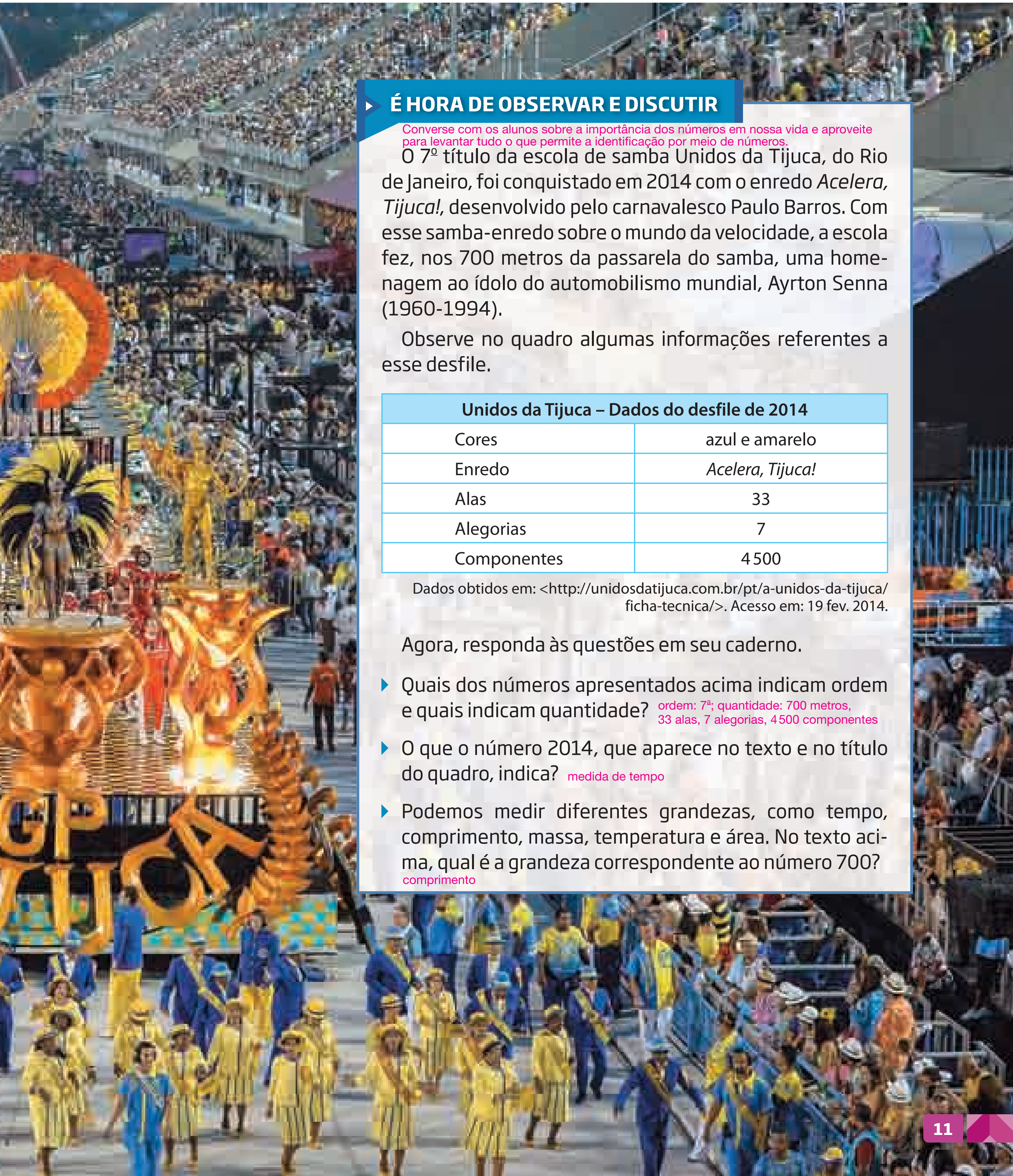
JOVAN MANDIC/SHUTTERSTOCK

CAPÍTULO

1 NÚMEROS NATURAIS E SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

YASUYOSHI CHIBA/AFP

Desfile da escola de samba Unidos da Tijuca, em 2014, no Rio de Janeiro.



É HORA DE OBSERVAR E DISCUTIR

Converse com os alunos sobre a importância dos números em nossa vida e aproveite para levantar tudo o que permite a identificação por meio de números.

O 7º título da escola de samba Unidos da Tijuca, do Rio de Janeiro, foi conquistado em 2014 com o enredo *Acelera, Tijuca!*, desenvolvido pelo carnavalesco Paulo Barros. Com esse samba-enredo sobre o mundo da velocidade, a escola fez, nos 700 metros da passarela do samba, uma homenagem ao ídolo do automobilismo mundial, Ayrton Senna (1960-1994).

Observe no quadro algumas informações referentes a esse desfile.

Unidos da Tijuca – Dados do desfile de 2014	
Cores	azul e amarelo
Enredo	*Acelera, Tijuca!*
Alas	33
Alegorias	7
Componentes	4 500

Dados obtidos em: <http://unidosdatijuca.com.br/pt/a-unidos-da-tijuca/ficha-tecnica/>. Acesso em: 19 fev. 2014.

Agora, responda às questões em seu caderno.

- Quais dos números apresentados acima indicam ordem e quais indicam quantidade? ordem: 7ª; quantidade: 700 metros, 33 alas, 7 alegorias, 4 500 componentes
- O que o número 2014, que aparece no texto e no título do quadro, indica? medida de tempo
- Podemos medir diferentes grandezas, como tempo, comprimento, massa, temperatura e área. No texto acima, qual é a grandeza correspondente ao número 700? comprimento

TROCANDO IDEIAS

Faça as atividades no caderno.

Os números estão presentes em várias situações do nosso dia a dia.
Eles podem indicar contagem, ordem, código ou medida.
Veja, nos exemplos abaixo, a classificação dos números de acordo com o que indicam.

- **Contagem**

Um jogo de xadrez é composto de

32

peças.

AFRICA STUDIO/ SHUTTERSTOCK

- **Ordem**

O piloto brasileiro Felipe Massa obteve o

3º

lugar no Grande Prêmio de Fórmula 1, em Monza (Itália), em 2014.

ANTONIO CALANNI/AP PHOTO/GLOW IMAGES

- **Código**

O veículo de número

59

venceu a competição.

FERENC SZELEPCSENYI/ SHUTTERSTOCK

- **Medida**

A massa da Terra é de aproximadamente

5 980 000 000 000 000 000 000 000

quilogramas.

MARCEL CLEMENS/ SHUTTERSTOCK

▸ Pense em outras situações nas quais os números são utilizados e verifique se eles se enquadram em uma dessas classificações. Troque ideias sobre o assunto com um colega.

Neste capítulo, vamos estudar as aplicações e as formas de escrita e leitura dos números naturais. Além disso, vamos conhecer alguns dos sistemas de numeração utilizados por diferentes povos e aprender a usar o sistema de numeração decimal.

1 Sistemas de numeração

Para obter mais informações, consulte: Georges Ifrah. *Os números*: a história de uma grande invenção. São Paulo: Globo, 2005.

Há milhares de anos, para registrar pequenas quantidades, os seres humanos faziam marcas em pedras, ossos e madeira. Com o passar do tempo, sentiram necessidade de registrar quantidades cada vez maiores, e esse método passou a ser inviável. Passaram, então, a agrupar os objetos e criaram símbolos e regras para facilitar a representação das quantidades.

Ao conjunto de símbolos e regras utilizados para representar números dá-se o nome de **sistema de numeração**. Diversas civilizações, como a egípcia, a romana e a babilônica, elaboraram seu sistema de numeração.

UM POUCO DE HISTÓRIA

DIOGO SAITO

A origem dos números

Há milhares de anos, os seres humanos moravam em grutas e cavernas para se proteger dos animais selvagens, da chuva e do frio.

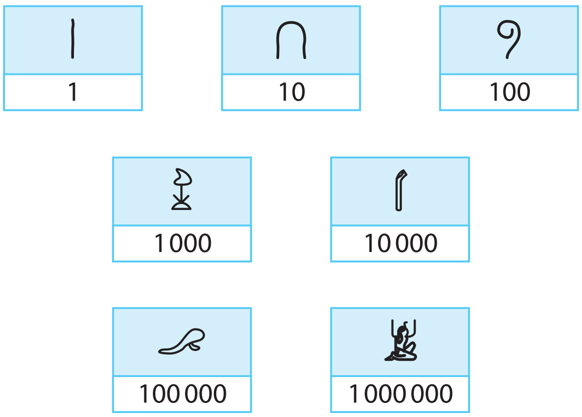
Foram encontrados, em escavações arqueológicas, ossos, pedras e pedaços de madeira de 30 mil anos atrás com marcas – evidências das primeiras indicações de quantidade. Para registrar a pesca de quatro peixes , por exemplo, as pessoas daquela época faziam quatro marcas em uma vara ou quatro riscos em um osso. Dessa maneira, representavam cada peixe pescado, estabelecendo a correspondência um a um.


WAGNER WILLIAM

De acordo com alguns estudos, além de objetos (pedras, cordas, ossos etc.), os seres humanos pré-históricos usavam os dedos das mãos e outras partes do corpo para contar.

Sistema de numeração egípcio

A civilização egípcia teve início por volta de 3200 a.C., no nordeste da África, às margens do rio Nilo. Os egípcios registravam quantidades utilizando sete símbolos. Veja quais são esses símbolos e qual é o valor correspondente a cada um:



GUILHERME CASAGRANDI

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL

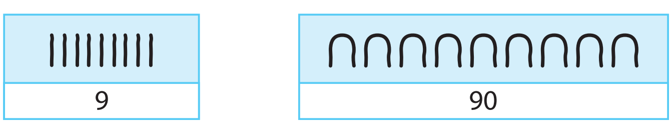
Mapa do território atual do Egito. Elaborado a partir de: Graça Maria Lemos Ferreira. *Atlas Geográfico*: espaço mundial. São Paulo: Moderna, 2013, p. 81.

Para representar os números, usavam o processo aditivo. Desse modo, o valor do número formado correspondia à soma dos valores de cada símbolo representado.

Exemplos

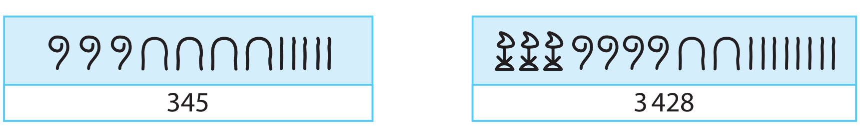
No sistema de numeração egípcio:

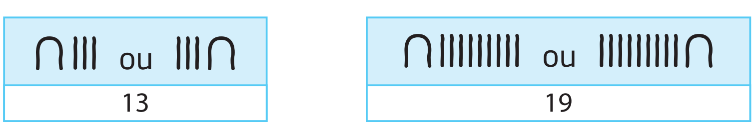
- Não havia símbolo que correspondesse ao zero.
- Cada símbolo podia ser repetido até nove vezes.



GUILHERME CASAGRANDI

- Os valores correspondentes a cada símbolo eram sempre adicionados, não importando a ordem em que os símbolos estavam escritos.





Sistema de numeração romano

O sistema de numeração romano foi utilizado na Europa por mais de mil anos, em consequência da extensão do Império Romano.

EUROPA – IMPÉRIO ROMANO – SÉCULOS I e II

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL

Elaborado a partir de: Cláudio Vicentino. *Atlas histórico*: geral e Brasil. São Paulo: Scipione, 2011. p. 47.

O sistema de numeração romano ainda hoje é utilizado:

- nos mostradores de alguns relógios;
- na indicação de capítulos e volumes de livros;
- na designação de séculos;
- na designação, em ordem cronológica, de papas e reis de mesmo nome;
- na numeração de títulos, capítulos e seções.

IMAGE BROKER/ALAMY/GLOW IMAGES

Detalhe da fachada de um museu localizado na Ilha dos Museus, Berlim, Alemanha, 2008.

V&V/SHUTTERSTOCK

KAREN ROACH/ SHUTTERSTOCK

Símbolos romanos podem ser observados no relógio (à esquerda) e no leitor de livro digital (à direita).

No sistema de numeração romano há sete símbolos, que correspondem a letras maiúsculas do alfabeto latino. Observe:

I	X	C	M
1	10	100	1 000
V	**L**	**D**	
5	50	500	

GEORGE TUTUMI

Nesse sistema de numeração:

- Não existe símbolo correspondente ao zero.
- Os símbolos fundamentais podem ser repetidos seguidamente até três vezes, e seus valores são adicionados.

I = 1	X = 10	C = 100	M = 1 000
II = 2	XX = 20	CC = 200	MM = 2 000
III = 3	XXX = 30	CCC = 300	MMM = 3 000

- Uma letra colocada à esquerda de outra de maior valor indica que o menor valor deve ser subtraído do maior.

IV = 5 − 1 = 4	XL = 50 − 10 = 40	CD = 500 − 100 = 400
IX = 10 − 1 = 9	XC = 100 − 10 = 90	CM = 1 000 − 100 = 900

  Porém, só podemos escrever:
  - **I** antes de **V** e **X**;
  - **X** antes de **L** e **C**;
  - **C** antes de **D** e **M**.

- Uma letra colocada à direita de outra de valor igual ou maior indica a soma de seus valores.

  VII = 5 + 2 = 7

  XXVIII = 20 + 5 + 3 = 28

  CLXXVI = 100 + 50 + 20 + 5 + 1 = 176

  CCLXV = 200 + 50 + 10 + 5 = 265

  MMMDCCL = 3 000 + 500 + 200 + 50 = 3 750

Lembre-se:
Não escreva no livro!

- Um traço horizontal colocado sobre um número indica que o seu valor deve ser multiplicado por mil.

  $\overline{\text{V}} = 5 \times 1\,000 = 5\,000$ $\overline{\text{LX}} = 60 \times 1\,000 = 60\,000$

Com a expansão do comércio na Europa ocidental, por volta do século XIII, o sistema de numeração romano foi substituído pelo sistema de numeração decimal que usamos hoje e que vamos estudar mais adiante.

Lendo e aprendendo

A escrita numérica de alguns povos antigos

Observe, no quadro abaixo, como alguns povos escreviam os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 100.

	Egípcios	Babilônios	Maias	Chineses	Gregos
1	𓏺	𒁹	𝋡	一	α
2	𓏻	𒈫	𝋢	二	β
3	𓏼	𒐈	𝋣	三	γ
4	𓏽	𒐉	𝋤	四	δ
5	𓏾	𒐊	𝋥	五	ε
6	𓏿	𒐋	𝋦	六	ζ
7	𓐀	𒑂	𝋧	七	ξ
8	𓐁	𒑄	𝋨	八	η
9	𓐂	𒑆	𝋩	九	θ
10	𓎆	𒌋	𝋪	十	ι
100	𓍢	𒁹 𒐏	𝋠	百	ρ

GUILHERME CASAGRANDI

Sugira que, em grupos, os alunos pesquisem os sistemas de numeração desses povos antigos e depois apresentem para a classe o que aprenderam.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Os números têm quatro importantes funções:

- **(C)** contar;
- **(M)** medir;
- **(O)** ordenar;
- **(Cd)** codificar.

Leia o texto a seguir e classifique em **C**, **M**, **O** ou **Cd** os números selecionados nos itens abaixo, de acordo com suas funções.

> Em uma partida que durou 236 minutos, o sérvio Novak Djokovic venceu o Torneio de Wimbledon, na quadra 1, ao derrotar o suíço Roger Federer, conquistando seu 7º **Grand Slam**. Djokovic, agora, possui dois títulos em Wimbledon.

Grand Slam

Formado pelos quatro eventos mais importantes de tênis do ano. São eles: o Australian Open (Austrália), o torneio de Roland-Garros (França), Wimbledon (Inglaterra) e o US Open (EUA).

a) 1 Cd
b) 236 M
c) 7º O
d) 2 C

POOL/GETTY IMAGES

Novak Djokovic, vencedor de Wimbledon, 2014.

Lembre-se:
Não escreva no livro!

2 Escreva três situações do dia a dia em que você utiliza números. Resposta pessoal.

3 Escreva com símbolos egípcios:

a) o ano em que você nasceu;

b) sua altura expressa em centímetro;

c) o número de alunos da sua turma;

d) o ano atual. Respostas pessoais.

4 Responda às questões.

a) Quais eram os símbolos usados pelos romanos para escrever os números? I, V, X, L, C, D e M

b) Quais são os símbolos que podem ser repetidos seguidamente no sistema de numeração romano? I, X, C e M

c) O número XL tem o mesmo valor que LX? Não, pois XL vale 40 e LX, 60.

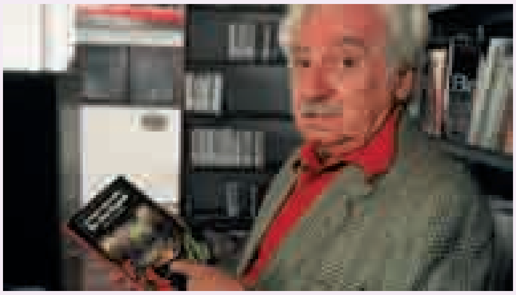
d) O que acontece com o valor do número VII quando colocamos um traço horizontal sobre ele? Seu valor é multiplicado por 1 000.

5 Leia o texto abaixo:

> Jorge Amado (1912-2001) foi um dos mais famosos escritores brasileiros e ocupou a cadeira 23 da Academia Brasileira de Letras. Sua obra foi editada em 55 países e traduzida para 49 idiomas e dialetos.

Escreva os números apresentados no texto usando o sistema de numeração romano.

1912: MCMXII 2001: MMI 23: XXIII 55: LV 49: XLIX



ARTUR IKISHIMA/ABRIL COMUNICAÇÕES S/A

Jorge Amado, com o livro *Tocaia grande* em dinamarquês, em foto tirada em sua residência, Salvador, em 9 de abril de 1991.

Lendo e aprendendo

Declaração Universal dos Direitos da Criança

No dia 20 de novembro de 1959, por aprovação unânime, a Assembleia Geral das Nações Unidas proclamou a Declaração Universal dos Direitos da Criança.

Leia um trecho dessa declaração. Observe que a numeração dos princípios é indicada, normalmente, por **símbolos romanos**.

> [...]
>
> PRINCÍPIO I — A criança gozará todos os direitos enunciados nesta Declaração.
>
> Todas as crianças, absolutamente sem qualquer exceção, serão credoras destes direitos, sem distinção ou discriminação por motivo de raça, cor, sexo, língua, religião, opinião política ou de outra natureza, origem nacional ou social, riqueza, nascimento ou qualquer outra condição, quer sua ou de sua família.
>
> [...]
>
> PRINCÍPIO III — Desde o nascimento, toda criança terá direito a um nome e a uma nacionalidade.
>
> [...]
>
> Dados obtidos em:<www.ebc.com.br/infantil/voce-sabia/2012/10/declaracao-universal-dos-direitos-das-criancas>. Acesso em: 20 fev. 2015.

unicef

REPRODUÇÃO

O Fundo das Nações Unidas para a Infância (em inglês *United Nations Children's Fund* – Unicef) é uma agência da Organização das Nações Unidas (ONU) cujo principal objetivo é promover a defesa dos direitos das crianças.

2 Sistema de numeração decimal

O sistema de numeração mais utilizado atualmente é o **indo-arábico**. As regras desse sistema foram inventadas pelos hindus, e os árabes o levaram para a Europa no século XIII; daí o nome “indo-arábico”.

Como esse sistema é decimal, também o chamamos de **sistema de numeração decimal**. Nele são utilizados os símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, denominados **algarismos**. A palavra *algarismo* tem origem no nome do matemático árabe Mohammed ibu-Musa al-Khowarizmi. Ele foi responsável pela introdução desse sistema de numeração na Europa e pelos estudos iniciais de Álgebra.

Esse sistema é posicional. Por isso, com seus 10 símbolos podemos representar qualquer número natural, o que não ocorre com o sistema egípcio, em que, por exemplo, para representar o valor 100 000 000, seria preciso repetir 100 vezes o símbolo , que vale 1 000 000.

O sistema de numeração decimal obedece a algumas regras e orientações:

- Existe um símbolo que representa a ausência de quantidade: o zero.

ORIGEM E DIFUSÃO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO INDO-ARÁBICO

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL

Elaborado a partir de: Graça Maria Lemos Ferreira: *Atlas Geográfico*: espaço mundial. São Paulo: Moderna, 2013, p. 10-11.

TOMA

Mohammed ibu-Musa al-Khowarizmi, responsável por difundir as regras do sistema criado pelos hindus.

UM POUCO DE HISTÓRIA

DIOGO SAITO

A origem do zero

Por mais de 15 séculos os matemáticos babilônicos ignoraram o zero. Por causa disso, eles não tinham como diferenciar, por exemplo, números 5 230, 52 300 e 523 000, o que causava certa confusão.

Pouco a pouco, eles foram percebendo que, para evitar confusão nas representações numéricas, precisavam representar o “nada” por “alguma coisa”. O símbolo, que serviria graficamente para marcar a ausência das unidades de certa ordem, seria o zero.

Finalmente, no século III a.C., os matemáticos criaram o zero babilônico, o mais antigo da história. Esse zero, no entanto, não foi concebido como quantidade, ou seja, “como número nulo”.

Entre os séculos III e IV d.C., os maias fizeram a mesma descoberta (), mas, assim como o babilônico, o zero maia era impróprio à prática de operações aritméticas e não deu origem a desenvolvimentos matemáticos.

Até o final do século VI, o zero hindu tinha por única função preencher os “vazios” provocados pelas unidades em falta nas representações numéricas, orais ou escritas. No entanto, os matemáticos da Índia conseguiram mudar essa situação rapidamente: em menos de meio século, esse conceito já significava indistintamente “vazio” ou “nada”, incorporando o sentido que atribuímos hoje à “quantidade nula” ou ao “número zero”.

Para obter mais informações, consulte: Georges Ifrah. *Os números*: a história de uma grande invenção. São Paulo: Globo, 2005.

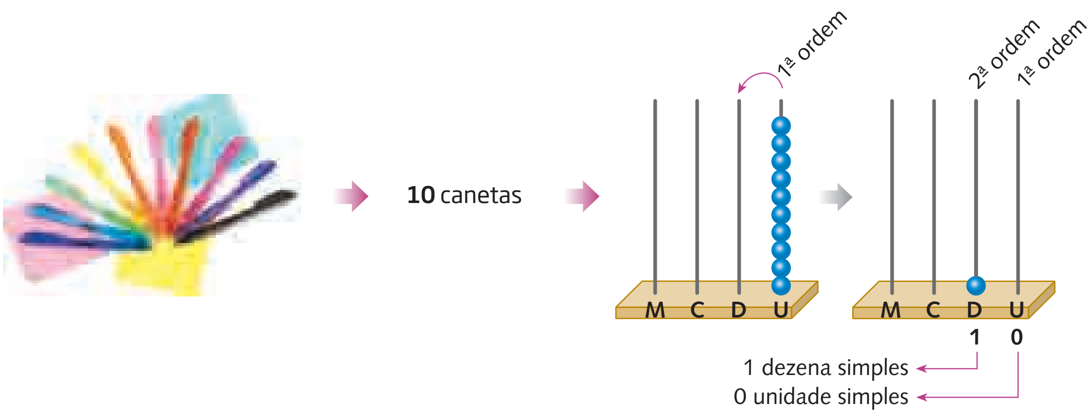
- A contagem de grupos com menos de 10 elementos é feita por meio da associação do número de elementos de determinado grupo a um algarismo indo-arábico. Observe:

BULD/SHUTTERSTOCK

NATTIKA/SHUTTERSTOCK

ADILSON SECCO

- É possível representar um grupo de 10 elementos assim:



KOLA-KOLA/SHUTTERSTOCK

Observe que 10 unidades de 1ª ordem correspondem a 1 unidade de 2ª ordem. Ou seja, 1 dezena corresponde a 10 unidades.

UM POUCO DE HISTÓRIA

DIOGO SAITO

O ábaco

O ábaco era um instrumento de cálculo muito utilizado pelos antigos gregos e romanos. Posteriormente, ele foi aperfeiçoado pelos chineses e japoneses. O instrumento é chamado de *suan-pan* na China e *soroban* no Japão.

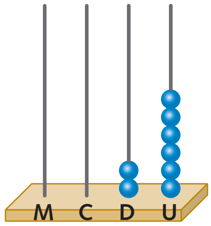

TI SANTI/SHUTTERSTOCK

Ao longo da história, diferentes tipos de ábaco foram inventados. Em um dos modelos mais simples, a correspondência é feita com contas móveis dispostas em fileiras paralelas, que representam as unidades, as dezenas, as centenas etc. O ábaco facilita tanto o registro dos objetos quanto a leitura das contagens.

Professor: é interessante orientar os alunos a construir um ábaco. Comente com eles que o instrumento será usado para facilitar a visualização de situações e melhorar a compreensão da aritmética.

- A contagem de grupos com mais de 10 e menos de 100 elementos é feita pela associação do número de elementos de determinado grupo a um número de dois algarismos, por meio da notação posicional. Observe:

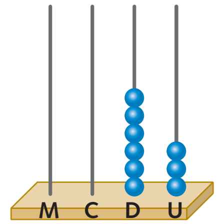
GUILHERME CASAGRANDI



2 6

2 dezenas simples
6 unidades simples

$2 \times 10 + 6 = 26$



6 3

6 dezenas simples
3 unidades simples

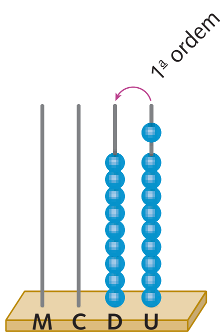
$6 \times 10 + 3 = 63$

É importante destacar o **valor posicional** do algarismo 6 nos dois números estudados:

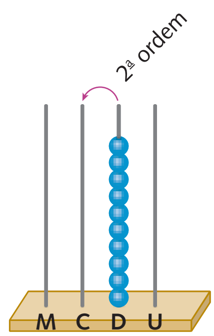
26	O valor posicional do algarismo 6 é 6.
63	O valor posicional do algarismo 6 é 60.

- Como $100 = 9 \times 10 + 9 + 1$, é possível representar um grupo com 100 elementos assim:

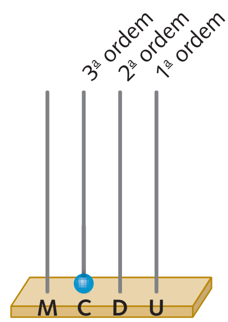
GUILHERME CASAGRANDI



9×10
$9 + 1$



10×10



1 0 0

1 centena simples
0 dezena simples
0 unidade simples

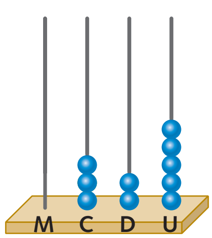
EDUARDO FRANCISCO

$9 \times 10 + 9 + 1 = 100$

Observe que 10 unidades de 2ª ordem correspondem a 1 unidade de 3ª ordem. Ou seja, 1 centena corresponde a 10 dezenas.

- A contagem de grupos que apresentam de 100 a 1 000 elementos é feita pela associação do número de elementos de determinado grupo a um número de três algarismos, por meio da notação posicional. Observe:

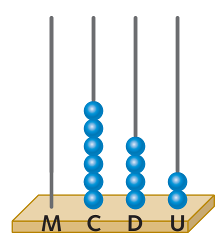
GUILHERME CASAGRANDI



3 2 5

3 centenas simples
2 dezenas simples
5 unidades simples

$3 \times 100 + 2 \times 10 + 5 = 325$



6 4 2

6 centenas simples
4 dezenas simples
2 unidades simples

$6 \times 100 + 4 \times 10 + 2 = 642$

Lembre-se de que nosso sistema de numeração é posicional porque o mesmo algarismo representa quantidades diferentes, de acordo com a posição que ocupa no número.

Na contagem de grupos com 1 000 ou mais elementos, devemos escrever os algarismos agrupados em **classes**, considerando que cada classe é formada por 3 ordens, definidas da direita para a esquerda. Observe:

12ª ordem: centenas de bilhão	11ª ordem: dezenas de bilhão	10ª ordem: unidades de bilhão	9ª ordem: centenas de milhão	8ª ordem: dezenas de milhão	7ª ordem: unidades de milhão	6ª ordem: centenas de milhar	5ª ordem: dezenas de milhar	4ª ordem: unidades de milhar	3ª ordem: centenas	2ª ordem: dezenas	1ª ordem: unidades
4ª classe: bilhões			3ª classe: milhões			2ª classe: milhares			1ª classe: unidades simples		

À esquerda da classe dos bilhões são representadas a dos trilhões, a dos quatrilhões, a dos quintilhões, a dos sextilhões e assim por diante.

Exemplos

- **5 478** → É formado por cinco unidades de milhar, quatro centenas, sete dezenas e oito unidades.

$5\,478 = 5\,000 + 400 + 70 + 8$ → Observe o valor posicional de cada algarismo.

ou

$5\,478 = 5 \times 1\,000 + 4 \times 100 + 7 \times 10 + 8$

Quadro de ordens			
4ª	**3ª**	**2ª**	**1ª**
5	4	7	8

- **63 042** → É formado por seis dezenas de milhar, três unidades de milhar, quatro dezenas e duas unidades.

$63\,042 = 60\,000 + 3\,000 + 40 + 2$ → Observe o valor posicional de cada algarismo.

ou

$63\,042 = 6 \times 10\,000 + 3 \times 1\,000 + 4 \times 10 + 2$

Quadro de ordens				
5ª	**4ª**	**3ª**	**2ª**	**1ª**
6	3	0	4	2

- **723 132** → É formado por sete centenas de milhar, duas dezenas de milhar, três unidades de milhar, uma centena, três dezenas e duas unidades.

$723\,132 = 700\,000 + 20\,000 + 3\,000 + 100 + 30 + 2$ → Observe o valor posicional de cada algarismo.

ou

$723\,132 = 7 \times 100\,000 + 2 \times 10\,000 + 3 \times 1\,000 + 1 \times 100 + 3 \times 10 + 2$

Quadro de ordens					
6ª	**5ª**	**4ª**	**3ª**	**2ª**	**1ª**
7	2	3	1	3	2

Lendo e aprendendo

Base de um sistema de numeração

No **sistema de numeração decimal**, a contagem é feita agrupando os objetos de 10 em 10. Porém, existem situações em que é mais adequado recorrer a agrupamentos diferentes de 10 para contar. Por exemplo:

- **em dúzias**

JULIA IVANTSOVA/SHUTTERSTOCK

Bananas, ovos, laranjas etc. costumam ser agrupados de **12** em **12** (em dúzias).

- **em grupos de 60**

MTKANG/SHUTTERSTOCK

A contagem do tempo, desde os antigos babilônios, é feita de **60** em **60** (60 segundos correspondem a 1 minuto, e 60 minutos correspondem a 1 hora).

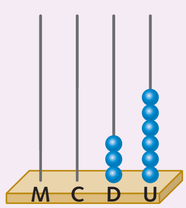
Em uma contagem, o número de elementos do agrupamento denomina-se **base**. Assim, na contagem de bananas, ovos e laranjas, é comum usarmos a base 12; já na contagem do tempo, utilizamos a base 60.

ATIVIDADES

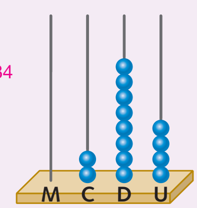
Faça as atividades no caderno.

1 Escreva, utilizando algarismos, os números representados nos ábacos.

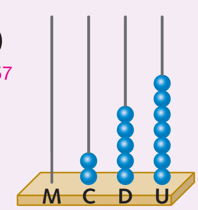
a) 36



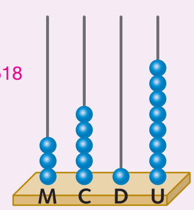
d) 284



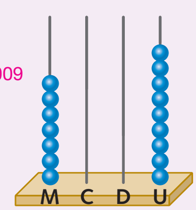
b) 257



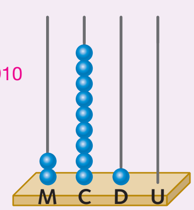
e) 3 518



c) 7 009



f) 2 910



GUILHERME CASAGRANDI

2 Escreva o número formado por:

a) sete centenas mais cinco dezenas mais três unidades; 753

b) oito unidades de milhar mais cinco centenas mais seis dezenas; 8 560

c) uma dezena de milhar mais sete dezenas; 10 070

d) duas unidades de milhão mais seis centenas de milhar mais nove dezenas mais oito unidades. 2 600 098

3 Usando os algarismos 2, 6 e 8, sem repeti-los, escreva seis diferentes números de três algarismos. 268, 286, 628, 682, 826 e 862

4 Que base utilizamos para contar folhas de papel em pacotes de 100 unidades? base 100

5 Na contagem do tempo (minutos e segundos), qual é a base utilizada? base 60

6 As décadas são contadas em agrupamentos de 10 anos. Assim, 36 anos correspondem a três décadas e seis anos. Escreva no caderno, de forma semelhante, o correspondente a:

a) 22 anos; duas décadas e dois anos

b) 50 anos; cinco décadas

c) 69 anos. seis décadas e nove anos

7 As semanas são contadas em agrupamentos de sete dias. Assim, 20 dias correspondem a duas semanas e seis dias. Escreva no caderno, de modo semelhante, o correspondente a:

a) 15 dias; duas semanas e um dia

b) 56 dias; oito semanas

c) 217 dias. 31 semanas

8 Determine o número formado por:

a) $(5 \times 100) + (7 \times 10) + 8$ 578

b) $(7 \times 1000) + (8 \times 100) + (9 \times 10) + 5$ 7 895

c) $(2 \times 10\,000) + (5 \times 1000) + (4 \times 100) + (3 \times 10) + 8$ 25 438

d) $(5 \times 100\,000) + (8 \times 1000) + (5 \times 100) + 3$ 508 503

9 Observe o número abaixo e responda às questões.

9 678

a) Quantas ordens tem esse número? quatro

b) Qual é o algarismo da quarta ordem? 9

c) Qual é o algarismo que representa a ordem das centenas? 6

d) Quantas classes tem esse número? duas

10 Em uma calculadora, digite as teclas 3, 5, 9 e 8, nessa ordem.

a) Que número aparece no visor? 3 598

b) Com que valor posicional ficou o algarismo 3 após você teclar 8? 3 000

c) Se você teclar 2 após teclar 8, qual será o novo valor posicional do algarismo 3? 30 000

11 O feirante Luís resolveu contar os limões que havia em cima da mesa. Para cada grupo de 10 limões, ele fez um traço. Terminada a contagem, sobraram seis limões em cima da mesa e estas marcas no papel:

GEORGE TUTUMI

Qual era o total de limões? 176 limões

12 Em um campeonato de lançamento de dardos, Pedro lançou 15 dardos, atingindo o disco conforme a figura abaixo.

GEORGE TUTUMI

Quantos pontos Pedro obteve? 375 pontos

13 Utilizando uma calculadora simples, responda às questões.

a) Quantos algarismos cabem no visor de sua calculadora? Resposta pessoal.

b) Qual é o maior número natural com algarismos diferentes que sua calculadora comporta? Resposta pessoal.

DIOGO SAITO

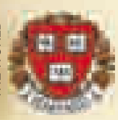
A calculadora

ARCHIVES CHARMET/BRIDGEMAN IMAGES/ KEYSTONE BRASIL – CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET METIERS, PARIS

La pascaline (1642).

A calculadora, cujo precursor é o ábaco, é um instrumento utilizado para realizar operações aritméticas. A primeira calculadora manual que se conhece, *La pascaline*, foi inventada por Blaise Pascal (1623-1662) em 1642. Essa invenção encontra-se no Conservatório de Artes e Medidas de Paris.

Filho de Etienne Pascal (matemático) e de Antoinette Begon, Blaise Pascal nasceu em Clermont-Ferrand, na França, e foi um extraordinário filósofo e matemático. Com a transferência do pai para Rouen, Pascal, que o acompanhou, realizou as primeiras pesquisas no campo da Física, chegando à dedução de 32 proposições de geometria estabelecidas por Euclides (c. 300 a.C.).



BRANDS OF THE WORLD

- **1623**
- **1636** – É fundada a Universidade de Harvard.
- **1642** – Nasce Isaac Newton e morre Galileu Galilei.
- **1643** – Na França, Luís XIV sobe ao trono.
- **1644** – Evangelista Torricelli inventa o barômetro.
- **1658** – O astrônomo, físico e matemático holandês Huygens utiliza o mecanismo dos pêndulos para regular relógios.
- **1662** – É fundada a Royal Society, destinada à promoção das ciências.

JOSÉ LUÍS JUHAS

Posteriormente, em 1694, Gottfried Leibniz (1646-1716) projetou um aparelho que multiplicava por adições repetidas. Em 1822, Charles Babbage (1791-1871) construiu uma pequena máquina de somar e, em 1833, concebeu uma máquina de subtração, precursora do computador digital.

Na maioria das calculadoras modernas, encontramos estas teclas:

ON	Liga	√	Calcula a raiz quadrada
CE ou AC	Apaga valores do visor	%	Calcula a porcentagem
OFF	Desliga	=	Indica o resultado
+	Adiciona	M+	Indica memória mais
–	Subtrai	M–	Indica memória menos
×	Multiplica	MRC	Lê a memória
÷	Divide	•	Representa a vírgula

SERGIGN/SHUTTERSTOCK

3 Os números naturais

Os números são usados em diferentes situações. Observe como eles aparecem no artigo abaixo.

MATTHEW STOCKMAN/STAFF/GETTY IMAGES

Marinha restringirá navegação na Baía de Guanabara na próxima semana

Navios, barcos de pesca e de lazer ficarão proibidos de navegar na parte do sul da Baía de Guanabara, entre os dias **3** e **9** de agosto, das **11** h às **17** h. A restrição da navegação entre a entrada da baía e a Ponte Rio-Niterói vai ocorrer devido à realização da competição Aquece Rio Regata Internacional de Vela, primeiro evento-teste para os Jogos Olímpicos e Paralímpicos de **2016**. [...]

ABDALA, Victor. Marinha restringirá navegação na Baía de Guanabara na próxima semana. *Agência Brasil*, 28 jul. 2014. Disponível em: <http://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2014-07/marinha-restringira-navegacao-na-baia-de-guanabara-na-proxima-semana>. Acesso em: 14 fev. 2015.

Esses números são exemplos de **números naturais**.

Iniciando pelo zero e acrescentando sempre uma unidade, podemos obter todos os números naturais.

NILSON CARDOSO

Os números naturais dessa sequência formam um conjunto numérico, denominado **conjunto dos números naturais**, que pode ser assim representado:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...\}$$

Observando a sequência dos números naturais, verificamos que:

- O **sucessor** de um número natural é obtido pelo acréscimo de uma unidade a ele.
  Todo número natural tem um sucessor, pois a sequência dos números naturais é infinita.

Exemplos

- O sucessor de 0 é 1, pois: $0 + 1 = 1$.
- O sucessor de 99 é 100, pois: $99 + 1 = 100$.

Por ser o menor dos números naturais, o zero não é sucessor de nenhum outro número natural.

- Todo número natural, com exceção do zero, tem um **antecessor**. Para obter o antecessor de um número natural, subtraímos dele uma unidade.

Exemplos

- O antecessor de 10 é 9, pois: $10 - 1 = 9$.
- O antecessor de 50 é 49, pois: $50 - 1 = 49$.

GEORGE TUTUMI

- No conjunto dos números naturais, dois ou mais números em sequência imediata são denominados **números consecutivos**.

Exemplos

- 25 e 26 são números naturais consecutivos.
- 75, 76 e 77 são números naturais consecutivos.

Números pares e números ímpares

O professor Carlos escreveu no quadro a sequência dos números naturais pares e a dos números naturais ímpares. Veja:

- Sequência dos números naturais pares:
  0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...
- Sequência dos números naturais ímpares:
  1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, ...

Ao observar as sequências escritas pelo professor, os alunos notaram que:

- os números pares são números naturais que terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8;
- os números ímpares são números naturais que terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9.

Lendo e aprendendo

Código de barras

O código de barras é uma representação gráfica de dados numéricos ou alfanuméricos. A decodificação, ou seja, a leitura dos dados, é realizada por um tipo de *scanner*, o leitor de código de barras. Os dados capturados nessa leitura óptica são compreendidos pelo computador, que, por sua vez, converte-os em letras ou números.

REPRODUÇÃO

Código QR.

8 377280 372647

YULIA GLAM/SHUTTERSTOCK

Código de barras padrão composto de 13 dígitos.

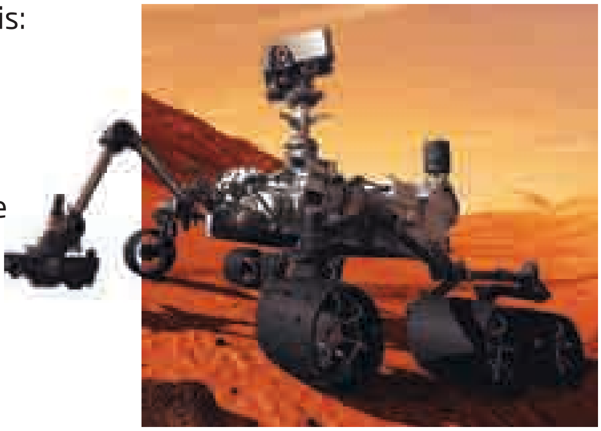
O código de barras evoluiu muito e ganhou uma segunda dimensão. O código de barras bidimensional, conhecido como Código QR, pode ser facilmente escaneado usando celulares modernos equipados com câmera.

Número e numeral

Número é a ideia de quantidade que nos vem à mente quando contamos, ordenamos e medimos. **Numeral** é toda representação de um número, seja ela escrita, falada ou digitada. Para representar um número, podemos utilizar diferentes numerais.

O **número** de rodas do jipe-robô Curiosity, por exemplo, pode ser representado de várias maneiras.

- Por meio de **palavras** denominadas numerais:
  - seis (numeral da língua portuguesa);
  - *six* (numeral da língua inglesa);
  - *sechs* (numeral da língua alemã).
- Por meio de **símbolos** também chamados de numerais:
  - 6 (numeral indo-arábico);
  - VI (numeral romano);
  - |||||| (numeral egípcio).


JPL-CALTECH/NASA

O jipe-robô Curiosity pousou na superfície de Marte em agosto de 2012, após uma viagem de 567 milhões de quilômetros e quase nove meses.

Cuidado!

Não confunda **número**, **numeral** e **algarismo**. Observe os exemplos:

- O numeral 4567 representa uma quantidade (número) e é escrito com os algarismos 4, 5, 6 e 7.
- Minha **senha** bancária é formada por quatro algarismos, e não por quatro números.

Senha

Cadeia de caracteres que autoriza o acesso a um conjunto de operações em um sistema de computadores ou em equipamentos computadorizados.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Responda às questões.

a) Qual é o menor número natural? zero

b) Qual é o sucessor do zero? 1

c) Todo número natural tem sucessor? sim

d) O número 2000 é sucessor de que número? 1999

2 Escreva o sucessor e o antecessor dos números naturais a seguir.

a) 600 601 e 599

b) 1001 1002 e 1000

c) 8020 8021 e 8019

d) 50000 50001 e 49999

3 Escreva três números naturais, consecutivos, sabendo que o maior deles é:

a) 16 b) 100 c) 699 d) 1121

a) 14, 15 e 16

b) 98, 99 e 100

c) 697, 698 e 699

d) 1119, 1120 e 1121

4 Responda às questões a seguir.

a) Qual é o antecessor do maior número natural par de três algarismos? 997

b) Qual é o sucessor do menor número natural ímpar de cinco algarismos? 10002

c) Qual é o sucessor ímpar de 79? E o precedente par de 100? 81; 98

5 Observe a sequência abaixo:

1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, ...

Agora, responda: qual é o próximo número dessa sequência? 29

6 Escreva no caderno três números naturais ímpares consecutivos, entre os quais o menor seja 999. 999, 1001 e 1003

4 Igualdade e desigualdade

Os jogos olímpicos modernos são realizados com o intuito de incentivar a integração entre os povos por meio de diferentes modalidades esportivas. Os primeiros jogos da Era Moderna ocorreram em 1896, em Atenas, Grécia. Em 2012, os jogos foram realizados em Londres, Inglaterra.

BEN STANSALL/AFP

REPRODUÇÃO

Cerimônia de abertura dos Jogos Olímpicos de Londres, em 2012 (à esquerda); logomarca oficial desses jogos (acima).

A tabela abaixo apresenta os cinco países que mais conquistaram medalhas nos Jogos Olímpicos de Londres.

Medalhas conquistadas em Londres				
País	Ouro	Prata	Bronze	Total
Estados Unidos	46	29	29	104
China	38	27	23	88
Grã-Bretanha	29	17	19	65*
Rússia	24	26	32	82
Coreia do Sul	13	8	7	28

Dados obtidos em: <www.ebc.com.br/noticias/londres-2012/2012/07/quadro-de-medalhas>. Acesso em: 18 fev. 2015.

* Apesar de a Grã-Bretanha ter conquistado menos medalhas que a Rússia, ela ficou em terceiro lugar porque o primeiro critério utilizado para classificação ou desempate é o número de medalhas de ouro conquistadas por determinado país.

Observando a tabela, podemos afirmar que:

- O número de medalhas de bronze conquistadas pela Rússia é maior que o número de medalhas de bronze conquistadas pela China. Escrevemos: $32 > 23$.
- O número de medalhas de prata conquistadas pela Coreia do Sul é menor que o número de medalhas de ouro que esse país conquistou. Escrevemos: $8 < 13$.
- O número de medalhas de prata conquistadas pelos Estados Unidos é diferente do número de medalhas de prata conquistadas pela China. Escrevemos: $29 \neq 27$.
- O número de medalhas de prata conquistadas pelos Estados Unidos é igual ao número de medalhas de ouro conquistadas pela Grã-Bretanha. Escrevemos: $29 = 29$.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Escreva seis números diferentes utilizando os algarismos 4, 5 e 8 sem repeti-los. Qual é o maior deles? E o menor?
458, 485, 548, 584, 845 e 854; maior: 854; menor: 458

2 Escreva a sequência de números indicada em cada caso.

a) Números naturais menores que 8.
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

b) Números naturais maiores ou iguais a 10. 10, 11, 12, 13, ...

c) Números naturais entre 12 e 17. 13, 14, 15, 16

d) Números naturais de 12 a 17.
12, 13, 14, 15, 16, 17

e) Números naturais maiores que 15 e menores que 22. 16, 17, 18, 19, 20, 21

3 Maurício, Paulo e Carlos são jogadores de basquete. Carlos é mais alto que Maurício, e Paulo é mais baixo que Maurício. Qual deles é o mais baixo? Paulo

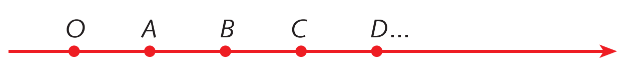
GEORGE TUTUMI

5 A reta numérica e os números naturais

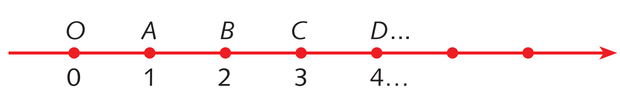
Podemos representar a sequência dos números naturais em uma linha chamada de **reta numérica**. Observe:

- Traçamos uma reta e marcamos o ponto *O* (origem).

- À direita de *O*, marcamos pontos consecutivos com a mesma distância entre eles, determinando os pontos *A*, *B*, *C*, *D*, ...



- Aos pontos *O*, *A*, *B*, *C*, *D*, ..., fazemos corresponder os números naturais 0, 1, 2, 3, 4, ..., respectivamente.



LUIZ RUBIO

Assim, estabelecemos uma correspondência entre os números naturais e os pontos marcados na reta.

Observando a reta numérica, podemos afirmar que:

- Um número é **maior que** (>) outro número quando é representado, na reta, **à direita** deste.

Exemplo

$5 > 2$

- Um número é **menor que** (<) outro quando é representado, na reta, **à esquerda** deste.

Exemplo

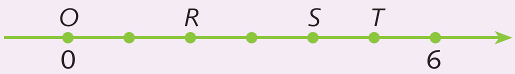
2 < 6

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Desenhe uma reta numérica e registre os números 0, 3, 5 e 7.

2 Observe a reta numérica.

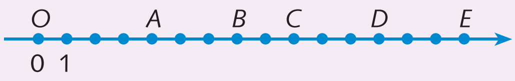


GUILHERME CASAGRANDI

Agora, responda: qual é o número natural que corresponde ao ponto:

a) R? 2 b) S? 4 c) T? 5

3 Observe a reta numérica.



GUILHERME CASAGRANDI

No caderno, escreva que ponto representa:

a) o número 9? C

b) o número 12? D

c) o número 4? A

d) o número 15? E

4. Observe que é evidenciada uma parte da reta, sendo a ela associados números naturais, não necessariamente iniciando pelo zero.

4 Observe a reta numérica em que a, b e c representam números naturais correspondentes aos pontos A, B e C.

GUILHERME CASAGRANDI

Quais das sentenças a seguir são verdadeiras? b, c, d, f

a) $a > 6$

b) $b > 6$

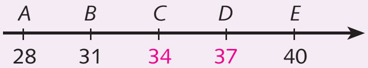
c) $6 < c$

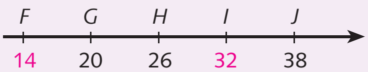
d) $c > b$

e) $c < a$

f) $b > a$

5 Observe as retas numéricas e determine, no caderno, os números naturais correspondentes às letras C, D, F e I.

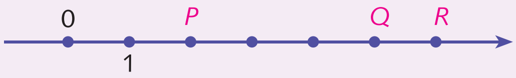
a) 

b) 

LUIZ RUBIO

Podemos marcar pontos na reta considerando marcações de 2 em 2, de 3 em 3, ..., respeitando a distância entre eles.

6 Reproduza a reta numérica abaixo em seu caderno.



GUILHERME CASAGRANDI

Depois, indique os pontos P, Q e R nessa reta de acordo com as informações a seguir.

a) P e R são pares.

b) $P < 3$.

c) $Q > 4$ e $R > 4$.

d) $R < 7$ e $Q < 6$.

7 Responda às questões.

a) Quantos números naturais existem de 25 até 50? 26

b) Quantos números naturais existem entre 30 e 48? 17

c) Para numerar de 5 até 50, quantos números e quantos algarismos escrevemos?
46 e 87, respectivamente.

8 Paulo assumiu um novo projeto em sua empresa e passou a trabalhar duas horas extras por dia. O projeto teve início no dia 12 e foi até o dia 25 do mesmo mês. Quantas horas extras Paulo trabalhou nesse projeto? 28 horas extras

9 Quantos algarismos escrevemos para representar todos os números de 35 até 186?
391 algarismos

10 Quantos algarismos são necessários para numerar as 500 páginas de um livro?
1 392 algarismos

11 Luís encontrou na internet uma reportagem, com mais de 200 páginas, sobre aquecimento global. Dessa reportagem, ele imprimiu as páginas 35 a 178. Quantas páginas Luís imprimiu?
144 páginas

ALBERTO ZORNETTA/SHUTTERSTOCK

6 Leitura e escrita de um número natural

Saber ler e escrever números pode ser muito útil na hora de preencher cheques, reconhecer e distinguir valores e em outras situações do cotidiano.

Para ler um número, procedemos deste modo:

1º) Separamos o número em classes.

2º) Lemos, da esquerda para a direita, o número formado em cada classe, seguido do nome da classe.

Exemplos

GEORGE TUTUMI

- 6 034 270

  270 → duzentos e setenta
  034 → trinta e quatro mil
  6 → seis milhões

  Lemos: "seis milhões, trinta e quatro mil, duzentos e setenta".

- 1 019 316 017

  017 → dezessete
  316 → trezentos e dezesseis mil
  019 → dezenove milhões
  1 → um bilhão

  Lemos: "um bilhão, dezenove milhões, trezentos e dezesseis mil e dezessete".

Observação

Quando todas as ordens de uma classe são formadas por zero, não lemos essa classe.

Exemplo

8 000 321

321 → trezentos e vinte e um
8 → oito milhões

Lemos: "oito milhões, trezentos e vinte e um".

De modo inverso, se conhecemos a leitura de um número, podemos escrevê-lo usando algarismos. Observe:

- setenta e três mil, seiscentos e oitenta e dois

Milhares		Unidades simples		
7	3	6	8	2

→ **73 682**

- dois bilhões, treze milhões, quinhentos e seis

Bilhões	Milhões			Milhares			Unidades simples		
2	0	1	3	0	0	0	5	0	6

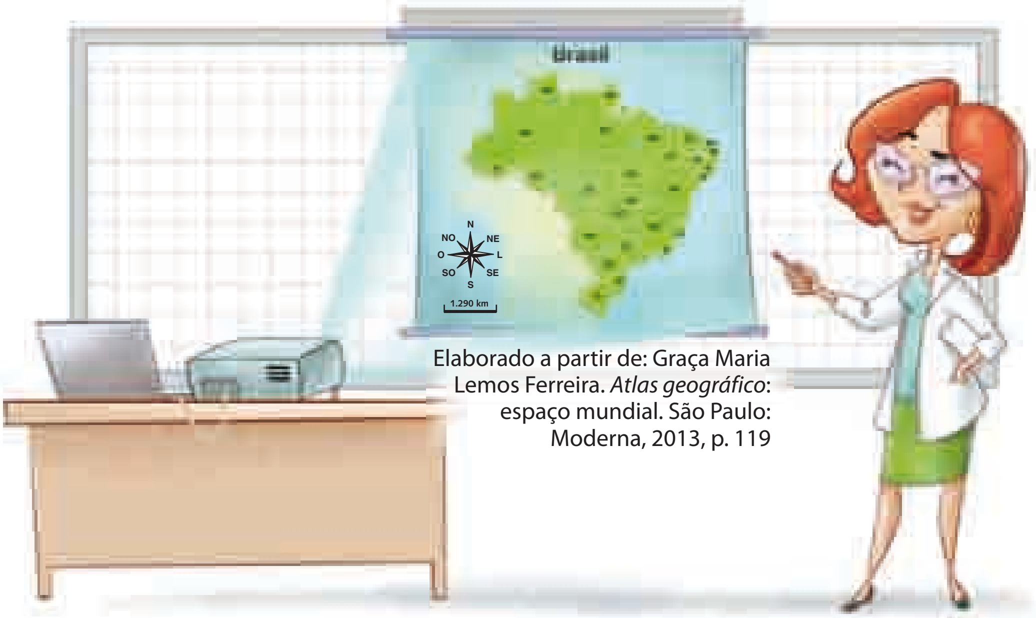
→ **2 013 000 506**

Um número natural pode ser representado de várias maneiras.

Vamos considerar, por exemplo, o número 8 515 767, que corresponde, aproximadamente, à medida da superfície do Brasil em quilômetro quadrado.

Podemos representá-lo:

- com algarismos: 8 515 767;
- com palavras: oito milhões, quinhentos e quinze mil, setecentos e sessenta e sete;
- com algarismos e palavras: 8 milhões, 515 mil e 767;
- por meio da decomposição: $8\,000\,000 + 500\,000 + 10\,000 + 5\,000 + 700 + 60 + 7$ ou $8 \times 1\,000\,000 + 5 \times 100\,000 + 1 \times 10\,000 + 5 \times 1\,000 + 7 \times 100 + 6 \times 10 + 7$.



Elaborado a partir de: Graça Maria Lemos Ferreira. *Atlas geográfico*: espaço mundial. São Paulo: Moderna, 2013, p. 119

ILUSTRAÇÃO: GEORGE TUTUMI.
MAPA: ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL

Observações

1 Para facilitar a leitura de números naturais grandes, a **mídia** costuma apresentá-los de forma abreviada, usando uma vírgula.

Veja:

> Em 2014 havia no mundo 1,8 bilhão de jovens na faixa etária dos 10 aos 24 anos.

1,8 bilhão correspondem a um bilhão e oitocentos milhões ou 1 800 000 000.

Mídia
Conjunto dos meios de comunicação de massa.

2 Em alguns textos a palavra **milhão** é substituída por **mi**, e a palavra **bilhão**, por **bi**. Observe:

> A população brasileira deve chegar a 233 **mi** de pessoas em 2050, segundo projeções da ONU.

233 **mi** correspondem a duzentos e trinta e três **milhões** ou 233 000 000.

> De acordo com **estimativas** da ONU, na Terra haverá 9,6 **bi** de pessoas em 2050.

9,6 **bi** correspondem a nove **bilhões** e seiscentos milhões ou 9 600 000 000.

Estimativa
Cálculo aproximado de algo.

1. **a)** trezentos e quarenta e cinco
b) mil, seiscentos e setenta e nove
c) oito mil, novecentos e cinquenta
d) oitocentos e quinze mil e duzentos
e) dezoito milhões, quinhentos e quarenta mil e trinta e cinco
f) noventa e cinco milhões, treze mil e seiscentos

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Escreva como se leem os números abaixo.

a) 345
b) 1 679
c) 8 950
d) 815 200
e) 18 540 035
f) 95 013 600

2 Escreva os números a seguir usando algarismos indo-arábicos.

a) Doze mil, cento e seis. 12 106
b) Novecentos e doze mil e trezentos. 912 300
c) Um milhão, dez mil e treze. 1 010 013
d) Noventa milhões, dezesseis mil e oito. 90 016 008
e) Dois bilhões, doze milhões e cem mil. 2 012 100 000

3 Lucas digitou as teclas 7, 6, 5, 4, 3, 2 e 1, nessa ordem, em sua calculadora. Escreva como se lê o número que Lucas obteve no visor da calculadora. sete milhões, seiscentos e cinquenta e quatro mil, trezentos e vinte e um

4 Luciana efetuou, em um caixa eletrônico, o pagamento das contas de água, energia, telefone, aluguel e condomínio. O valor da conta de água era igual a quarenta e cinco reais. Veja o valor das demais contas e escreva por extenso essas quantias.

Energia	R$ 86,00
Telefone	R$ 127,00
Aluguel	R$ 415,00
Condomínio	R$ 169,00

5 O Tiranossauro Rex viveu há 145 000 000 de anos, e o Triceratops, há 67 000 000 de anos. Escreva esses números por extenso e, depois, responda: qual desses dinossauros habitou a Terra primeiro?

145 000 000: cento e quarenta e cinco milhões
67 000 000: sessenta e sete milhões
Tiranossauro Rex.

WAGNER WILLIAM

Nesta ilustração representamos um Tiranossauro Rex.

6 Escreva os números destacados nos textos abaixo usando **mi** para milhões e **bi** para bilhões.

a) Os Jogos Olímpicos de Londres, em 2012, transmitidos em 3-D, foram vistos por 5 000 000 000 de espectadores. cinco bi
b) No Brasil, aproximadamente 42 000 000 de pessoas assistiram à final entre Brasil e Espanha na Copa das Confederações da Fifa 2013. quarenta e dois mi

VANDERLEI ALMEIDA/AFP

O Brasil tornou-se campeão da Copa das Confederações da Fifa 2013 ao vencer a Espanha no estádio do Maracanã, no Rio de Janeiro (RJ), em 30 de junho de 2013.

7 Forme dupla com um colega e leia atentamente o texto abaixo.

> Em uma cidade foram reciclados durante um ano os seguintes materiais: papel (110 248 080 kg), vidro (45 230 196 kg) e plástico (7 500 420 kg).

a) Respondam:
- De que materiais foram reciclados menos de 50 milhões de quilogramas? Vidro e plástico.
- De que material foram reciclados mais de 100 milhões de quilogramas? Papel.

b) Escrevam um pequeno texto sobre a importância da reciclagem de resíduos. Resposta pessoal.

GEORGE TUTUMI

4. Energia: oitenta e seis reais
Telefone: cento e vinte e sete reais
Aluguel: quatrocentos e quinze reais
Condomínio: cento e sessenta e nove reais

Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Faça as atividades no caderno.

Revisitando

1 Este capítulo aborda os números naturais. Quais são as quatro funções (usos) desses números? contagem, ordem, código e medida

2 Com qual(is) das quatro funções listadas na questão anterior você mais utiliza os números naturais no dia a dia? Resposta pessoal.

3 Que sistemas de numeração você conhece? Resposta pessoal. Espera-se que o aluno identifique o sistema numérico decimal e os sistemas egípcio e romano, trabalhados no capítulo.

4 Qual é a base do sistema numérico decimal? Você conhece outras bases? Se sim, quais? Base 10. Resposta pessoal.

5 Relacione cada conceito à sua definição:

Conceito	Definição
A) Sucessor de um número natural	I) É obtido pela subtração de uma unidade desse número.
B) Antecessor de um número natural diferente de zero	II) Terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8.
C) Números consecutivos	III) É obtido pelo acréscimo de uma unidade a esse número.
D) Números pares	IV) Terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9.
E) Números ímpares	V) Dois ou mais números naturais em sequência imediata.

A – III; B – I; C – V; D – II; E – IV

Aplicando

1 As três mais importantes pirâmides do Egito são Quéops, Quéfren e Miquerinos, que medem, respectivamente, 146 metros, 143 metros e 62 metros de altura.

SCULPIES/SHUTTERSTOCK

Utilizando símbolos egípcios, escreva a representação dos números correspondentes à altura de cada pirâmide.

9∩∩∩∩IIIIII 9∩∩∩∩III ∩∩∩∩∩∩II

2 Reescreva o texto trocando os símbolos indo-arábicos pelos romanos.

> Em 1876, Alexander Graham Bell inventou o telefone e, em 1879, Thomas Edison inventou a lâmpada elétrica incandescente.

1876: MDCCCLXXVI 1879: MDCCCLXXIX

3 Escreva no caderno:

a) o antecessor e o sucessor de 519; Antecessor: 518, sucessor: 520

b) o antecessor e o sucessor do maior número natural de três algarismos; Antecessor: 998, sucessor: 1 000

c) o sucessor do sucessor de 1 000; 1 002

d) todos os números de três algarismos diferentes que podem ser formados com os algarismos 4, 5 e 6. 456, 465, 546, 564, 645, 654

4 Desenhe uma reta numérica e indique nela os seis primeiros números ímpares.

1 3 5 7 9 11

5 Considere o número natural 1 234. Efetuando todas as trocas possíveis de seus algarismos, pode-se formar certa quantidade de números naturais de quatro algarismos, como 2 341 e 1 342. No caderno, escreva todos esses números em ordem crescente e, depois, responda às questões.

a) Qual é o primeiro número? 1 234

b) Qual é o último número? 4 321

c) Qual é o total de números? 24

Lembre-se:
Não escreva no livro!

6 Um artista foi contratado para numerar as 185 páginas de uma **filatelia**, recebendo R$ 2,00 por algarismo desenhado. Quanto ele deverá receber pelo trabalho? R$ 894,00

JOSÉ LUÍS JUHAS

Filatelia

Coleção de selos postais, do grego ***Fila*** (amigos) e ***Telos*** (selo).

DESAFIO

Para numerar as páginas de um livro, foram usados 816 algarismos. Determine quantas páginas tem esse livro. 308 páginas

7 Quantas vezes usamos o algarismo 2 para escrever todos os números de:

a) 1 a 50? 15

b) 1 a 100? 20

8 No caderno, escreva o número formado por:

a) uma dezena de milhar mais cinco centenas mais três unidades; 10 503

b) sete unidades de milhão mais sete dezenas mais uma unidade. 7 000 071

9 Escreva, no caderno, como se lê o número que aparece no quadro abaixo.

GEORGE TUTUMI

seiscentos e dezessete milhões, sessenta e cinco mil, trezentos e vinte

10 Leia o texto a seguir.

> O monte Everest, localizado na cordilheira do Himalaia, no Nepal, é a montanha mais alta do mundo, com 8 848 metros em relação ao nível do mar.
>
> O pico da Neblina, localizado na serra do Imeri, no Amazonas, é o ponto mais alto do Brasil, com 3 014 metros acima do nível do mar.

Agora, responda às questões.

a) No número 8 848, qual é o valor posicional:
- do algarismo da 3ª ordem? 800
- do algarismo da 4ª ordem? 8 000

b) No número 3 014, qual é o valor posicional:
- do algarismo da 1ª ordem? 4
- do algarismo da 3ª ordem? 0

11 Escreva, no caderno, o número que satisfaz as condições abaixo.
- Está situado entre 300 000 e 400 000.
- Seus quatro últimos algarismos são zeros.
- A soma dos seus algarismos é 7. 340 000

12 Responda às questões abaixo.

a) Qual é o 10º mês do ano? outubro

b) Qual é o 7º dia da semana? sábado

DESAFIO

Leia atentamente a questão e determine a única alternativa correta.

O algarismo das unidades de um número de dois algarismos é m, e o algarismo das dezenas é n. Colocando um algarismo p à direita desse número, obtém-se um novo número, que é: alternativa e

a) $100n + 100m + p$

b) $n + m + p$

c) $10n + m + p$

d) $1000n + 100m + p$

e) $100n + 10m + p$

Lembre-se:
Não escreva no livro!

13 Escreva como se leem os números destacados a seguir.

a) A região Sudeste do Brasil tem **924 511** quilômetros quadrados de área.

b) O *Homo sapiens* viveu há **160 000** anos.

a) novecentos e vinte e quatro mil, quinhentos e onze
b) cento e sessenta mil

JOSÉ LUÍS JUHAS

c) Em 2014, a população total do Brasil era de, aproximadamente, **202 768 000** habitantes. duzentos e dois milhões, setecentos e sessenta e oito mil

d) Um ano-luz corresponde a **9 460 800 000 000** quilômetros.
nove trilhões, quatrocentos e sessenta bilhões e oitocentos milhões

14 Apresentamos a seguir a população dos seis estados mais populosos do Brasil, de acordo com estimativas do IBGE em 2014.

São Paulo	44 035 304
Minas Gerais	20 734 097
Rio de Janeiro	16 461 173
Bahia	15 126 371
Rio Grande do Sul	11 207 274
Paraná	11 081 692

Disponível em: <www.ibge.gov.br/home/presidencia/noticias/pdf/analise_estimativas_2014.pdf>. Acesso em: 18 fev. 2015.

a) Quais são os três estados mais populosos do Brasil? São Paulo, Minas Gerais e Rio de Janeiro.

b) Qual é o estado do Nordeste mais populoso do Brasil? Bahia

c) Em qual número apresentado acima o algarismo 5 tem valor posicional 5 000 000? 15 126 371

d) Escreva em um quadro de ordens o número que representa a população do Paraná.

e) O estado em que você mora tem mais ou menos que 5 milhões de habitantes?
Resposta pessoal.

15 Escreva, com algarismos indo-arábicos, o número dezessete bilhões, cinco milhões e noventa. 17 005 000 090

16 Com os algarismos 1, 3, 4, 6 e 2, e sem repetir nenhum deles, escreva:

a) o maior número possível; 64 321

b) o menor número possível; 12 346

c) o maior número que tenha o algarismo 1 na ordem das centenas; 64 132

d) um número maior que 43 200 que tenha 6 como algarismo das unidades. 43 216

17 **(Enem)** A classificação de um país no quadro de medalhas nos Jogos Olímpicos depende do número de medalhas de ouro que obteve na competição, tendo como critério de desempate o número de medalhas de prata seguido do número de medalhas de bronze conquistadas. Nas Olimpíadas de 2004, o Brasil foi o décimo sexto colocado no quadro de medalhas, tendo obtido 5 medalhas de ouro, 2 de prata e 3 de bronze. Parte desse quadro de medalhas é reproduzida a seguir.

Classificação	País	Medalhas de ouro	Medalhas de prata	Medalhas de bronze	Total de medalhas
8º	Itália	10	11	11	32
9º	Coreia do Sul	9	12	9	30
10º	Grã-Bretanha	9	9	12	30
11º	Cuba	9	7	11	27
12º	Ucrânia	9	5	9	23
13º	Hungria	8	6	3	17

Disponível em: <http://www.quadrodemedalhas.com.br>. Acesso em: 5 abr. 2010 (adaptado).

Se o Brasil tivesse obtido mais 4 medalhas de ouro, 4 de prata e 10 de bronze, sem alterações no número de medalhas dos demais países mostrados no quadro, qual teria sido a classificação brasileira no quadro de medalhas das Olimpíadas de 2004?
alternativa b

a) 13º
b) 12º
c) 11º
d) 10º
e) 9º

d)

8ª	7ª	6ª	5ª	4ª	3ª	2ª	1ª
1	1	0	8	1	6	9	2

CAPÍTULO

2 OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS

Converse com os alunos sobre a importância das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão na solução de problemas do dia a dia. Aproveite o tema “energia solar”, tão discutido nos dias de hoje, como motivação para o início deste capítulo.

© PHILIP PLISSON/PLANET SOLAR

Tûranor PlanetSolar é o maior navio movido a energia solar do mundo, 2011.

É HORA DE OBSERVAR E DISCUTIR

O catamarã gigante *Tûranor PlanetSolar* foi o primeiro navio a completar uma volta ao mundo usando apenas energia solar. O veículo partiu do porto de Mônaco em setembro de 2010 e retornou a esse local em maio de 2012. A viagem durou 585 dias.

O barco é constituído de materiais leves e resistentes, como fibra de carbono e resina plástica. Com 31 metros de comprimento e 15 metros de largura, o *Tûranor* é coberto por 537 metros quadrados de painéis solares fotovoltaicos. Sua massa é aproximadamente 85 toneladas, sendo 21 toneladas de fibra de carbono, 23 toneladas de resina plástica e 41 toneladas de outros materiais.

Agora, responda às questões em seu caderno:

- Qual é a massa total, em tonelada, dos materiais que compõem o navio? 85 toneladas
- Quantas semanas durou a viagem do *Tûranor* ao redor do mundo? 83 semanas e 4 dias

TROCANDO IDEIAS

Faça as atividades no caderno.

No nosso dia a dia, há situações que podem ser resolvidas por meio das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Leia o problema abaixo.

- Pedro foi a uma loja e comprou um helicóptero, um caminhão e um jipe de brinquedo.

SERGEY MIRONOV/SHUTTERSTOCK

NIKOLAI TSVETKOV/SHUTTERSTOCK

TIM RIDLEY/GETTY IMAGES

Veja no quadro abaixo o preço de todos os brinquedos que havia na loja. Depois, responda às questões e indique a operação que você utilizou para obter cada resposta.

Produto	Valor em real
Trem	35
Trator	55
Helicóptero	65
Moto	20
Jipe	45
Caminhão	100
Carro de corrida	50

a) Qual foi o valor total da compra? 210 reais; adição

b) Se ele realizou o pagamento em três parcelas iguais, qual o valor de cada prestação? 70 reais; divisão

c) Pedro usou uma nota de 100 reais para o pagamento da primeira parcela. Quanto ele recebeu de troco? 30 reais; subtração

d) Antes da compra, ele havia definido um limite para seus gastos de até 80 reais por parcela. Considerando esse limite, que brinquedo ele poderia ter comprado a mais? a moto

e) Se o limite de cada parcela fosse de 90 reais, qual dos brinquedos ele poderia comprar a mais? Explique. Qualquer um, pois ele poderia comprar um brinquedo de até 60 reais.

Neste capítulo, vamos ampliar nossos conhecimentos sobre **operações com números naturais**.

1 Adição com números naturais

Observe o total de pontos conquistados pelos cinco melhores pilotos de Fórmula 1 em 2014.

Posição	Piloto	Pontos
1ª	Lewis Hamilton	384
2ª	Nico Rosberg	317
3ª	Daniel Ricciardo	238
4ª	Valtteri Bottas	186
5ª	Sebastian Vettel	167

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL

Dados obtidos em: <www.formula1.com/results/driver/>. Acesso em: 24 fev. 2015.

Qual foi o total de pontos alcançado pelos pilotos que conquistaram as três primeiras posições?

Para obter essa resposta, devemos **juntar**, **unir**, **reunir** quantidades, ou seja, efetuar a operação denominada **adição**.

Veja como obter esse total:

$$\begin{array}{r l} 384 & \longrightarrow \textbf{parcela} \\ 317 & \longrightarrow \textbf{parcela} \\ +\ 238 & \longrightarrow \textbf{parcela} \\ \hline 939 & \longrightarrow \textbf{soma} \text{ ou } \textbf{total} \end{array}$$

Note que, nesse caso, os números 384, 317 e 238 são as **parcelas**, e 939 é a **soma**.

Outra ideia da adição é a de **acrescentar** uma quantidade a outra. A situação a seguir exemplifica essa ideia.

Uma equipe de Fórmula 1 tinha 50 pontos. Seus pilotos conquistaram, então, o 1º e o 2º lugares em uma corrida, obtendo, respectivamente, 25 e 18 pontos. Qual passou a ser o total de pontos da equipe após essas conquistas?

Nesse caso, podemos efetuar esta adição:

$$25 + 18 = 43$$

Depois, **acrescentamos** 43 a 50, efetuando a adição 50 + 43.

$$50 + 43 = 93$$

Concluímos, portanto, que a equipe passou a ter 93 pontos.

GEORGE TUTUMI

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Considere os seguintes números:

1 576 8 916 7 435 2 050 794

Agora, determine os totais obtidos com:

a) a adição dos dois maiores números; 16 351

b) a adição dos dois menores números; 2 370

c) a adição do menor número com o maior número. 9 710

2 Observe o quadro de pontos de uma gincana e responda às questões.

Nome/Etapa	1ª	2ª	3ª
Júlio	3 650	5 995	7 036
Marcelo	3 543	2 786	9 999
Antônio	4 119	3 830	8 678

a) Quantos pontos Júlio obteve nas três etapas? 16 681

b) Algum dos candidatos conquistou mais de 17 mil pontos nessa gincana? não

c) Quem obteve mais pontos nessa gincana? Júlio

3 Observe no mapa as rodovias destacadas e as cidades de João Pessoa (PB), Campina Grande (PB), Caruaru (PE) e Recife (PE).

BRASIL – RODOVIAS EM PARAÍBA E PERNAMBUCO

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL

Elaborado a partir de: Graça Maria Lemos Ferreira. *Atlas Geográfico*: Espaço Mundial. São Paulo: Moderna, 2013. p. 147.

Usando as rodovias indicadas, determine a menor distância para ir de:

a) Campina Grande para Recife passando por João Pessoa; 263 km

b) João Pessoa para Caruaru passando por Recife. 288 km

4 Com base nos valores aproximados da tabela abaixo, calcule a área total, em quilômetro quadrado (km^2), da Região Sul do Brasil. 576 773 quilômetros quadrados

Estado	Área (km^2)
Paraná	199 308
Santa Catarina	95 734
Rio Grande do Sul	281 731

Dados obtidos em: <http://www.ibge.gov.br/estadosat>. Acesso em: 6 jan. 2015.

5 Observe a tabela com as seis cidades mais populosas do Brasil.

Cidade	População
São Paulo	11 895 893
Rio de Janeiro	6 453 682
Salvador	2 905 927
Brasília	2 852 372
Fortaleza	2 571 896
Belo Horizonte	2 491 109

Dados obtidos em: <http://www.cidades.ibge.gov.br>. Acesso em: 6 jan. 2015.

Calcule:

a) a população das cidades do Sudeste listadas na tabela; 20 840 684

b) a população das cidades do Nordeste listadas na tabela. 5 477 823

6 Quando Laerte nasceu, o pai dele tinha 28 anos. Atualmente, Laerte tem 18 anos. Determine a soma das idades de Laerte e de seu pai hoje. 64 anos

7 Determine a soma de todos os números de três algarismos diferentes que podem ser formados com os algarismos 3, 4 e 5.
2 664

8 O menor de três números consecutivos é 549. Determine a soma desses números.
1 650

9 Forme dupla com um colega para responder à questão: quais são os quatro números ímpares cuja soma é 29?
É impossível, uma vez que o resultado da adição de quatro números ímpares sempre será um número par.

2 Algumas propriedades da adição

Ressalte a importância do cálculo mental, por exemplo, nas atividades práticas do dia a dia, e discuta algumas técnicas que facilitem essa operação.

Veja algumas propriedades da adição.

Propriedade comutativa

Diga aos alunos que a verificação de alguns exemplos não é suficiente para provar as propriedades. Explique que para cada uma dessas propriedades há uma demonstração.

- Adicione mentalmente: $12 + 28$ $28 + 12$

Lembre-se: **Não escreva no livro!**

- Que resultados você obteve? 40; 40
- O que você percebeu? Resposta pessoal.

- Escolha outros dois números naturais e, em seu caderno, escreva uma adição cujas parcelas são somente esses números. Depois, escreva outra adição trocando a ordem das parcelas. Finalmente, calcule o resultado das duas adições. O que você observou?

Em uma adição de números naturais, a ordem das parcelas não altera a soma.

Propriedade associativa

- Vamos efetuar $8 + 12 + 10$ associando as parcelas de dois modos.

Oriente os alunos a efetuar primeiro as operações entre parênteses.

$(8 + 12) + 10 = 20 + 10 = 30$ $8 + (12 + 10) = 8 + 22 = 30$

- Escolha três outros números naturais. Adicione, em seu caderno, a soma dos dois primeiros números com o terceiro. Em seguida, adicione o primeiro número com a soma dos dois últimos. O que você observou? Resposta pessoal.

Em uma adição de três ou mais números naturais, podemos associar as parcelas de diferentes modos sem alterar a soma.

Elemento neutro

- Adicione mentalmente: $58 + 0$ $0 + 45$

- Que resultados você obteve? 58; 45
- O que você percebeu? Resposta pessoal.

O **zero**, quando adicionado a outro número natural qualquer, resulta sempre nesse outro número. Ou seja, o zero como parcela da adição não altera o valor da soma. Por isso, ele é chamado de **elemento neutro da adição**.

Nas três situações anteriores, realizamos adições em que as parcelas são números naturais. Observe que as somas também são números naturais.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Calcule.

a) $16 + 35 + 14 + 15$ 80

b) $(16 + 14) + (35 + 15)$ 80

- Você achou mais fácil determinar a soma do item **a** ou a do item **b**? Explique.

Espera-se que os alunos percebam que a expressão do item **b** torna a resolução mais simples.

2 Utilizando as propriedades comutativa e associativa, resolva as adições da maneira que julgar mais simples.

a) $26 + 30 + 4 + 20$ 80

b) $33 + 12 + 7 + 0 + 8$ 60

3 Sabendo que $577 + 323 = 900$, escreva o valor de $323 + 577$ sem efetuar a adição. Justifique sua resposta.

900, pois as parcelas não foram alteradas.

4 Por que o zero é o elemento neutro da adição? Resposta pessoal.

5 Reúna-se com um colega para resolver o problema abaixo.

Breno foi a uma loja de brinquedos e comprou seis miniaturas. Veja a lista dessas miniaturas e o preço de cada uma.

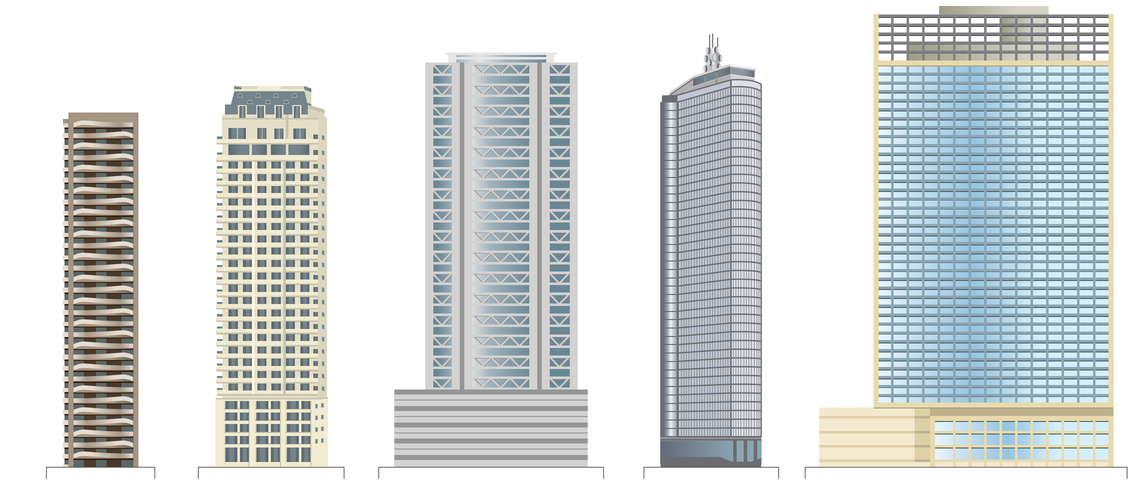
Casa	R$ 11,00
Avião	R$ 18,00
Carro	R$ 16,00
Navio	R$ 24,00
Soldado	R$ 7,00
Trem	R$ 19,00

Utilizando propriedades da adição, cada um de vocês deverá sugerir um modo de obter o total dessa compra. Depois, determinem um modo comum de resolução que considerem ser o mais simples e apresente-o aos demais colegas da classe.

Resposta pessoal.

3 Subtração com números naturais

Observe no esquema abaixo a representação da altura, em metro (m), de cinco dos prédios mais altos do Brasil.



LUIZ RUBIO

Mansão Margarida Costa Pinto
154 m
Salvador (BA)

Ipês
158 m
São Paulo (SP)

Rio Sul Center
163 m
Rio de Janeiro (RJ)

Edifício Itália
165 m
São Paulo (SP)

Mirante do Vale
170 m
São Paulo (SP)

Dados obtidos em: <http://www.terra.com.br/economia/infograficos/predios-mais-altos-do-brasil>. Acesso em: 8 jan. 2015.

- Qual é a **diferença** na altura dos dois maiores prédios representados no esquema?

Para resolver esse problema, vamos usar a ideia de **comparar** uma medida com outra.

Assim:

170	−	165	=	5
Mirante do Vale (170 metros)		Edifício Itália (165 metros)		A diferença de altura entre o Mirante do Vale e o Edifício Itália é de 5 metros.

Chamamos a operação realizada de **subtração**. Veja o nome de seus termos:

$$\begin{array}{r} 170 \\ -\ 165 \\ \hline 5 \end{array}$$

- 170 → **minuendo**
- 165 → **subtraendo**
- 5 → **resto** ou **diferença**

A subtração também está relacionada à ideia de **completar** e de **tirar** unidades. Analise as situações abaixo e classifique-as, em seu caderno, substituindo o ▬ pelo nome da ideia envolvida (comparar, completar ou tirar). Depois, resolva-as.

Lembre-se: **Não escreva no livro!**

Nestes exemplos, destaque as ideias de completar e tirar, enfatizando que o resultado pode ser obtido por meio da subtração dos dois números.

Situação	Ideia envolvida
I. Luís tem 52 figurinhas. Quantas figurinhas faltam para ele completar uma centena?	▬
II. Ana tinha 5 blusas e doou 3 delas. Com quantas blusas Ana ficou?	▬

I. 48 figurinhas; completar
II. 2 blusas; tirar

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Calcule o resultado das subtrações. Lembre-se de que nem sempre é possível efetuar uma subtração entre dois números naturais.
c) Não tem solução nos naturais.
e) Não tem solução nos naturais.

a) 189 − 86 103
b) 856 − 799 57
c) 654 − 830
d) 1 050 − 867 183
e) 2 160 − 3 000
f) 5 555 − 888 4 667

- Quando é possível efetuar uma subtração entre dois números naturais?
Uma subtração em $\mathbb{N}$ só pode ser efetuada quando o minuendo é maior ou igual ao subtraendo.

2 Responda, no caderno, às questões.

a) Qual é a diferença entre dois números iguais? zero

b) Qual é a diferença entre dois números pares e consecutivos? 2

c) Podemos dizer que a propriedade comutativa é válida para a subtração? não

3 Pedro nasceu em julho de 1993. Que idade ele terá em agosto de 2025? 32 anos

4 Efetue as subtrações a seguir.

a) 67 056 − 9 453 57 603
b) 136 917 − 85 862 51 055
c) 235 000 − 196 417 38 583
d) 76 432 − 65 321 11 111

5 Quantos anos você completará no ano 2030? Resposta pessoal.

6 Luís utilizou R$ 300,00 para pagar um telefone celular. Calcule o preço desse aparelho, sabendo que Luís recebeu R$ 25,00 de troco. R$ 275,00

7 Calcule mentalmente o resultado das subtrações.

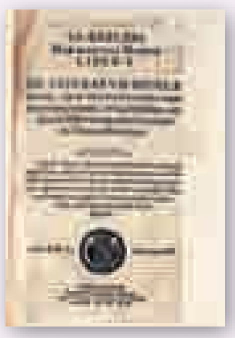
a) 189 − 29 160
b) 768 − 59 709
c) 974 − 101 873
d) 2 358 − 202 2 156

Peça a alguns alunos que compartilhem a estratégia usada para efetuar mentalmente os cálculos desta atividade.

Lembre-se:
Não escreva no livro!

8 Encontra-se no acervo da Biblioteca Nacional (BN) do Rio de Janeiro um exemplar raríssimo da 1ª edição do tratado *Harmonices mundi* (Harmonia do mundo), do astrônomo, astrólogo e matemático alemão Johannes Kepler (1571-1630), datado de 1619. Localizamos também na BN a 1ª edição do *Traité élémentaire de Chimie* (Tratado elementar de Química), de Antoine Laurent Lavoisier (1743-1794), publicado em 1789.

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES, WASHINGTON D.C.



Harmonices mundi, 1619.

BIBLIOTHÈQUE NATIONALE DE FRANCE, PARIS

Traité élémentaire de Chimie, 1789.

Desde a publicação do *Harmonices mundi* até a publicação do *Traité élémentaire de Chimie* transcorreram quantos anos? Esse tempo corresponde a quantas décadas?
170 anos; 17 décadas

9 Salvador (BA), Fortaleza (CE) e Recife (PE) são as três cidades mais populosas do Nordeste. Efetue os cálculos e verifique se a população total dessas cidades é superior a 7 milhões de habitantes. sim

Cidade	População
Salvador	2 902 927
Fortaleza	2 571 896
Recife	1 608 488

Dados obtidos em: <http://www.cidades.ibge.gov.br>. Acesso em: 7 jan. 2015.

10 Criptografia é a arte de escrever em caracteres secretos ou palavras de uma escrita que não é compreendida por todos. Decifre o criptograma abaixo e registre o valor de cada letra, sabendo que cada uma delas indica um algarismo, que letras iguais representam algarismos iguais e que letras diferentes representam algarismos diferentes.

$$\begin{array}{rr} & 3A76 \\ - & CBA1 \\ \hline & 1C9B \end{array} \quad \begin{array}{l} 3876 \\ 2581 \\ 1295 \end{array}$$

A = 8, B = 5 e C = 2

4 Relação fundamental da subtração

Paula comprou um sapato por R$ 83,00. Como pagamento, deu uma cédula de R$ 100,00 e recebeu R$ 17,00 de troco.

Ela poderia conferir o troco de duas maneiras:

- por meio de uma subtração:

$$\underbrace{\text{R\$ 100,00}}_{\text{valor pago}} - \underbrace{\text{R\$ 83,00}}_{\text{preço do objeto}} = \underbrace{\text{R\$ 17,00}}_{\text{troco}}$$

$$\underbrace{100}_{\text{minuendo}} - \underbrace{83}_{\text{subtraendo}} = \underbrace{17}_{\text{diferença}}$$

GEORGE TUTUMI

- por meio de uma adição:

R\$ 17,00	+	R\$ 83,00	=	R\$ 100,00
troco		preço do objeto		valor pago
83	+	17	=	100
subtraendo		diferença		minuendo

Para verificar se uma subtração está correta, podemos fazer uma adição, pois a adição do subtraendo com o resto (ou diferença) deve ser sempre igual ao minuendo.

Relação fundamental da subtração:

Se
minuendo menos subtraendo é igual ao resto
então:
subtraendo mais resto é igual ao minuendo

Por isso, dizemos que a adição e a subtração são **operações inversas**.

Exemplo

- Se 370 − 120 = 250, então: 120 + 250 = 370

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

3. Auxilie os alunos, sugerindo uma subtração cujo subtraendo seja maior ou igual a 15. Siga as orientações da questão e peça aos alunos que tirem a conclusão.

1 O piloto australiano Will Power sagrou-se campeão da Fórmula Indy em 2014, obtendo 671 pontos. O brasileiro Hélio Castroneves conquistou o vice-campeonato, obtendo 62 pontos a menos que o campeão. Qual foi o total de pontos obtidos pelo piloto brasileiro na Fórmula Indy em 2014? 609 pontos

ROBERT LABERGE/ STRINGER/ GETTY IMAGES

2 Resolva os problemas.

a) Em uma subtração, o subtraendo é 4 738 e o resto é 149. Determine o minuendo. 4 887

b) Em uma subtração, o minuendo é 1 001 e o resto é 956. Determine o subtraendo. 45

3 Se, em uma subtração, aumentarmos o minuendo em 20 unidades e diminuirmos o subtraendo em 15 unidades, em quanto aumentará a diferença? 35 unidades

4 Descubra, em cada item, o valor dos algarismos representados por ▲ e ■.

a)
```
  5 3 ▲ 9
− 1 ■ 7 4
---------
  3 4 5 5
```

a) 2; 8
b) 4; 2

b)
```
  9 ▲ 3 5
− 6 7 ■ 8
---------
  2 7 0 7
```

5 Copie os itens a seguir, substituindo cada ■ pelo número adequado.

a) 1860 − ■ = 357 1 503

b) ■ − 3 545 = 1 283 4 828

6 A soma de três números é 8 470. O primeiro é 4 319 e o segundo é 1 843. Determine o terceiro número. 2 308

7 Forme dupla com um colega e escrevam dois exemplos que ilustrem a afirmação: "A soma dos termos de uma subtração sempre é igual ao dobro do minuendo". Resposta pessoal.

8 Em uma subtração, o resto e o subtraendo são iguais. Determine o subtraendo, sabendo que a soma dos termos da subtração é igual a 120. 30

5 Expressões numéricas com adições e subtrações

Para calcular o valor de uma expressão numérica, devemos efetuar as operações.

As adições e as subtrações de uma expressão numérica devem ser efetuadas na ordem em que aparecem.

Exemplo

Júlia tinha 12 bonecas. No ano passado, ela ganhou mais 15 bonecas, e doou 6 delas para um orfanato. Neste ano, ela ganhou mais 8 bonecas. Quantas bonecas Júlia tem atualmente?

Para responder a essa questão, podemos calcular o valor da seguinte expressão numérica:

$$12 + 15 - 6 + 8 =$$
$$= 27 - 6 + 8 =$$
$$= 21 + 8 = 29$$

Logo, Júlia tem atualmente 29 bonecas.

GEORGE TUTUMI

Em uma expressão em que aparecem parênteses, devemos efetuar inicialmente as operações que estão dentro deles.

Exemplos

$$12 - 4 + (5 - 2 + 4) =$$
$$= 12 - 4 + (3 + 4) =$$
$$= 12 - 4 + 7 =$$
$$= 8 + 7 =$$
$$= 15$$

$$8 + 20 - (7 + 10 - 8) + (12 - 9) =$$
$$= 8 + 20 - (17 - 8) + 3 =$$
$$= 8 + 20 - 9 + 3 =$$
$$= 28 - 9 + 3 =$$
$$= 19 + 3 = 22$$

Cuidado!

Em uma expressão numérica na qual uma das operações é a subtração, a mudança dos parênteses pode levar a resultados diferentes. Veja:

- $10 - (7 + 2) =$
  $= 10 - \mathbf{9} = \mathbf{1}$
- $(10 - 7) + 2 =$
  $= \mathbf{3} + 2 = \mathbf{5}$
- $15 - (6 - 3) =$
  $= 15 - \mathbf{3} = \mathbf{12}$
- $(15 - 6) - 3 =$
  $= \mathbf{9} - 3 = \mathbf{6}$

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Calcule o valor de cada expressão numérica.

a) (18 − 15 + 3) + 2 8

b) 30 + (50 − 12) − 15 53

c) 13 − 8 + 7 − 4 − 2 6

d) (60 − 12) − (10 + 20) − 14 4

e) (100 − 35 + 15) + (200 + 135 − 98) 317

f) 200 − (40 + 50) − 90 − 10 10

2 Copie as expressões numéricas colocando parênteses quando necessário, para determinar o resultado indicado.

a) 8 − 3 + 4 − (5 − 1) = 5

b) 15 − (8 + 7) + 8 = 8

c) 9 − 8 + 7 − 6 + 3 = 5

d) 35 + 15 − (20 + 18) = 12

e) 19 − (8 + 5) − (4 − 3) = 5

f) 200 − (120 + 80) + 70 − (20 + 50) = 0

3 Sérgio pensou em um número. Em seguida, adicionou-lhe 10. Depois, subtraiu 13 do resultado anterior, obtendo 12. Em que número Sérgio pensou? 15

4 Escreva uma expressão numérica que corresponda a cada uma das frases abaixo. Depois, calcule seu valor.

a) Subtraia da soma de 180 com 45 a diferença entre 210 e 107. (180 + 45) − (210 − 107) = 122

b) Adicione 72 à diferença entre 315 e 285. (315 − 285) + 72 = 102

5 Em uma sapataria havia 950 pares de sapatos. Nos dois primeiros meses do ano, foram vendidos 380 e 420 pares de sapatos, respectivamente. Depois, foram enviados à sapataria mais 330 pares para venda. Quantos pares de sapatos há agora nessa sapataria? 480

GEORGE TUTUMI

Lendo e aprendendo

Não havendo calculadoras para todos os alunos, reúna-os em grupos para que possam realizar a atividade.

Para efetuar cálculos com a calculadora, podemos usar as funções de memória.

- Digite as sequências abaixo e confirme o resultado no visor.

1 0 M+ 2 0 M+ 5 M+ MR → 35 M− MR → 0

4 0 M+ 2 0 M− 5 M− MR → 15 M+ MR → 30

GUILHERME CASAGRANDI

Confira a função das teclas que você usou:

M+ Armazena na memória um número digitado ou adiciona o número digitado ao número armazenado na memória.

M− Subtrai um número daquele armazenado na memória.

MR Mostra no visor o conteúdo da memória.

- Agora é sua vez! Escreva em seu caderno a expressão numérica que corresponde ao cálculo efetuado em cada exemplo acima. (10 + 20 + 5) − 35
(40 − 20 − 5) + 15

6 Multiplicação com números naturais

Observe as situações a seguir.

Situação 1

Pedro é professor de dança de salão e está preparando uma apresentação de gafieira. Todos os alunos vão participar, formando oito casais. Quantos alunos vão participar dessa apresentação?

O total de alunos pode ser determinado por uma **adição de parcelas iguais**:

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 16$$

Logo, 16 alunos vão participar dessa apresentação.

Para simplificar o registro dessa operação, fazemos:

$8 \times 2 = 16 \longrightarrow$ Lemos: "oito vezes dois é igual a dezesseis".

Chamamos essa operação de **multiplicação**. Os números 8 e 2 são os **fatores**, e 16, o **produto**.

$$\begin{array}{rl} 2 & \longrightarrow \textbf{fator} \\ \times \quad 8 & \longrightarrow \textbf{fator} \\ \hline 16 & \longrightarrow \textbf{produto} \end{array}$$

Exemplos

- $\underbrace{12 + 12 + 12 + 12}_{\text{4 parcelas}} = \mathbf{4} \times 12 = 48$
- $\underbrace{20 + 20 + 20}_{\text{3 parcelas}} = \mathbf{3} \times 20 = 60$
- $\underbrace{3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3}_{\text{7 parcelas}} = \mathbf{7} \times 3 = 21$

Observações

1 Para indicar uma multiplicação, podemos utilizar um ponto (·) ou o sinal de vezes (×). Assim:

- $8 \times 2 = 8 \cdot 2 = 16$
- $4 \times 12 = 4 \cdot 12 = 48$

2 Utilizamos nomes especiais para indicar algumas multiplicações:

- O **dobro** de 5 é o mesmo que $2 \cdot 5$.
- O **triplo** de 8 é o mesmo que $3 \cdot 8$.
- O **quádruplo** de 10 é o mesmo que $4 \cdot 10$.
- O **quíntuplo** de 12 é o mesmo que $5 \cdot 12$.

Lembre-se:
Não escreva no livro!

Situação 2

Lúcio coleciona figurinhas de animais da fauna brasileira ameaçados de extinção.

GEORGE TUTUMI

Observe como as figurinhas estão dispostas em uma das páginas do álbum de Lúcio. Quantas figurinhas há nessa página?

Não há necessidade de contar individualmente as figurinhas, pois em cada fileira há a mesma quantidade de figurinhas. Esse tipo de organização é conhecido por **disposição retangular**.

Nesse caso, há 4 fileiras com 3 figurinhas em cada uma.

Para determinar o total de figurinhas, fazemos $4 \cdot 3$ ou $3 \cdot 4$, obtendo 12.

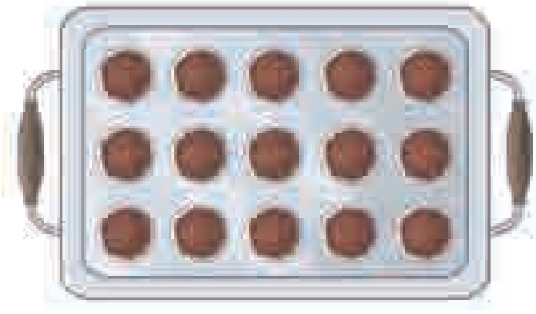
Logo, há 12 figurinhas nessa página.

Exemplo

Para encontrar o total de brigadeiros que há na bandeja podemos fazer:

$$3 \cdot 5 = 15$$
ou
$$5 \cdot 3 = 15$$

Logo, há 15 brigadeiros na bandeja.



GEORGE TUTUMI

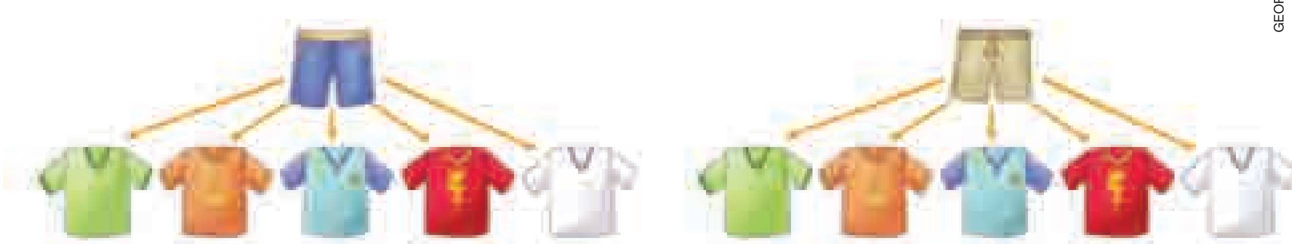
Situação 3

Carlos tem dois calções e cinco camisetas para participar das aulas de tênis.

De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir para participar dessas aulas?

Para encontrar a resposta é necessário determinar todas as **possibilidades** que existem. Observe o esquema abaixo, que representa a situação.

GEORGE TUTUMI



Como há 2 calções e, para cada um, há 5 camisetas, o total de possibilidades é dado por:

$$2 \cdot 5 = 10$$

Podemos pensar, ainda, em 5 camisetas e, para cada uma, 2 calções, ou seja, $5 \cdot 2 = 10$.

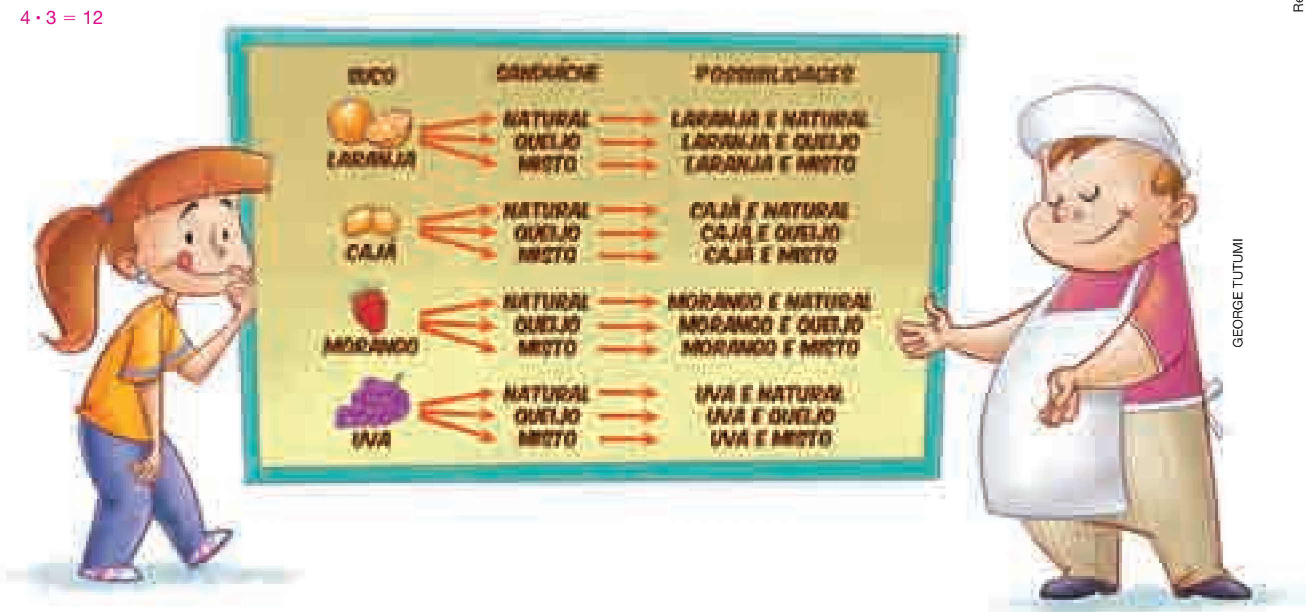
Logo, Carlos poderá se vestir de 10 maneiras diferentes.

Exemplo

Em uma lanchonete são oferecidos 4 sabores de suco (laranja, cajá, morango e uva) e 3 tipos de sanduíche (natural, queijo e misto).

Se Ana escolher um suco e um sanduíche dessa lanchonete, de quantas maneiras diferentes poderá lanchar?

$4 \cdot 3 = 12$



GEORGE TUTUMI

Ana poderá escolher entre 12 combinações de suco e sanduíche.

Situação 4

Cada garrafão como o da figura contém 20 litros de água.

Quantos litros de água teriam 3 garrafões iguais a esse? E 4 garrafões?

Podemos resolver essa situação com base na ideia de **proporção** direta, relacionando a quantidade total de água com a quantidade de água que há em um garrafão.

© ICPIX_HK/ALAMY/LATINSTOCK

GEORGE TUTUMI

$$\begin{array}{ccc} 1 \text{ garrafão} & \longrightarrow & 20 \text{ litros} \\ \downarrow \times 3 & & \downarrow \times 3 \\ 3 \text{ garrafões} & \longrightarrow & \mathbf{60 \text{ litros}} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 \text{ garrafão} & \longrightarrow & 20 \text{ litros} \\ \downarrow \times 4 & & \downarrow \times 4 \\ 4 \text{ garrafões} & \longrightarrow & \mathbf{80 \text{ litros}} \end{array}$$

Logo, 3 garrafões contêm 60 litros de água, e 4 garrafões, 80 litros.

Exemplo

Com R\$ 28,00 compro 3 miniaturas de carro. Quanto vou pagar por 15 dessas miniaturas?

RICHARD HEYES/ALAMY/GLOW IMAGES

DAVID HUNTLEY CREATIVE/SHUTTERSTOCK

CHRISTOPHER BRADSHAW/ALAMY/GLOW IMAGES

$$\begin{array}{ccc} \text{R\$ } 28{,}00 & \longrightarrow & 3 \text{ miniaturas} \\ \downarrow \times 5 & & \downarrow \times 5 \\ \mathbf{R\$\ 140{,}00} & \longrightarrow & 15 \text{ miniaturas} \end{array}$$

Logo, vou pagar R\$ 140,00 por 15 miniaturas.

Lembre-se:
Não escreva no livro!

GEORGE TUTUMI

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Represente cada uma das adições por uma multiplicação.

a) $8 + 8 + 8 + 8$ $4 \cdot 8$

b) $4 + 4 + 4 + 4 + 4$ $5 \cdot 4$

c) $1 + 1 + 1$ $3 \cdot 1$

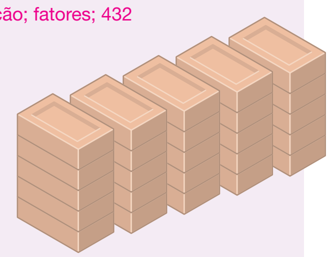
d) $9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9$ $6 \cdot 9$

e) $a + a + a + a$ $4 \cdot a$

f) $0 + 0 + 0 + 0 + 0$ $5 \cdot 0$

2 Em uma loja de materiais esportivos, há 36 caixas com 12 bolas de pingue-pongue em cada uma. Podemos calcular o total de bolas nessa loja fazendo apenas uma operação. Que operação é essa? Que nome podemos dar aos números 36 e 12 nessa operação? Qual é o resultado dessa operação? multiplicação; fatores; 432

3 Utilize a multiplicação para determinar o número de tijolos da ilustração ao lado. 25 tijolos ($5 \cdot 5$)



ADILSON SECCO

Lembre-se:
Não escreva no livro!

4 Efetue. a) 560 b) 8055 c) 85850 d) 21538 e) 18717 f) 55165

a) $35 \cdot 16$ c) $850 \cdot 101$ e) $367 \cdot 51$

b) $179 \cdot 45$ d) $89 \cdot 242$ f) $1003 \cdot 55$

5 Observe o Setor A do estacionamento de uma indústria automobilística.

GEORGE TUTUMI

a) Qual é o total de vagas do setor? 84 vagas

b) Quantos automóveis estão estacionados? 80 automóveis

6 Calcule mentalmente cada multiplicação e registre os resultados no caderno.

a) $17 \cdot 10$ 170 e) $9 \cdot 8 \cdot 0$ 0

b) $85 \cdot 100$ 8500 f) $59 \cdot 1000$ 59000

c) $19 \cdot 0$ 0 g) $1043 \cdot 10$ 10430

d) $174 \cdot 1000$ 174000 h) $75 \cdot 10000$ 750000

- O que podemos observar nas multiplicações realizadas?

7 Calcule mentalmente o resultado de cada multiplicação. A seguir, registre os resultados.

a) Dobro de duas centenas. 400

b) Triplo de meio milhar. 1500

c) Quádruplo de uma dúzia. 48

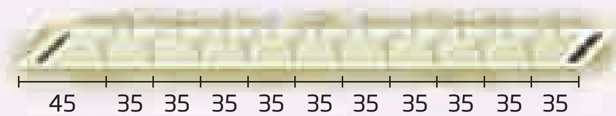
d) Quíntuplo de 17. 85

8 Calcule.

$546 + 546 + 546 + 546 + 546 + 546 +$
$+ 546 + 546 + 546$ 4914

9 Segundo cálculos de uma empresa de distribuição de água, uma torneira gotejando representa 46 litros de água desperdiçada por dia. Quantos litros de água são desperdiçados em 90 dias? 4140 litros

10 Observe o esquema de uma pista utilizada para provas de atletismo com barreiras. Determine, em metro, a extensão dessa pista considerando que as medidas dadas são em metro. 395 metros



GEORGE TUTUMI

11 Um automóvel percorre, em média, 8 quilômetros com 1 litro de combustível e vem equipado com um tanque com capacidade de 40 litros. Supondo que o tanque de combustível esteja cheio, qual é a distância máxima que esse veículo pode percorrer sem reabastecer? 320 quilômetros

12 Efetue as multiplicações no caderno, observando o que elas apresentam de curioso.

a) $37 \cdot 15$ 555 c) $37 \cdot 21$ 777

b) $37 \cdot 18$ 666 d) $37 \cdot 24$ 888

- Agora, um desafio para você: determine o produto $37 \cdot 2700$ sem efetuar o cálculo. 99900

13 Um motor bombeia 3700 litros de água por minuto para uma cisterna. Quantos litros de água esse motor bombeará para a cisterna em 30 minutos? 111000 litros

14 De quantas maneiras diferentes é possível pintar as três faixas de uma figura como a abaixo, usando, sem repetir, as cores vermelha, verde e azul? Desenhe todas as possibilidades. 6 maneiras diferentes

GUILHERME CASAGRANDI

15 Bruno foi a uma loja de roupas e sapatos e comprou estes itens:

- uma bermuda branca, uma azul e uma vermelha;
- uma camiseta amarela, uma lilás, uma verde e uma cinza;
- um par de tênis branco e um preto.

De quantas maneiras diferentes ele pode combinar as roupas com os tênis?
Bruno pode se vestir de 24 maneiras diferentes

16 Em uma fábrica de eletrodomésticos são produzidas 220 lavadoras por dia. Em 25 dias, quantas lavadoras serão fabricadas? 5500

6. Para multiplicar um número por 10, 100, 1000, ..., basta acrescentar à direita desse número um, dois, três, ... zeros. Observamos também que, se um dos fatores da multiplicação for zero, o produto também será zero.

12. Peça aos alunos que observem os itens e percebam que o fator 37 está em todos eles e que o outro fator vai aumentado de três em três: 15, 18, 21, 24, e 27 seria o próximo; seguindo a sequência de números iguais como produto, teremos 999 acrescido de dois zeros do fator 2700.

7 Algumas propriedades da multiplicação

Vamos conhecer algumas propriedades da multiplicação.

Propriedade comutativa

Diga aos alunos que a verificação de alguns exemplos não é suficiente para provar as propriedades. Explique que, para cada uma dessas propriedades, há uma demonstração.

Lembre-se:
Não escreva no livro!

- Calcule mentalmente: $7 \cdot 8$ 56 $8 \cdot 7$ 56
  - Que resultados você obteve? 56; 56
  - O que você percebeu? Resposta pessoal.
- Escolha outros dois números naturais e, em seu caderno, multiplique um pelo outro. Em seguida, multiplique os mesmos números trocando a ordem dos fatores. O que você observou? Resposta pessoal.

> Em uma multiplicação de dois números naturais, a ordem dos fatores não altera o produto.

Propriedade associativa

- Calcule mentalmente: $(6 \cdot 2) \cdot 3$ $6 \cdot (2 \cdot 3)$

  $(6 \cdot 2) \cdot 3 = 12 \cdot 3 = 36$ $6 \cdot (2 \cdot 3) = 6 \cdot 6 = 36$
  - Que resultados você obteve? 36; 36
  - O que você percebeu? Resposta pessoal.
- Escreva, em seu caderno, três outros números naturais e multiplique o produto dos dois primeiros pelo terceiro. Em seguida, multiplique o primeiro número pelo produto dos dois últimos. O que você observou? Resposta pessoal.

> Em uma multiplicação com mais de dois números naturais, podemos associar os fatores de modos diferentes sem alterar o produto.

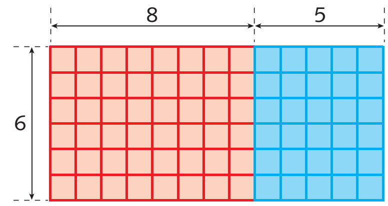
Elemento neutro

- Calcule mentalmente: $1 \cdot 25$ $1 \cdot 25 = 25$ $34 \cdot 1$ $34 \cdot 1 = 34$
  - Que resultados você obteve? 25; 34
  - O que você percebeu? Resposta pessoal.

- Escreva em seu caderno alguns números naturais. Depois, multiplique cada um desses números por 1. O que você observou? Resposta pessoal.

> O número **1**, quando multiplicado por outro número natural qualquer, resulta sempre nesse outro número. Ou seja, o 1 como fator da multiplicação não altera o valor do produto. Por isso, ele é chamado de **elemento neutro da multiplicação**.

Propriedade distributiva



GUILHERME CASAGRANDI

O painel ao lado é composto de quadradinhos vermelhos e azuis.

O número de quadradinhos vermelhos pode ser obtido por meio da multiplicação de 6 por 8, e o número de quadradinhos azuis, por meio da multiplicação de 6 por 5.

Como o número total de quadradinhos do painel é igual ao número de quadradinhos vermelhos mais o número de quadradinhos azuis, temos:

$$6 \cdot 13 = 6 \cdot (8 + 5) = 6 \cdot 8 + 6 \cdot 5$$

Podemos observar que a multiplicação foi distribuída pelas parcelas de um dos fatores; depois, foram adicionados os resultados. Nesse caso, foi aplicada a **propriedade distributiva da multiplicação** em relação à adição.

Exemplos

$4 \cdot (6 + 8) = 4 \cdot 6 + 4 \cdot 8 = 24 + 32 = 56$

$10 \cdot (7 + 3) = 10 \cdot 7 + 10 \cdot 3 = 70 + 30 = 100$

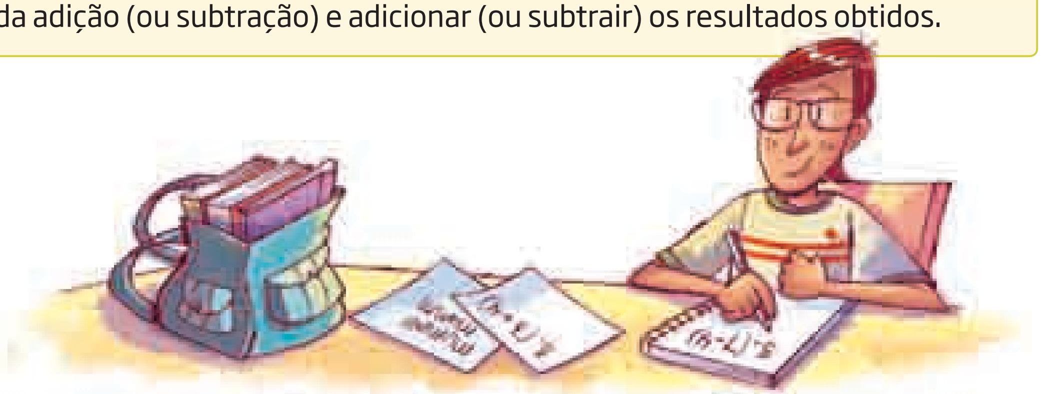
Essa propriedade também pode ser aplicada à subtração.

Exemplos

$8 \cdot (5 - 3) = 8 \cdot 5 - 8 \cdot 3 = 40 - 24 = 16$

$15 \cdot (7 - 4) = 15 \cdot 7 - 15 \cdot 4 = 105 - 60 = 45$

> Para multiplicar um número natural por uma adição (ou subtração) com dois ou mais termos, podemos multiplicar esse número por cada um dos termos da adição (ou subtração) e adicionar (ou subtrair) os resultados obtidos.



JOSÉ LUÍS JUHAS

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Sabendo que a e b são números naturais e $a \cdot b = 60$, responda:

a) Qual é o valor de $b \cdot a$? 60

- Qual é a propriedade utilizada para justificar essa resposta? comutativa

b) Qual é o valor de $1 \cdot a \cdot b$? 60

- Qual é a propriedade utilizada para justificar essa resposta? elemento neutro

c) Qual é o valor de $a \cdot (b \cdot 5)$? 300

- Qual é a propriedade utilizada para justificar essa resposta? associativa

2 Para efetuar com mais facilidade $2 \cdot 37 \cdot 50$, podemos fazer $2 \cdot 50 \cdot 37$. Que produto obtemos? Que propriedade da multiplicação utilizamos nessa operação? 370; comutativa

3 Calcule mentalmente.

a) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$ 120

b) $100 \cdot 375 \cdot 2$ 75 000

c) $137 \cdot 25 \cdot 4$ 13 700

d) $50 \cdot 26 \cdot 2$ 2 600

e) $25 \cdot 37 \cdot 4$ 3 700

4 Para efetuar com mais facilidade $30 \cdot 17$, podemos fazer $30 \cdot (10 + 7)$. Que propriedade da multiplicação utilizamos nessa operação? Que resultado obtemos?
distributiva; 510

5 Sabendo que a é um número natural, observe a igualdade $307 \cdot a = 307$ e responda às questões.

a) Qual é o valor de a? 1

b) Qual é a propriedade da multiplicação que se aplica a essa situação?
elemento neutro

6 Em cada item, aplique a propriedade distributiva da multiplicação.

a) $5 \cdot (8 + 2)$

b) $9 \cdot (8 - 3)$

c) $(2 + 8) \cdot 15$

d) $(8 - 3) \cdot 4$

e) $10 \cdot (20 + 30)$

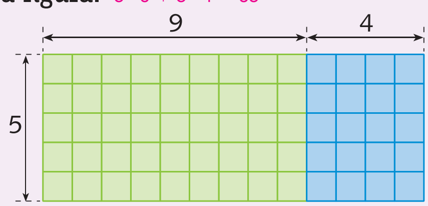
f) $12 \cdot (15 - 6)$

7 Confira com uma calculadora se as igualdades são verdadeiras e identifique a propriedade utilizada em cada item.

a) $530 \cdot 23 = 23 \cdot 530$ verdadeira; comutativa

b) $(759 \cdot 50) \cdot 2 = 759 \cdot (50 \cdot 2)$
verdadeira; associativa

8 Determine o número de quadradinhos da figura. $5 \cdot 9 + 5 \cdot 4 = 65$



GUILHERME CASAGRANDI

6. a) $5 \cdot 8 + 5 \cdot 2$
b) $9 \cdot 8 - 9 \cdot 3$
c) $2 \cdot 15 + 8 \cdot 15$
d) $8 \cdot 4 - 3 \cdot 4$
e) $10 \cdot 20 + 10 \cdot 30$
f) $12 \cdot 15 - 12 \cdot 6$

8 Divisão exata com números naturais

Situação 1

Gisele distribuiu, em quantidades iguais, 45 chocolates em cinco embalagens. Quantas embalagens ela usou?

Para determinar o número de embalagens devemos dividir 45 por 5.

$$\begin{array}{r|l} 45 & 5 \\ \hline 0 & 9 \end{array}$$

Dividendo → 45; 5 ← **Divisor**

Resto → 0; 9 ← **Quociente**

Quando o resto da divisão é zero, dizemos que a divisão é exata.

$45 : 5 = 9$ → Lemos: "quarenta e cinco dividido por cinco é igual a nove".

Chamamos essa operação de **divisão**.

Logo, Gisele utilizou 9 embalagens.

Nesse caso, usamos a divisão para **repartir** uma quantidade **em partes iguais**.

JOSÉ LUÍS JUHAS

Situação 2

Um feirante tem 480 laranjas para vender e vai colocá-las em sacos com 12 unidades (uma dúzia) cada um. Quantos sacos serão utilizados pelo feirante para armazenar todas as laranjas?

Queremos saber quantos grupos de 12 podem ser formados com 480 laranjas. Para isso, efetuamos a divisão 480 : 12.

$$\begin{array}{r|l} 480 & 12 \\ \cline{2-2} -48 & 40 \\ \cline{1-1} 00 & \end{array}$$

JOSÉ LUÍS JUHAS

Logo, serão utilizados 40 sacos.

Nesse caso, usamos a divisão para descobrir **quantas vezes** uma quantidade **cabe** em outra.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Resolva os problemas.

a) Os 576 quadros de uma exposição foram embalados em caixas com 9 quadros cada uma. Quantas caixas foram necessárias para embalar os quadros? 64 caixas

b) Artur dividiu, igualmente, os 216 peixes do seu tanque em 12 aquários. Quantos peixes Artur colocou em cada um desses aquários? 18 peixes

c) Tia Lúcia repartiu R$ 480,00 igualmente entre os seus oito netos. Quantos reais ela deu a cada um? 60 reais

2 Efetue a divisão de 120 por 5 e responda:

a) Qual é o quociente dessa divisão? 24

b) Qual é o resto dessa divisão? zero

3 Efetue no caderno.

a) 156 : 12 13

b) 2 047 : 89 23

c) 320 : 64 5

d) 6 890 : 65 106

e) 900 : 25 36

f) 10 032 : 8 1 254

4 Calcule mentalmente e escreva o resultado.

a) 50 : 10 5

b) 500 : 10 50

c) 500 : 100 5

d) 50 : 5 10

5 Um colégio foi construído em uma área de 6 000 metros quadrados. Dividindo essa área em três partes iguais, uma delas ficou livre e, nas outras duas partes, foram construídas 50 salas de aula. Qual é a área de cada sala de aula? 80 metros quadrados

6 Um caminhão transporta 24 432 refrigerantes em caixas que contêm duas dúzias de garrafas cada uma. Quantas caixas há nesse caminhão? 1 018 caixas

JOSÉ LUÍS JUHAS

7 Reúna-se com um colega e resolvam o problema.
A luz emitida pelo Sol viaja no vácuo a 300 000 quilômetros por segundo. Sabendo que o Sol está a aproximadamente 150 000 000 de quilômetros da Terra, calculem a quantidade de segundos que a luz do Sol demora para chegar à Terra.
500 segundos

9 Expressões numéricas com as quatro operações

No cálculo de uma expressão numérica, as operações indicadas devem ser efetuadas nesta ordem:

1º) multiplicações e divisões (na ordem em que aparecem)

2º) adições e subtrações (na ordem em que aparecem)

Exemplos

- $30 : 2 \cdot 3 =$
  $= \mathbf{15} \cdot 3 = 45$

- $5 - 1 + 4 =$
  $= \mathbf{4} + 4 = 8$

Há expressões em que aparecem sinais de associação; eles determinam a ordem de resolução dos cálculos.

1º) parênteses ( ); **2º)** colchetes [ ]; **3º)** chaves { }.

Exemplos

- $(24 - 12) : 2 \cdot 3 =$
  $= \mathbf{12} : 2 \cdot 3 =$
  $= \mathbf{6} \cdot 3 = 18$

- $100 + 60 : (9 - 5 + 2) \cdot 2 =$
  $= 100 + 60 : (\mathbf{4} + 2) \cdot 2 =$
  $= 100 + 60 : \mathbf{6} \cdot 2 =$
  $= 100 + \mathbf{10} \cdot 2 =$
  $= 100 + \mathbf{20} = 120$

- $30 - \{20 - 4 \cdot [30 - (8 + 4) \cdot 2] : 2\} =$
  $= 30 - \{20 - 4 \cdot [30 - \mathbf{12} \cdot 2] : 2\} =$
  $= 30 - \{20 - 4 \cdot [30 - \mathbf{24}] : 2\} =$
  $= 30 - \{20 - 4 \cdot \mathbf{6} : 2\} =$
  $= 30 - \{20 - \mathbf{24} : 2\} =$
  $= 30 - \{20 - \mathbf{12}\} =$
  $= 30 - \mathbf{8} = 22$

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Calcule o valor das expressões numéricas.

a) $5 + 6 \cdot 4$ 29

b) $(5 + 6) \cdot 4$ 44

c) $10 + 8 \cdot 4 - 15$ 27

d) $200 - 3 \cdot 60 + 8$ 28

e) $(18 - 15 : 5 + 3) \cdot 4$ 72

f) $[(21 : 7) \cdot (3 : 1) + 6] - [(7 \cdot 6) : (5 - 2)]$ 1

g) $\{[13 - (3 \cdot 2 + 1)] + 3 + (5 \cdot 2 - 4 : 2)\}$ 17

2 Substitua cada ■ nas expressões pelos sinais aritméticos ($+$, $-$, $\cdot$, $:$), de modo que se obtenha o valor indicado em azul ao lado de cada uma.

a) 6 ■ [(6 ■ 6) ■ 6] → **6** $6 + [(6 - 6) \cdot 6] = 6$

b) [(6 ■ 6) ■ 6] ■ 6 → **7** $[(6 \cdot 6) + 6] : 6 = 7$

c) (6 ■ 6) ■ (6 ■ 6) → **37** $(6 \cdot 6) + (6 : 6) = 37$ ou $(6 : 6) + (6 \cdot 6) = 37$

d) [(6 ■ 6) ■ 6] ■ 6 → **78** $[(6 + 6) \cdot 6] + 6 = 78$

e) (6 ■ 6 ■ 6) ■ 6 → **210** $(6 \cdot 6 \cdot 6) - 6 = 210$

10 Divisão não exata

Considere esta divisão: $\begin{array}{r|l} 38 & 7 \\ \cline{2-2} & ? \end{array}$

Não existe nenhum número natural cuja multiplicação por 7 dê como resultado 38.

O número natural que, ao ser multiplicado por 7, origina o produto mais próximo e menor que 38 é 5. Vejamos:

$5 \cdot 7 = 35$

$35 < 38$

$38 - 35 = 3$

Portanto, temos uma divisão **não exata**, com quociente igual a 5 e resto igual a 3. Veja:

$$\begin{array}{rr|ll} \textbf{Dividendo} \longrightarrow & 38 & 7 & \longleftarrow \textbf{Divisor} \\ \cline{3-3} \textbf{Resto} \longrightarrow & 3 & 5 & \longleftarrow \textbf{Quociente} \end{array}$$

Quando o resto da divisão é diferente de zero, dizemos que a divisão é não exata.

Relação fundamental da divisão

Na divisão anterior, observamos que: $38 = 5 \cdot 7 + 3$

Chamamos essa igualdade de **relação fundamental da divisão**.

$$\boxed{\text{dividendo} = \text{quociente} \cdot \text{divisor} + \text{resto}}$$

Observações

1 O resto de uma divisão entre dois números naturais é sempre menor que o divisor. Veja os exemplos ao lado.

$\begin{array}{r|l} 25 & 3 \\ \cline{2-2} 1 & 8 \end{array}$ $1 < 3$

$\begin{array}{r|l} 52 & 8 \\ \cline{2-2} 4 & 6 \end{array}$ $4 < 8$

$\begin{array}{r|l} 27 & 35 \\ \cline{2-2} 27 & 0 \end{array}$ $27 < 35$

2 A divisão exata é a operação inversa da multiplicação.

$4 \xrightarrow{\times 5} 20$, $20 \xrightarrow{:5} 4$

$7 \xrightarrow{\times 6} 42$, $42 \xrightarrow{:6} 7$

3 A divisão de zero por qualquer número natural diferente de zero é sempre zero.

$0 : 3 = 0$

4 O quociente de $6 : 0$ deveria ser o número que, multiplicado por zero, tivesse resultado 6. Não há número que multiplicado por zero resulte em 6; logo, é impossível efetuar $6 : 0$.

Esse raciocínio é válido para qualquer outra divisão por zero. Podemos dizer que é impossível dividir por zero, ou seja, o zero nunca pode ser divisor.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Determine o quociente e o resto em cada uma das divisões abaixo.

a) 37 : 15 2 e 7

b) 108 : 32 3 e 12

c) 2 332 : 41 56 e 36

d) 5 600 : 95 58 e 90

e) 17 890 : 100 178 e 90

f) 1 847 : 28 65 e 27

2 Copie as divisões abaixo e substitua cada ■ pelo número que falta.

a) 48 | 9 — resto ■ (3), quociente 5

b) ■ (53) | 7 — resto 4, quociente 7

c) ■ (110) | 13 — resto 6, quociente 8

d) 54 | 8 — resto 6, quociente ■ (6)

e) ■ (65) | 7 — resto 2, quociente 9

f) 78 | ■ (15) — resto 3, quociente 5

3 Junte-se a um colega e resolvam o problema.

Luíza quer dividir 528 por 132 utilizando a calculadora, mas há um problema: das teclas das operações só funciona a da subtração. Como Luíza deverá fazer o cálculo para obter o resultado da divisão?

4 Na divisão de 60 000 por 1 800, qual é o quociente e o resto? 33 e 600

5 Em um colégio estudam 540 alunos, que serão divididos em grupos de 37 para um desfile.

a) Quantos grupos completos serão formados? 14 grupos

b) Quantos alunos seriam necessários para completar mais um grupo? 15 alunos

6 Responda às questões.

a) Qual é o quociente da divisão de zero por 10? zero

b) Qual é o quociente da divisão de 10 por zero? não existe

7 Utilizando uma calculadora, efetue a divisão de 8 por 0. Qual é o resultado obtido no visor da máquina? Deve aparecer uma mensagem de erro, pois não é possível dividir 8 por 0.

8 O que aconteceu com o quociente, nas divisões abaixo, quando multiplicamos o dividendo e o divisor pelo mesmo número natural diferente de zero? Justifique sua resposta. Resposta pessoal.

8 | 2 — resto 0, quociente 4 → multiplicamos dividendo e divisor por 2 → 16 | 4 — resto 0, quociente 4

8 | 2 — resto 0, quociente 4 → multiplicamos dividendo e divisor por 3 → 24 | 6 — resto 0, quociente 4

8 | 2 — resto 0, quociente 4 → multiplicamos dividendo e divisor por 4 → 32 | 8 — resto 0, quociente 4

9 Junte-se a um colega e resolvam o problema.

A carga máxima permitida em um elevador é 500 quilogramas. Qual é o número mínimo de viagens necessárias para que uma pessoa com 75 quilogramas possa transportar 45 caixas de 30 quilogramas cada uma? quatro viagens

JOSÉ LUÍS JUHAS

3. 528 − 132 = 396; 396 − 132 = 264; 264 − 132 = 132; 132 − 132 = 0.
Logo, o número 132 cabe exatamente 4 vezes no número 528.

Resolvendo em equipe

Faça as atividades no caderno.

(Obmep) Vovô Eduardo comemorou todos os seus aniversários a partir dos 40 anos colocando, no bolo, velinhas em forma de algarismos de 0 a 9 para indicar sua idade. Primeiro ele comprou as velinhas de números 0 e 4. Ele sempre guardou as velinhas para usar nos próximos aniversários, comprando uma nova somente quando não era possível indicar sua idade com as guardadas. Hoje vovô Eduardo tem 85 anos. Quantas velinhas ele comprou até hoje?

a) 10 b) 11 c) 13 d) 14 e) 16

GEORGE TUTUMI

Interpretação e identificação dos dados

- Analise as informações do enunciado e anote aquelas que você julgar relevantes para a resolução do problema. Resposta pessoal.
- Responda:
  I. Após comprar as velinhas 0 e 4, quais foram as próximas três velinhas que vovô Eduardo precisou comprar? as velinhas de números 1, 2 e 3
  II. Até completar 50 anos, ele precisou comprar mais velinhas de número 4? Sim. Ele precisou comprar mais uma para formar a idade de 44 anos.

Plano de resolução

- Calcule a quantidade de velinhas compradas para as dez primeiras comemorações de aniversário e para as comemorações de 50 a 59 anos. Entre 40 e 49 anos foram necessárias 11 velinhas, e entre 50 e 59 anos, apenas 1.
- A quantidade de velinhas de aniversário compradas a cada década é a mesma? Não.
- Considerando as informações coletadas, elabore um esquema que represente um possível processo de resolução do problema.
  Resposta pessoal. Uma das estratégias utilizadas pelos alunos poderá ser a escrita dos números 40 a 85 e a contagem das velas de aniversário já usadas e das que serão compradas até o 85º aniversário.

Resolução

- Forme um grupo com três colegas.
- Cada integrante do grupo deverá apresentar para os demais seu plano de resolução.
- O grupo deve discutir as diferenças e as semelhanças de cada plano e escolher um dos planos para a execução do processo de resolução. Resposta pessoal. Será necessário comprar 14 velas de aniversário, pois, dos 40 aos 49 anos, serão utilizadas 11 velas; dos 50 aos 59 anos, 1 vela (para formar 55 anos); dos 60 aos 69 anos, 1 vela (para formar 66 anos); dos 70 aos 79 anos, 1 vela (para formar 77 anos); e dos 80 aos 85 anos, nenhuma.

<u>Observação</u>

Resolvam o problema de forma coletiva, mas façam o registro individual no caderno.

Verificação

- O grupo deve reler o problema e verificar se todas as condições do enunciado foram satisfeitas.

Apresentação

- O professor vai escolher um dos grupos para apresentar o plano desenvolvido e a solução obtida. Durante a apresentação, os outros grupos devem observar suas resoluções e verificar se os resultados obtidos estão de acordo com o que foi apresentado.
  Valide a resolução apresentada ou questione o grupo e os demais alunos da classe sobre o erro cometido e sobre como solucioná-lo. Faça apenas a mediação das discussões, contribuindo para que os alunos resolvam o problema, e incentive-os a analisar diferentes estratégias de resolução.

Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Faça as atividades no caderno.

Revisitando

1 Quais são as operações com números naturais estudadas neste capítulo?
adição, subtração, multiplicação e divisão

2 Escreva um problema que seja resolvido pelo cálculo $32 + 27$. Resposta pessoal.

3 A propriedade comutativa é válida para a adição, mas não para a subtração. Explique por que isso ocorre e justifique sua resposta com um exemplo.
Resposta pessoal. Espera-se que o aluno perceba que $10 - 7$ é diferente de $7 - 10$.

4 Identifique as situações a seguir que correspondem a problemas que envolvem proporção:

a) Em uma sorveteria, estão disponíveis 6 sabores de sorvete e 2 sabores de calda (chocolate e caramelo). Dessa maneira, é possível escolher 12 possibilidades diferentes, sendo um sabor de sorvete e uma calda.

b) Um ingresso de cinema custa R$ 12,00. Então, 3 ingressos custarão R$ 36,00.

c) Para uma receita de bolo, são usados 4 ovos. Para fazer meia receita, serão necessários 2 ovos.

d) Uma cantina italiana oferece 3 tipos de massa e 3 tipos de molho (ao sugo, bolonhesa e branco). Assim, é possível montar 9 pratos diferentes, compostos de um tipo de massa e um tipo de molho.

situações b, c

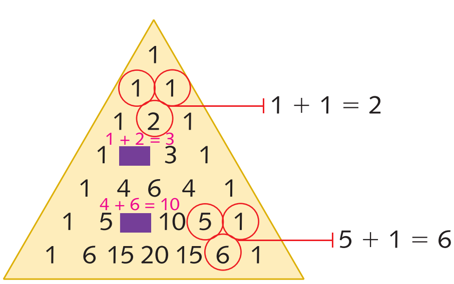
5 Em uma divisão não exata, qual é a relação entre o resto da divisão e o divisor?
Como a divisão não é exata, o resto é diferente de zero e menor que o divisor.

Aplicando

1 Alexandre e Ísis fizeram uma viagem. A passagem aérea de ida e de volta de cada um deles custou R$ 560,00. A diária completa em apartamento duplo custou R$ 280,00. Ao todo, eles gastaram R$ 3 080,00 com passagens e hospedagem. Quantos dias o casal ficou hospedado? 7 dias

2 Determine três números consecutivos cuja soma seja 192. 63, 64, 65

3 Descubra a lógica dos números no interior do triângulo abaixo e substitua corretamente cada ■.



GUILHERME CASAGRANDI

4 Um caminhão pode transportar no máximo 15 000 quilogramas. Em uma viagem ele transportou 96 caixas de 80 quilogramas e 35 caixas de 104 quilogramas. Quantos quilogramas de carga ainda podem ser transportados por esse caminhão, nessa viagem? 3 680 quilogramas

5 Em uma calculadora, tecle:

GUILHERME CASAGRANDI

Agora, responda:

a) Que número você obteve? 1 024

b) O que ocorre cada vez que você digita a tecla =? O resultado que estava no visor é quadruplicado.

c) Repita o mesmo procedimento utilizando o número 5. Que número você obteve? 3 125

6 Adicionando 80 ao triplo de um número, obtemos 137. Qual é esse número? 19

7 Em uma rua, há 42 postes de iluminação, e a distância entre dois deles é 45 metros. Sabendo que o primeiro poste e o último ficam a 10 metros das extremidades da rua, determine, em metro, a medida do comprimento dessa rua. 1 865 metros

8 Um parque eólico é formado por 102 aerogeradores (geradores de energia elétrica movidos pela força do vento). Sabendo que cada aerogerador tem capacidade para produzir 500 mil watts de energia, responda: quantos watts, no total, esse parque eólico pode produzir?
51 milhões de watts


BESTWEB/SHUTTERSTOCK

DESAFIO

Determine os três últimos algarismos do produto: $P = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot 17 \cdot 18$ 000
Peça aos alunos que observem os produtos, dois a dois, que geram zero na casa da unidade.

9 Responda às questões.

a) O quociente de uma divisão é 315. Se dividirmos o divisor por 3, qual será o novo quociente? 945

b) Qual é o maior número que podemos adicionar a 723 sem alterar o quociente de sua divisão por 13? 4

10 Um aparelho de som custava, à vista, R$ 800,00. Rui, porém, preferiu pagar o aparelho em três prestações iguais de R$ 395,00. Quantos reais Rui pagou de juros (importância cobrada por unidade de tempo, pelo empréstimo de dinheiro)?
R$ 385,00

11 Admitindo que João seja capaz de assentar 576 tijolos em oito horas e que Pedro possa assentar 468 tijolos em seis horas, pergunta-se: quantos tijolos esses dois pedreiros podem assentar juntos em quatro horas?
600 tijolos

12 Joaquim queria presentear cada um dos seus sete netos com R$ 320,00. Verificou, porém, que faltavam R$ 180,00. Quantos reais Joaquim possuía? R$ 2 060,00

13 Duas pessoas têm quantias iguais. A primeira dá R$ 800,00 à segunda. Quanto uma pessoa passa a ter a mais que a outra?
R$ 1 600,00

14 Em uma divisão, o divisor é 325 e o resto é 210. Qual é o maior valor que podemos adicionar ao dividendo sem alterar o quociente? 114

15 O maior navio cargueiro do mundo, construído na Dinamarca, pode armazenar 11 mil contêineres. O contêiner é uma grande caixa, de dimensões e outras características padronizadas, que serve para o acondicionamento de cargas. Quantas toneladas de mercadoria esse cargueiro pode transportar se um contêiner acomoda 20 toneladas de mercadorias? 220 mil toneladas


HERO LANG/DDP/AFP

16 Um negociante adquiriu 375 litros de certo produto por R$ 4 450,00. Considerando que ele pagou R$ 9,00 por litro transportado e que deseja ter um lucro de R$ 1 925,00, por quanto deve vender um litro do produto?
R$ 26,00

DESAFIO

Em uma fábrica de fósforos são usadas estas definições: **caixa** (conjunto de 45 fósforos); **maço** (conjunto com 10 caixas) e **pacote** (conjunto com 12 maços).

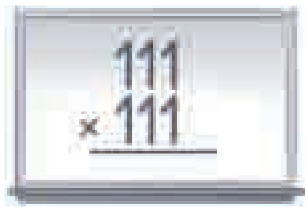
Dividindo 13 pacotes, 5 maços, 8 caixas e 22 fósforos por 8, obtém-se um número p de pacotes, m de maços, c de caixas e f de fósforos.

Determine $p + m + c + f$. 25

17 Um tubo com 20 comprimidos tem massa igual a 50 gramas. O mesmo tubo com oito comprimidos tem 38 gramas. Qual é a massa de um tubo e de um comprimido?
tubo: 30 gramas; comprimido: 1 grama

18 **(Obmep)** Stephani multiplicou 111 por 111 e somou os algarismos do resultado. Qual é o valor dessa soma? alternativa c

a) 5
b) 6
c) 9
d) 11
e) 12



GEORGE TUTUMI

19 Adicionando 60 ao quíntuplo de um número, obtemos 85. Qual é esse número? 5

20 **(Enem)**

> A disparidade de volume entre os planetas é tão grande que seria possível colocá-los uns dentro dos outros. O planeta Mercúrio é o menor de todos. Marte é o segundo menor: dentro dele cabem três Mercúrios. Terra é o único com vida: dentro dela cabem sete Martes. Netuno é o quarto maior: dentro dele cabem 58 Terras. Júpiter é o maior dos planetas: dentro dele cabem 23 Netunos.
>
> Revista *Veja*. Ano 41, n. 26, 25 jun. 2008 (adaptado).

Seguindo o raciocínio proposto, quantas Terras cabem dentro de Júpiter? alternativa b

a) 406
b) 1 334
c) 4 002
d) 9 338
e) 28 014

21 Observe, na tabela abaixo, o número de pessoas que assistiram, no cinema, a três filmes nacionais lançados em 2014.

Filme	Público
Até que a sorte nos separe 2	3 933 448
O candidato honesto	2 284 419
Os homens são de marte... E é pra lá que eu vou!	1 780 466

Dados obtidos em: <http://www.adorocinema.com/slideshows/filmes/slideshow-111039/#30>. Acesso em: 13 jan. 2015.

Podemos afirmar que o público desses três filmes juntos é superior a 8 milhões de pessoas? não, pois 7 998 333 pessoas é uma quantidade menor que 8 000 000 pessoas

22 Substitua cada ■ na expressão pelos sinais aritméticos (+, −, ·, :), de modo que se obtenha o valor indicado em azul.

(6 ■ 6 ■ 6) ■ 6 → **3**

(6 + 6 + 6) : 6 = 3

23 **(Enem)** Jogar baralho é uma atividade que estimula o raciocínio. Um jogo tradicional é a Paciência, que utiliza 52 cartas. Inicialmente são formadas sete colunas com as cartas. A primeira coluna tem uma carta, a segunda tem duas cartas, a terceira tem três cartas, a quarta tem quatro cartas, e assim sucessivamente até a sétima coluna, a qual tem sete cartas, e o que sobra forma o monte, que são as cartas não utilizadas nas colunas.

A quantidade de cartas que forma o monte é: alternativa b

a) 21 b) 24 c) 26 d) 28 e) 31

24 **(Enem)** Nos *shopping centers* costumam existir parques com vários brinquedos e jogos. Os usuários colocam créditos em um cartão, que são descontados por cada período de tempo de uso dos jogos. Dependendo da pontuação da criança no jogo, ela recebe um certo número de tíquetes para trocar por produtos nas lojas dos parques.

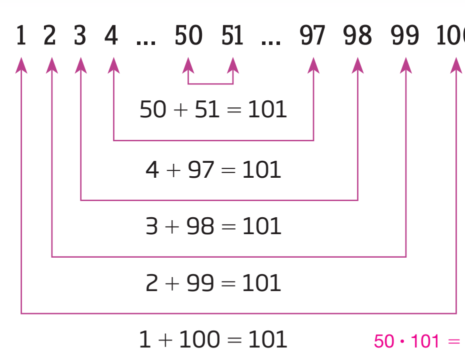
Suponha que o período de uso de um brinquedo em certo *shopping* custa R$ 3,00 e que uma bicicleta custa 9 200 tíquetes.

Para uma criança que recebe 20 tíquetes por período de tempo que joga, o valor, em reais, gasto com créditos para obter a quantidade de tíquetes para trocar pela bicicleta é: alternativa d

a) 153
b) 460
c) 1 218
d) 1 380
e) 3 066

DESAFIO

Observe o esquema abaixo e calcule, efetuando apenas uma multiplicação, a soma de todos os números naturais de 1 a 100.



50 · 101 = 5 050

CAPÍTULO

3 OUTRAS OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS

PIXTAL/AGB PHOTO/KEYSTONE BRASIL

Detalhe de tabuleiro e peças de xadrez, jogo de habilidade e estratégia.

É HORA DE OBSERVAR E DISCUTIR

No livro *O homem que calculava*, Malba Tahan conta uma antiga lenda em que Lahur Sessa, considerado o criador do jogo de xadrez, oferece ao rei Iadava, senhor de Taligana, sua invenção.

O monarca, encantado com o maravilhoso presente, quis dar a Sessa uma recompensa. Então, o inventor fez o seguinte pedido ao rei: um grão de trigo pela 1ª casa do tabuleiro, dois pela 2ª casa, quatro pela 3ª casa, oito pela 4ª casa, e assim sucessivamente, sempre dobrando o número de grãos da casa anterior, até a 64ª casa.

O rei chegou à conclusão de que seria impossível atender o pedido do sábio inventor, pois o número de grãos é 18 446 744 073 709 551 615, o que corresponde a $2^{64} - 1$. Malba Tahan conclui em seu livro que a Terra inteira, sendo semeada de norte a sul, com uma colheita por ano, só poderia produzir a quantidade de trigo que exprimia a dívida do rei no fim de 450 séculos.

Fonte: Malba Tahan. *O homem que calculava*. 85. ed. Rio de Janeiro: Record, 2014.

Com base no texto, responda:

- Quantos grãos o rei deveria trocar pela sexta casa do tabuleiro? 32 grãos
- Quantas vezes o número de grãos pedido em troca da oitava casa do tabuleiro é superior ao número de grãos pedido em troca da sétima casa? duas vezes
- Quantos grãos seriam necessários para o rei pagar a dívida relativa apenas às oito primeiras casas do tabuleiro? Indique a expressão numérica que determina a resposta.
  $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 = 255$

TROCANDO IDEIAS

Faça as atividades no caderno.

Há muitas maneiras de organizar objetos; algumas delas podem ser definidas com base em padrões matemáticos. Juliana possuía diversas bolas coloridas e resolveu distribuir algumas delas em recipientes da seguinte maneira: colocou duas no primeiro recipiente, quatro no segundo, oito no terceiro, e assim por diante, sempre dobrando o número de bolas em relação à quantidade colocada no recipiente anterior.

2 bolas

4 bolas

8 bolas

16 bolas

GEORGE TUTUMI

Observe:

$1^{\underline{o}}$ recipiente: **2**

$2^{\underline{o}}$ recipiente: $2 \cdot 2 = \mathbf{2^2} = 4$

$3^{\underline{o}}$ recipiente: $2 \cdot 2 \cdot 2 = \mathbf{2^3} = 8$

$4^{\underline{o}}$ recipiente: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = \mathbf{2^4} = 16$

Esses são exemplos de **potências de base 2**.

- Agora, vamos supor que Juliana tenha colocado três bolas no primeiro recipiente, nove no segundo, 27 no terceiro, e assim por diante.

GEORGE TUTUMI

a) O que aconteceria com o número de bolas em relação à quantidade colocada no recipiente anterior? Triplicaria.

b) Quantas bolas Juliana colocaria na $4^{\underline{a}}$ caixa? 81

Neste capítulo, vamos estudar o conceito de potenciação, suas propriedades e a raiz quadrada de números naturais.

1 Potenciação com números naturais

Observe a situação.

Luciana comprou três caixas de chocolates. Em cada caixa há três fileiras com três chocolates em cada uma. Sabendo que cada chocolate custou R$ 3,00, quanto Luciana gastou?

GEORGE TUTUMI

JOSÉ LUÍS JUHAS

Para responder a essa pergunta devemos efetuar uma multiplicação de fatores iguais:

$$\underbrace{3\cdot 3\cdot 3}_{\text{Total de chocolates}}\cdot \underbrace{3}_{\text{Valor de cada chocolate}} = 81$$

Logo, Luciana gastou R$ 81,00 na compra desses chocolates.

> Ao efetuar uma multiplicação em que todos os fatores são iguais, realizamos uma operação denominada **potenciação**.

Podemos representar a multiplicação $3\cdot 3\cdot 3\cdot 3$ assim: 3^4 (lemos: "três elevado à quarta potência" ou "três à quarta"). Observe:

$$3\cdot 3\cdot 3\cdot 3 = 3^4$$

número de fatores
fator que se repete

De modo geral, na potenciação com números naturais, a **base** é o fator que se repete na multiplicação, o **expoente** indica quantas vezes o fator se repete e a **potência** é o resultado da operação.

Na situação acima, temos:

expoente

$$\mathbf{3^4} = 81$$ **potência**

base

Exemplos

- $4^3 = 4\cdot 4\cdot 4 = 64$
- $10^4 = 10\cdot 10\cdot 10\cdot 10 = 10\,000$
- $0^3 = 0\cdot 0\cdot 0 = 0$
- $2^5 = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2 = 32$
- $15^2 = 15\cdot 15 = 225$
- $1^6 = 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1 = 1$

Leitura de potências

Observe a leitura de algumas potências:

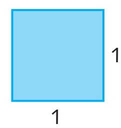
- 3^2: três elevado à segunda potência
- 2^3: dois elevado à terceira potência
- 7^4: sete elevado à quarta potência
- 2^6: dois elevado à sexta potência
- 6^5: seis elevado à quinta potência
- 4^9: quatro elevado à nona potência

As potências com expoentes 2 e 3 podem ser lidas de outra maneira. Veja:

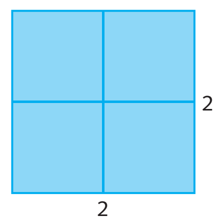
Potências com expoente 2

Representação geométrica

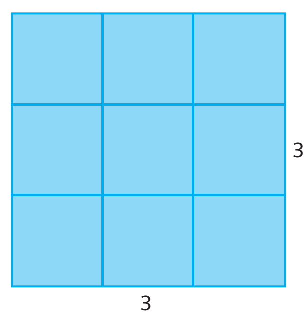
$1^2 \longrightarrow$ Lemos: um ao quadrado ou o quadrado de um



$2^2 \longrightarrow$ Lemos: dois ao quadrado ou o quadrado de dois



$3^2 \longrightarrow$ Lemos: três ao quadrado ou o quadrado de três



LUIZ RUBIO

Observação

Um número natural é considerado um quadrado perfeito quando é o produto de dois números naturais iguais. Veja:

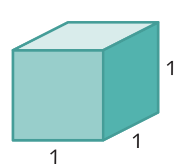
$1 \cdot 1 = 1$ $\quad$ $2 \cdot 2 = 4$ $\quad$ $3 \cdot 3 = 9$ $\quad$ $4 \cdot 4 = 16$ $\quad$ $5 \cdot 5 = 25$

Os números 1, 4, 9, 16 e 25 são exemplos de quadrados perfeitos.

Potências com expoente 3

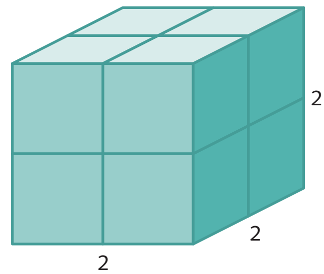
Representação geométrica

$1^3 \longrightarrow$ Lemos: um elevado ao cubo ou o cubo de um

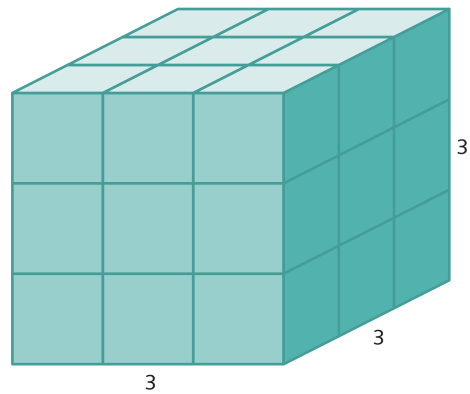


LUIZ RUBIO

2^3 → Lemos: dois elevado ao cubo ou o cubo de dois



3^3 → Lemos: três elevado ao cubo ou o cubo de três



LUIZ RUBIO

Potências de base 10

Observe as seguintes potências de base 10:

- $10^1 = 10$
- $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$
- $10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100\,000$

Nesses exemplos, percebe-se que as potências de base 10, com expoentes naturais, são iguais a um número formado pelo algarismo 1 seguido de tantos zeros quantas forem as unidades do expoente.

Lendo e aprendendo

É comum escrever números com muitos algarismos usando potência de base 10.

Exemplo

A velocidade da luz é igual a trezentos milhões de metros por segundo.

$300\,000\,000$ de metros por segundo =

$= 3 \cdot 100\,000\,000$ metros por segundo =

$= 3 \cdot 10^8$ metros por segundo

Decomposição de um número usando potências de base 10

Considere os números: 54, 857 e 56 948. Decompondo-os e aplicando potências de 10, podemos escrever:

- $54 = 50 + 4 = 5 \cdot 10 + 4$
- $857 = 800 + 50 + 7 = 8 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7 = 8 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 7$
- $56\,948 = 50\,000 + 6\,000 + 900 + 40 + 8 = 5 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 8$

 Faça as atividades no caderno.

1 Calcule o valor das potências.

a) 3^4 $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$
b) 4^3 $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$
c) 5^2 $5 \cdot 5 = 25$
d) 2^5 $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$
e) 10^3 $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$
f) 1^6 $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$
g) 11^2 $11 \cdot 11 = 121$
h) 15^0 1
i) 17^1 17
j) 0^5 0
k) 50^1 50
l) 20^2 $20 \cdot 20 = 400$

2 Como se leem as potências abaixo?

a) 9^3 nove elevado ao cubo
b) 7^2 sete elevado ao quadrado
c) 10^4 dez elevado à quarta potência
d) 13^5 treze elevado à quinta potência

3 Calcule:

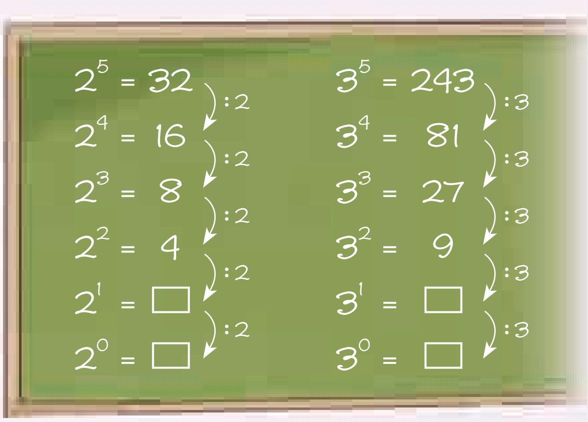
a) o quadrado de 13; 169
b) quatro elevado à quarta potência; 256
c) o cubo de 7; 343
d) três elevado à quinta potência. 243

4 Calcule o valor de $2^5 - 5^2$. 7

5 Escreva no caderno os números a seguir usando potências de base 10.

a) 600 000 $6 \cdot 10^5$
b) 4 500 000 $45 \cdot 10^5$
c) 8 000 000 000 $8 \cdot 10^9$
d) 8 700 $87 \cdot 10^2$

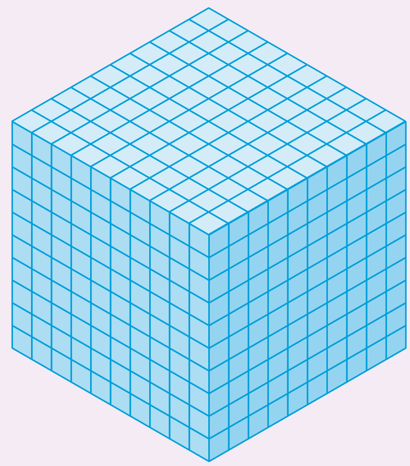
6 O professor Daniel escreveu no quadro duas sequências com potências dos números 2 e 3. Veja:



GEORGE TUTUMI

Que números deveriam ser colocados nos quadrinhos? $2^1 = 2$ e $2^0 = 1$; $3^1 = 3$ e $3^0 = 1$

7 Expresse, em potência de base 10, o número de cubinhos que formam o cubo maior da figura. $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000 = 10^3$



LUIZ RUBIO

8 Determine em cada caso a potência de maior valor.

a) 100^1 ou 1^{100} 100^1
b) 80^0 ou 0^{80} 80^0

9 Decomponha os números, usando potências de 10.

a) 938
b) 4 078
c) 7 952
d) 60 000

a) $9 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 8$ b) $4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10 + 8$ c) $7 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 2$ d) $6 \cdot 10^4$

10 Determine o valor de 5^4 e 5^6, sabendo que 5^5 é igual a 3 125. Em cada um dos casos, faça apenas uma conta. $3\,125 : 5 = 625 = 5^4$; $3\,125 \cdot 5 = 15\,625 = 5^6$

11 Em uma caixa como a da figura abaixo, Pedro distribuiu bolinhas de gude. Na primeira casa, ele colocou uma bolinha e, em cada uma das casas seguintes, o dobro do número de bolinhas da anterior.

Quantas bolinhas Pedro colocou na oitava casa? 2^7 bolinhas $= 128$ bolinhas

JOSÉ LUÍS JUHAS

2 Propriedades da potenciação

Produto de potências de mesma base

Diga aos alunos que a verificação de alguns exemplos não é suficiente para provar cada uma das propriedades. Explique que, para cada uma dessas propriedades, há uma demonstração.

Considere o produto $2^3 \cdot 2^4$. Observe que:

$$2^3 \cdot 2^4 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^3} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{2^4} = 2^7$$

Assim: $2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$

O exemplo acima ilustra a seguinte propriedade:

Para multiplicar potências de mesma base, devemos conservar a base e adicionar os expoentes, ou seja, se a, m e n são números naturais, com $a \neq 0$, temos:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Exemplos

- $3^5 \cdot 3^4 = 3^{5+4} = 3^9$
- $5 \cdot 5^3 \cdot 5^2 = 5^{1+3+2} = 5^6$

Divisão de potências de mesma base

Considere o quociente $3^5 : 3^3$.

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$$
$$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$

Logo, $3^5 : 3^3 = 243 : 27 = 9$.

Como $3^2 = 9$, podemos escrever: $3^5 : 3^3 = 3^2$.

Assim: $3^5 : 3^3 = 3^{5-3} = 3^2$

O exemplo acima ilustra a seguinte propriedade:

Para dividir potências de mesma base, não nula, devemos conservar a base e subtrair os expoentes, ou seja, se a, m e n são números naturais, com $a \neq 0$ e $m \geqslant n$:

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

Exemplos

- $7^9 : 7^3 = 7^{9-3} = 7^6$
- $11^4 : 11 = 11^{4-1} = 11^3$

Potência de potência

Considere a potência $(2^4)^3$. Observe que:

$$(2^4)^3 = 2^4 \cdot 2^4 \cdot 2^4 = 2^{4+4+4} = 2^{12}$$

Assim: $(2^4)^3 = 2^{4 \cdot 3} = 2^{12}$

O exemplo acima ilustra a seguinte propriedade:

> Para elevar uma potência a um novo expoente, devemos conservar a base e multiplicar os expoentes, ou seja, se *a*, *m* e *n* são números naturais, com $a \neq 0$, temos:
>
> $$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Exemplos

- $(3^5)^6 = 3^{5 \cdot 6} = 3^{30}$
- $(17^2)^{10} = 17^{2 \cdot 10} = 17^{20}$

Distributiva da potenciação em relação à multiplicação

Considere a expressão $(2 \cdot 3 \cdot 4)^3$. Observe que:

$$(2 \cdot 3 \cdot 4)^3 = (2 \cdot 3 \cdot 4) \cdot (2 \cdot 3 \cdot 4) \cdot (2 \cdot 3 \cdot 4) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 4^3$$

Assim: $(2 \cdot 3 \cdot 4)^3 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 4^3$

O exemplo acima ilustra a seguinte propriedade:

> Para elevar um produto a um expoente, devemos elevar cada fator a esse expoente, ou seja, se *a*, *b*, *c* e *n* são números naturais, com $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c \neq 0$, temos:
>
> $$(a \cdot b \cdot c)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n$$

Exemplos

- $(3 \cdot 5 \cdot 7)^2 = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$
- $(3 \cdot 7^2 \cdot 11^3)^5 = 3^5 \cdot (7^2)^5 \cdot (11^3)^5 = 3^5 \cdot 7^{10} \cdot 11^{15}$

Cuidado!

Observe os cálculos:

- $2^3 + 2^7 = 8 + 128 = 136$
- $2^{3+7} = 2^{10} = 1\,024$

Podemos concluir que, se *a*, *m* e *n* são números naturais, com $a \neq 0$, $a^m + a^n \neq a^{m+n}$.

O mesmo ocorre com:

- $a^m - a^n \neq a^{m-n}$
  $5^3 - 5^2 \neq 5^{3-2}$
  $125 - 25 \neq 5^1$
  $100 \neq 5$
- $(a^m)^n \neq a^{m^n}$
  $(2^1)^3 \neq 2^{1^3}$
  $2^3 \neq 2^1$
  $8 \neq 2$
- $(a + b)^n \neq a^n + b^n$
  $(2 + 1)^2 \neq 2^2 + 1^2$
  $3^2 \neq 4 + 1$
  $9 \neq 5$
- $(a - b)^n \neq a^n - b^n$
  $(3 - 2)^3 \neq 3^3 - 2^3$
  $1^3 \neq 27 - 8$
  $1 \neq 19$

Com o auxílio das propriedades da potenciação, podemos estender a definição de potência para os casos de expoente 1 e de expoente 0.

Expoente 1

Considere o quociente $2^4 : 2^3$. Observe que:

$$\left.\begin{array}{l} 2^4 : 2^3 = 16 : 8 = 2 \\ 2^4 : 2^3 = 2^{4-3} = 2^1 \end{array}\right| \; 2^1 = 2$$

JOSÉ LUÍS JUHAS

O exemplo acima ilustra a seguinte propriedade:

> Todo número natural elevado ao expoente 1 é igual a ele mesmo, ou seja, se $a \in \mathbb{N}$: $a^1 = a$

Expoente zero

Considere o quociente $2^5 : 2^5$. Observe que:

$$\left.\begin{array}{l} 2^5 : 2^5 = 32 : 32 = 1 \\ 2^5 : 2^5 = 2^{5-5} = 2^0 \end{array}\right| \; 2^0 = 1$$

O exemplo acima ilustra a seguinte propriedade:

> Todo número natural não nulo elevado ao expoente zero é igual a 1, ou seja, se $a \in \mathbb{N}$, com $a \neq 0$: $a^0 = 1$

Observação

À expressão 0^0 não se atribui sentido matemático.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Reduza a uma só potência, aplicando as propriedades da potenciação.

a) $8^5 \cdot 8^7$ 8^{12}

b) $5 \cdot 5^4 \cdot 5^7$ 5^{12}

c) $10^9 : 10^6$ 10^3

d) $a^3 \cdot a^8 \cdot a^2$ a^{13}

e) $8^m : 8^n$ $(m \geq n)$ 8^{m-n}

f) $(6^5 \cdot 6^4) : 6^3$ 6^6

2 Reduza a uma só potência fazendo os cálculos mentalmente.

a) $(2^3)^5$ 2^{15}

b) $(a^4)^3$ a^{12}

c) $(3^6)^0$ 3^0

d) $(9^1)^8$ 9^8

3 Calcule as potências.

a) 10^6 1 000 000

b) 1^{30} 1

c) 5^4 625

d) $2\,001^0$ 1

4 Aplique a propriedade distributiva da potenciação em cada item.

a) $(2 \cdot 5 \cdot 7)^2$ $2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$

b) $(2^4 \cdot 3 \cdot 5^2)^3$ $2^{12} \cdot 3^3 \cdot 5^6$

c) $(m^5 \cdot n^6)^3$ $m^{15} \cdot n^{18}$

d) $(5 \cdot 11^2)^2$ $5^2 \cdot 11^4$

5 Reduza a uma só potência, aplicando as propriedades da potenciação conhecidas.

a) $a^{10} : a$ a^9

b) $(a^4 \cdot a^2 \cdot a)^5$ a^{35}

c) 5^{3^3} 5^{27}

d) $[(k^2)^3]^4$ k^{24}

e) $(10^1)^0$ $10^0 = 1$

f) $[(9^8 \cdot 9^1)^3]^4$ 9^{108}

6 Utilizando uma calculadora, determine $x - y$ e $x + y$, dados: $x = 2^{2^3}$ e $y = (2^2)^3$ 192; 320

3 Radiciação de números naturais

Já sabemos, pela potenciação, que $7^2 = 49$. Agora, vamos aprender a operação que permite determinar o número cujo quadrado é 49.

Essa operação é denominada **radiciação**.

Utilizamos o símbolo $\sqrt{}$ para representar a radiciação. Observe:

radical

índice ← $\sqrt[2]{49} = 7$

radicando raiz

Lemos: "raiz quadrada de quarenta e nove".

Observe outros exemplos:

- $\sqrt[3]{27} = 3$, pois: $3^3 = 27$
  Lemos: "raiz cúbica de vinte e sete".
- $\sqrt[4]{625} = 5$, pois: $5^4 = 625$
  Lemos: "raiz quarta de seiscentos e vinte e cinco".

Observações

1 Quando o índice da raiz é 2, podemos omiti-lo. Por exemplo: $\sqrt[2]{16} = \sqrt{16}$

2 A raiz quadrada de um número quadrado perfeito é um número natural. Os números 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36 e 49 são quadrados perfeitos menores que 50.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Determine a raiz quadrada de cada número:

a) 16 4 b) 25 5 c) 64 8 d) 100 10

2 Como se leem as raízes a seguir?

a) $\sqrt{16}$
b) $\sqrt[3]{27}$
c) $\sqrt{144}$
d) $\sqrt[4]{16}$
e) $\sqrt[5]{1\,024}$
f) $\sqrt[6]{15\,625}$

3 Complete as sentenças abaixo com o número correspondente a cada ■.

a) $\sqrt{36} = ■$, pois: $6^2 = 36$ 6
b) $\sqrt[3]{125} = ■$, pois: $■^3 = 125$ 5; 5
c) $\sqrt{100} = 10$, pois: $■^2 = 100$ 10
d) $\sqrt[3]{1\,000} = ■$, pois: $■^3 = ■$ 10; 10; 1 000

4 Muitas calculadoras apresentam a tecla $\boxed{\sqrt{}}$. Para determinar, por exemplo, a $\sqrt{81}$, digite 81 e aperte a tecla $\boxed{\sqrt{}}$. Utilizando uma calculadora, determine a raiz quadrada de:

a) 144 12
b) 121 11
c) 256 16
d) 169 13

5 Descubra o número correspondente a cada ■.

a) $\sqrt{■} = 37$ $37 \cdot 37 = 1\,369$
b) $\sqrt{■} = 53$ $53 \cdot 53 = 2\,809$
c) $\sqrt{■} = 111$ $111 \cdot 111 = 12\,321$
d) $\sqrt{■} = 100$ $100 \cdot 100 = 10\,000$

2. a) raiz quadrada de dezesseis
b) raiz cúbica de vinte e sete
c) raiz quadrada de cento e quarenta e quatro
d) raiz quarta de dezesseis
e) raiz quinta de mil e vinte e quatro
f) raiz sexta de quinze mil, seiscentos e vinte e cinco

4 Expressões numéricas com números naturais

Agora, vamos estudar expressões numéricas envolvendo todas as operações com números naturais que estudamos até aqui. As operações devem ser efetuadas nesta ordem:

1º) potenciações e radiciações (na ordem em que aparecem);

2º) multiplicações e divisões (na ordem em que aparecem);

3º) adições e subtrações (na ordem em que aparecem).

Vale lembrar que, em expressões com sinais de associação, estes devem ser eliminados nesta ordem: parênteses, colchetes e chaves.

Exemplos

- $8^3 - \sqrt{81} \div 3 =$
  $= 512 - 9 \div 3 =$
  $= 512 - 3 =$
  $= 509$

- $(2^7 \cdot 2^4)^2 : (2^3)^7 =$
  $= (2^{11})^2 : 2^{21} =$
  $= 2^{22} : 2^{21} =$
  $= 2$

- $5^3 + \left(\sqrt{64} - 3\right) \cdot 2 =$
  $= 125 + (8 - 3) \cdot 2 =$
  $= 125 + 5 \cdot 2 =$
  $= 125 + 10 =$
  $= 135$

- $3^2 \cdot \left\{\sqrt{25} + \left[3 + \left(10 \div 2\right)\right]\right\} =$
  $= 9 \cdot \{5 + [3 + 5]\} =$
  $= 9 \cdot \{5 + 8\} =$
  $= 9 \cdot 13 =$
  $= 117$

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Calcule o valor das expressões.

a) $20 - (1^4 \cdot 6 + 2^3)$ 6

b) $(2^4 - 3 \cdot 4) : 2 + 5^2 : 5$ 7

c) $10^2 : 5^2 + 5^0 \cdot 2^2 - 2^3$ 0

d) $\{6^2 + 2 \cdot [2^3 + 2 \cdot (3^2 \cdot 1^3)] - 2^5\} \cdot 5^0$ 56

e) $55 - (\sqrt{9} \cdot \sqrt{4} + 1)^2 + (4^2 + 3^2) : 5^2 - 1^6$ 6

2 Calcule o valor de $A + B$ sabendo que:

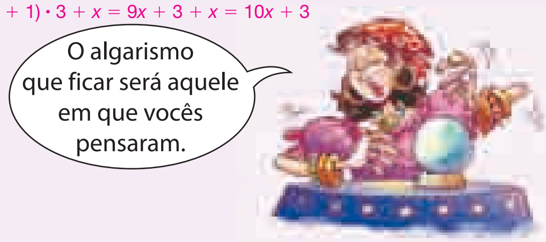
$A = (3 \cdot 2 - 1)^2$ e

$B = (2^2 + 1) \cdot (5 + 2^3)$ 90

3 Reúna-se com um colega, resolvam o problema abaixo e justifiquem a resposta.

Pensem em um algarismo maior que zero. Multipliquem-no por 3 e acrescentem 1 ao resultado. Multipliquem o novo resultado por 3 e somem o produto com o algarismo em que vocês pensaram. O resultado terminará em 3. Eliminem o 3.

$(x \cdot 3 + 1) \cdot 3 + x = 9x + 3 + x = 10x + 3$



JOSÉ LUÍS JUHAS

Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Faça as atividades no caderno.

Revisitando

1 Explique o significado dos termos **base** e **expoente** usados na potenciação de números naturais. Base é o fator que se repete na multiplicação e expoente indica quantas vezes o fator se repete.

2 Classifique as sentenças matemáticas relacionadas às propriedades da potenciação em verdadeiras ou falsas:

a) $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$ falsa

b) $a^m + a^n = a^{m+n}$ falsa

c) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ verdadeira

d) $a^m - a^n = a^m : a^n$ falsa

- Corrija as sentenças falsas. a) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ d) $a^m - a^n \neq a^m : a^n$

3 No cálculo abaixo, identifique o radical, o radicando, o índice e a raiz.

$$\sqrt[4]{16} = 2$$ radical: $\sqrt[4]{16}$; radicando = 16; índice = 4; raiz = 2

4 O que são números quadrados perfeitos? Escreva os dez primeiros quadrados perfeitos, a partir do 0. Os números quadrados perfeitos são aqueles cuja raiz quadrada é um número natural. São eles: 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

5 Na expressão numérica abaixo, que operação deve ser efetuada primeiro?

$$7 \cdot \left[4 + (13 - 5)^2\right]$$ subtração

Aplicando

1 Calcule a diferença entre o dobro do cubo de 8 e o triplo do quadrado de 17. 157

2 Determine:

a) a soma dos quadrados dos números 6 e 8; 100

b) o quadrado da soma dos números 6 e 8. 196

3 Entre os números 8, 9, 40, 65, 100, 300, 324, 361 e 400, identifique os que são chamados de quadrados perfeitos. 9, 100, 324, 361, 400

4 Se $2^{10} = 1024$, qual é o valor de 2^9? E de 2^{11}? 512; 2048

5 Calcule o valor das expressões.

a) $[2^3 + (24 - 3^2) : 3 - 3]^2$ 100

b) $3^4 : (2 + 5^2) + (4 + 0)^2 : 2^3 + 12$ 17

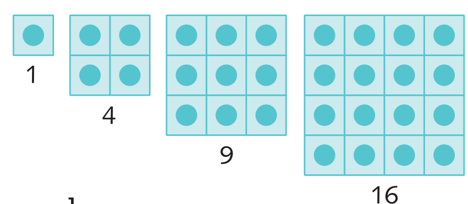
c) $\{[\sqrt{64} - 8 : 2^3 - (15 - 5 \cdot 2)] + 4^2\}$ 18

d) $(2 \cdot 2^3 - 6) \cdot 5 - 3 \cdot (2^2 + 2^0 + 1^{10})$ 32

e) $\{[2^5 - 5 - (4 \cdot 7 - 11)]\} : 5$ 2

6 O quarto de Luís tem a forma quadrada e está coberto com 256 ladrilhos quadrados. Quantos ladrilhos há em cada lado do piso? 16

7 Um número quadrado perfeito pode ser representado geometricamente por um quadrado formado por quadradinhos menores. Veja:



LUIZ RUBIO

Responda.

a) Considerando a sequência 1, 4, 9 e 16, quais são os dois números quadrados perfeitos seguintes? 25, 36

b) Quais são os números quadrados perfeitos situados entre 150 e 250? 169, 196, 225

DESAFIO

Um matemático nasceu, viveu e morreu no século XIX. Quando indagado sobre o ano de seu nascimento, ele respondeu: "Eu tinha x anos de idade no ano x^2". Em que ano ele nasceu? 1806

No desafio, o matemático citado é Augustus de Morgan. Morgan escrevia sobre álgebra, lógica, cálculo diferencial e teoria de probabilidades. Foi ele quem definiu e introduziu o termo "indução matemática".

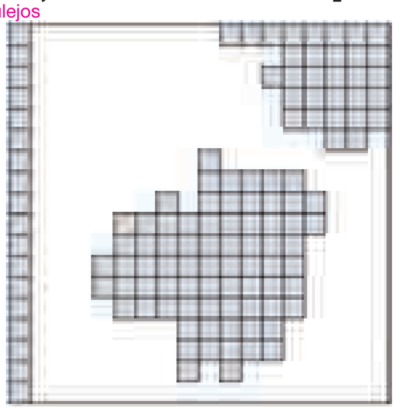
8 Para pagar à vista a reforma de sua casa, Henrique calculou que teria de economizar uma quantia durante sete meses:

- R\$ 3,00 no primeiro mês;
- R\$ 9,00 no segundo mês;
- R\$ 27,00 no terceiro mês e assim por diante.

Que quantia Henrique conseguiu economizar?
R\$ 3 279,00

GEORGE TUTUMI

9 Pedro vai assentar azulejos em um grande painel quadrado. Ele já assentou alguns azulejos. Observe a ilustração e determine quantos azulejos Pedro utilizará nesse painel.
324 azulejos



GEORGE TUTUMI

10 Qual é a metade de $2^9 + 4^6$? 2 304

11 Uma cisterna tem um vazamento que provoca uma perda inicial de 4 litros de água em 20 minutos. O vazamento foi aumentando da seguinte maneira: a cada 20 minutos seguintes a quantidade de água que vazava era o dobro da quantidade anterior. Após uma hora e vinte minutos do início do vazamento qual a quantidade total de água perdida? 60 litros

GEORGE TUTUMI

12 Qual dos números a seguir é o maior: 3^{45}, 9^{20}, 27^{14}, 243^9 ou 81^{12}? 81^{12}

13 Sendo $2^8 + 2^8 + 2^8 + 2^8 = 2^a$. Determine o valor de a. $a = 10$

14 Antônio recebeu um prêmio no valor de R\$ 700,00. Clóvis recebeu um prêmio, pago durante sete dias, da seguinte forma:

- R\$ 1,00 no primeiro dia,
- R\$ 3,00 no segundo dia,
- R\$ 9,00 no terceiro dia,
- R\$ 27,00 no quarto dia e assim por diante.

GEORGE TUTUMI

Considerando o valor total, quem recebeu o maior prêmio? Clóvis: R\$ 1 093,00

15 Sendo $A = (2^2)^3$, $B = 2^{2^3}$ e $C = 2^{3^2}$. Determine $A + B + C$. 832

16 Determine o resultado da expressão:
$(144^0 \cdot 144^2 \cdot 144^4 \cdot 144^6) : [(12^9 \cdot 12^7 \cdot 12^5)]$ 1 728

17 Responda:

a) Qual é o número que elevado ao quadrado resulta em 169? 13

b) Qual é o número que elevado ao cubo resulta em 512? 8

18 Decomponha os números utilizando a potência de base 10.

a) 37 925
b) 239 658
c) 4 300 333
d) 5 500 500 500

19 Use a calculadora para determinar a raiz quadrada de:

a) 441 21 b) 2 025 45 c) 361 19 d) 196 14

DESAFIO

Determine o maior entre os números abaixo:

a) $2^{37} \cdot 3^{12} \cdot 5^4$
b) $2^{38} \cdot 3^{13} \cdot 5^2$
c) $2^{39} \cdot 3^{11} \cdot 5^3$
d) $2^{37} \cdot 3^{14} \cdot 5^2$
e) $2^{40} \cdot 3^{12} \cdot 5^2$

alternativa **a**

18. a) $30\,000 + 7\,000 + 900 + 20 + 5 = 3 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 5$
b) $200\,000 + 30\,000 + 9\,000 + 600 + 50 + 8 = 2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 8$
c) $4\,000\,000 + 300\,000 + 300 + 30 + 3 = 4 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 3$
d) $5\,000\,000\,000 + 500\,000\,000 + 500\,000 + 500 = 5 \cdot 10^9 + 5 \cdot 10^8 + 5 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^2$

CAPÍTULO

4 FIGURAS GEOMÉTRICAS ESPACIAIS

DANIEL MIHAILESCU/AFP

Time de futebol durante treinamento funcional em estádio localizado em Bucareste, capital da Romênia, país europeu, em 2011.
O treinamento funcional simula as exigências de uma partida.

É HORA DE OBSERVAR E DISCUTIR

O treinamento funcional é constituído de exercícios que têm relação direta com as atividades diárias das pessoas.

Com movimentos naturais, como pular, agachar, correr, girar, puxar e empurrar, nesse tipo de treinamento, trabalham-se condicionamento, força, resistência, equilíbrio, flexibilidade e agilidade. Os acessórios utilizados são cordas, elásticos, hastes, discos, bolas e cones, entre outros.

Com a prática do treinamento funcional, os indivíduos com pouco condicionamento físico, além de desenvolver a consciência corporal, previnem lesões cardiovasculares, podem reduzir o percentual de gordura e definir os músculos.

Os atletas profissionais, por sua vez, trabalham desde a musculatura profunda até a coordenação motora com a prática sistemática de exercícios funcionais.

Observe a imagem e faça o que se pede.

- Os objetos utilizados no treinamento funcional do atleta lembram que sólidos geométricos? cone e esfera
- Cite objetos do cotidiano que tenham forma parecida com os objetos apresentados na fotografia. Resposta pessoal.

TROCANDO IDEIAS

Faça as atividades no caderno.

Com base em algumas formas facilmente identificadas nas imagens, como o cone e o cilindro, inicie uma discussão sobre as formas espaciais encontradas no cotidiano, em objetos, animais, construções etc.

Estão presentes em nosso dia a dia elementos da natureza, objetos e construções de diferentes formas. A Terra, por exemplo, lembra uma esfera; uma árvore conífera, como o próprio nome sugere, lembra um cone; as colunas de um templo grego lembram cilindros.

BARNABY CHAMBERS/SHUTTERSTOCK

Terra.

SEANSCOTT/ROOM THE AGENCY/CORBIS/LATINSTOCK

Conífera.

LAGUI/SHUTTERSTOCK

Templo de Hefesto, em Atenas (Grécia), em 5 mar. 2010.

▶ Que formas você observa nas construções das imagens abaixo?

RYAN KOOPMANS/ALAMY/LATINSTOCK

IMAGEBROKER/ALAMY/GLOW IMAGES

ROBERT MATTON AB/ALAMY/GLOW IMAGES

pirâmide

cilindro

esfera

Para responder a questões como essa, vamos estudar, neste capítulo, algumas figuras que apresentam formas como as que aparecem nas imagens acima, chamadas de **figuras geométricas espaciais**.

1 Sólidos geométricos

Neste capítulo serão estudados os prismas, as pirâmides, os cones e os cilindros retos. Avaliar a conveniência de ampliar esse estudo para casos de esses sólidos serem oblíquos.

As indústrias utilizam diferentes tipos de embalagem para acondicionar os mais diversos tipos de produto, como alimentos, bebidas e produtos químicos.

Em geral, são feitos estudos prévios sobre a capacidade e o melhor formato das embalagens para que contenham certa quantidade de produto. As formas desses recipientes lembram **sólidos geométricos** – assunto deste capítulo.

Embalagens lembram sólidos geométricos.

① STUDIOSHOTS/ALAMY/GLOW IMAGES; ② DOTSHOCK/SHUTTERSTOCK; ③ PAULO MANZI; ④ ALISTAIR HEAP/ALAMY/GLOW IMAGES; ⑤ VIDUX/SHUTTERSTOCK

UM POUCO DE HISTÓRIA

DIOGO SAITO

O início da Geometria

Os seres humanos sempre procuraram entender e explicar os fenômenos da natureza por meio de desenhos, medidas e anotações. O desafio de traduzir as formas irregulares da natureza e descobrir relações entre elas favoreceu o desenvolvimento da Geometria (em grego, *geo* significa "terra", e *metria*, "medida").

A Geometria estudada hoje teve origem há milhares de anos, quando importantes matemáticos deram os primeiros passos na descoberta desse ramo da Matemática.

Várias civilizações antigas, como a egípcia, a babilônica, a assíria, a hindu e a chinesa, acumularam diversos conhecimentos nessa área.

Os egípcios desenvolveram uma geometria de uso cotidiano, aplicada à demarcação de terras e às técnicas de construção. Os conhecimentos geométricos dessa civilização foram aplicados, por exemplo, na construção das famosas pirâmides do Egito.

Na Grécia, o matemático Euclides (século IV-século III a.C.) organizou, por volta de 300 a.C., uma obra denominada *Os elementos*, em que todos os conhecimentos da época foram ordenados em 13 fascículos.

TOMA

Representação de Euclides.

Pirâmides de Quéops, Quéfren e Miquerinos, no planalto de Gizé, próximo à cidade do Cairo (Egito), 2 set. 2005.

KENNETH GARRETT/GETTY IMAGES

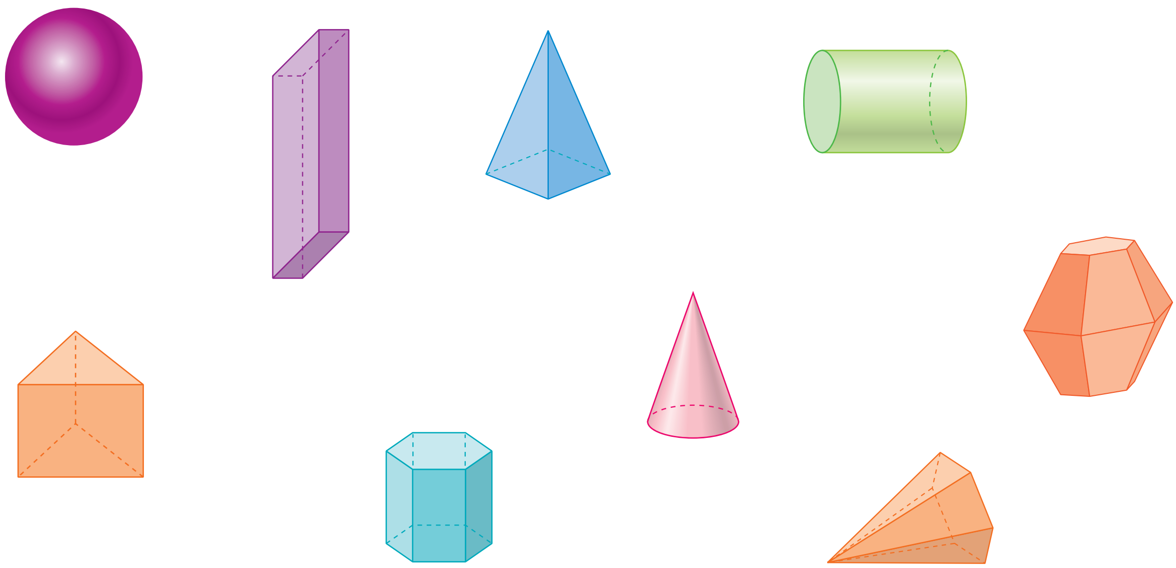
Em Geometria, **sólido** é uma figura geométrica **tridimensional** e não oca, ou seja, maciça.

Observando, de todas as posições possíveis, um objeto representado por um sólido geométrico, a parte visível dele constitui sua **superfície**.

Veja alguns exemplos de sólidos geométricos:

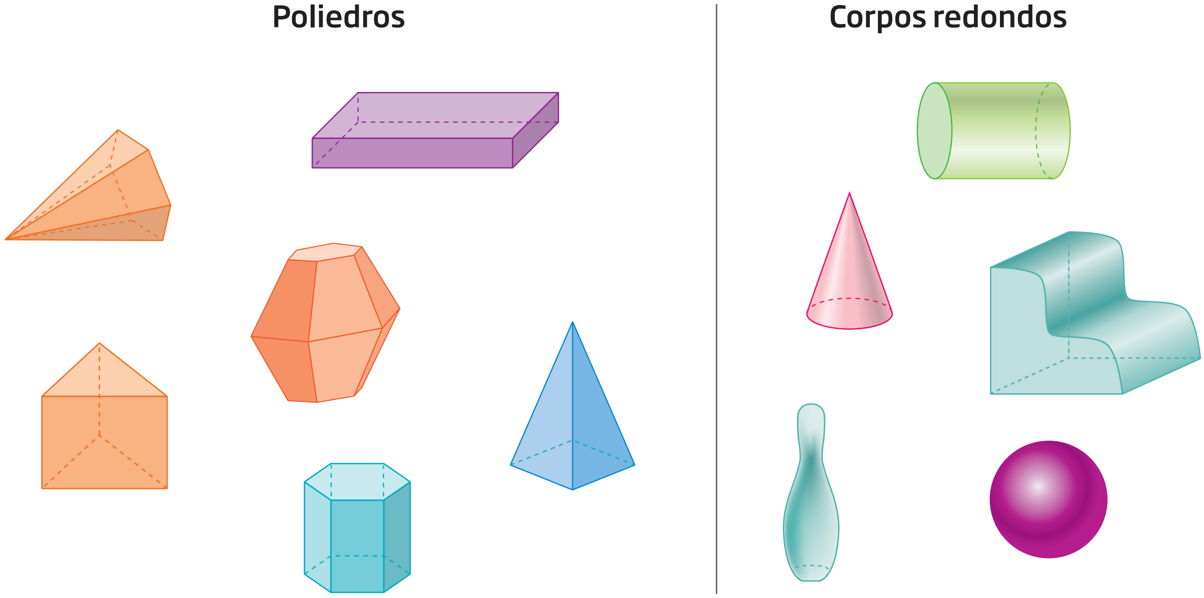
Tridimensional
Apresenta três dimensões: comprimento, largura e altura.

Superfície
Imagine a superfície de um sólido geométrico como se fosse uma casca muito fina que o envolvesse.



GUILHERME CASAGRANDI

Esses sólidos podem ser separados em dois grupos: poliedros e corpos redondos.



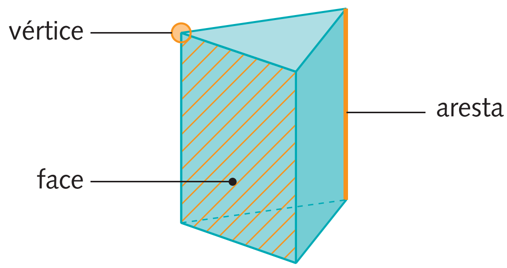
A superfície dos poliedros é formada apenas por partes planas (chamadas de face). Já a dos corpos redondos apresenta pelo menos uma parte arredondada, ou seja, não plana.

2 Poliedros

Procure levar ou peça que os alunos levem para a sala embalagens ou objetos com forma de poliedros ou de corpos redondos, para que possam ser manuseados.

Vamos conhecer melhor as partes que formam um poliedro.

Em qualquer poliedro, podemos encontrar estes elementos:



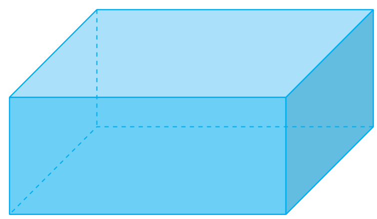
GUILHERME CASAGRANDI

GEORGE TUTUMI

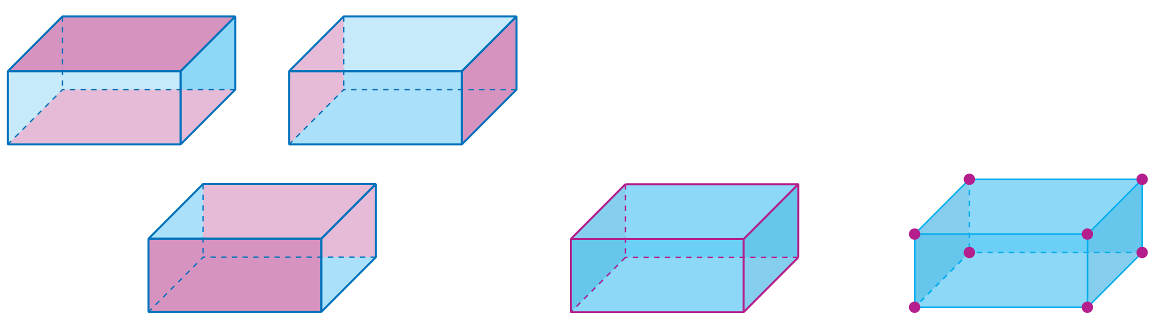
Na caixa, Nicole percebe os vértices (pontas), as arestas (quinas) e as faces (onde está passando os dedos).

Cada região que forma a superfície de um poliedro é chamada **face**. O segmento comum a duas faces é chamado de **aresta**, e os pontos de encontro das arestas são chamados **vértices**.

Observe esta figura.



Esse poliedro recebe o nome de **bloco retangular** ou **paralelepípedo reto-retângulo**. Ele apresenta:



6 faces

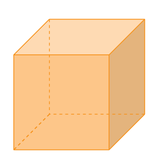
12 arestas

8 vértices

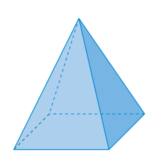
GUILHERME CASAGRANDI

Observações

1 O cubo – um poliedro muito conhecido – é um caso especial de bloco retangular, em que as medidas de todas as arestas são iguais.



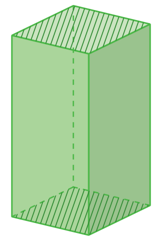
2 Em outro exemplo de poliedro, a pirâmide de base quadrada, podemos distinguir cinco faces (quatro triangulares e uma quadrada, chamada de **base**), cinco vértices e oito arestas.

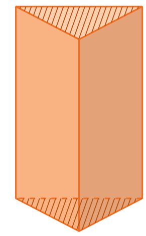


Prismas e pirâmides

Prismas

Os sólidos ao lado são denominados prismas. As faces hachuradas em cada prisma são chamadas de **bases**, e as demais, de **faces laterais**. Em cada prisma, as bases são idênticas.


prisma de base quadrada

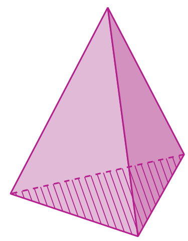

prisma de base triangular

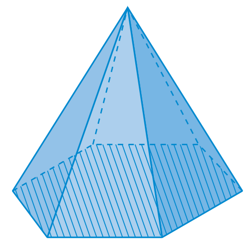
GUILHERME CASAGRANDI

Pirâmides

Os sólidos ao lado são denominados pirâmides. A face hachurada em cada pirâmide é chamada de **base**, e as demais, de **faces laterais**.

Nas pirâmides, todas as faces laterais têm forma triangular. Já a base pode assumir formas triangulares, retangulares, pentagonais etc.


pirâmide de base triangular ou tetraedro


pirâmide de base hexagonal

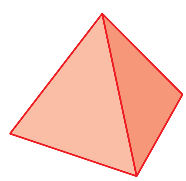
Poliedros de Platão

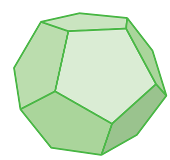
Os poliedros cujas faces são formadas por figuras idênticas são chamados de **poliedros regulares**. Existem apenas cinco poliedros regulares (conhecidos desde o século VI a.C.). Observe-os ao lado.

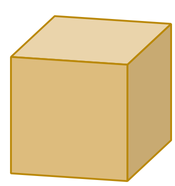
Os poliedros regulares são casos particulares dos chamados **poliedros de Platão** (ou sólidos platônicos), em homenagem ao filósofo grego Platão (427-347 a.C.).

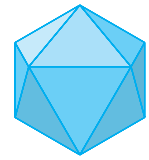
Os gregos associavam elementos da natureza aos poliedros regulares. Observe.

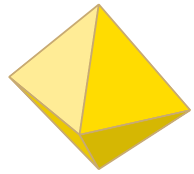
Poliedro	Elemento da natureza
Tetraedro	Fogo
Hexaedro	Terra
Octaedro	Ar
Dodecaedro	Universo
Icosaedro	Água

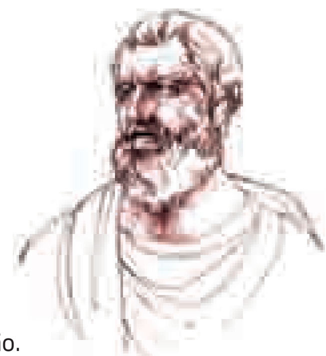

tetraedro regular (4 faces)


dodecaedro regular (12 faces)


hexaedro regular ou cubo (6 faces)


icosaedro regular (20 faces)


octaedro regular (8 faces)


Representação de Platão.

TOMA

Lendo e aprendendo

O cubo gigante do Zabeel Park

O artista David Harber projetou e construiu três grandes esculturas no Zabeel Park, em Dubai, Emirados Árabes. Uma dessas esculturas é o cubo gigante composto de 384 painéis de cobre e aço inoxidável. Esse cubo foi inspirado no jogo de xadrez árabe.

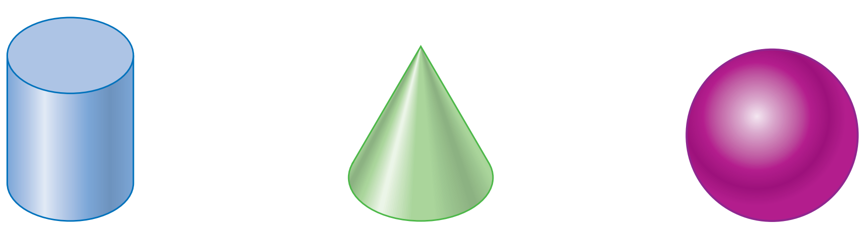
DAVID HARBER LTD.

Cubo gigante constituído de 6 faces, cada uma com 64 painéis de cobre e aço inoxidável. Zabeel Park, Dubai, Emirados Árabes Unidos.

3 Corpos redondos

Peça previamente aos alunos que construam, com vareta e papel-cartão, objetos que, por meio da rotação da vareta na palma da mão, possam reproduzir, como ilusão de ótica, um cilindro, um cone e uma esfera.

Corpos redondos são sólidos geométricos cuja superfície apresenta alguma parte arredondada. Observe os exemplos.

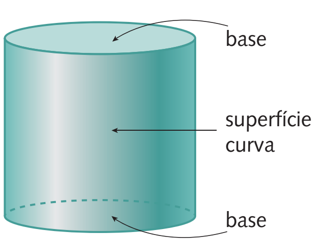


cilindro   cone   esfera

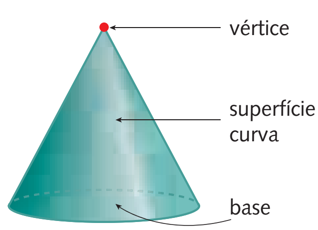
LUIZ RUBIO

Observe alguns elementos do cilindro, do cone e da esfera.

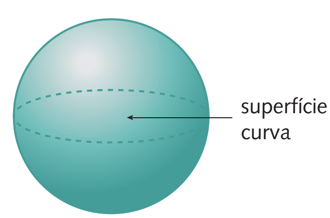
Cilindro



Cone



Esfera



Lendo e aprendendo

FOTOS: JENS HEILMANN FOTOGRAFIE

Bolas históricas

As bolas de futebol estão cada vez mais coloridas e tecnológicas, mas a mais famosa de todas é composta de partes que lembram polígonos regulares de couro, costurados à mão. Ela foi utilizada na Copa do Mundo de Futebol de 1970 e seu modelo ainda é reproduzido no mundo todo.

1930

Antigamente, bolas de diferentes modelos podiam ser usadas na mesma partida. A final da Copa do Uruguai, em 1930, começou a ser disputada com uma bola da seleção argentina e terminou com a bola da foto acima, levada pela seleção uruguaia.

Você sabia?

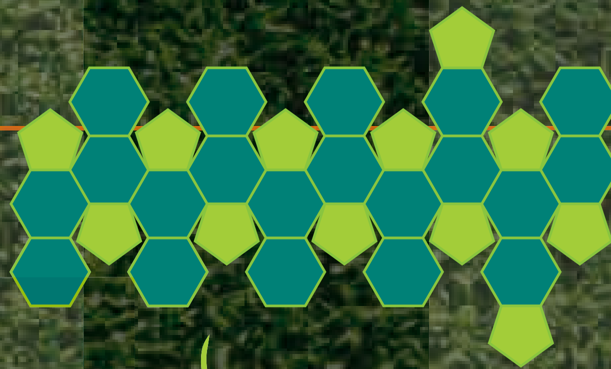
Nos 32 anos em que bolas feitas com pentágonos e hexágonos foram usadas em copas do mundo, a seleção brasileira foi campeã **três vezes** (1970, 1994 e 2002).

Muitas bolas de futebol da primeira metade do século XX eram feitas de tiras de couro com bordas arredondadas, como esta, usada na final da Copa da França, em 1938.

1938

Fontes: FIFA. *Copas do Mundo da Fifa*. Disponível em: <http://quality.fifa.com/pt/Bolas-de-Futebol/Fatos-do-futebol/As-bolas-de-futebol-da-Copa-do-Mundo-FIFA/>; *The New York Times*. The evolution of the World Cup ball. Disponível em: <www.nytimes.com/interactive/2014/06/13/sports/worldcup/world-cup-balls.html>. Acessos em: 3 mar. 2015.

As partes que lembram polígonos que cobrem as bolas abaixo poderiam formar uma figura plana, como a que se vê ao lado.



Esses 32 polígonos planos compõem uma figura geométrica com três dimensões, chamada de icosaedro truncado.

ILUSTRAÇÕES: MARCUS PENNA

1970

Na Copa do México, em 1970, surgiu o modelo mais usado na história da competição: a primeira bola com partes de couro que lembram polígonos regulares, 12 pentágonos pretos e 20 hexágonos brancos.

O padrão de cores mudou, mas o modelo, não: até sua despedida do campeonato, na Copa da Coreia e do Japão, em 2002, a bola de futebol com 32 gomos foi usada em nove edições da competição e se tornou o modelo mais popular do mundo.

2002

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Qual é o nome do sólido geométrico que você associaria a cada uma das imagens?

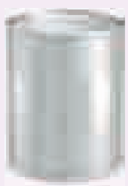
a) 

ADIDAS
esfera

d) 
MALEWITCH/SHUTTERSTOCK
prisma

b) 
COMSTOCK/GETTY IMAGES
cone

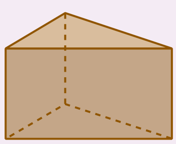
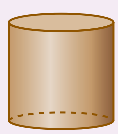
e) 
KTSDESIGN/SCIENCE PHOTO LIBRARY/KEYSTONE BRASIL
prisma

c) 
GITAN100/SHUTTERSTOCK
cilindro

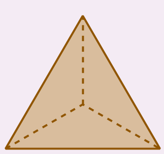
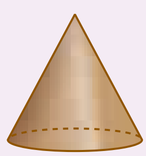
f) 
JANUSZ PIENKOWSKI/SHUTTERSTOCK
pirâmide

2 Escreva no caderno uma semelhança e uma diferença entre:

a) um prisma e um cilindro;

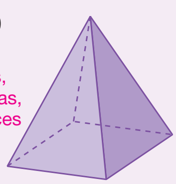



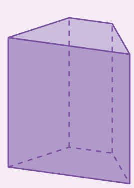
b) uma pirâmide e um cone.

LUIZ RUBIO

3 Determine o número de faces, arestas e vértices de cada figura a seguir.

a) 
5 faces,
8 arestas,
5 vértices

b) 
6 faces,
12 arestas,
8 vértices

4 Imagine que Paula vá friccionar uma palma da mão na outra, fazendo girar o pirulito. O movimento do pirulito remete à imagem de um sólido geométrico. Qual é esse sólido? esfera


GEORGE TUTUMI

5 Junte-se a um colega e completem o quadro. A seguir, verifiquem se o número de vértices mais o número de faces é igual ao número de arestas mais 2 para cada um dos poliedros regulares listados no quadro.

Poliedro regular	Número de vértices	Número de faces	Número de arestas
Tetraedro	4	4	6
Hexaedro	8	6	12
Octaedro	6	8	12
Dodecaedro	20	12	30
Icosaedro	12	20	30

MODELO MODELO
MODELO MODELO

6 Observe a obra a seguir e responda.


COURTESY OF THE ARTIST AND MARGARET THATCHER PROJECTS, NEW YORK

Carlitos, de Carlos Estrada Vega, 2008. Obra em oleopasto, cera, pigmento, petróleo e calcário sobre tela, madeira e núcleo de aço.

Quantos paralelepípedos retângulos de cor única compõem o cubo dessa obra?
$16 \times 16 = 256$

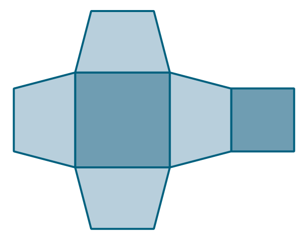
2. a) Exemplo de resposta: ambos são sólidos geométricos; o prisma é um poliedro e o cilindro é um corpo redondo.
b) Exemplo de resposta: ambos são sólidos geométricos; a pirâmide é um poliedro e o cone é um corpo redondo.

4 Planificação da superfície de sólidos geométricos

Mateus adora panetone. A caixa do panetone que ele comprou tem a forma de um sólido geométrico.

Depois de comer o panetone, ele cortou a caixa pelas arestas, com cuidado. Assim, obteve a planificação da caixa. Veja como ficou.

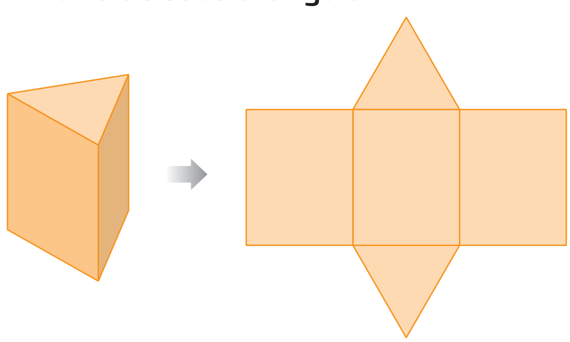
GEORGE TUTUMI



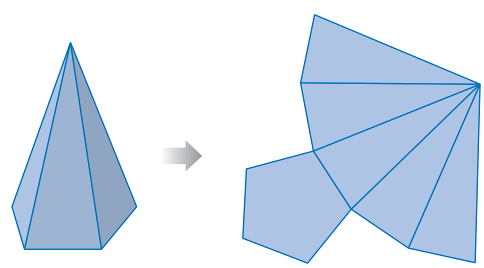
LUIZ RUBIO

Observe, a seguir, uma forma planificada da superfície de alguns sólidos geométricos.

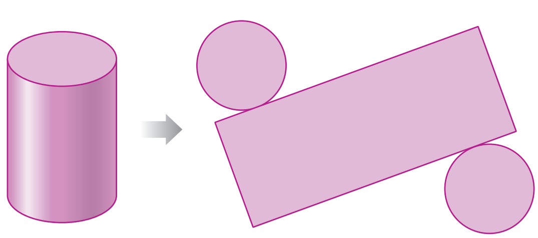
Prisma de base triangular



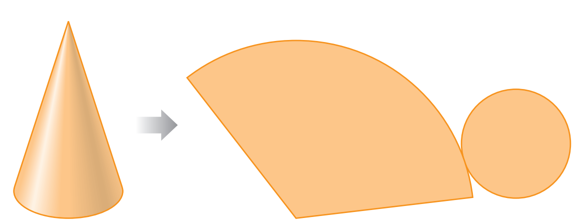
Pirâmide de base pentagonal



Cilindro



Cone

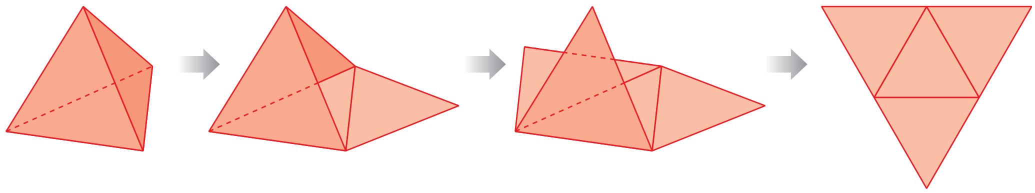


GUILHERME CASAGRANDI

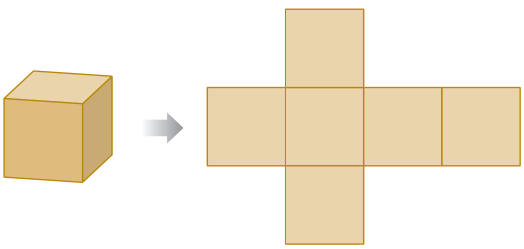
O assunto poderá ser enriquecido com atividades que proponham desenho, recorte e montagem de sólidos por meio de suas planificações.

Poliedros regulares

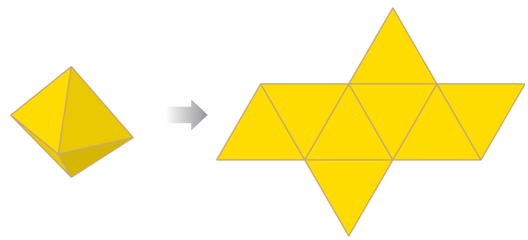
- Tetraedro



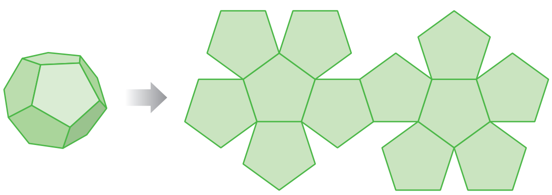
- Cubo



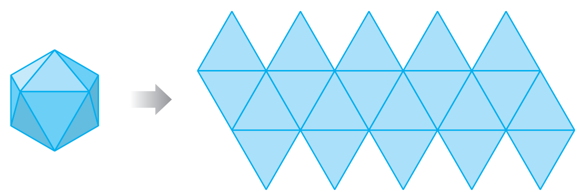
- Octaedro



- Dodecaedro



- Icosaedro



GUILHERME CASAGRANDI

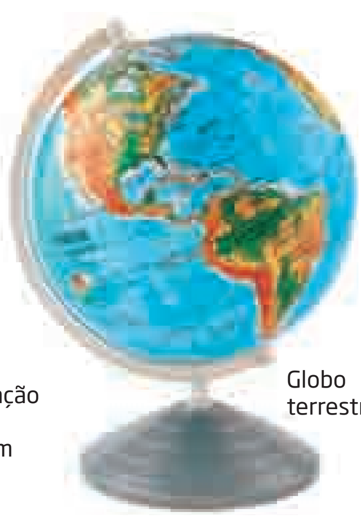
Observação

A planificação da superfície da esfera é impossível, ainda que existam algumas representações gráficas aproximadas, como o mapa abaixo. Observe:

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL

Elaborado a partir de: <http://7a12.ibge.gov.br/images/7a12/mapas/mundo/continentes.pdf>. Acesso em: 4 mar. 2015.

Representação do globo terrestre em superfície plana.



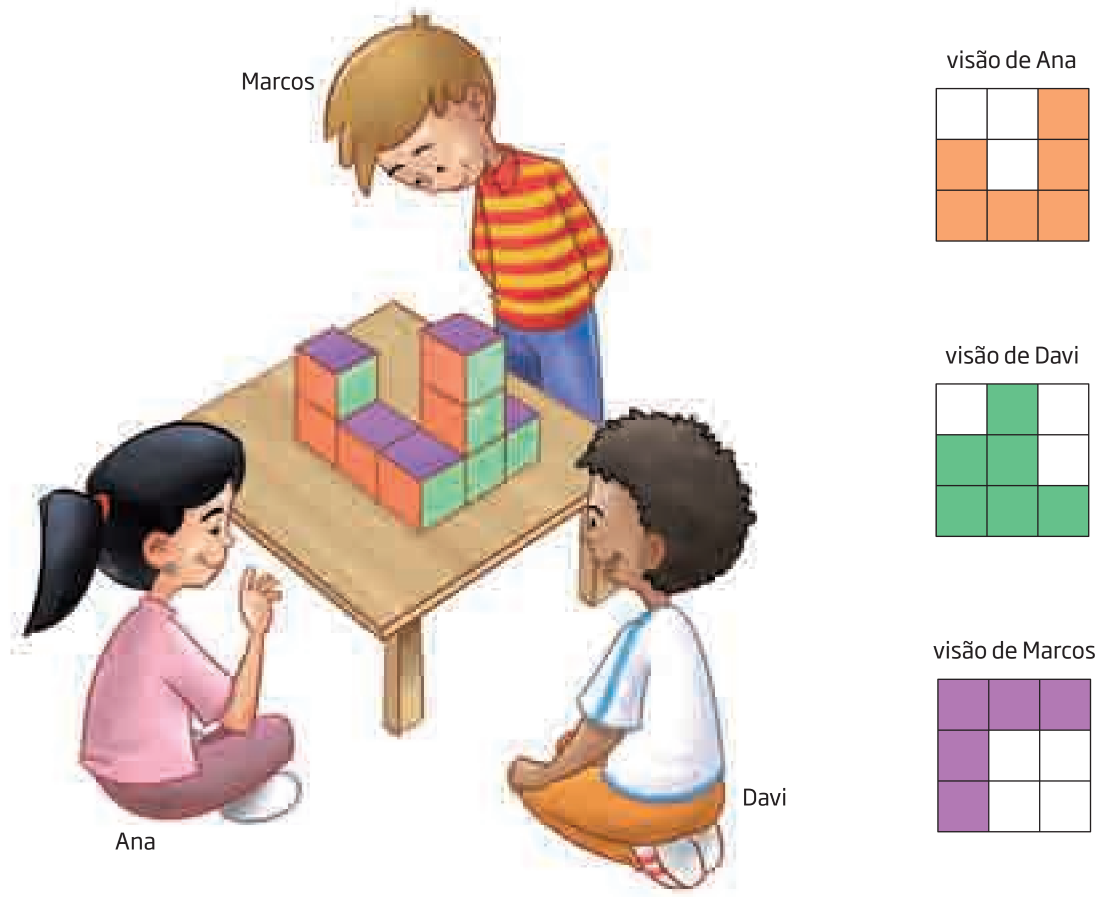
ERGONOMAL/SHUTTERSTOCK

Globo terrestre.

5 Vistas

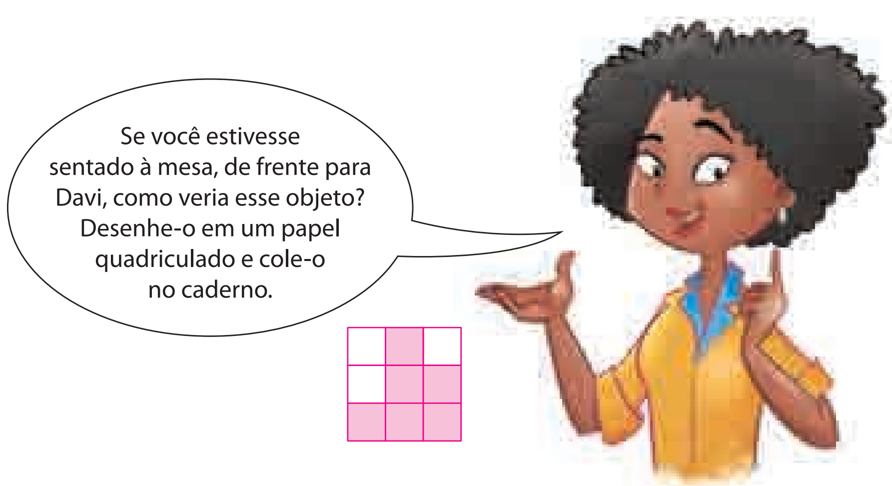
Ana, Davi e Marcos observaram o objeto sobre a mesa.
Veja o desenho que cada um fez da parte que viu do objeto.

GEORGE TUTUMI



GUILHERME CASAGRANDI

De acordo com a posição em que estavam, Ana, Davi e Marcos tinham diferentes vistas do objeto.



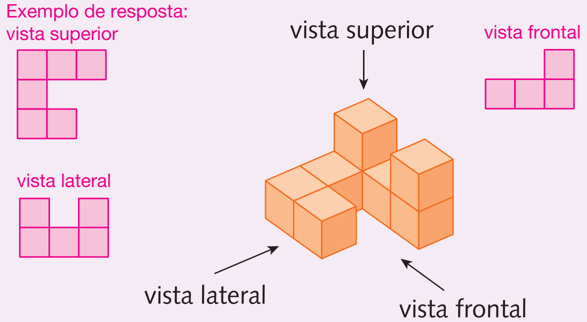
GEORGE TUTUMI

ATIVIDADES

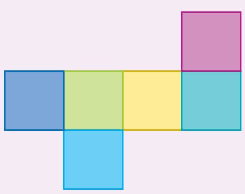
Faça as atividades no caderno.

1 Desenhe a planificação da superfície de uma embalagem com a forma de bloco retangular. Na planificação, pinte com a mesma cor duas faces opostas do bloco, isto é, que não tenham aresta comum. Há só uma planificação possível? não

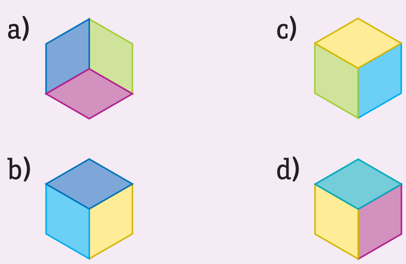
2 Desenhe as vistas superior, frontal e lateral da figura abaixo.



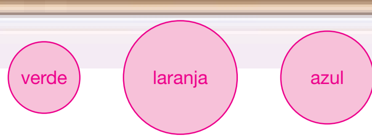
3 Allan montou um cubo por meio da planificação da sua superfície.



Identifique esse cubo. alternativa c



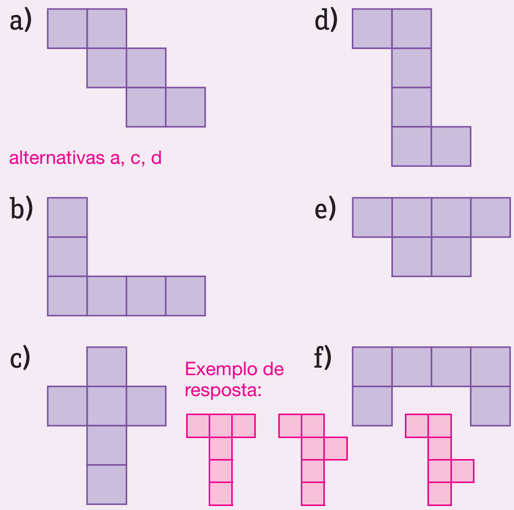
4 Desenhe a vista superior de cada um dos objetos abaixo. A seguir, pinte-as com as respectivas cores. Depois, faça um comentário comparando essas vistas.



Exemplo de comentário: "todas as vistas têm forma de círculo".

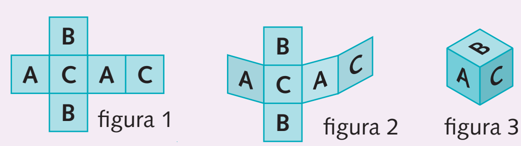
5 Desenhe as vistas superior, frontal e lateral de uma esfera. O que você observou?
As vistas são iguais.

6 Observe as figuras e identifique as que são planificações da superfície de um cubo.

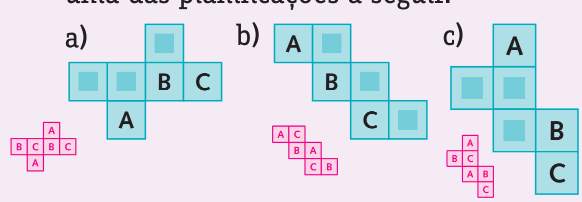


Desenhe a planificação da superfície de um cubo diferente das que você identificou nas figuras acima.

7 Na figura 1, abaixo, temos a planificação de um cubo. Dobrando a planificação de maneira adequada (figura 2), obtemos uma caixa cúbica (figura 3). Observe que a face de cima e a face em contato com o plano são opostas e estão indicadas com a mesma letra.



Junte-se a um colega, copiem as figuras a seguir em uma malha quadriculada e identifiquem as faces opostas em cada uma das planificações a seguir.



8 Uma pirâmide pentagonal regular (cuja base tem cinco lados) é um poliedro regular? Justifique sua resposta. Não, pois os poliedros regulares têm as faces formadas por figuras idênticas.

Resolvendo em equipe

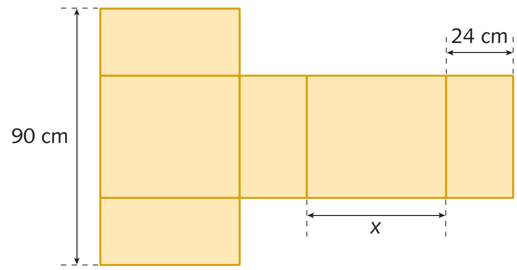
Faça as atividades no caderno.

(Enem) Conforme regulamento da Agência Nacional de Aviação Civil (Anac), o passageiro que embarcar em voo doméstico poderá transportar bagagem de mão, contudo a soma das dimensões da bagagem (altura + comprimento + largura) não pode ser superior a 115 cm.

A figura mostra planificação de uma caixa que tem a forma de um paralelepípedo retângulo.

O maior valor possível para x, em centímetros, para que a caixa permaneça dentro dos padrões permitidos pela Anac é:

a) 25 b) 33 c) 42 d) 45 e) 49



LUIZ RUBIO

Interpretação e identificação dos dados

- Leia o enunciado da questão e procure relacioná-lo à figura dada.
- Responda: Resposta pessoal. Espera-se que o aluno identifique, na figura, os segmentos de reta que representam cada uma das três dimensões.

I. Quantas dimensões foram indicadas diretamente na figura? apenas uma: 24 cm

II. Com base nas informações da figura, é possível encontrar todas as medidas necessárias? Não. É possível encontrar apenas mais uma dimensão, que é indicada de forma indireta pelos 90 cm.

Plano de resolução

- Calcule a dimensão indicada de forma indireta na figura. Indicando por a a medida da largura da caixa, temos: $90 = 24 + 24 + a$, ou seja, $a = 42$ cm.
- Considerando as informações fornecidas pelo texto e pela figura do enunciado, elabore um esquema que represente um possível processo de resolução do problema. Resposta pessoal.

Resolução

- Junte-se a um colega. Avaliem o plano de resolução de cada um e representem uma das resoluções.
- Unam-se a outra dupla e discutam as diferenças e as semelhanças entre os planos escolhidos pelas duas duplas. Com base na análise das estratégias, executem o processo de resolução. Resposta pessoal. Duas dimensões foram indicadas na figura: uma de forma direta (24 cm) e outra de forma indireta (42 cm). Assim, a terceira dimensão será definida por: $24 + 42 + x \leqslant 115$, ou seja, $x \leqslant 49$ cm.

<u>Observação</u>

Resolvam o problema de forma coletiva, mas façam o registro individual no caderno.

Verificação

- Releiam o problema e verifiquem se todas as condições do enunciado foram satisfeitas.

Apresentação

- A Agência Nacional de Aviação Civil (Anac) disponibiliza em seu *site* uma cartilha com orientações aos passageiros sobre suas bagagens: <http://www2.anac.gov.br/dicasanac/pdf/novo/anac_panfleto_bagagem.pdf> (acesso em: 17 dez. 2014). Acessem o *site* e elaborem algumas ilustrações sobre três informações relevantes presentes na cartilha. Essas ilustrações poderão ser divulgadas para a comunidade escolar. Nessa cartilha, além de informações relativas à bagagem de mão, há outras, relacionadas, por exemplo, ao transporte de líquidos, à quantidade de massa (em quilograma) das bagagens e aos objetos cujo transporte é permitido. Se julgar relevante, organize uma apresentação das ilustrações feitas pelos alunos.

Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Faça as atividades no caderno.

Revisitando

1 Dentre os sólidos geométricos estudados neste capítulo, quais foram os dois tipos destacados?
poliedros e corpos redondos

2 Cite uma aplicação industrial dos poliedros. Exemplos de resposta: construção civil, peças de máquinas, mobiliário etc.

3 Que objetos de seu cotidiano lembram corpos redondos? Exemplos de resposta: bolas (de futebol, basquete, vôlei etc.), lápis, vasos para plantas, mangueiras para líquidos ou gases, sorvetes de casquinha.

4 As embalagens de vários produtos podem ser desmontadas e decompostas em figuras planas. Qual é o conceito visto neste capítulo que está associado à esta situação?
com o conceito de planificação da superfície de sólidos geométricos

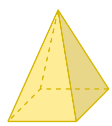
5 Uma loja de móveis quer apresentar seus produtos por meio de um catálogo com fotos. De que modo as fotos de uma cadeira devem ser tiradas para que o produto fique bem ilustrado no catálogo? Exemplo de resposta: fotos com vista de cima, de lado e de frente.

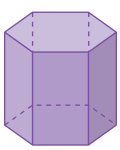
Aplicando

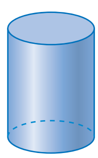
1 Indique a figura que não é um poliedro.

a) 

alternativa d

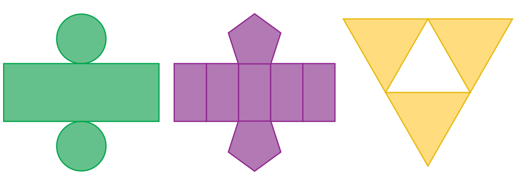
c) 

b) 

d) 

GUILHERME CASAGRANDI

2 **(Enem)** Maria quis inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações? alternativa a

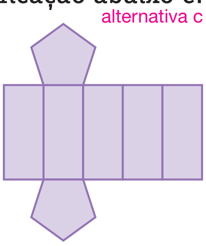
a) Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.
b) Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.
c) Cone, tronco de pirâmide e prisma.
d) Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.
e) Cilindro, prisma e tronco de cone.

3 **(Saresp)** O quarto de Felipe estava uma bagunça e sua mãe mandou que ele o arrumasse. O menino adora Matemática e resolveu guardar seus brinquedos de uma forma diferente. Ele pegou duas caixas de papelão e escreveu: **caixa A – Figuras Planas** e **caixa B – Figuras Espaciais**. Ajude Felipe a colocar os brinquedos que lembram figuras planas na caixa A e os brinquedos que lembram figuras espaciais na caixa B. Marque a alternativa em que os brinquedos estão nas caixas certas. alternativa c

a) Caixa A: bola, foto – caixa B: dado, figurinha.
b) Caixa A: dado, foto – caixa B: figurinha, bola.
c) Caixa A: figurinha, foto – caixa B: dado, bola.
d) Caixa A: figurinha, bola – caixa B: dado, foto.

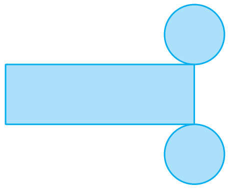
4 **(Saresp)** A forma geométrica espacial que pode ser associada à planificação abaixo é: alternativa c

a) um cilindro.
b) uma pirâmide de base pentagonal.
c) um prisma de base pentagonal.
d) um paralelepípedo.



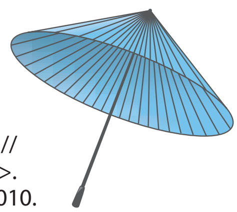
LUIZ RUBIO

5 Qual é o sólido geométrico cuja superfície corresponde à planificação? cilindro



LUIZ RUBIO

6 **(Enem)** A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais.



GUILHERME CASAGRANDI

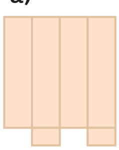
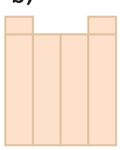
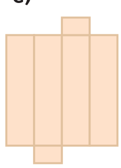
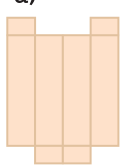
Disponível em: <http://mdmat.psico.ufrgs.br>. Acesso em: 1º maio 2010.

Esta figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de: alternativa e

a) pirâmide
b) semiesfera
c) cilindro
d) tronco de cone
e) cone

7 **(Saresp)** Observe a caixa representada abaixo:

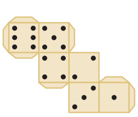
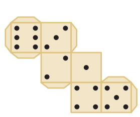
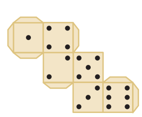
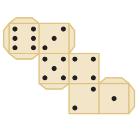
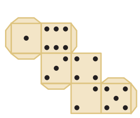
Uma planificação dessa caixa é: alternativa c

a) 
b) 
c) 
d) 

LUIZ RUBIO

Com um colega, resolva o problema a seguir.

8 **(Obmep)** Num dado comum, a soma dos pontos de duas faces opostas é sempre 7. É possível construir um dado comum dobrando e colando uma das peças de papelão a seguir. Que peça é essa? alternativa c

a) 
c) 
e) 
b) 
d) 

GUILHERME CASAGRANDI

DESAFIO

Com um colega, resolva o problema a seguir.

(Saresp) A figura indica seis rádios e o desenho de suas vistas superior e lateral.

Rádio 1 Rádio 2 Rádio 3 Rádio 4 Rádio 5 Rádio 6

Vista superior

A B C D E F

Vista lateral

G H I J K L

GEORGE TUTUMI

A tabela correta que relaciona cada rádio com suas vistas é: alternativa c

a)

Rádio	Vista superior	Vista lateral
1	B	L
2	E	J
3	A	K
4	C	G
5	F	H
6	D	I

b)

Rádio	Vista superior	Vista lateral
1	D	I
2	C	L
3	F	H
4	E	G
5	A	J
6	B	K

c)

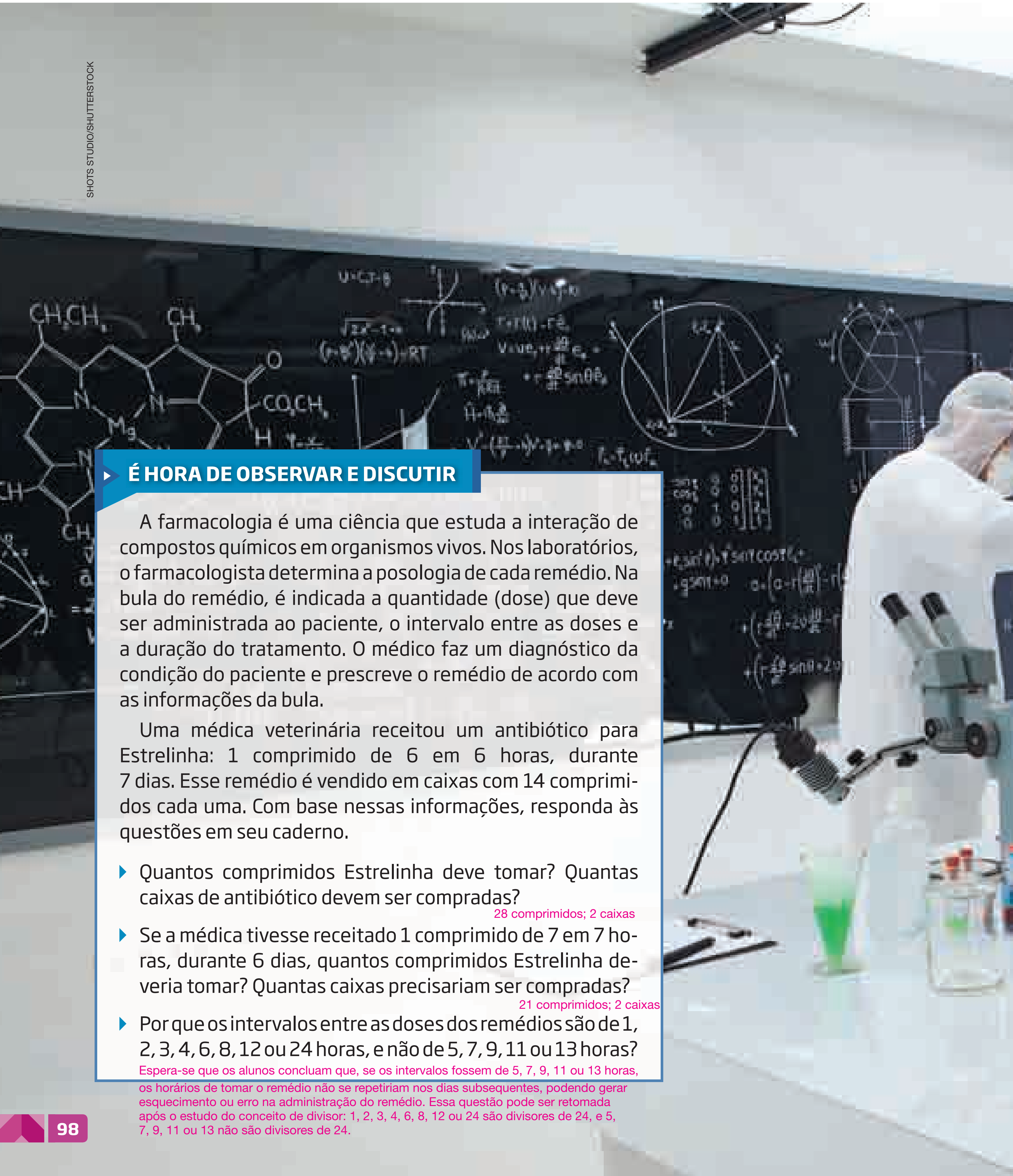
Rádio	Vista superior	Vista lateral
1	B	L
2	E	J
3	A	H
4	E	I
5	D	G
6	F	K

d)

Rádio	Vista superior	Vista lateral
1	F	L
2	E	J
3	A	H
4	C	I
5	D	G
6	B	K

CAPÍTULO

5 MÚLTIPLOS E DIVISORES



SHOTS STUDIO/SHUTTERSTOCK

É HORA DE OBSERVAR E DISCUTIR

A farmacologia é uma ciência que estuda a interação de compostos químicos em organismos vivos. Nos laboratórios, o farmacologista determina a posologia de cada remédio. Na bula do remédio, é indicada a quantidade (dose) que deve ser administrada ao paciente, o intervalo entre as doses e a duração do tratamento. O médico faz um diagnóstico da condição do paciente e prescreve o remédio de acordo com as informações da bula.

Uma médica veterinária receitou um antibiótico para Estrelinha: 1 comprimido de 6 em 6 horas, durante 7 dias. Esse remédio é vendido em caixas com 14 comprimidos cada uma. Com base nessas informações, responda às questões em seu caderno.

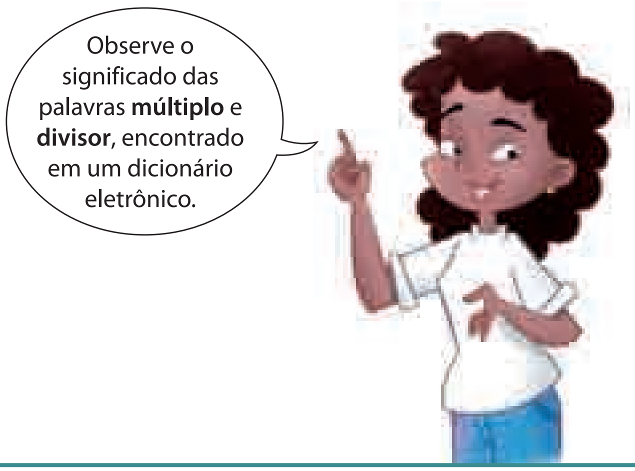
- Quantos comprimidos Estrelinha deve tomar? Quantas caixas de antibiótico devem ser compradas?
  28 comprimidos; 2 caixas
- Se a médica tivesse receitado 1 comprimido de 7 em 7 horas, durante 6 dias, quantos comprimidos Estrelinha deveria tomar? Quantas caixas precisariam ser compradas?
  21 comprimidos; 2 caixas
- Por que os intervalos entre as doses dos remédios são de 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 ou 24 horas, e não de 5, 7, 9, 11 ou 13 horas?
  Espera-se que os alunos concluam que, se os intervalos fossem de 5, 7, 9, 11 ou 13 horas, os horários de tomar o remédio não se repetiriam nos dias subsequentes, podendo gerar esquecimento ou erro na administração do remédio. Essa questão pode ser retomada após o estudo do conceito de divisor: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 ou 24 são divisores de 24, e 5, 7, 9, 11 ou 13 não são divisores de 24.

Neste capítulo, vamos apresentar os conceitos de múltiplos e divisores e suas aplicações na solução de problemas do dia a dia. Os questionamentos da página anterior propiciam a discussão de ideias sobre múltiplos e divisores, bem como a resolução de problemas tomando por base esses conceitos.

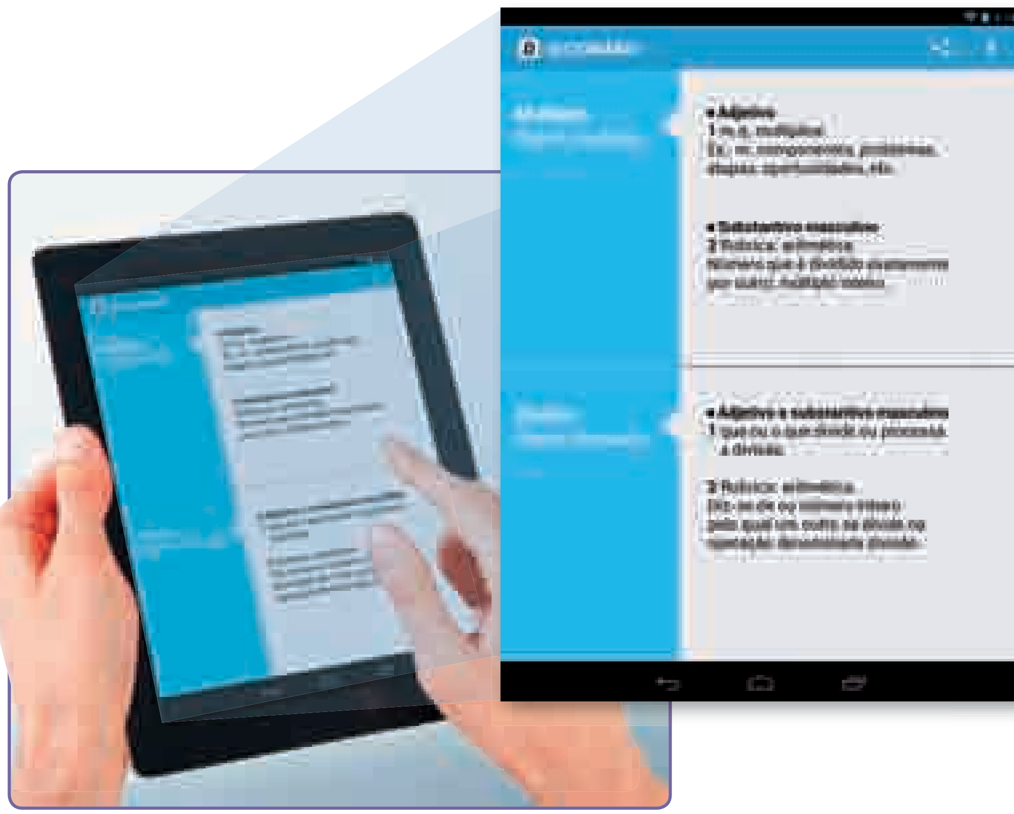
No laboratório podem ser realizadas pesquisas diversas.

TROCANDO IDEIAS

Faça as atividades no caderno.



GEORGE TUTUMI



BLOOMUA/SHUTTERSTOCK

Fonte: *Dicionário eletrônico Houaiss da língua portuguesa*. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009.

Agora, responda: a que operação matemática está relacionada a palavra **múltiplo**? E a palavra **divisor**? multiplicação; divisão

Neste capítulo, vamos estudar os múltiplos e os divisores de vários números, além de aprender a determinar o máximo divisor comum (mdc) e o mínimo múltiplo comum (mmc).

1 Múltiplos de um número natural

Observe, no quadro abaixo, as tabuadas do 7, do 9 e do 23.

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	...
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	...
23	0	23	46	69	92	115	138	161	184	207	230	...

O conceito de múltiplo está relacionado com multiplicação.

A tabuada é obtida por meio da multiplicação dos números 7, 9 e 23 pela sucessão dos números naturais: 0, 1, 2, 3, 4, ...

Os números 0, 7, 14, 21, 28, ..., obtidos pela tabuada do 7, são múltiplos de 7. Essa é a sequência dos múltiplos de 7.

Múltiplo de um número natural é o produto desse número por um número natural qualquer.

Observe que, na sequência dos múltiplos de 7, as reticências indicam que a sequência não termina: somando 7 com 28, obtemos 35; somando 7 com 35, obtemos 42; e assim por diante. Você pode observar também que é **padrão** a sequência aumentar de "7 em 7".

Padrão

Característica que se repete ou modelo que é seguido.

Veja outros exemplos:

- 0, 9, 18, 27, 36, ... são múltiplos de 9. Essa é a sequência dos múltiplos de 9.
- 0, 23, 46, 69, 92, ... são múltiplos de 23. Essa é a sequência dos múltiplos de 23.

Observações

1 Todo número natural é múltiplo dele mesmo. Veja:

- $6 \cdot 1 = 6$ — 6 é múltiplo de 6.
- $15 \cdot 1 = 15$ — 15 é múltiplo de 15.
- $57 \cdot 1 = 57$ — 57 é múltiplo de 57.

2 Não existe o maior múltiplo de um número natural não nulo. A sequência dos múltiplos de um número natural, diferente de zero, é infinita.

É fácil verificar se um número é múltiplo de outro. Veja os exemplos a seguir.

- O número 72 é múltiplo de 6?

  Para responder a essa pergunta, devemos efetuar a divisão de 72 por 6.

  Observe:

$$\begin{array}{r|l} 72 & 6 \\ \hline 0 & 12 \end{array}$$

divisão exata ← 0

Como a divisão é exata, podemos afirmar que 72 é **divisível** por 6 ou que 72 é **múltiplo** de 6, pois $6 \cdot 12 = 72$.

- O número 270 é múltiplo de 16?

$$\begin{array}{r|l} 270 & 16 \\ \hline 110 & 16 \\ 14 & \end{array}$$

14 → divisão não exata

Como a divisão não é exata, podemos afirmar que 270 **não é múltiplo** de 16.

Observações

1 O zero só tem um múltiplo: o próprio zero. Veja:

- $0 \cdot 0 = 0$
- $0 \cdot 1 = 0$
- $0 \cdot 2 = 0$

2 O zero, porém, é múltiplo de todos os números. Veja:

- $5 \cdot 0 = 0$ → 0 é múltiplo de 5.
- $12 \cdot 0 = 0$ → 0 é múltiplo de 12.
- $85 \cdot 0 = 0$ → 0 é múltiplo de 85.

3 Podemos falar em múltiplo de zero porque existem multiplicações por zero. Porém, não podemos falar que um número é divisível por zero, uma vez que não existe divisão por zero.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Quais são os cinco menores múltiplos de 17? 0, 17, 34, 51 e 68

2 Digite, na calculadora, as teclas [2] [3] [+]. Você vai visualizar o número 23. Em seguida, digite sucessivamente a tecla [=].

a) Quais foram os quatro primeiros números que apareceram no visor?

b) Qual é a particularidade desses números?

a) 46, 69, 92 e 115
b) São os quatro primeiros múltiplos de 23, fora o zero e ele próprio.

3 Determine:

a) os múltiplos de 7 maiores que 50 e menores que 80; 56, 63, 70 e 77

b) os múltiplos de 16 compreendidos entre 151 e 201. 160, 176 e 192

4 Quais são os dois múltiplos consecutivos de 9 cuja soma é 279? 135 e 144

5 Responda às questões a seguir.

a) O número 345 é múltiplo de 7? não

b) O número 1 445 é múltiplo de 17? sim

c) Dos números 147, 385, 504 e 7 401, quais são múltiplos de 21? 147 e 504

d) Qual é o menor número natural que devemos somar com 68 para obter um múltiplo de 13? 10

6 O número 3 192 é múltiplo de 7? Depois de 3 192, qual é o próximo número natural divisível por 7? sim; 3 199

2. As etapas apresentadas podem variar de uma calculadora para outra. Oriente os alunos cujas calculadoras funcionem de maneiras diferentes da indicada.

2 Divisores de um número natural

Leandra quer montar a vitrina de sua floricultura com seis arranjos de orquídeas.

Ela pode colocá-los em um único suporte.

$6 : 1 = 6$

Ela pode colocá-los em dois suportes, cada suporte com três arranjos.

$6 : 2 = 3$

Ela pode colocá-los em três suportes, cada suporte com dois arranjos.

$6 : 3 = 2$

Ela pode colocar cada arranjo em um suporte.

$6 : 6 = 1$

GEORGE TUTUMI

Se Leandra usasse quatro suportes, conseguiria distribuir os seis arranjos igualmente nesses suportes?

Como a divisão de 6 por 1, 2, 3 e 6 é exata, dizemos que 6 é divisível por esses números. Já a divisão de 6 por 4 não é exata. Concluímos, portanto, que não seria possível distribuir seis arranjos de orquídeas, igualmente, em quatro suportes.

Os números 1, 2, 3 e 6 são os **divisores naturais** ou **fatores naturais** de 6.

Observe estas divisões:

$$\begin{array}{r|l} 135 & \underline{15} \\ 0 & 9 \end{array}$$

divisão exata

- 15 é divisor de 135

$$\begin{array}{r|l} 322 & \underline{23} \\ 0 & 14 \end{array}$$

divisão exata

- 23 é divisor de 322

$$\begin{array}{r|l} 176 & \underline{18} \\ 14 & 9 \end{array}$$

divisão não exata

- 18 **não** é divisor de 176

$$\begin{array}{r|l} 246 & \underline{16} \\ 6 & 15 \end{array}$$

divisão não exata

- 16 **não** é divisor de 246

Observações

1 O zero não é divisor de nenhum número natural.
Por exemplo: $5 : 0 = ?$
Note que não existe nenhum número que, multiplicado por zero, dê 5 como resultado.

2 Todo número natural diferente de zero é divisor dele mesmo.

- $6 : 6 = 1$
  6 é divisor de 6.
- $8 : 8 = 1$
  8 é divisor de 8.
- $15 : 15 = 1$
  15 é divisor de 15.

3 O número 1 é divisor de todos os números naturais.

- $8 : 1 = 8$
  1 é divisor de 8.
- $12 : 1 = 12$
  1 é divisor de 12.
- $0 : 1 = 0$
  1 é divisor de 0.

Lendo e aprendendo

Números perfeitos

Os gregos chamavam de número perfeito o número natural em que a soma de seus divisores próprios (excluído o próprio número) coincidisse com ele.

Exemplos

Número perfeito	Divisores próprios	Cálculo da soma dos divisores próprios
6	1, 2 e 3	$1 + 2 + 3 = 6$
28	1, 2, 4, 7 e 14	$1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Efetue divisões para verificar se o número 600 é divisível por: 600 é divisível por 12, 15 e 24.

a) 12
b) 15
c) 18
d) 24
e) 36
f) 90

2 Escreva no caderno:

a) todos os divisores de 30; 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 e 30
b) os divisores de 72 compreendidos entre 10 e 30; 12, 18 e 24
c) os divisores ímpares de 40; 1 e 5
d) os divisores pares de 40. 2, 4, 8, 10, 20 e 40

3 Responda às questões abaixo.

a) Qual é o maior divisor de qualquer número não nulo? ele próprio
b) Qual é o menor divisor de qualquer número? 1
c) O número 0 é divisível por todos os outros números naturais? sim, com exceção do próprio zero
d) Quais são os números que, divididos por 2, deixam resto 1? os números ímpares

4 Determine:

a) o maior número de três algarismos divisível por 2; 998
b) os três maiores divisores de 32; 32, 16 e 8
c) o maior número de três algarismos divisível por 23. 989

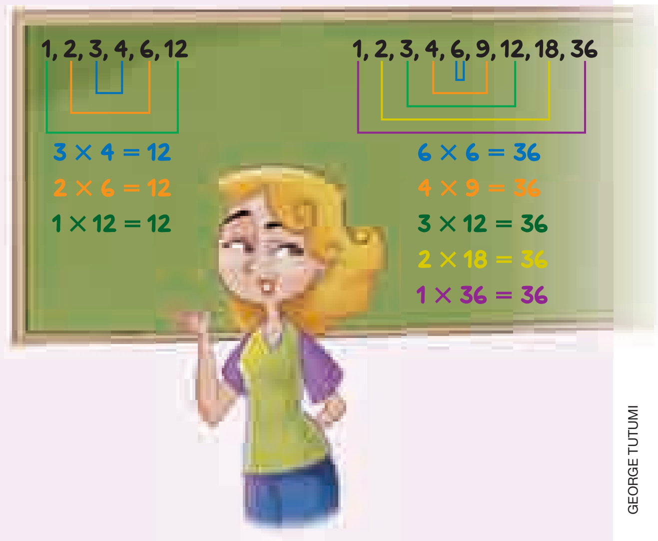
5 Qual é o menor número que devemos adicionar a 1 657 para torná-lo um múltiplo de 100? 43

6 Leia as afirmações abaixo e indique, no caderno, se são verdadeiras ou falsas.

a) 2 é divisor de 1 154. verdadeira
b) 7 é divisor de 185. falsa
c) 3, 5, 9 e 10 são divisores de 810. verdadeira
d) 2, 3, 9 e 100 são divisores de 117. falsa
e) 8 é divisor de 84. falsa
f) 16 é divisor de 500. falsa
g) 32 é divisor de 288. verdadeira
h) 14 é divisor de 196. verdadeira

7 Junte-se a um colega, leiam a questão e a resolvam.

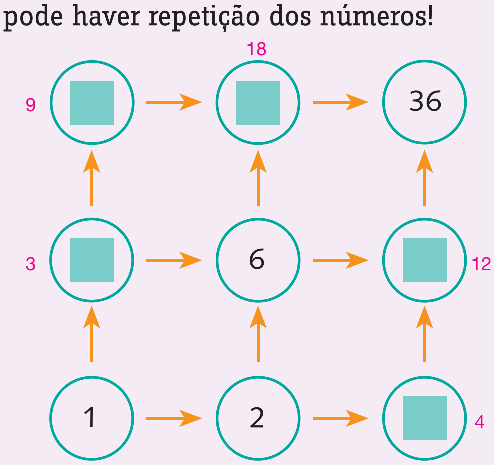
A professora escreveu em um quadro os divisores de 12 e os divisores de 36 em ordem crescente. Em seguida, uniu alguns desses divisores. Observe:



GEORGE TUTUMI

Que conclusões sugerem os registros da professora?

8 Copie a figura abaixo no caderno, substituindo os ▢ pelos divisores de 36, de modo que cada número seja divisor daquele que vem depois da seta. Mas atenção: não pode haver repetição dos números!



LUIZ RUBIO

9 Determine o algarismo ★ de modo que o número 18★3 seja divisível por 2. Como você explicaria sua resposta para um colega? Não existe.

7. Espera-se que os alunos percebam que o número 12 apresenta um número par de divisores (6). Verificamos que o produto do primeiro divisor dessa sequência pelo último, do segundo divisor pelo penúltimo, e assim sucessivamente, é igual a 12. O número 36 apresenta um número ímpar de divisores (9). Verificamos que o divisor do centro dessa sequência multiplicado por ele mesmo é igual a 36 e o produto do primeiro divisor pelo último, do segundo divisor pelo penúltimo, e assim sucessivamente, é também igual a 36.

3 Critérios de divisibilidade

Já aprendemos a verificar se um número é divisível por outro efetuando divisões. Agora, vamos aprender alguns **critérios de divisibilidade** que nos permitem verificar se um número é divisível por outro sem efetuar a divisão.

Diga aos alunos que a verificação de alguns exemplos não é suficiente para provar o critério de divisibilidade. Explique que para cada um desses critérios há uma demostração.

Divisibilidade por 2

Observe as divisões:

```
12 |_2_
 0   6
```

```
75 |_2_
15   37
 1
```

```
90 |_2_
10   45
 0
```

```
137 |_2_
 17   68
  1
```

GEORGE TUTUMI

Percebemos que, quando dividimos números pares por 2, obtemos resto zero e, quando dividimos números ímpares por 2, obtemos resto 1.

Um número natural é divisível por 2 quando é par, ou seja, quando termina em 0, 2, 4, 6 ou 8.

Divisibilidade por 3

Observe as divisões:

```
1 437 |_3_
  23    479
   27
    0
```

```
1 438 |_3_
  23    479
   28
    1
```

```
1 439 |_3_
  23    479
   29
    2
```

```
1 440 |_3_
  24    480
   00
    0
```

```
1 441 |_3_
  24    480
   01
    1
```

- O número 1 437 **é** divisível por 3. A soma de 1 + 4 + 3 + 7 é 15, que **é** divisível por 3.
- O número 1 438 **não é** divisível por 3. A soma de 1 + 4 + 3 + 8 é 16, que **não é** divisível por 3.
- O número 1 439 **não é** divisível por 3. A soma de 1 + 4 + 3 + 9 é 17, que **não é** divisível por 3.
- O número 1 440 **é** divisível por 3. A soma de 1 + 4 + 4 + 0 é 9, que **é** divisível por 3.
- O número 1 441 **não é** divisível por 3. A soma de 1 + 4 + 4 + 1 é 10, que **não é** divisível por 3.

Sem efetuar a divisão, pense: qual é o resto da divisão de 1 442 por 3? E de 1 443 por 3? 2; 0

Calcule mentalmente as somas de: $1 + 4 + 4 + 2$ e $1 + 4 + 4 + 3$.

Agora, responda: 1 442 é divisível por 3? E 1 443, é divisível por 3? 1 442 não é divisível por 3; 1 443 é divisível por 3.

> Um número natural é divisível por 3 quando a soma dos seus algarismos é divisível por 3.

Divisibilidade por 4

É possível verificar se um número maior ou igual a 100 é divisível por 4, analisando apenas os seus dois últimos algarismos.

Sabemos que 100 é divisível por 4, pois $100 = \mathbf{4} \times 25$. São também divisíveis por 4 os números 200, 300, 400, 1 100, 1 300 e todos os outros números terminados em 00, pois:

$$200 = 2 \times 100 = 2 \times \mathbf{4} \times 25$$

$$300 = 3 \times 100 = 3 \times \mathbf{4} \times 25$$

$$400 = 4 \times 100 = 4 \times \mathbf{4} \times 25$$

$$1\,100 = 11 \times 100 = 11 \times \mathbf{4} \times 25$$

$$2\,300 = 23 \times 100 = 23 \times \mathbf{4} \times 25$$

Observe, agora, as divisões:

```
4116 | 4
01     1029
 11
  36
   0
```

```
3850 | 4
 25    962
  10
   2
```

- O número 4 116 é divisível por 4.
  Observe que $4\,116 = \underline{4\,100} + \underline{16}$
  4 100 é divisível por 4, pois termina em 00
  16 também é divisível por 4.

- O número 3 850 não é divisível por 4.
  Observe que $3\,850 = \underline{3\,800} + \underline{50}$
  3 800 é divisível por 4, pois termina em 00
  50 não é divisível por 4.

> Um número natural, maior ou igual a 100, é divisível por 4 quando termina em 00 ou quando o número formado pelos seus dois últimos algarismos é divisível por 4.

Lendo e aprendendo

Ano bissexto

Um ano é o intervalo de tempo correspondente a uma revolução da Terra em torno do Sol.

Poucas décadas antes de Cristo, já se acreditava que a Terra levava cerca de 365 dias e 6 horas para dar uma volta em torno do Sol. Assim, para compensar essas 6 horas adicionais no calendário, em 45 a.C., o imperador romano Júlio César instituiu a inserção, de quatro em quatro anos, do dia 29 de fevereiro. Desde então, o ano em que há o dia 29 de fevereiro tem 366 dias (daí o termo "bissexto", em que o número 6 aparece duas vezes). Os anos bissextos são divisíveis por 4.

Fevereiro 2024

Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sáb
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29		

LUIZ RUBIO

O tempo exato correspondente a um ano é 365 dias, 5 horas, 48 minutos e 47 segundos. Com o arredondamento desse tempo para 366 dias, a cada intervalo de 400 anos haveria uma diferença acumulada de três dias. Para compensar essa distorção, foram eliminados alguns anos cujo número é divisível por 4. Assim, entre os números que terminam em 00, passaram a ser considerados bissextos apenas os divisíveis por 400.

Exemplos

- 2000 foi ano bissexto, pois 2 000 é divisível por 4 e por 400.
- 2200 não será ano bissexto, pois 2 200 é divisível por 4, mas não é divisível por 400.

Divisibilidade por 5

Pense em vários múltiplos de 5 e observe com que algarismo eles terminam.

GEORGE TUTUMI

Um número natural é divisível por 5 quando termina em 0 ou 5.

Divisibilidade por 6

Observe as divisões:

$$\begin{array}{r|l} 312 & 6 \\ \hline 12 & 52 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 609 & 6 \\ \hline 00 & 101 \\ 09 & \\ 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 716 & 6 \\ \hline 11 & 119 \\ 56 & \\ 2 & \end{array}$$

- O número 312 **é** divisível por 6.

  O número 312 **é** divisível por 2, pois é par, e por 3, pois a soma de 3 + 1 + 2 é 6.

- O número 609 **não é** divisível por 6.

  O número 609 **é** divisível por 3, pois a soma de 6 + 0 + 9 é 15, mas **não é** divisível por 2 porque é ímpar.

- O número 716 **não é** divisível por 6.

  O número 716 **é** divisível por 2, pois é par, mas **não é** divisível por 3, pois a soma de 7 + 1 + 6 é 14, **que não** é divisível por 3.

> Um número natural é divisível por 6 quando é divisível por 2 e também por 3.

Divisibilidade por 9

Observe as divisões:

$$\begin{array}{r|l} 6435 & 9 \\ \hline 13 & 715 \\ 45 & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 34869 & 9 \\ \hline 78 & 3874 \\ 66 & \\ 39 & \\ 3 & \end{array}$$

- O número 6 435 **é** divisível por 9.

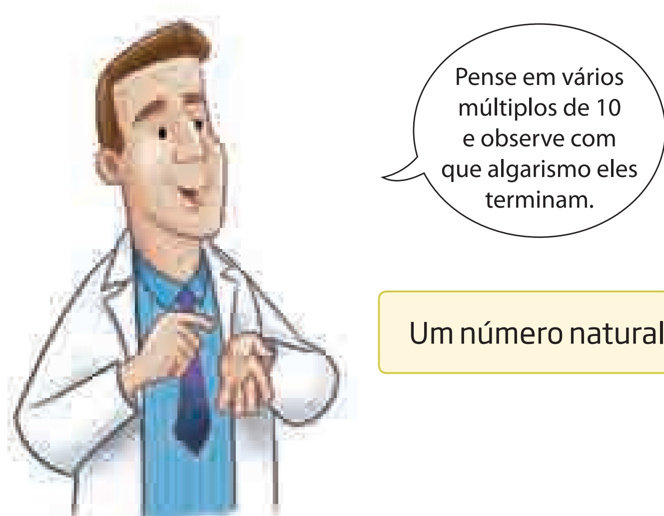
  A soma de 6 + 4 + 3 + 5 é 18, que **é** divisível por 9.

- O número 34 869 **não é** divisível por 9.

  A soma de 3 + 4 + 8 + 6 + 9 é 30, que **não é** divisível por 9.

> Um número natural é divisível por 9 quando a soma dos seus algarismos é divisível por 9.

Divisibilidade por 10



GEORGE TUTUMI

> Um número natural é divisível por 10 quando termina em 0.

Faça as atividades no caderno.

1 Copie, no caderno, o quadro abaixo e marque com **X** os divisores de cada número.

Divisores / Números	2	3	4	5	6
216	X	X	X		X
678	X	X			X
745				X	
1 224	X	X	X		X
3 206	X				

MODELO MODELO MODELO MODELO

2 Escreva, no caderno, o menor número de três algarismos divisível por:

a) 2 100
b) 3 102
c) 4 100
d) 5 100
e) 6 102

3 Identifique os números que são divisíveis, ao mesmo tempo, por 2 e por 5. alternativas b, c, e

a) 805
b) 160
c) 420
d) 222
e) 5 000
f) 803

4 Reescreva as afirmativas corretas. são corretas: a, c, d

a) Todo número divisível por 6 é também divisível por 2.
b) Todo número par é divisível por 5.
c) Nenhum número ímpar é divisível por 2.
d) Todo número divisível por 4 é também divisível por 2.

5 Dado o número de três algarismos: 5■6, pergunta-se:

a) Esse número é divisível por 5? não
b) Por que valores devemos substituir ■ para obter um número divisível por 3? 1, 4 e 7

6 Determine:

a) o maior número de três algarismos divisível por 5; 995
b) o menor número de três algarismos divisível ao mesmo tempo por 2, por 3 e por 5; 120
c) o maior número de três algarismos divisível ao mesmo tempo por 3 e por 4. 996

7 Registre, no caderno, quais dos anos apresentados são bissextos. 1764

1500 — Chegada de Pedro Álvares Cabral à América.
1554 — Fundação da cidade de São Paulo
1594 — Composição de *Romeu e Julieta* por William Shakespeare
1764 — Composição da primeira sinfonia de Wolfgang Amadeus Mozart

8 Um número de quatro algarismos é representado por: 123★

Determine os valores de ★ para que esse número seja divisível por:

a) 2 0, 2, 4, 6 e 8
b) 3 0, 3, 6 e 9
c) 4 2 e 6
d) 5 0 e 5
e) 6 0 e 6

9 Escreva, no caderno, o menor número que devemos adicionar a 763 para obter um número divisível por:

a) 3; 2
b) 5; 2
c) 2 e 3 ao mesmo tempo. 5

10 Determine o maior número de quatro algarismos diferentes que seja:

a) divisível por 2 e por 3; 9 876
b) divisível por 2, mas não por 3; 9 874
c) divisível por 3, mas não por 2; 9 873
d) não divisível por 2 nem por 3. 9 875

11 Qual é o maior número de seis algarismos divisível por 10? 999 990

12 Qual é o menor número divisível por 9, formado apenas pelo algarismo 4? 444 444 444

13 Com um colega, explique por que todos os números de três algarismos iguais são divisíveis por 3. Adicionar três algarismos iguais é o mesmo que multiplicar esse algarismo por 3; logo, encontramos um múltiplo de 3.

14 Junte-se a um colega e, sabendo que 1000 é divisível por 8, pois $1000 = \mathbf{8} \times 25$, revejam o critério de divisibilidade por 4 e descubram o critério da divisibilidade por 8.

14. Espera-se que os alunos, fazendo uma analogia com o critério de divisibilidade por 4, concluam que um número natural, maior ou igual a 1 000, é divisível por 8 quando termina em 000 ou quando o número formado pelos três últimos algarismos, nessa ordem, formam um número divisível por 8.

Lembre-se:
Não escreva no livro!

15 Considere os números 450, 660, 768, 860 e 960.

a) Quais deles são divisíveis por 3 e por 4 ao mesmo tempo? Podemos dizer que os números divisíveis por 3 e por 4 também são divisíveis por 12? 660, 768 e 960; sim

b) Quais deles são divisíveis por 3 e por 5 ao mesmo tempo? Podemos dizer que os números divisíveis por 3 e por 5 também são divisíveis por 15? 450, 660 e 960; sim

4 Número 1, números primos e números compostos

Vamos considerar o conjunto dos números naturais $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...\}$.

Podemos verificar que:

- 0 é divisível por qualquer número diferente de zero;
- 1 é divisível apenas por 1;
- 2 é divisível por 1 e 2;
- 3 é divisível por 1 e 3;
- 4 é divisível por 1, 2 e 4;
- 5 é divisível por 1 e 5;
- 6 é divisível por 1, 2, 3 e 6;
- 7 é divisível por 1 e 7;
- 8 é divisível por 1, 2, 4 e 8;
- 9 é divisível por 1, 3 e 9.

Podemos observar que:

- 1 é divisor de qualquer número, ou seja, qualquer número é divisível por 1.
- Alguns números, como 2, 3, 5 e 7, têm exatamente dois divisores naturais: o número 1 e o próprio número; eles são chamados de **números primos**.

Um número é **primo** quando tem somente dois divisores naturais distintos: o número 1 e o próprio número.

- Existem números, como 4, 6, 8 e 9, que têm mais de dois divisores naturais distintos; eles são chamados de **números compostos**.

Um número, diferente de zero, é **composto** quando tem mais de dois divisores distintos.

Os números compostos podem ser escritos como um produto de números primos.

Exemplos

$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ $\qquad 9 = 3 \cdot 3$ $\qquad 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$

Observações

1 O número 1 não é primo nem composto, pois tem apenas um divisor natural: ele mesmo. O número 0 não é primo nem composto, pois tem infinitos divisores.

2 O único número primo que é par é o 2.

3 A palavra *primo* significa "primeiro". Os números primos são "os primeiros", pois outros números podem ser escritos a partir deles por meio de multiplicações.

Exemplos

- $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
- $45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$
- $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$

DIOGO SAITO

UM POUCO DE HISTÓRIA

Números primos e compostos

[...] Os gregos antigos excluíam o 1 (unidade, a mônada) do conjunto dos primos porque sequer o consideravam como número; consideravam-no *o princípio dos números*, a origem ou o gerador dos números. Euclides e Aristósteles aceitavam o 2 como primo, mas isso não ocorria com os pitagóricos mais antigos. Para eles o 2, a díade, não era de modo algum um número, mas apenas o princípio dos "pares".

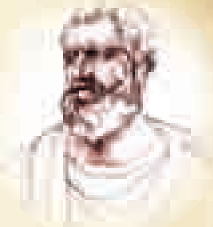
Hoje em dia, a habitual exclusão do 1 do conjunto dos números primos permite maior simplicidade no enunciado de teoremas e fórmulas concernentes a números primos.

Euclides deu uma das primeiras contribuições significativas à teoria dos números primos ao provar que o conjunto destes números é infinito. [...]

James Fey. Números primos e compostos. Tópicos de História da Matemática. In: Bernard H. Gundlach. *Números e numerais*. São Paulo: Atual, 1992. p. 49.

Euclides.

TOMA



Aristóteles.

Reconhecimento de um número primo

Para verificar se um número é primo, devemos dividi-lo pelos sucessivos números primos 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 ..., até obter:

- uma divisão exata; nesse caso, podemos afirmar que o número é **composto**;
- uma divisão não exata, com quociente menor ou igual ao divisor; nesse caso, podemos afirmar que o número é **primo**.

Exemplos

- Vamos verificar se o número 67 é primo.
  Observe as divisões de 67 por alguns números primos.

$$\begin{array}{r|l} 67 & 2 \\ \cline{2-2} 07 & 33 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 67 & 3 \\ \cline{2-2} 07 & 22 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 67 & 5 \\ \cline{2-2} 17 & 13 \\ 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 67 & 7 \\ \cline{2-2} 4 & 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 67 & 11 \\ \cline{2-2} 1 & 6 \end{array}$$

  Percebemos, que na divisão por 11, o quociente 6 é menor do que o divisor e a divisão não é exata. Podemos, então, afirmar que o número 67 é **primo**.

- Vamos verificar se o número 667 é primo.
  Como 667 não é divisível por 2, por 3 e por 5, vamos dividir o número 667 pelos próximos números primos. Veja:

$$\begin{array}{r|l} 667 & 7 \\ \cline{2-2} 37 & 95 \\ 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 667 & 11 \\ \cline{2-2} 07 & 60 \\ 7 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 667 & 13 \\ \cline{2-2} 17 & 51 \\ 4 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 667 & 17 \\ \cline{2-2} 157 & 39 \\ 4 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 667 & 19 \\ \cline{2-2} 097 & 34 \\ 21 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 667 & 23 \\ \cline{2-2} 207 & 29 \\ 0 & \end{array}$$

divisão exata

  Como a divisão por 23 é exata, podemos parar de dividir 667 por números primos e afirmar que o número 667 **não é primo**.

Foi o matemático grego Eratóstenes quem realizou a distribuição de forma ordenada dos primeiros números primos da sequência dos números naturais. Essa operação recebeu o nome de **Crivo de Eratóstenes**. O método era simples: os números naturais eram dispostos em ordem crescente, eliminando-se os números compostos. Dessa forma, os restantes eram os números primos.

Vamos obter os números primos compreendidos de 1 a 50 pelo Crivo de Eratóstenes:

1º) Eliminamos o número 1, pois já sabemos que ele não é primo.

2º) Circulamos o 2 e riscamos seus múltiplos, que são números compostos.

3º) Circulamos o 3 e riscamos seus múltiplos.

4º) Continuamos esse processo com os números que ainda não foram riscados até que não haja mais números a serem riscados ou circulados.

divisível por 2

divisível por 2 e por 3

divisível por 2 e por 5

$$\begin{array}{cccccccccc}
\cancel{1} & 2 & 3 & \cancel{4} & 5 & \cancel{6} & 7 & \cancel{8} & \cancel{9} & \cancel{10} \\
11 & \cancel{12} & 13 & \cancel{14} & \cancel{15} & \cancel{16} & 17 & \cancel{18} & 19 & \cancel{20} \\
\cancel{21} & \cancel{22} & 23 & \cancel{24} & \cancel{25} & \cancel{26} & \cancel{27} & \cancel{28} & 29 & \cancel{30} \\
31 & \cancel{32} & \cancel{33} & \cancel{34} & \cancel{35} & \cancel{36} & 37 & \cancel{38} & \cancel{39} & \cancel{40} \\
41 & \cancel{42} & 43 & \cancel{44} & \cancel{45} & \cancel{46} & 47 & \cancel{48} & \cancel{49} & \cancel{50}
\end{array}$$

Os números circulados da sequência de 1 a 50 são números primos.

DIOGO SAITO

UM POUCO DE HISTÓRIA

Eratóstenes (276-194 a.C.)


TOMA

Eratóstenes.

Nascido em Cirene, o grego Eratóstenes fez pesquisas em várias áreas do conhecimento como astronomia, geografia e matemática. Ele trabalhou na famosa biblioteca de Alexandria, no antigo Egito.

A mais famosa contribuição de Eratóstenes à geografia e à ciência foi a medida da circunferência da Terra, efetuada com surpreendente exatidão para a época. Ele encontrou essa medida com base na diferença de latitude entre as cidades de Siene (hoje Assuã) e de Alexandria, no Egito.

Entre os matemáticos, Eratóstenes é bastante conhecido por ter inventado o célebre Crivo de Eratóstenes, um método sistemático para determinação dos números primos.

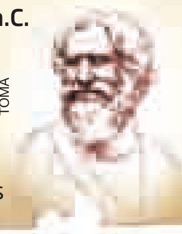

TOMA

264 a.C. — Início da Primeira Guerra Púnica (entre Cartago e Roma pelo controle da Sicília)

230 a.C. — Data aproximada da criação do Crivo de Eratóstenes

212 a.C. — Morte de Arquimedes

210 a.C. — Início da construção da Grande Muralha da China


TOMA

Arquimedes


POPPERFOTO/GETTY IMAGES

Muralha da China (Foto de 1906).

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Quais dos números abaixo são primos?

a) 81
b) 227
c) 463
d) 101
e) 559
f) 977
g) 808
h) 585
i) 161

alternativas b, c, d, f

2 Escreva, no caderno, todos os números primos menores que 30.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 e 29

3 Escreva os números abaixo como um produto de números primos.

a) 14 $14 = 2 \cdot 7$
b) 35 $35 = 5 \cdot 7$
c) 70 $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$
d) 42 $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$
e) 50 $50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$
f) 100 $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

4 O número 323 é primo? Justifique sua resposta. 323 não é um número primo, pois é divisível por 1, 17, 19 e 323.

5 Adriano lembra da senha de seu cartão de crédito como o produto do maior número primo de dois algarismos pelo menor número primo de três algarismos. Qual é a senha do cartão de crédito de Adriano?

9 797


GEORGE TUTUMI

6 Quais são os números primos maiores que 100 e menores que 200, nos quais o algarismo das dezenas é par e maior que o algarismo das unidades? 163 e 181

5 Decomposição em fatores primos

Todo número natural composto pode ser representado por meio de uma multiplicação de dois ou mais fatores. Veja:

$$60 = 2 \cdot 30 \qquad 60 = 2 \cdot 5 \cdot 6 \qquad 60 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3$$


EDUARDO FRANCISCO

Temos acima três **fatorações** do número 60.

Note que, em $60 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3$, todos os fatores são primos. Essa igualdade pode ser escrita também como $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$. Realizamos, assim, a **fatoração completa** do número 60.

Observe, a seguir, três maneiras de decompor o número 72 em um produto de fatores primos.

$$72 = 4 \cdot 18 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$$
$$72 = 6 \cdot 12 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$$
$$72 = 8 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$$

Verifique que nas três decomposições o produto de fatores primos é o mesmo.

Assim, $2^3 \cdot 3^2$ é a **decomposição em fatores primos** do número 72.

Utilizando um procedimento prático, podemos decompor números maiores. Vamos apresentá-lo por meio de exemplos.

Exemplos

- Vamos decompor o número 420 em fatores primos.

	420	2	Iniciamos dividindo o número 420 pelo seu menor divisor primo, que é 2. ← 2 é o menor divisor primo de 420.
:2	210	2	← 2 é o menor divisor primo de 210.
:2	105	3	Não sendo possível dividir 105 por 2, vamos dividi-lo pelo próximo divisor primo, que é 3. ← 3 é o menor divisor primo de 105.
:3	35	5	Não sendo possível dividir 35 por 3, vamos dividi-lo pelo próximo divisor primo, que é 5. ← 5 é o menor divisor primo de 35.
:5	7	7	Não sendo possível dividir 7 por 5, vamos dividi-lo pelo próprio 7, que é primo. ← 7 é o menor divisor primo de 7.
:7	1		

$$420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$
$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

Terminamos esse processo quando obtemos o quociente 1. A coluna da direita apresenta os fatores primos de 420.

Observe que utilizamos os números primos em ordem crescente por opção, mas poderíamos dispô-los em qualquer ordem.

- Vamos, agora, decompor os números 360 e 1 386 em fatores primos utilizando o mesmo processo.

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

1 386	2
693	3
231	3
77	7
11	11
1	

$1\,386 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$

$1\,386 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11$

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Qual é a fatoração completa dos números abaixo?

a) 96 $2^5 \cdot 3$
b) 324 $2^2 \cdot 3^4$
c) 1 024 2^{10}
d) 1 260 $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$
e) 2 870 $2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 41$
f) 3 575 $5^2 \cdot 11 \cdot 13$

2 Dado o número na forma fatorada $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$, pergunta-se:

a) Qual é esse número? 1 400
b) Qual é o maior divisor primo desse número? 7

3 Escreva, no caderno, o número cuja forma fatorada é igual a:

a) $2^2 \cdot 3 \cdot 7$ 84
b) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ 360
c) $2^4 \cdot 7$ 112
d) $2 \cdot 7^2 \cdot 11$ 1 078

4 Quais são os fatores primos comuns a 30 e 140? 1, 2, 5 e 10

6 Máximo divisor comum (mdc)

Os alunos das turmas A, B e C do 1º ano, participarão de uma gincana. Para essa competição, cada equipe será formada por um ou mais alunos de uma mesma turma com o mesmo número de participantes. Qual é o maior número de alunos por equipe? Quantas equipes haverá em cada turma?

GEORGE TUTUMI

Veja no quadro o número de alunos de cada uma das turmas do 1º ano.

Turma	A	B	C
Quantidade	18	24	36

Observe que os 18 alunos do 1º A podem ser divididos em equipes de 1, 2, 3, 6, 9 ou 18 participantes.

Os números 1, 2, 3, 6, 9 e 18 são os divisores de 18.

Os 24 alunos do 1º B podem ser divididos em equipes de 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 ou 24 participantes.

Os números 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24 são os divisores de 24.

Os 36 alunos do 1º C podem ser divididos em equipes de 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 ou 36 participantes.

Os números 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36 são os divisores de 36.

Percebemos que as equipes com o mesmo número de alunos, nas três turmas, são as que têm 1, 2, 3 ou 6 participantes.

Os números 1, 2, 3 e 6 são os divisores comuns de 18, 24 e 36.

Como queremos que os grupos tenham o maior número possível de alunos, concluímos que cada equipe deverá ter 6 participantes.

Esse número é o **máximo divisor comum** (mdc) de 18, 24 e 36, que indicamos assim:

$$\text{mdc}\,(18, 24, 36) = 6$$

Assim, cada equipe terá 6 participantes: o 1º A terá 3 equipes; o 1º B, 4 equipes; o 1º C, 6 equipes.

Podemos obter o mdc de dois ou mais números naturais conhecendo seus divisores, como na situação acima.

Vejamos agora como calcular o mdc por meio da decomposição em fatores primos, por exemplo, dos números 120 e 200.

$$\begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ \hline 1 & 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 200 & 2 \\ 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ \hline 1 & 2^3 \cdot 5^2 \end{array}$$

A seguir, destacamos os fatores primos comuns a 120 e 200:

$$120 = \mathbf{2} \cdot \mathbf{2} \cdot \mathbf{2} \cdot 3 \cdot \mathbf{5}$$
$$200 = \mathbf{2} \cdot \mathbf{2} \cdot \mathbf{2} \cdot \mathbf{5} \cdot 5$$

O mdc será o produto desses fatores comuns: $\text{mdc}\,(120, 200) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 40$

No caso de os números serem escritos na forma fatorada, usando potências, o mdc será o produto dos fatores comuns, cada um deles elevado ao menor expoente, porque o menor expoente indica a quantidade de fatores comuns. Veja:

$$120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$
$$200 = 2^3 \cdot 5^2$$

Os menores expoentes dos fatores comuns 2 e 5 são 3 e 1, respectivamente.

Logo:

$$\text{mdc }(120, 200) = 2^3 \cdot 5^1 = 40$$

Observação

Seja mdc (18, 12) = 6. Multiplicando 18 e 12 por 2, temos:

mdc (36, 24) = 12 (o mdc também ficou duplicado)

Peça aos alunos que façam a verificação desse resultado.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Dados os números 24 e 40, determine:

a) os divisores de 24; 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24

b) os divisores de 40; 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 e 40

c) os divisores comuns de 24 e 40; 1, 2, 4 e 8

d) o maior divisor comum de 24 e 40. 8

2 Invente alguns pares de números naturais diferentes de zero de modo que um seja divisor do outro. Troque os números que você criou pelos inventados por um colega. Cada um deve calcular o mdc dos números dos pares inventados pelo colega. Depois comparem cada mdc obtido com os números do respectivo par. Que conclusão vocês podem obter dessa comparação? Espera-se que os alunos concluam que o mdc dos números é igual àquele que é o divisor do outro.

3 Calcule mentalmente o mdc dos números abaixo.

a) 50 e 100 50

b) 16 e 80 16

c) 72 e 216 72

d) 20 e 100 20

4 Dados os números na forma fatorada $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$, $2 \cdot 3^2 \cdot 7$ e $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$, calcule o mdc deles. 6

5 Calcule, pela decomposição em fatores primos, o mdc dos números abaixo.

a) 40 e 64 8

b) 80, 100 e 120 20

c) 40, 70 e 90 10

d) 576 e 96 96

6 Quando o máximo divisor comum de dois ou mais números for igual a 1, esses números são primos entre si. Agora, verifique se os números a seguir são primos entre si.

a) 4 e 5

b) 16 e 25

c) 15 e 21

d) 18 e 42

a) Sim, porque mdc (4, 5) = 1.
b) Sim, pois mdc (16, 25) = 1.
c) Não, porque mdc (15 e 21) = 3.
d) Não, porque mdc (18 e 42) = 6.

7 Junte-se a um colega e respondam às seguintes questões:

a) Qual é o mdc de dois números consecutivos diferentes de zero? 1

b) Qual é o mdc de dois números quadrados perfeitos consecutivos não nulos? 1

8 Dois números primos entre si são multiplicados por 28. Qual é o mdc dos dois produtos obtidos? 28

9 O mdc de dois números é 18. Se dividirmos cada um deles por 3, qual será o mdc dos novos números? 6

7 Mínimo múltiplo comum (mmc)

Em um trecho de 72 quilômetros de uma rodovia, a partir do quilômetro zero, foram colocados, a cada intervalo de 3 quilômetros, um telefone de emergência e, a cada intervalo de 8 quilômetros, uma torre com câmera de monitoração. Em que quilômetros dessa rodovia foram colocados, simultaneamente, telefone e câmera?

GEORGE TUTUMI

Os telefones foram colocados nos quilômetros 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69 e 72.

Os números 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69 e 72 são múltiplos de 3.

As câmeras serão colocadas nos quilômetros 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64 e 72.

Os números 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64 e 72 são múltiplos de 8.

Observe que há telefone e também câmera nos quilômetros 0, 24, 48 e 72.

Os números 0, 24, 48 e 72 são os múltiplos comuns de 3 e de 8 menores ou iguais a 72.

Logo, 24 é o menor número diferente de zero que é múltiplo comum de 3 e de 8.

Esse número é o **mínimo múltiplo comum** (mmc) de 3 e de 8, que indicamos assim:

$$\text{mmc}\,(3, 8) = 24$$

Assim, nesse trecho da rodovia, a cada intervalo de 24 quilômetros foram instalados, simultaneamente, um telefone de emergência e uma câmera de monitoração.

Podemos obter o mmc de dois ou mais números naturais conhecendo seus múltiplos, como na situação acima.

Vejamos agora como calcular o mmc por meio da decomposição em fatores primos dos números 180 e 350.

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ \hline 1 & 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 350 & 2 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ \hline 1 & 2 \cdot 5^2 \cdot 7 \end{array}$$

A seguir destacamos os fatores primos comuns a 180 e 350:

$$180 = \mathbf{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \mathbf{5}$$
$$350 = \mathbf{2} \cdot \mathbf{5} \cdot 5 \cdot 7$$

O mmc é dado pelo produto dos fatores primos comuns pelos fatores primos não comuns.

Logo, $\text{mmc}\,(180, 350) = \underbrace{2 \cdot 5}_{\text{fatores primos comuns}} \cdot \underbrace{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}_{\text{fatores primos não comuns}} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 6\,300.$

Podemos também calcular o mmc de dois ou mais números naturais decompondo-os simultaneamente em fatores primos.

Vamos calcular o mmc de 180 e 350 pela **decomposição simultânea** em fatores primos.

$$\begin{array}{r|ll} 180,\ 350 & 2 & \leftarrow \text{Dividimos ambos os números.} \\ 90,\ 175 & 2 & \leftarrow \text{Dividimos apenas o número 90.} \\ 45,\ 175 & 3 & \leftarrow \text{Dividimos apenas o número 45.} \\ 15,\ 175 & 3 & \leftarrow \text{Dividimos apenas o número 15.} \\ 5,\ 175 & 5 & \leftarrow \text{Dividimos ambos os números.} \\ 1,\ \ 35 & 5 & \leftarrow \text{Dividimos apenas o número 35.} \\ 1,\ \ \ 7 & 7 & \leftarrow \text{Dividimos apenas o número 7.} \\ \hline 1,\ \ \ 1 & 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 & \end{array}$$

O mmc de 180 e 350 será o produto dos fatores primos encontrados.

Logo, $\text{mmc}\,(180, 350) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^1 = 6\,300.$

O cálculo do mmc de três números é feito de maneira semelhante ao do mmc de dois números: pela decomposição em separado ou pela decomposição simultânea.

Observe o exemplo para mmc (12, 18, 30) com a decomposição em separado:

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ \hline 1 & 2^2 \cdot 3 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ \hline 1 & 2 \cdot 3^2 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ \hline 1 & 2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array}$$

$$\text{mmc}\,(12, 18, 30) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$$

E, agora, com a decomposição simultânea:

$$\begin{array}{r|l} 12,\ 18,\ 30 & 2 \leftarrow \text{Dividimos todos os números.} \\ 6,\ \ 9,\ 15 & 2 \leftarrow \text{Dividimos apenas o 6.} \\ 3,\ \ 9,\ 15 & 3 \leftarrow \text{Dividimos todos os números.} \\ 1,\ \ 3,\ \ 5 & 3 \leftarrow \text{Dividimos apenas o 3.} \\ 1,\ \ 1,\ \ 5 & 5 \leftarrow \text{Dividimos apenas o 5.} \\ \hline 1,\ \ 1,\ \ 1 & 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \end{array}$$

$$\text{mmc}\,(12, 18, 30) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$$

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Determine:

a) os múltiplos de 15; 0, 15, 30, 45, 60, ...

b) os múltiplos de 20; 0, 20, 40, 60, 80, ...

c) os múltiplos comuns de 15 e 20; 0, 60, 120, 180, 240, ...

d) o menor múltiplo comum de 15 e 20, excluído o zero. 60

2 Invente alguns pares de números naturais diferentes de zero de modo que um seja divisor do outro. Troque os números que você criou pelos inventados por um colega. Cada um deve calcular o mmc dos números dos pares inventados pelo colega. Depois comparem cada mmc obtido com os números do respectivo par. Que conclusão vocês podem obter dessa comparação? Espera-se que os alunos concluam que o mmc dos números é igual àquele que é o múltiplo do outro.

3 Calcule mentalmente o mmc de:

a) 2 e 6; 6

b) 10 e 20; 20

c) 15 e 45; 45

d) 50 e 100. 100

4 Calcule o mmc dos números:

$2^3 \cdot 3 \cdot 5$ $\quad$ $2^3 \cdot 5 \cdot 7$ $\quad$ $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

840

5 Determine, pela decomposição em fatores primos, o mmc de:

a) 18, 27 e 45; 270

b) 18, 30 e 48; 720

c) 120, 132 e 20; 1 320

d) 150, 300 e 375. 1 500

6 Junte-se a um colega, escolham alguns pares de números primos entre si e determinem o mmc de cada par. Depois, respondam: qual é o mmc de dois números primos entre si? o produto desses números

7 Usando o processo da decomposição simultânea em fatores primos, determine o mínimo múltiplo comum dos números abaixo.

a) 90 e 120 360

b) 45, 54 e 72 1 080

c) 120, 300 e 450 1 800

d) 20, 40, 50 e 200 200

8 Para cada par de números dados abaixo, calcule o produto dos números, o mdc deles, o mmc deles e o produto do mdc com o mmc obtidos.

a) 12 e 15 180, 3, 60 e 180

b) 48 e 16 768, 16, 48 e 768

c) 11 e 121 1 331, 11, 121 e 1 331

d) 36 e 49 1 764, 1, 1 764 e 1 764

9 Invente alguns pares de números naturais diferentes de zero.

Troque-os com um colega para que cada um de vocês calcule o produto dos números do par, o mdc deles, o mmc deles e o produto do mdc com o mmc obtidos. Destroquem para conferir se não houve erro no cálculo.

Para cada par de números inventados, comparem o primeiro com o último dos números calculados. Discutam entre si e respondam: qual é a relação entre o produto dos números e o produto do mdc com o mmc desses números?

10 O mdc de dois números é 24, o mmc entre eles é 504, e um dos números é 168. Calcule o outro número. 72

Espera-se que os alunos concluam que o produto dos números e o produto do mdc com o mmc desses números são iguais. Explique aos alunos que os matemáticos demonstraram essa relação para qualquer par de números naturais. Diga a eles que devem levar em consideração esse fato para resolver a atividade 10.

Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Faça as atividades no caderno.

Revisitando

1 Reescreva as orações com a palavra ou expressão adequada, escolhida entre as possibilidades dadas:

a) Um (múltiplo/divisor) de um número natural é o produto desse número por um número natural qualquer. múltiplo

b) Um número natural, diferente de zero, é (primo/composto) quando tem mais de dois divisores distintos. composto

c) O conjunto dos múltiplos de um número natural diferente de zero é (finito/infinito). infinito

d) O maior divisor de um número natural é (o número 1/ele mesmo). ele mesmo

2 Qual é a vantagem de conhecer alguns critérios de divisibilidade?

Resposta pessoal. Alguns critérios de divisibilidade nos permitem verificar se um número é divisível por outro sem efetuar a divisão.

3 2022 será um ano bissexto? Explique.

Não, pois 2022 não é divisível por 4. Os anos bissextos devem ser divisíveis por 4 ou, quando terminados em 00, divisíveis por 400.

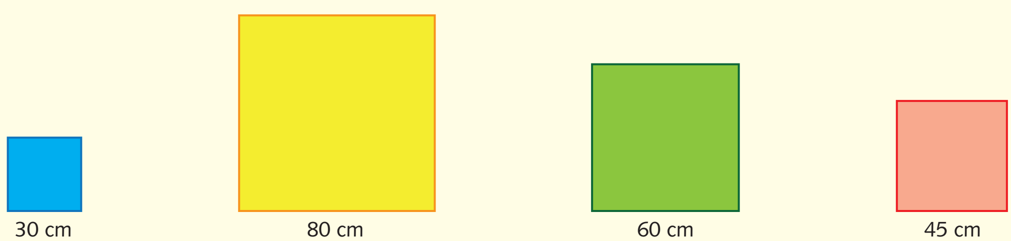
4 O que significa decompor um número composto em fatores primos?

Significa escrevê-lo como produto de dois ou mais fatores primos.

5 Resolva os problemas a seguir.

a) De um terminal urbano partem ônibus para o bairro A de 18 em 18 minutos, para o bairro B de 12 em 12 minutos e para o bairro C de 10 em 10 minutos. Sabendo que às 10 horas partiram ônibus dessas três linhas, responda: a que horas eles partirão juntos novamente?

b) Veja as opções de peças de piso cerâmico quadrado que Adriano tem para cobrir o chão de uma sala retangular de 300 centímetros por 240 centímetros:



LUIZ RUBIO

- Adriano quer usar o menor número possível de peças e não quer recortar nenhum piso. Qual será a cor do piso dessa sala?
- O problema proposto é resolvido por meio do cálculo do máximo divisor comum (mdc) ou do mínimo múltiplo comum (mmc)? Explique.

a) Os ônibus das três linhas partirão juntos novamente após 180 minutos, ou seja, às 13 horas.
b) • O piso da sala será verde.
• O problema é resolvido por meio do cálculo do mdc pois as peças devem ter a maior medida possível para que, enfileiradas, caibam sem cortes na largura e no comprimento da sala.

Aplicando

1 Dos números:

a) 136, 200, 187, 104 e 520, determine os divisíveis por 4; 136, 200, 104 e 520

b) 300, 216, 335, 400 e 420, determine os divisíveis por 6; 300, 216 e 420

c) 124, 440, 2 306, 2 000 e 11 024, determine os divisíveis por 8. 440, 2 000 e 11 024

2 Escreva no caderno:

a) o maior número de três algarismos divisível por 5 e por 9. 990

b) o menor número de três algarismos divisível por 5 e por 9. 135

3 Substitua ■ por um algarismo de modo que o número 34■27 seja divisível por 9. 2

4 Junte-se a um colega e releiam atentamente o tópico "Divisores de um número natural". Em seguida, respondam às perguntas abaixo, justificando suas respostas.

a) Podemos afirmar que 23 é divisível por 23? Sim, pois a divisão é exata. $23 : 23 = 1$; $1 \cdot 23 = 23$

b) Podemos afirmar que zero é divisível por 6? Sim, pois a divisão é exata. $0 : 6 = 0$; $0 \cdot 6 = 0$

c) Podemos afirmar que 18 é divisível por zero? Não, pois não existe nenhum número cuja multiplicação por zero dê 18 como resultado.

5 Decomponha os números a seguir em fatores primos.

a) 1800 $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ b) 5600 $2^5 \cdot 5^2 \cdot 7$ c) 4096 2^{12} d) 1080 $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$

6 Após consulta, a médica de Sandra prescreveu:

I. vitamina injetável, caixa com 3 ampolas: realizar uma aplicação de 36 em 36 horas;

II. colírio: pingar uma gota em cada olho de 12 em 12 horas durante uma semana;

III. anti-inflamatório, uma caixa com 8 comprimidos: tomar 1 comprimido de 8 em 8 horas.

Sandra iniciou o tratamento tomando a injeção, pingando o colírio e tomando o comprimido às 8 horas de uma segunda-feira. Quando ela voltará a tomá-los juntos?

Não voltará a tomar todos juntos, pois isso ocorreria após 72 horas, que é o mmc (36, 12, 8), porém o anti-inflamatório terminará após 56 horas do início do tratamento.

GEORGE TUTUMI

7 Qual é o número cuja forma fatorada é $3^4 \cdot 5 \cdot 11^2$? 49 005

8 Entre os números abaixo, indique os números primos. 181 e 127

a) 123 b) 160 c) 181 d) 127

9 Sem efetuar a multiplicação, determine a fatoração completa do produto $240 \cdot 504$.
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$

10 Dados os números na forma fatorada $2^7 \cdot 3^8 \cdot 5$ e $2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2$, responda: o primeiro é múltiplo do segundo? Não, pois o fator 5 do número A está elevado a um expoente menor que o fator 5 do número B.

11 Duas ciclistas saem no mesmo instante do ponto de partida de uma pista circular. A primeira dá uma volta em 120 segundos, e a outra, em 135 segundos. Calcule, no caderno, em minutos, o tempo que as ciclistas levarão para se encontrar novamente. 18 minutos

12 Três rolos de arame farpado medem, respectivamente, 168 metros, 264 metros e 312 metros. Deseja-se cortá-los em partes do mesmo comprimento, de modo que cada parte seja a maior possível. Qual será:

a) o comprimento de cada parte? 24 metros

b) o número total de partes? 31 partes

13 Um médico normalmente receita remédios para serem tomados de 4 em 4 horas, de 6 em 6 horas e de 8 em 8 horas. No entanto, nunca prescreve remédios de 5 em 5 horas ou de 7 em 7 horas. Por que isso ocorre?

14 Leia o texto e responda às questões.

(Enem) Um armazém recebe sacos de açúcar de 24 kg para que sejam empacotados em embalagens menores. O único objeto disponível para pesagem é uma balança de dois pratos, sem os pesos metálicos.

GEORGE TUTUMI

- Realizando uma única pesagem, é possível montar pacotes de: alternativa e

a) 3 kg b) 4 kg c) 6 kg d) 8 kg e) 12 kg

- Realizando exatamente duas pesagens, os pacotes que podem ser feitos são os de: alternativa c

a) 3 kg e 6 kg
b) 3 kg, 6 kg e 12 kg
c) 6 kg, 12 kg e 18 kg
d) 4 kg e 8 kg
e) 4 kg, 6 kg e 8 kg

DESAFIO

Alice tem uma coleção de miniaturas de animais pré-históricos. Dispondo-as em grupos de 5, sobram duas. Dispondo-as em grupos de 9, sobra apenas uma. Determine a quantidade de miniaturas, sabendo que a coleção de Alice tem menos de 50 miniaturas. 37 miniaturas

13. Utilizando os divisores de 24 (um dia tem 24 horas), não haverá mudança nos horários de um dia para o outro.

CAPÍTULO

6 FRAÇÕES

É HORA DE OBSERVAR E DISCUTIR

Faltam cinco peças para concluir a montagem do quebra-cabeça acima. Responda no caderno:

- Que fração representa a parte ainda não montada do quebra-cabeça? $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$
- Que fração representa a parte já montada do quebra-cabeça? $\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$

Neste capítulo, vamos trabalhar com números fracionários. A imagem da abertura, na qual faltam cinco peças do mesmo tamanho ou mesma medida de área de um quebra-cabeça, pode ser utilizada para introduzir conceitos básicos de frações. Vale a pena iniciar uma discussão sobre as maneiras de representar as partes de um todo.

HUGO ARAUJO

As tartarugas marinhas – animais migratórios por excelência – vivem dispersas no oceano. O Projeto Tamar foi fundado com o objetivo de proteger espécies de tartarugas marinhas ameaçadas de extinção no litoral brasileiro. O Dia Internacional da Tartaruga Marinha é comemorado em 16 de junho.

TROCANDO IDEIAS

Faça as atividades no caderno.

No dia a dia, as frações são utilizadas para expressar quantidades e medidas que não podem ser indicadas por números naturais.

Observe alguns exemplos:

- Comi **dois sextos** de uma *pizza*.

- Gastei **três quartos** do combustível na viagem.
- A **quarta parte** dos alunos da minha sala já viajou de avião.

RONALDO BARATA

- Gastei **um terço** da quantia que recebi.
- Já percorri **um quinto** da distância.

Em todos esses casos, utilizamos **números fracionários**.

▸ Liste algumas situações do seu dia a dia em que utiliza números fracionários.

Neste capítulo, vamos ampliar nossos conhecimentos sobre números fracionários.

Se considerar conveniente, trabalhe aqui com a origem da palavra **fração**. O prefixo ***frac-*** está associado à ideia de fragilidade; palavras como "fraco", "fraqueza" e "enfraquecer" têm esse sentido. No passado, as frações eram chamadas de "números quebrados". Logo, a ideia de fracionar está associada a "quebra", "divisão em partes".

1 A ideia de número fracionário

Acompanhe as informações do texto a seguir:

> A seleção brasileira feminina de vôlei sagrou-se bicampeã dos Jogos Olímpicos de Londres 2012 ao vencer $\frac{3}{4}$ dos ***sets*** disputados contra os Estados Unidos, conquistando o ouro olímpico. Das atletas brasileiras bicampeãs olímpicas, $\frac{5}{6}$ têm mais de um metro e oitenta centímetros de altura e $\frac{1}{4}$ delas, menos de 26 anos de idade.
>
> Fonte: <http://www.cbv.com.br/v1/noticias.asp?IdNot=17494>. Acesso em: 10 mar. 2015.

Set
Subdivisão de uma partida de certas modalidades esportivas (vôlei, tênis etc.).

KIRILL KUDRYAVTSEV/AFP

Atletas da seleção brasileira durante comemoração pelo bicampeonato olímpico de vôlei feminino, em Londres, Inglaterra, 2012.

No texto acima, há representações matemáticas como $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ e $\frac{1}{4}$. Esses números são chamados de **números fracionários** ou **frações**. Eles são usados para indicar quantidade e consideram uma ou mais partes de um inteiro. Por exemplo: O Brasil venceu os Estados Unidos por 3 *sets* a 1, ou seja, dos 4 *sets* (todo), ganhou 3 (parte); isso corresponde a $\frac{3}{4}$ dos *sets* disputados.

Acompanhe mais uma situação em que utilizamos frações:

Bruno pretende dividir uma folha de cartolina em cinco partes iguais.

A folha representa um inteiro.

Cada parte corresponde a **um quinto** da unidade ou à **quinta parte** da folha.

Representamos matematicamente por $\frac{1}{5}$ (lemos: "um quinto").

Bruno utilizou três dessas partes em um trabalho escolar. A parte da cartolina utilizada corresponde a **três quintos** do inteiro.

Representamos matematicamente por $\frac{3}{5}$ (lemos: "três quintos").

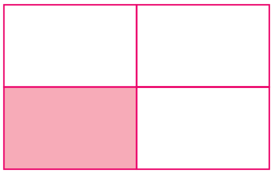
RONALDO BARATA

Nessa situação, em que consideramos uma ou mais partes iguais de uma folha de cartolina que representa o inteiro, também está presente a ideia de número fracionário.

Observe alguns exemplos:

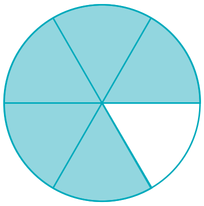
- A figura representa o inteiro dividido em quatro partes iguais, sendo uma parte colorida de vermelho.

  Representamos a parte vermelha por $\frac{1}{4}$ (lemos: "um quarto").



- A figura representa um inteiro, que foi dividido em seis partes iguais, e cinco partes foram coloridas de azul.

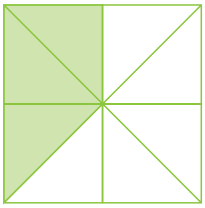
  Representamos a parte azul por $\frac{5}{6}$ (lemos: "cinco sextos").



LUIZ RUBIO

- A figura representa um inteiro dividido em oito partes iguais, em que três partes foram coloridas de verde.

  Representamos a parte verde por $\frac{3}{8}$ (lemos: "três oitavos").



De modo geral, podemos dizer que:

Dois números naturais ***a*** e ***b***, com $b \neq 0$, quando escritos na forma $\frac{a}{b}$, representam uma fração, em que:

- ***b*** (denominador) indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido;
- ***a*** (numerador) indica quantas dessas partes foram tomadas.

Observe

$5 \longrightarrow$ **numerador**

$7 \longrightarrow$ **denominador**

Lendo e aprendendo

Numerador e denominador

A nomenclatura usada para indicar os termos de uma fração tem origem no latim. Veja:

- *numeratus* (numerador) significa "contar";
- *denominatus* (denominador) significa "dar nomes".

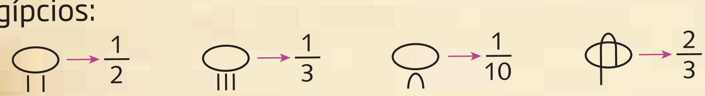
UM POUCO DE HISTÓRIA

DIOGO SAITO

Os egípcios e as frações

Na Antiguidade, os egípcios utilizavam frações unitárias, isto é, frações obtidas tomando somente uma parte de um inteiro dividido em partes iguais. A fração $\frac{2}{3}$ é a única exceção.

Observe estas representações empregadas pelos egípcios:



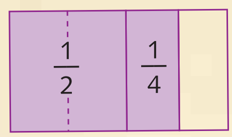
MUSEU BRITÂNICO, LONDRES

No Papiro de Rhind, documento egípcio que data de 1650 a.C., já aparecem frações unitárias.

Para representar o número 1, os egípcios utilizavam o desenho de uma boca aberta:

As frações com numeradores diferentes de 1 eram expressas como a soma de duas ou mais frações com numeradores iguais a 1.

Veja a representação de $\frac{3}{4}$:



$\to \frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \to$

representação de $\frac{3}{4}$

LUIZ RUBIO

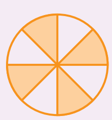
A partir do século XIII, as frações passaram a ser representadas como fazemos hoje, com uma barra separando um par de números (o numerador e o denominador).

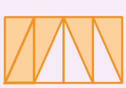
ATIVIDADES

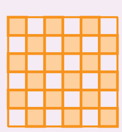
Faça as atividades no caderno.

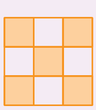
1 Qual é a fração que representa a parte laranja de cada uma das figuras abaixo?

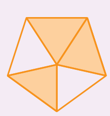
a)  $\frac{2}{5}$

d)  $\frac{4}{8}$

b)  $\frac{5}{8}$

e)  $\frac{18}{36}$

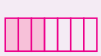
c)  $\frac{5}{9}$

f)  $\frac{3}{5}$

LUIZ RUBIO

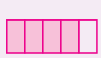
2 Represente graficamente as frações abaixo.

Exemplos de representações gráficas:

a) $\frac{3}{7}$ 

c) $\frac{2}{3}$ 

b) $\frac{8}{8}$ 

d) $\frac{4}{5}$ 

3 Responda às questões a seguir.

a) Que fração do dia representa sete horas? E 12 horas? $\frac{7}{24}$; $\frac{12}{24}$

b) Que fração da semana representa cinco dias? E sete dias? $\frac{5}{7}$; $\frac{7}{7}$

c) Que fração do ano representa um bimestre? E um semestre? $\frac{2}{12}$; $\frac{6}{12}$

4 Paulinho retirou quatro peças de um cubo formado por diversos cubinhos iguais. Observe a figura:

RONALDO BARATA

Que fração do cubo ele retirou? Que fração do cubo sobrou? $\frac{4}{27}$; $\frac{23}{27}$

2 Leitura de frações

Na leitura de uma fração, pronunciamos inicialmente o numerador e, em seguida, o termo correspondente ao denominador, que recebe um nome especial. Observe:

Frações com denominador de 2 a 9

Denominador	2	3	4	5	6	7	8	9
Lemos	meio	terço	quarto	quinto	sexto	sétimo	oitavo	nono

Exemplos

- $\frac{2}{3}$ ⟶ Lemos: "dois terços".
- $\frac{1}{6}$ ⟶ Lemos: "um sexto".

Frações com denominador que é uma potência de base 10

Denominador	10	100	1 000	10 000	...
Lemos	décimo	centésimo	milésimo	décimo de milésimo	...

Exemplos

- $\frac{3}{10}$ ⟶ Lemos: "três décimos".
- $\frac{17}{1\,000}$ ⟶ Lemos: "dezessete milésimos".

As frações cujo denominador é uma potência de base 10 são chamadas frações decimais.

Nos demais casos

Lemos o numerador e, em seguida, o denominador seguido da palavra **avos**.

Exemplos

- $\frac{13}{30}$ ⟶ Lemos: "treze trinta avos".
- $\frac{9}{200}$ ⟶ Lemos: "nove duzentos avos".

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Escreva como se leem as frações abaixo.

a) $\frac{3}{7}$ d) $\frac{5}{9}$ g) $\frac{5}{100}$

b) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{19}{10\,000}$ h) $\frac{7}{600}$

c) $\frac{9}{2}$ f) $\frac{3}{17}$ i) $\frac{15}{1\,000}$

2 Escreva, em palavras, três frações com denominadores de 2 a 9, três frações com denominadores que são potência de base 10 e três frações com denominadores diferentes dos casos anteriores. A seguir, troque as frações que você escreveu com as de um colega para que cada um reescreva, com números, as frações do outro.

Resposta pessoal.

1. a) três sétimos
b) um sexto
c) nove meios
d) cinco nonos
e) dezenove décimos de milésimos
f) três dezessete avos
g) cinco centésimos
h) sete seiscentos avos
i) quinze milésimos

3 Comparando frações com o inteiro

Luís e seus amigos dividiram duas tortas em três pedaços iguais cada uma e comeram quatro pedaços.

RONALDO BARATA

Considerando cada torta como um inteiro, temos:

- Luís e seus amigos comeram $\frac{4}{3}$ de torta.
- A fração $\frac{4}{3}$ é maior que o inteiro $\left(1 + \frac{1}{3}\right)$.

Chamamos a fração $\frac{4}{3}$ de **fração imprópria**.

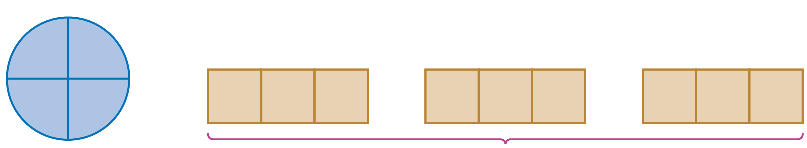
Fração imprópria é aquela cujo numerador é maior ou igual ao denominador ou é zero.

Exemplos

- $\frac{7}{4}$
- $\frac{3}{2}$
- $\frac{9}{8}$

▶ Uma fração imprópria cujo numerador é múltiplo do denominador recebe o nome de **fração aparente.** Ela representa um número natural.

Exemplos



$\frac{4}{4} = 1$ $\qquad$ $\frac{9}{3} = 3$

LUIZ RUBIO

Uma fração cujo numerador é diferente de zero e é menor que o denominador recebe o nome de **fração própria**, ou seja, é menor que o inteiro.

Exemplos

- $\frac{1}{3}$
- $\frac{5}{7}$
- $\frac{8}{9}$

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Identifique as frações impróprias. alternativas a, c, d

a) $\frac{9}{5}$ c) $\frac{7}{4}$ e) $\frac{3}{17}$

b) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{19}{6}$ f) $\frac{1}{10}$

2 Determine o número natural que corresponde às frações aparentes a seguir.

a) $\frac{6}{1}$ 6 c) $\frac{100}{5}$ 20 e) $\frac{12}{3}$ 4

b) $\frac{28}{4}$ 7 d) $\frac{20}{20}$ 1 f) $\frac{100}{10}$ 10

3 Responda às questões a seguir.

a) Qual é a fração de denominador 5 que representa duas unidades? $\frac{10}{5}$

b) Qual é a fração de denominador 6 que representa cinco unidades? $\frac{30}{6}$

c) Qual é a fração de numerador 50 que representa cinco unidades? $\frac{50}{10}$

4 Que fração representa o quebra-cabeça completo na página de abertura deste capítulo? $\frac{30}{30}$

4. Lembre aos alunos que o quebra-cabeça é composto de 30 peças (denominador 30), e foram utilizadas todas as peças (numerador 30): $\frac{30}{30} = 1$ (figura inteira).

4 Número misto

Cada uma das barras de chocolate representadas ao lado possui quatro partes iguais. Uma barra de chocolate representa um inteiro.

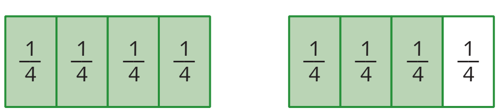
NATTIKA/SHUTTERSTOCK

Bruna ficou com sete dessas partes.

A fração correspondente à parte de Bruna é $\frac{7}{4}$, ou seja, uma barra inteira mais $\frac{3}{4}$ da outra barra.

RONALDO BARATA

Observe:



LUIZ RUBIO

$\frac{4}{4}$ representa 1 inteiro. $\frac{3}{4}$

$\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$ ou, simplesmente, $1\frac{3}{4}$

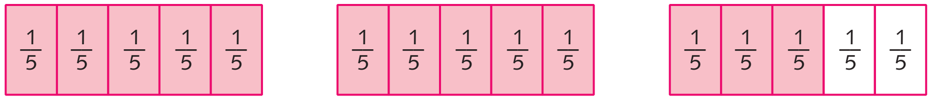
A representação $1\frac{3}{4}$ é composta de uma parte inteira e de uma parte fracionária e, por isso, é denominada **número misto**.

$1\frac{3}{4}$ → Lemos: “um inteiro e três quartos”.

parte inteira ← 1

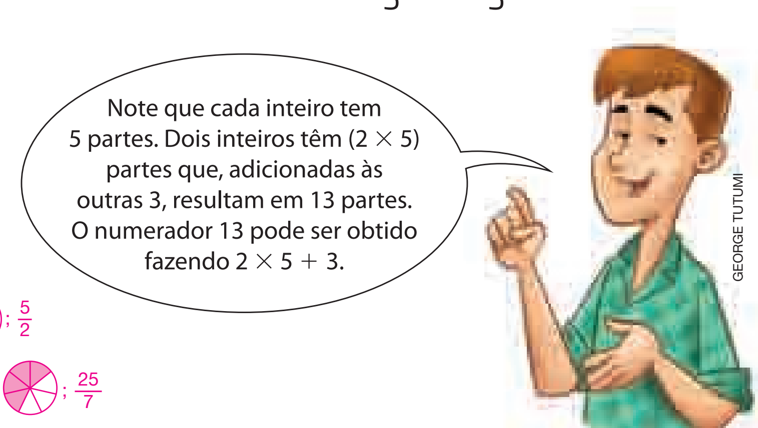
$\frac{3}{4}$ → **parte fracionária**

Veja outro exemplo:



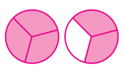
$\frac{5}{5}$ representa 1 inteiro. $\frac{5}{5}$ representa 1 inteiro. $\frac{3}{5}$

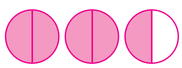
A figura acima pode ser representada por $\frac{13}{5}$ ou $2\frac{3}{5}$ → Lemos: "dois inteiros e três quintos".

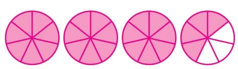


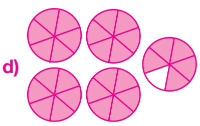
GEORGE TUTUMI

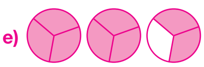
3. Exemplos de representações:

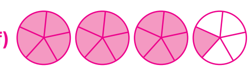
a)  ; $\frac{5}{3}$

b)  ; $\frac{5}{2}$

c)  ; $\frac{25}{7}$

3. d)  ; $\frac{29}{6}$

e)  ; $\frac{8}{3}$

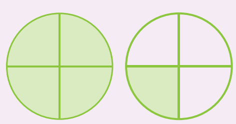
f)  ; $\frac{16}{5}$

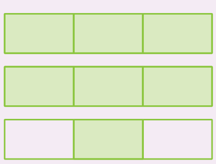
LUIZ RUBIO

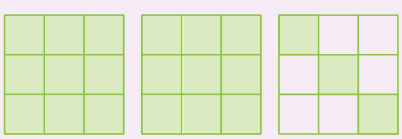
ATIVIDADES

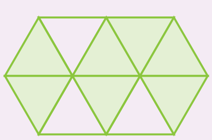
Faça as atividades no caderno.

1 Escreva, no caderno, a fração imprópria que representa a parte verde das figuras abaixo.

a)  $\frac{5}{4}$

b)  $\frac{7}{3}$

c)  $\frac{21}{9}$

d)  $\frac{7}{10}$

2 Represente, no caderno, cada fração por meio de figuras e escreva o número misto correspondente.

a) $\frac{7}{2}$ b) $\frac{8}{5}$ c) $\frac{13}{4}$

3 Desenhe, no caderno, uma figura para representar cada número misto. A seguir, escreva a fração correspondente.

a) $1\frac{2}{3}$ d) $4\frac{5}{6}$

b) $2\frac{1}{2}$ e) $2\frac{2}{3}$

c) $3\frac{4}{7}$ f) $3\frac{1}{5}$

4 Escreva, no caderno, o número de meses correspondente a:

a) $1\frac{3}{4}$ de ano; 21 meses

b) $2\frac{1}{6}$ de ano; 26 meses

c) $5\frac{1}{2}$ de ano. 66 meses

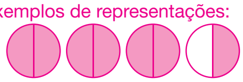
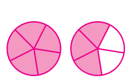
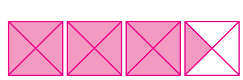
5 Quantas horas equivalem a:

a) $1\frac{1}{2}$ dia? 36 horas

b) $1\frac{1}{4}$ dia? 30 horas

LUIZ RUBIO

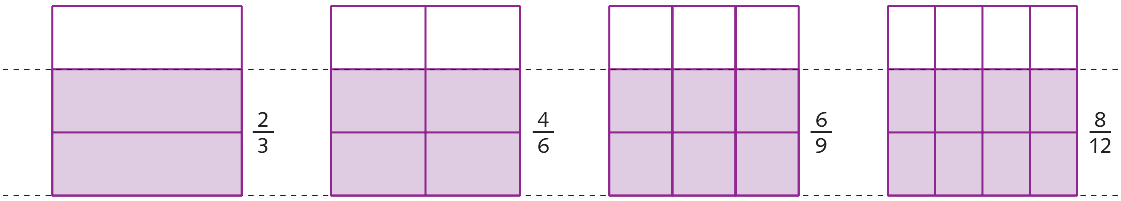
2. Exemplos de representações:

a)  ; $3\frac{1}{2}$ b)  ; $1\frac{3}{5}$ c)  ; $3\frac{1}{4}$

LUIZ RUBIO

5 Frações equivalentes

Veja a fração que corresponde à parte pintada de lilás de cada um dos retângulos.



LUIZ RUBIO

As frações $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$ e $\frac{8}{12}$ representam a mesma parte do retângulo.

Por esse motivo, dizemos que essas frações são **equivalentes**, ou seja, $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$.

Frações que representam a mesma parte de um inteiro são chamadas de **frações equivalentes**.

Propriedade das frações equivalentes

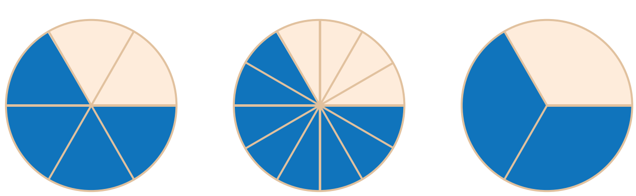
Multiplicando ou dividindo o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número natural diferente de zero, obtemos uma fração equivalente à fração inicial.

Vamos multiplicar e dividir, por exemplo, o numerador e o denominador da fração $\frac{4}{6}$ por 2.

$$\left.\begin{aligned} \frac{4}{6} &= \frac{4 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{8}{12} \\ \frac{4}{6} &= \frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3} \end{aligned}\right\} \frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

RONALDO BARATA

Veja a representação das frações $\frac{4}{6}$, $\frac{8}{12}$ e $\frac{2}{3}$ por meio de figuras:



$\frac{4}{6}$ $\frac{8}{12}$ $\frac{2}{3}$

LUIZ RUBIO

Lendo e aprendendo

Frações e porcentagem

Economizar água é um hábito saudável. Atualmente, a falta de água é uma das grandes preocupações da humanidade. Se não modificarmos nossos hábitos, a escassez de água para o consumo vai nos afetar seriamente.


LUIS MOURA/ESTADÃO CONTEÚDO

Represa do Atibainha, em Nazaré Paulista (SP), em dezembro de 2014.

Em uma pesquisa sobre consumo de água residencial, verificou-se que, de cada 100 litros gastos por dia, 50 litros são utilizados na higiene pessoal.

A relação de 50 litros em cada 100 litros pode ser representada por uma fração com denominador 100, ou seja, $\frac{50}{100}$.

Podemos também representar a fração $\frac{50}{100}$ na forma de porcentagem, utilizando o símbolo %: 50% (lemos "cinquenta por cento).

Outros exemplos:

- 15% – significa que consideramos 15 partes de um total de 100 partes.
  Lemos: "quinze por cento".
- 98% – significa que consideramos 98 partes de um total de 100 partes.
  Lemos: "noventa e oito por cento".

Podemos escrever na forma de porcentagem algumas frações. Veja o exemplo:

Breno possui uma revendedora de carros usados com 25 carros, dos quais 9 de cor prata, ou seja, $\frac{9}{25}$ desses carros são de cor prata.

Multiplicando o numerador e o denominador da fração $\frac{9}{25}$ por 4, obtemos:

$$\frac{9}{25} = \frac{9 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{36}{100}$$

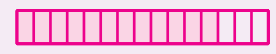
A fração $\frac{36}{100}$, que tem denominador 100, é uma fração equivalente a $\frac{9}{25}$.

Portanto, 36% dos carros da revendedora de Breno são de cor prata.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Represente graficamente as frações $\frac{4}{5}$ e $\frac{12}{15}$ demonstrando que elas são equivalentes.

Exemplo de representação:  $\frac{4}{5}$  $\frac{12}{15}$

2 Escreva, no caderno, uma fração equivalente a:

a) $\frac{3}{4}$, cujo numerador seja 15; $\frac{15}{20}$

b) $\frac{8}{48}$, cujo numerador seja 2; $\frac{2}{12}$

c) $\frac{2}{3}$, cujo denominador seja 27. $\frac{18}{27}$

3 Determine a fração equivalente a $\frac{5}{7}$ cuja soma do numerador com denominador é 60. $\frac{25}{35}$

4 No caderno, substitua o ■ a fim de obter frações equivalentes em cada um dos itens.

a) $\frac{2}{3} = \frac{■}{30}$ 20

b) $\frac{36}{40} = \frac{■}{20}$ 18

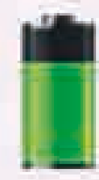
c) $\frac{20}{25} = \frac{4}{■}$ 5

d) $\frac{7}{9} = \frac{35}{■}$ 45

e) $\frac{■}{5} = \frac{9}{45}$ 1

f) $\frac{3}{■} = \frac{75}{100}$ 4

5 O indicador do nível de bateria de um *smartphone* marca 75% da carga total. Que fração corresponde a essa porcentagem de carga? $\frac{3}{4}$



ANDREA VOLPICELLI/ SHUTTERSTOCK

6 Simplificação de frações

Consideremos a fração $\frac{10}{20}$. Podemos obter uma fração equivalente dividindo o numerador e o denominador por 2. Veja:

$$\frac{10}{20} \overset{:2}{=} \frac{5}{10}$$

Obtivemos uma fração equivalente com numerador e denominador menores.

Quando dividimos o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo divisor natural, diferente de zero, simplificamos a fração.

> **Simplificar uma fração** significa obter uma fração equivalente com o numerador e o denominador menores que os da primeira fração.

Observe que a fração $\frac{5}{10}$ ainda pode ser simplificada: $\frac{5}{10} \overset{:5}{=} \frac{1}{2}$

Lembre os alunos que números primos entre si são aqueles que têm o máximo divisor comum igual a 1.

Porém, a fração $\frac{1}{2}$ já não pode ser simplificada, pois os números 1 e 2 são primos entre si. Essa fração é, portanto, **irredutível**.

O mesmo acontece com $\frac{5}{8}$, que também é uma fração irredutível, pois os números 5 e 8 são primos entre si.

Vamos, agora, simplificar a fração $\frac{36}{54}$ até obter uma fração irredutível. Veja:

$$\frac{36}{54} = \frac{18}{27} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

:2 :3 :3

Podemos também simplificar essa fração dividindo o numerador e o denominador por 18. Veja ao lado:

Verifique que, com apenas uma simplificação, encontramos a fração irredutível, pois 18 é o maior divisor comum de 36 e 54.

$$\frac{36}{54} = \frac{2}{3}$$

:18

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Simplifique as frações até torná-las irredutíveis.

a) $\frac{8}{24}$ $\frac{1}{3}$

b) $\frac{20}{100}$ $\frac{1}{5}$

c) $\frac{32}{80}$ $\frac{2}{5}$

d) $\frac{18}{60}$ $\frac{3}{10}$

e) $\frac{80}{20}$ 4

f) $\frac{90}{100}$ $\frac{9}{10}$

2 Identifique, no caderno, a fração que, simplificada, corresponde à fração irredutível $\frac{3}{5}$.

alternativa d

a) $\frac{25}{20}$ $\frac{5}{4}$

b) $\frac{24}{300}$ $\frac{2}{25}$

c) $\frac{80}{48}$ $\frac{5}{3}$

d) $\frac{60}{100}$

3 Em uma pesquisa feita no 2º ano, 80 dos 200 alunos escolheram a cor vermelha como preferida e 120, a cor azul. Luís afirmou que $\frac{40}{100}$ dos alunos preferem a cor vermelha, e Mônica afirmou que $\frac{3}{5}$ dos alunos preferem a cor azul. Reescreva a afirmativa correta. alternativa b

a) A afirmação de Luís está errada.

b) As afirmações de Luís e de Mônica estão corretas.

c) A afirmação de Mônica está errada.

d) As afirmações de Luís e de Mônica estão erradas.

4 Em 2013, o Flamengo sagrou-se tricampeão da Copa do Brasil. No período de 1998 a 2013, do total de títulos, os times do Rio de Janeiro ganharam 4, e os de São Paulo, 7, dos quais 2 foram conquistados pelo Palmeiras.

MARCOS DE PAULA/ESTADÃO CONTEÚDO

Jogadores do Flamengo comemoram título da Copa do Brasil 2013 no Maracanã, Rio de Janeiro (RJ).

a) Que fração irredutível representa o número de títulos conquistados pelo Palmeiras em relação ao total de títulos disputados nesse período? $\frac{1}{8}$

b) Que fração irredutível representa o número de títulos conquistados pelos clubes do Rio de Janeiro em relação ao total de títulos disputados nesse período? $\frac{1}{4}$

5 Determine uma fração equivalente a:

a) $\frac{7}{6}$, de denominador 48. $\frac{56}{48}$

b) $\frac{3}{5}$, cujo numerador seja 18. $\frac{18}{30}$

7 Comparação de frações

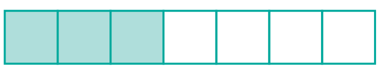
Observe as situações a seguir:

Situação 1

Antônio Carlos e Paula compraram duas barras de chocolates do mesmo tamanho. Antônio Carlos comeu $\frac{3}{7}$ da sua barra de chocolate, e Paula, $\frac{5}{7}$ da sua. Quem comeu a maior parte da sua barra de chocolate?

Para responder a essa pergunta, é necessário comparar as frações $\frac{3}{7}$ e $\frac{5}{7}$ e verificar qual delas é a maior.

Observe a representação de cada fração. Cada figura representa uma barra de chocolate e as partes pintadas representam o que cada um comeu.



$\frac{3}{7}$

$\frac{5}{7}$

LUIZ RUBIO

Por meio das representações, verificamos que $\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$, pois $5 > 3$.

Se duas frações têm o mesmo denominador, a maior é aquela que tem o maior numerador.

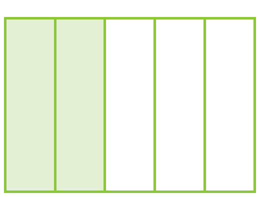
Situação 2

Bruna, Carla e Joana disputaram um jogo no celular. Terminado o jogo, da pontuação máxima, Bruna conseguiu $\frac{2}{5}$, Carla, $\frac{3}{4}$, e Joana, $\frac{1}{2}$. Qual delas fez menos pontos?

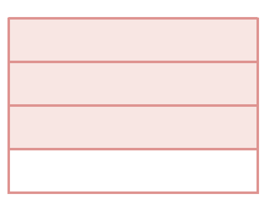
Para responder a essa pergunta, é necessário comparar as frações $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{2}$ e verificar qual delas é a menor.

GEORGE TUTUMI

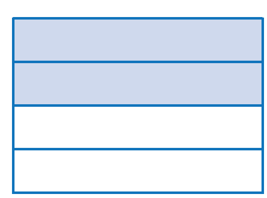
Na representação abaixo, cada figura corresponde à pontuação máxima de cada jogadora:



pontuação de Bruna: $\frac{2}{5}$



pontuação de Carla: $\frac{3}{4}$



pontuação de Joana: $\frac{1}{2}$

LUIZ RUBIO

Observando as figuras, percebemos que $\frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{3}{4}$.

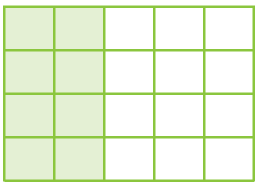
Logo, Bruna fez menos pontos nesse jogo.

Podemos também comparar as frações $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{2}$ por meio das frações equivalentes a elas, com os mesmos denominadores. Veja:

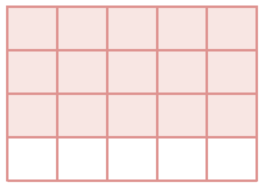
$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{8}{20} \qquad \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20} \qquad \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 10}{2 \cdot 10} = \frac{10}{20}$$

Como $8 < 10 < 15$, temos: $\frac{8}{20} < \frac{10}{20} < \frac{15}{20}$ ou $\frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{3}{4}$.

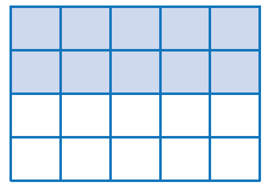
Graficamente, temos:



pontuação de Bruna: $\frac{8}{20}$



pontuação de Carla: $\frac{15}{20}$



pontuação de Joana: $\frac{10}{20}$

LUIZ RUBIO

Situação 3

Qual das frações é maior: $\frac{7}{15}$ ou $\frac{5}{12}$?

Para responder a essa pergunta, devemos inicialmente encontrar duas frações equivalentes a elas com o mesmo denominador.

O denominador dessas frações equivalentes deverá ser um múltiplo comum de 15 e 12.

Para facilitar, podemos encontrar o menor múltiplo comum possível, diferente de zero, isto é, o mmc dos denominadores.

$$\begin{array}{r|l}
12,\ 15 & 2 \\
6,\ 15 & 2 \\
3,\ 15 & 3 \\
1,\ \ 5 & 5 \\
\hline
1,\ \ 1 & 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60
\end{array}$$

mmc $(15, 12) = 60$

Logo, devemos obter frações equivalentes a $\frac{7}{15}$ e $\frac{5}{12}$ cujos denominadores sejam 60.

$$\frac{5}{12} \overset{\times 5}{\underset{\times 5}{=}} \frac{25}{60} \quad \text{e} \quad \frac{7}{15} \overset{\times 4}{\underset{\times 4}{=}} \frac{28}{60}$$

Assim: $\frac{28}{60} > \frac{25}{60}$ ou $\frac{7}{15} > \frac{5}{12}$.

Logo, $\frac{7}{15}$ é a maior dessas frações.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Copie os itens substituindo cada ■ pelo símbolo $>$, $<$ ou $=$.

a) $\frac{2}{5}$ ■ $\frac{5}{7}$ $\frac{2}{5} < \frac{5}{7}$

b) $5\frac{2}{5}$ ■ $\frac{27}{5}$ $5\frac{2}{5} = \frac{27}{5}$

c) $\frac{16}{3}$ ■ $\frac{14}{2}$ $\frac{16}{3} < \frac{14}{2}$

d) $\frac{16}{35}$ ■ $\frac{1}{2}$ $\frac{16}{35} < \frac{1}{2}$

2 Determine a maior fração de cada item.

a) $\frac{3}{4}, \frac{17}{4}, \frac{9}{4}$ $\frac{17}{4}$

b) $\frac{1}{3}, \frac{7}{3}, \frac{5}{3}$ $\frac{7}{3}$

c) $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}$ $\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{2}, \frac{5}{12}, \frac{4}{3}, \frac{1}{6}$ $\frac{4}{3}$

3 Disponha as frações em ordem crescente, utilizando o símbolo $<$ entre as frações.

a) $\frac{7}{8}, \frac{7}{3}, \frac{7}{5}, \frac{7}{10}$
$\frac{7}{10} < \frac{7}{8} < \frac{7}{5} < \frac{7}{3}$

b) $\frac{1}{8}, \frac{11}{12}, \frac{2}{15}, \frac{7}{20}$
$\frac{1}{8} < \frac{2}{15} < \frac{7}{20} < \frac{11}{12}$

4 Escreva quatro frações de mesmo numerador. Troque com um colega para que cada um reescreva as frações do outro em ordem crescente sem reduzi-las ao mesmo denominador. Discutam e escrevam o procedimento usado.
Basta escrever as frações de modo que os denominadores fiquem em ordem decrescente.

5 Luís e Maria recebem, por mês, a mesma quantia. Luís gasta $\frac{3}{4}$ do seu salário, e Maria, $\frac{2}{3}$. Quem gasta mais? Luís

6 Na última eleição, os candidatos Paulo, Pedro e José obtiveram, respectivamente, $\frac{1}{5}, \frac{2}{8}$ e $\frac{2}{9}$ do total dos votos. Qual dos três candidatos foi o mais votado? Pedro

WALDOMIRO NETO

8 Fração de uma quantidade

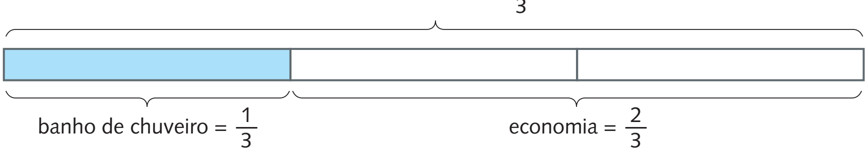
Para estudar o cálculo da fração de uma quantidade, vamos considerar as situações a seguir:

Situação 1

Segundo a Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (Sabesp), durante 15 minutos, uma ducha com o registro meio aberto consome 135 litros de água. O chuveiro elétrico, durante o mesmo tempo e com a mesma abertura do registro, consome $\frac{1}{3}$ dessa quantidade. Quantos litros de água são economizados em um banho de chuveiro de 15 minutos em relação a um banho de ducha nas mesmas condições?

GEORGE TUTUMI

Vamos representar o enunciado por meio de um esquema:



LUIZ RUBIO

Os 135 litros da água gastos em um banho de ducha correspondem a $\frac{3}{3}$.

Para obter $\frac{1}{3}$ de 135, dividimos 135 por 3:

$$135 : 3 = 45$$

A economia feita corresponde a $\frac{2}{3}$ de 135 litros. Devemos multiplicar $\frac{1}{3}$ de 135, isto é, 45 por 2:

$$2 \cdot 45 = 90$$

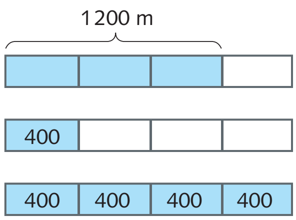
Portanto, no banho de chuveiro são economizados 90 litros de água em relação a um banho de ducha nas mesmas condições.


GEORGE TUTUMI

Situação 2

Um alpinista escalou $\frac{3}{4}$ de uma montanha, o que corresponde a 1 200 metros. Qual é a distância total a ser escalada?

A fração $\frac{3}{4}$ corresponde a 1 200 metros.



$\frac{3}{4} \longrightarrow$ 1 200 metros

$\frac{1}{4} \longrightarrow$ 1 200 : 3 = 400 (400 metros)

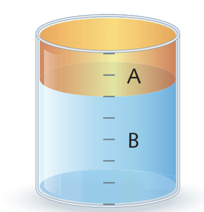
$\frac{4}{4} \longrightarrow$ 400 · 4 = 1 600 (1 600 metros)

LUIZ RUBIO

Logo, a distância total a ser escalada é 1 600 metros.

Situação 3

Juntam-se em um recipiente dois líquidos que não se misturam. O líquido A ocupa $\frac{2}{7}$ do volume total, e o líquido B corresponde a 50 mililitros. Qual é o volume total dessa mistura?



O líquido A corresponde a $\frac{2}{7}$ do total. 

O líquido B corresponde a $\frac{5}{7}$ do total. 

LUIZ RUBIO

Assim: $\frac{5}{7} \longrightarrow$ 50 mililitros

$\frac{1}{7} \longrightarrow$ $50 : 5 = 10$ (10 mililitros)

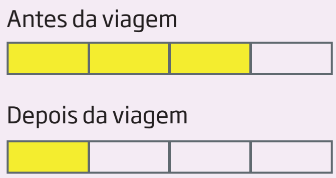
$\frac{7}{7} \longrightarrow$ $7 \cdot 10 = 70$ (70 mililitros)

Logo, o volume total dessa mistura é 70 mililitros.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Observe o indicador de combustível de um carro cuja capacidade é de 52 litros.



LUIZ RUBIO

a) Com quantos litros de combustível o carro ficou após a viagem? 13 litros

b) Quantos litros de combustível tinha ao iniciar a viagem? 39 litros

2 Estavam programadas para os Jogos Olímpicos do Rio de Janeiro em 2016, os primeiros da América do Sul, 306 provas com medalhas. Dessas provas, $\frac{1}{34}$ eram mistas e $\frac{4}{9}$, femininas.

a) Quantas provas eram mistas? 9

b) Quantas provas eram femininas? 136

c) Quantas provas eram masculinas? 161

LUIZ RUBIO

3 Para encher $\frac{2}{5}$ de uma piscina são necessários 60 000 litros de água. Qual é a capacidade dessa piscina? 150 000 litros

4 Uma betoneira transporta 5 000 quilogramas de concreto. Em sua primeira entrega, ela despejou $\frac{7}{20}$ da carga total. A quantos quilogramas de concreto corresponde essa primeira remessa? 1 750 quilogramas

GEORGE TUTUMI

5 A atleta tcheca Barbora Špotáková, recordista mundial no arremesso de dardo, conquistou o ouro em Londres 2012. Determine o valor aproximado desse recorde, sabendo que $\frac{6}{7}$ dele correspondem a 60 metros. 70 metros

FRANCK FIFE/AFP

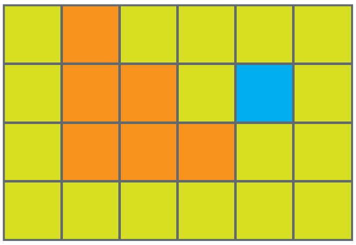
Barbora Špotáková em Londres, em agosto de 2012.

6 André comprou $\frac{5}{9}$ de uma coleção de livros. Ele ainda precisa adquirir 12 volumes para completá-la. Quantos volumes há nessa coleção? 27 volumes

9 Adição e subtração de frações

Frações com denominadores iguais

No terreno que comprou, Felipe construiu uma casa e uma piscina e gramou o restante. Na figura, a parte pintada de laranja representa a casa, a parte pintada de azul representa a piscina e a parte pintada de verde representa o gramado. Que fração do terreno representa a casa e a piscina juntas? Que fração do terreno representa a parte gramada?



LUIZ RUBIO

Observe que cada quadradinho corresponde a $\frac{1}{24}$ do terreno. Logo:

Fração que representa o terreno: $\frac{24}{24}$

Fração que representa a casa: $\frac{6}{24}$

Fração que representa a piscina: $\frac{1}{24}$

- A casa e a piscina juntas correspondem a 7 ou $(6 + 1)$ quadradinhos.

  A fração que representa a casa e a piscina juntas é dada por: $\frac{6}{24} + \frac{1}{24} = \frac{7}{24}$

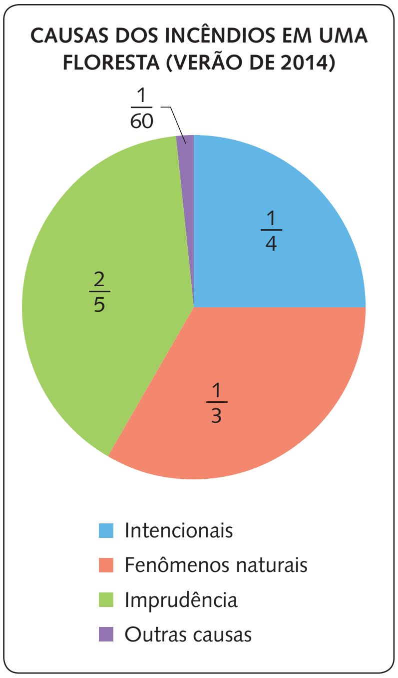
- O gramado corresponde a 17 ou $(24 - 7)$ quadradinhos.

  A fração que representa a parte gramada é é dada por: $\frac{24}{24} - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}$

> Em uma adição ou subtração de frações cujos denominadores são iguais, adicionamos ou subtraímos os numeradores e conservamos os denominadores.

Frações com denominadores diferentes

Observe o gráfico que Alfredo fez com base em uma pesquisa sobre as causas dos incêndios ocorridos no verão de 2014 em uma floresta.



LUIZ RUBIO

Dados obtidos por Alfredo.

- Que fração dos incêndios nessa floresta foram causados pela ação humana, isto é, por imprudência ou por intenção no verão de 2014?

  Para responder a essa pergunta, efetuamos uma adição de frações:

  $$\frac{2}{5} + \frac{1}{4}$$

  Como as frações têm denominadores diferentes, precisamos encontrar, inicialmente, frações equivalentes a $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{4}$ cujos denominadores são iguais.

  $$\frac{2}{5} \overset{\times 4}{=} \frac{8}{20} \quad \text{e} \quad \frac{1}{4} \overset{\times 5}{=} \frac{5}{20}$$

  Assim: $\frac{2}{5} + \frac{1}{4} = \frac{8}{20} + \frac{5}{20} = \frac{13}{20}$

  Portanto, $\frac{13}{20}$ dos incêndios foram causados pela ação humana nessa floresta.

- Que fração dos incêndios representa a diferença entre os causados por fenômenos naturais e os intencionais?

Para responder a essa pergunta, efetuamos uma subtração de frações:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

Como as frações têm denominadores diferentes, precisamos encontrar, inicialmente, frações equivalentes a $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ cujos denominadores são iguais.

$$\frac{1}{3} \overset{\times 4}{=} \frac{4}{12} \quad \text{e} \quad \frac{1}{4} \overset{\times 3}{=} \frac{3}{12}$$

Assim: $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$

Portanto, $\frac{1}{12}$ dos incêndios representa a diferença entre os incêndios causados por fenômenos naturais e os intencionais.

> Em uma adição ou subtração de frações cujos denominadores são diferentes, encontramos frações equivalentes às iniciais, com um mesmo denominador, e em seguida adicionamos ou subtraímos essas frações.

Exemplos

- $\frac{1}{3} + \frac{2}{15} + \frac{1}{6} = \frac{10}{30} + \frac{4}{30} + \frac{5}{30} = \frac{19}{30}$
- $3 - \frac{5}{6} = \frac{3}{1} - \frac{5}{6} = \frac{18}{6} - \frac{5}{6} = \frac{13}{6}$
- $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{2}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$
- $2\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{11}{5} + \frac{2}{3} = \frac{33}{15} + \frac{10}{15} = \frac{43}{15}$

Se achar conveniente, diga aos alunos que o denominador comum das frações equivalentes pode ser o mmc dos denominadores iniciais.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Calcule o resultado das operações.

a) $\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$ $\frac{7}{9}$

b) $\frac{5}{6} - \frac{2}{6}$ $\frac{1}{2}$

c) $\frac{3}{4} + \frac{1}{5}$ $\frac{19}{20}$

d) $\frac{7}{8} - \frac{4}{9}$ $\frac{31}{72}$

e) $\frac{1}{7} + \frac{3}{5} + \frac{9}{14}$ $\frac{97}{70}$

f) $3 - \frac{14}{5}$ $\frac{1}{5}$

g) $1\frac{2}{11} + \frac{7}{10}$ $\frac{207}{110}$

h) $2\frac{1}{5} - 1\frac{1}{6}$ $\frac{31}{30}$

i) $7 + \frac{2}{9}$ $\frac{65}{9}$

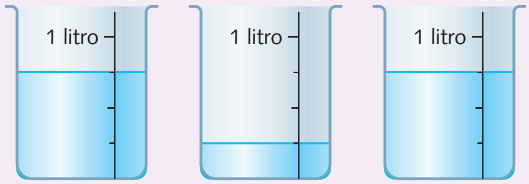
j) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$ $\frac{7}{12}$

k) $\frac{1}{5} + 2 + \frac{7}{8}$ $\frac{123}{40}$

l) $3\frac{2}{5} - \frac{1}{7}$ $\frac{114}{35}$

2 Sendo $A = 3$, $B = 3\frac{5}{7}$ e $C = 2\frac{1}{5}$, determine $A + B - C$. $\frac{158}{35}$

3 Se derramarmos, em um mesmo recipiente de 2 litros de capacidade, o conteúdo dos três recipientes abaixo, que quantidade de líquido obteremos? $\frac{7}{4}$ litro $= 1\frac{3}{4}$ litro



LUIZ RUBIO

Lembre-se:
Não escreva no livro!

4 Verifique estas igualdades envolvendo números mistos:

- $4 + \frac{3}{5} = 4\frac{3}{5}$
- $2\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = 2 + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{8}\right)$
- $3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} = (3 + 2) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) =$
  $= 5 + 1 = 6$

a) $5 + 3 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = 9$

b) $3 + 7 + \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{5}\right) = 11$

Agora, efetue no caderno:

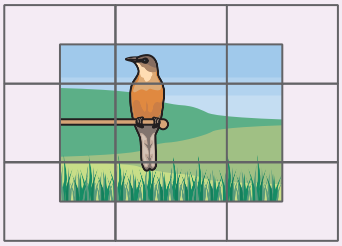
a) $5\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}$ 9

b) $3\frac{4}{5} + 7\frac{1}{5}$ 11

5 Lino é entregador de revistas. Pela manhã, ele entregou $\frac{1}{5}$ das revistas a serem distribuídas hoje. À tarde, entregou mais $\frac{1}{3}$ do total. Restam, ainda, 14 revistas para entregar à noite. Qual é o total de revistas que Lino deve entregar hoje? 30

6 Determine a fração da superfície total do retângulo que o desenho ocupa.

$\frac{4}{9}$



GEORGE TUTUMI

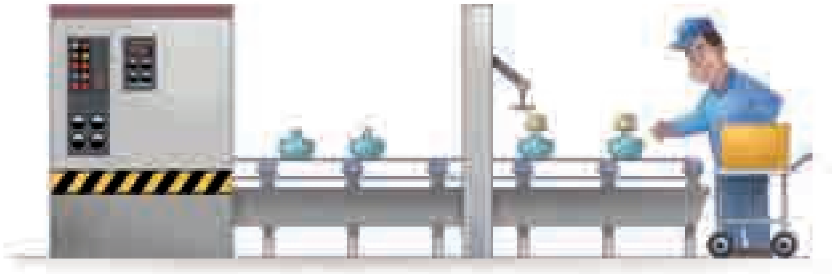
7 Gastei $\frac{1}{7}$ do meu salário com alimentação e $\frac{2}{5}$ com as demais despesas. Que fração do meu salário corresponde ao que gastei? $\frac{19}{35}$

8 O líquido contido em uma vasilha ocupa $\frac{5}{8}$ da sua capacidade. Se forem acrescentados 21 litros à vasilha, esta ficará cheia. Qual é a capacidade da vasilha? 56 litros

10 Multiplicação de frações

Multiplicação de um número natural por uma fração

Uma indústria produz um mesmo número de peças a cada dia. Ela opera de segunda a sexta-feira, fabricando a cada dia $\frac{1}{5}$ das peças produzidas na semana. Em certa semana com feriados na quinta e na sexta-feira, que fração do total de peças da produção semanal essa indústria produziu?



GEORGE TUTUMI

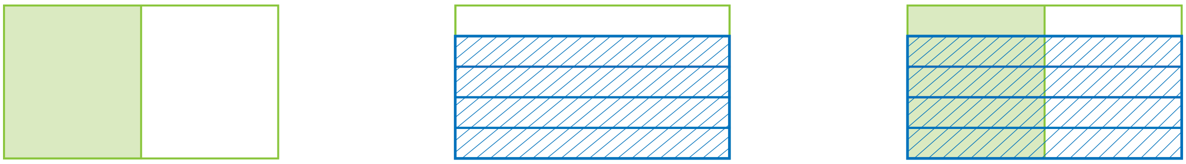
Para responder a essa pergunta, podemos fazer:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{5} = \frac{3}{5}$$

Portanto, em três dias a indústria produziu $\frac{3}{5}$ do total de peças da produção semanal.

Multiplicação de duas frações

Agora, vamos calcular $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2}$.



LUIZ RUBIO

A parte verde representa $\frac{1}{2}$ da figura.

A parte hachurada representa $\frac{4}{5}$ da figura.

Juntando as figuras, percebemos que a parte hachurada e também verde correspondem a $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2}$ e representam $\frac{4}{10}$ da figura.

De acordo com as figuras, podemos verificar que: $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 1}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10}$

O produto de dois números na forma de fração é um número na forma de fração que tem como numerador o produto dos numeradores e como denominador o produto dos denominadores.

Exemplos

- $\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{11} = \frac{15}{44}$
- $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{10} = \frac{21}{100}$
- $3\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{13}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$
- $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{63} = \frac{2}{21}$ (: 3)
- $\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} = \frac{30}{30} = 1$
- $2\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{11} = \frac{11}{5} \cdot \frac{5}{11} = \frac{55}{55} = 1$

Inverso de uma fração

Observe os exemplos:

$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$

$7 \cdot \frac{1}{7} = \frac{7}{7} = 1$

Quando o produto de duas frações é igual a 1, dizemos que essas frações são inversas uma da outra. Assim:

$\frac{2}{3}$ é a fração inversa de $\frac{3}{2}$.

$\frac{3}{2}$ é a fração inversa de $\frac{2}{3}$.

A fração inversa de $\frac{1}{7}$ é $\frac{7}{1}$ ou 7.

A fração inversa de 7 é $\frac{1}{7}$.

Cancelamento

O cancelamento é uma técnica utilizada para facilitar a determinação de um produto. Vamos estudar dois casos:

- **1º caso:** quando existem fatores iguais no numerador e no denominador.

Exemplos

- $\dfrac{2}{\cancel{3}_1} \cdot \dfrac{\cancel{3}^1}{7} = \dfrac{2}{7}$ — O fator 3 do numerador da segunda fração foi cancelado com o fator 3 do denominador da primeira fração. Ambos foram divididos por 3.
- $\dfrac{\cancel{5}^1}{\cancel{4}_1} \cdot \dfrac{3}{\cancel{5}_1} \cdot \dfrac{\cancel{4}^1}{19} = \dfrac{3}{19}$ — Os fatores 4 e 5 dos numeradores foram cancelados com os fatores 4 e 5 dos denominadores.

- **2º caso:** quando existem múltiplos de um mesmo número no numerador e no denominador.

Exemplos

- $\dfrac{\cancel{4}^2}{9} \cdot \dfrac{7}{\cancel{6}_3} = \dfrac{2 \cdot 7}{9 \cdot 3} = \dfrac{14}{27}$ — 4 e 6 são múltiplos de 2. Ambos foram divididos por 2.
- $\dfrac{\cancel{24}^1}{\cancel{21}_3} \cdot \dfrac{\cancel{49}^7}{\cancel{60}_2} \cdot \dfrac{\cancel{30}^1}{\cancel{72}_3} = \dfrac{1 \cdot 7 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 3} = \dfrac{7}{18}$ — 21 e 49 são múltiplos de 7. Ambos foram divididos por 7. 30 e 60 são múltiplos de 30. Ambos foram divididos por 30. 24 e 72 são múltiplos de 24. Ambos foram divididos por 24.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Determine os produtos simplificando o resultado, quando possível.

a) $3 \cdot \dfrac{2}{7}$ $\dfrac{6}{7}$

b) $\dfrac{6}{7} \cdot 8$ $\dfrac{48}{7}$

c) $5 \cdot 3\dfrac{1}{5}$ 16

d) $\dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{7}{9}$ $\dfrac{7}{12}$

e) $\dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{27}{15}$ $\dfrac{3}{5}$

f) $\dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{10}{4} \cdot \dfrac{9}{15}$ 1

g) $\dfrac{5}{4} \cdot \dfrac{8}{15} \cdot \dfrac{1}{2}$ $\dfrac{1}{3}$

h) $\dfrac{7}{9} \cdot \dfrac{3}{2} \cdot 0$ 0

i) $2\dfrac{1}{5} \cdot \dfrac{35}{33}$ $\dfrac{7}{3}$

j) $1\dfrac{3}{7} \cdot \dfrac{63}{40}$ $\dfrac{9}{4}$

2 Leia e resolva.

a) Uma lata de manteiga tem $\dfrac{3}{4}$ de quilograma. Quantos quilogramas terão 12 latas? 9 quilogramas

b) Uma loja vendeu 42 aparelhos de som. Destes, $\dfrac{2}{3}$ são da marca Alfa. Quantos aparelhos de som da marca Alfa foram vendidos? 28

3 Determine:

a) o triplo de $\dfrac{7}{15}$; $\dfrac{7}{5}$

b) o dobro de $\dfrac{5}{8}$. $\dfrac{5}{4}$

4 Um reservatório contém 2 400 litros. Quantos litros cabem em $\dfrac{3}{4}$ desse reservatório? 1 800 litros

5 Efetue, utilizando o cancelamento.

a) $\dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{5}{7}$ $\dfrac{3}{7}$

b) $\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{8}{9} \cdot 2\dfrac{1}{4}$ 1

c) $\dfrac{36}{50} \cdot \dfrac{30}{72} \cdot \dfrac{10}{40}$ $\dfrac{1}{4}$

d) $\dfrac{7}{11} \cdot \dfrac{11}{28}$ $\dfrac{3}{40}$

6 Em uma caixa, há meio cento de laranjas. Se retirarmos $\dfrac{2}{5}$ dessas laranjas, quantas laranjas sobrarão na caixa? 30 laranjas

7 Joaquim quer dividir R$ 6 000,00 entre seus três filhos desta maneira:

- o mais novo deve receber $\dfrac{1}{2}$ do total;
- o do meio deve receber $\dfrac{1}{3}$ do total;
- o mais velho deve receber $\dfrac{1}{4}$ do total.

Essa divisão é possível? Justifique sua resposta.

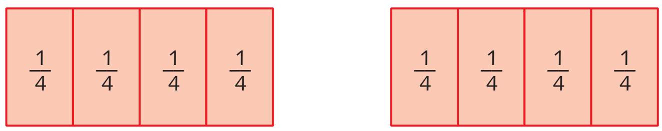
Não, pois R$ 3 000,00 + R$ 2 000,00 + R$ 1 500,00 = R$ 6 500,00, mais do que o total a ser dividido. $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{13}{12}$.

11 Divisão de frações

Divisão de um número natural por uma fração

Marília tinha duas barras iguais de chocolate. Ela dividiu cada uma dessas barras em 4 pedaços iguais, entregando cada pedaço a uma colega de sala. Quantas colegas receberam pedaços desses chocolates?

- Inicialmente, dividimos cada barra em 4 partes iguais. Cada uma dessas partes corresponde a $\frac{1}{4}$ de uma barra de chocolate.



LUIZ RUBIO

Observando a ilustração, percebemos que $\frac{1}{4}$ de uma barra de chocolate cabe oito vezes em duas barras de chocolate:

$$\frac{1}{4} \text{ cabe 8 vezes em 2, ou seja, } 2 : \frac{1}{4} = 8$$

Observe que $2 \cdot 4 = 8$.

"fração inversa de $\frac{1}{4}$"

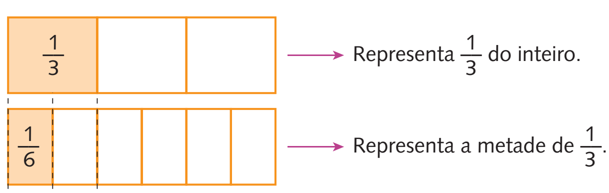
Dividir por $\frac{1}{4}$ é o mesmo que multiplicar por 4, que é a fração inversa de $\frac{1}{4}$.

Portanto, 8 colegas receberam pedaços das barras de chocolates.

Divisão de uma fração por um número natural

Qual é a metade de $\frac{1}{3}$?

Para responder a essa pergunta, observe a ilustração a seguir.



LUIZ RUBIO

Verificamos que $\frac{1}{6}$ é a **metade** de $\frac{1}{3}$:

$$\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{6}$$

Verifique que $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

"fração inversa de 2"

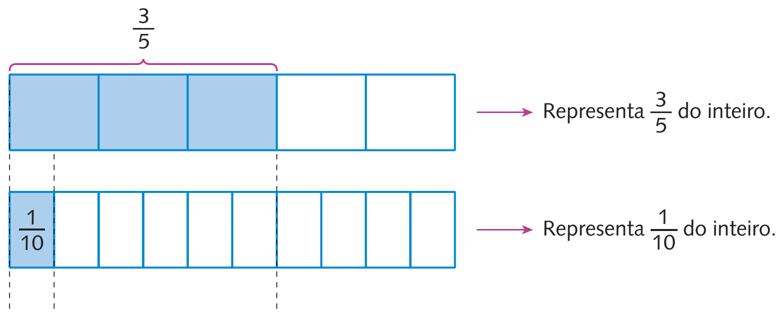
Dividir por 2 é o mesmo que multiplicar por $\frac{1}{2}$, que é a fração inversa de 2.

Logo, a metade de $\frac{1}{3}$ é $\frac{1}{6}$.

Divisão de uma fração por outra fração

Qual é o quociente da divisão de $\frac{3}{5}$ por $\frac{1}{10}$?

A operação consiste em determinar quantas vezes $\frac{1}{10}$ cabe em $\frac{3}{5}$. Observe a ilustração:



LUIZ RUBIO

Percebemos que $\frac{1}{10}$ cabe **seis vezes** em $\frac{3}{5}$.

Assim, $\frac{3}{5} : \frac{1}{10} = 6$.

Verifique que $\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{1} = \frac{30}{5} = 6$

"fração inversa de $\frac{1}{10}$"

Dividir por $\frac{1}{10}$ é o mesmo que multiplicar por 10, que é a fração inversa de $\frac{1}{10}$.

Logo, o quociente de $\frac{3}{5}$ por $\frac{1}{10}$ é 6.

Na divisão de uma fração por outra, multiplicamos a primeira pela fração inversa da segunda.

Exemplos

- $\frac{3}{5} : \frac{7}{9} = \frac{3}{5} \cdot \frac{9}{7} = \frac{27}{35}$
- $2 : \frac{3}{5} = 2 \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

Observação

Para representar a divisão de $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{5}$, podemos usar a notação:

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{4} : \frac{2}{5}$$

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Efetue as divisões, simplificando o resultado, quando possível.

a) $4 : \frac{1}{2}$ 8 c) $\frac{2}{9} : 1\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ e) $10 : \frac{2}{5}$ 25

b) $60 : \frac{3}{8}$ 160 d) $\frac{1}{2} : 4$ $\frac{1}{8}$ f) $\frac{3}{8} : 5$ $\frac{3}{40}$

2 Eneias preparou um refresco misturando $\frac{3}{4}$ de litro de suco de acerola com $\frac{3}{4}$ de litro de suco de laranja, $\frac{3}{4}$ de litro de leite condensado e $\frac{1}{4}$ de litro de suco de limão. Agitou bem e serviu em dez taças. Que fração do litro caberá, no máximo, em cada taça? $\frac{1}{4}$


RONALDO BARATA

3 Quantos copos com capacidade de $\frac{1}{4}$ de litro podemos encher com 10 garrafas de 1 litro? 40 copos

4 Calcule:

a) $\dfrac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{5}}$ $\frac{10}{21}$ b) $\dfrac{10}{\frac{2}{5}}$ 25 c) $\dfrac{\frac{3}{7}}{\frac{6}{10}}$ $\frac{5}{7}$

5 Um aquecedor solar residencial tem um grande reservatório de água para uso na cozinha e em cinco banheiros. Sabendo que $\frac{1}{3}$ dessa capacidade é utilizado na cozinha, que fração seria disponibilizada para cada banheiro, supondo os cinco tenham igual consumo? $\frac{2}{15}$

MTSYRI/SHUTTERSTOCK

Aquecedor solar residencial.

12 Potenciação e raiz quadrada de frações

Vamos recordar a situação 1 do item 8, aquela sobre a informação, fornecida pela Sabesp, de que o consumo de um chuveiro elétrico corresponde a $\frac{1}{3}$ do consumo de uma ducha. A Sabesp recomenda que a pessoa feche o chuveiro enquanto se ensaboa, de modo que use a água em $\frac{1}{3}$ do tempo. Assim o consumo de água utilizando o chuveiro elétrico nas condições citadas passa a ser $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{3}$ do consumo de água da ducha, ou seja, $\frac{1}{9}$.

Também podemos escrever: $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1^2}{3^2} = \frac{1}{9}$

> Para elevar uma fração a determinado expoente, devemos elevar o numerador e o denominador a esse expoente.

Exemplos

- $\left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2^4}{5^4} = \frac{16}{625}$
- $\left(1\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{7}{5}\right)^3 = \frac{7^3}{5^3} = \frac{343}{125} = 2\frac{93}{125}$

As definições utilizadas para os números naturais também são válidas para os números na forma de fração. Assim:

- Toda potência de expoente 1 é igual à própria base.
  - $\left(\frac{1}{7}\right)^1 = \frac{1}{7}$
  - $\left(\frac{13}{4}\right)^1 = \frac{13}{4}$
- Toda potência de expoente zero e base diferente de zero é igual a 1.
  - $\left(\frac{3}{5}\right)^0 = 1$
  - $\left(\frac{200}{7}\right)^0 = 1$

Raiz quadrada

Você já aprendeu o que é raiz quadrada de um número natural e como podemos representá-la. Veja:

- $\sqrt{16} = 4$, pois $4^2 = 16$;
- $\sqrt{25} = 5$, pois $5^2 = 25$.

Com números na forma de fração trabalhamos da mesma maneira. Observe:

- $\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$, pois $\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$.

Exemplos

- $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$, pois $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$.
- $\sqrt{\frac{121}{81}} = \frac{11}{9}$, pois $\left(\frac{11}{9}\right)^2 = \frac{121}{81}$.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Calcule o valor das potências.

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ $\frac{9}{25}$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ $\frac{1}{16}$

c) $\left(\frac{8}{3}\right)^1$ $\frac{8}{3}$

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ $\frac{8}{27}$

e) $\left(3\frac{1}{2}\right)^2$ $\frac{49}{4}$

f) $\left(\frac{2}{7}\right)^0$ 1

2 Calcule.

a) $\sqrt{\frac{9}{64}}$ $\frac{3}{8}$

b) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ $\frac{4}{5}$

c) $\sqrt{\frac{1}{81}}$ $\frac{1}{9}$

d) $\sqrt{\frac{49}{100}}$ $\frac{7}{10}$

e) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$ $\frac{5}{4}$

f) $\sqrt{\frac{144}{169}}$ $\frac{12}{13}$

13 Expressões numéricas

O cálculo de expressões numéricas envolvendo números na forma de fração segue a mesma ordem estudada para o cálculo das expressões numéricas com números naturais:

1º) potenciações e radiciações, na ordem em que aparecem;

2º) multiplicações e divisões, na ordem em que aparecem;

3º) adições e subtrações, na ordem em que aparecem.

Quando, nas expressões, aparecem sinais de associação, estes devem ser resolvidos na seguinte ordem:

1º) parênteses ( ) **2º)** colchetes [ ] **3º)** chaves { }

Exemplos

- $\dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{3}{5} + \left(\dfrac{1}{2}\right)^3 =$

$= \dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{3}{5} + \mathbf{\dfrac{1}{8}} =$

$= \dfrac{2}{3} - \mathbf{\dfrac{3}{20}} + \dfrac{1}{8} =$ $\qquad \dfrac{2}{3} \overset{\times 20}{\underset{\times 20}{=}} \dfrac{40}{60}$ e $\dfrac{3}{20} \overset{\times 3}{\underset{\times 3}{=}} \dfrac{9}{60}$

$= \dfrac{40}{60} - \dfrac{9}{60} + \dfrac{1}{8} =$

$= \mathbf{\dfrac{31}{60}} + \dfrac{1}{8} =$ $\qquad \dfrac{31}{60} \overset{\times 2}{\underset{\times 2}{=}} \dfrac{62}{120}$ e $\dfrac{1}{8} \overset{\times 15}{\underset{\times 15}{=}} \dfrac{15}{120}$

$= \dfrac{62}{120} + \dfrac{15}{120} =$

$= \dfrac{77}{120}$

- $\left\{\sqrt{\dfrac{1}{4}} + \left[\left(\dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{10} : \dfrac{1}{4}\right) + \left(\dfrac{3}{5}\right)^2\right]\right\} - \dfrac{23}{50} =$

$= \left\{\mathbf{\dfrac{1}{2}} + \left[\left(\dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{10} : \dfrac{1}{4}\right) + \mathbf{\dfrac{9}{25}}\right]\right\} - \dfrac{23}{50} =$

$= \left\{\dfrac{1}{2} + \left[\left(\dfrac{1}{5} + \dfrac{\mathbf{1}}{\cancel{\mathbf{10}}_{5}} \cdot \dfrac{\overset{2}{\cancel{\mathbf{4}}}}{\mathbf{1}}\right) + \dfrac{9}{25}\right]\right\} - \dfrac{23}{50} =$

$= \left\{\dfrac{1}{2} + \left[\left(\dfrac{1}{5} + \mathbf{\dfrac{2}{5}}\right) + \dfrac{9}{25}\right]\right\} - \dfrac{23}{50} =$

$= \left\{\dfrac{1}{2} + \left[\mathbf{\dfrac{3}{5}} + \dfrac{9}{25}\right]\right\} - \dfrac{23}{50} =$ $\qquad \dfrac{3}{5} \overset{\times 5}{\underset{\times 5}{=}} \dfrac{15}{25}$

$= \left\{\dfrac{1}{2} + \left[\dfrac{15}{25} + \dfrac{9}{25}\right]\right\} - \dfrac{23}{50} =$

$= \left\{\dfrac{1}{2} + \mathbf{\dfrac{24}{25}}\right\} - \dfrac{23}{50} =$ $\qquad \dfrac{1}{2} \overset{\times 25}{\underset{\times 25}{=}} \dfrac{25}{50}$ e $\dfrac{24}{25} \overset{\times 2}{\underset{\times 2}{=}} \dfrac{48}{50}$

$= \left\{\dfrac{25}{50} + \dfrac{48}{50}\right\} - \dfrac{23}{50} =$

$= \dfrac{73}{50} - \dfrac{23}{50} =$

$= \dfrac{50}{50} = 1$

Lembre-se:
Não escreva no livro!

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Descubra o valor das expressões abaixo.

a) $\dfrac{5}{6} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{3}{4}$ $\dfrac{29}{24}$

b) $5 - \dfrac{7}{4} \cdot \dfrac{1}{2}$ $\dfrac{33}{8}$

c) $\dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{5} + 2\dfrac{1}{4}$ $\dfrac{143}{60}$

d) $2\dfrac{1}{9} + \dfrac{4}{5} \cdot 2$ $\dfrac{167}{45}$

e) $\dfrac{3}{5} + \dfrac{2}{9} : \dfrac{2}{3}$ $\dfrac{14}{15}$

f) $\dfrac{2}{7} \cdot \dfrac{3}{5} - \dfrac{1}{8} : \dfrac{5}{6}$ $\dfrac{3}{140}$

g) $\dfrac{3}{4} + \dfrac{5}{9} : \dfrac{1}{6}$ $\dfrac{49}{12}$

h) $\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{5} : 2$ $\dfrac{2}{5}$

2 Calcule o valor das expressões a seguir.

a) $\left(\dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{8} \cdot \dfrac{4}{7}\right) : \dfrac{2}{7} \cdot \dfrac{4}{9}$ $\dfrac{25}{27}$

b) $3\dfrac{1}{5} + 2\dfrac{1}{9} - \dfrac{2}{3} : \dfrac{4}{9}$ $\dfrac{343}{90}$

c) $3\dfrac{2}{5} : \left(2\dfrac{1}{3} + 1\dfrac{5}{7}\right)$ $\dfrac{21}{25}$

d) $\dfrac{27}{100} : \left\{\dfrac{11}{4} - \left[\dfrac{3}{2} + \left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4}\right)\right]\right\}$ $\dfrac{27}{50}$

e) $\left(1 - \dfrac{1}{2}\right)^2 : \left[\left(1 - \dfrac{3}{4}\right)^2 \cdot 8 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2\right]$ $\dfrac{1}{3}$

f) $\left\{\left[1 - \left(\dfrac{3}{8} \cdot \dfrac{2}{3} : \dfrac{1}{3}\right)\right] + \sqrt{\dfrac{25}{4}}\right\} - \left(\dfrac{1}{10}\right)^0$ $\dfrac{7}{4}$

Resolvendo em equipe

Faça as atividades no caderno.

(Enem) A música e a matemática se encontram na representação dos tempos das notas musicais, conforme a figura ao lado.

Um compasso é uma unidade musical composta por determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fração indicada como fórmula do compasso. Por exemplo, se a fórmula de compasso for $\frac{1}{2}$, poderia ter um compasso ou com duas semínimas ou uma mínima ou quatro colcheias, sendo possível a combinação de diferentes figuras. Um trecho musical de oito compassos, cuja fórmula é $\frac{3}{4}$, poderia ser preenchido com alternativa d

a) 24 fusas.
b) 3 semínimas.
c) 8 semínimas.
d) 24 colcheias e 12 semínimas.
e) 16 semínimas e 8 semicolcheias.

Semibreve	𝅝	1
Mínima	𝅗𝅥	$\frac{1}{2}$
Semínima	♩	$\frac{1}{4}$
Colcheia	♪	$\frac{1}{8}$
Semicolcheia	𝅘𝅥𝅯	$\frac{1}{16}$
Fusa	𝅘𝅥𝅰	$\frac{1}{32}$
Semifusa	𝅘𝅥𝅱	$\frac{1}{64}$

LUIZ RUBIO

Interpretação e identificação dos dados

Um compasso é uma unidade musical composta de determinada quantidade de notas musicais, em que a soma das durações coincide com a fração indicada como fórmula do compasso.

- Identifique a definição de compasso no enunciado do problema.
- Verifique os exemplos citados no enunciado que ajudam a compreender o problema. Resposta pessoal.

Plano de resolução

- Releia o enunciado da questão e calcule o valor de 8 compassos de $\frac{3}{4}$ cada um. $8 \cdot \frac{3}{4} = 6$
- Calcule o valor de 24 fusas, observando a figura reproduzida no enunciado. $24 \cdot \frac{1}{32} = \frac{3}{4}$
- Considerando as informações do enunciado e o cálculo efetuado para 24 fusas, elabore um esquema que represente um possível processo de resolução do problema. Resposta pessoal.

Resolução

- Junte-se a um colega.
- Cada integrante da dupla deverá apresentar seu plano de resolução ao outro.
- Após a discussão sobre as estratégias, executem o processo de resolução.

Observação

Resposta pessoal. As duplas devem calcular o valor obtido em cada uma das alternativas dadas. A alternativa correta é a **d**, pois a soma proposta resulta em 6 (valor esperado).

Resolvam o problema de forma coletiva, mas façam o registro individual no caderno.

Verificação

- Releiam o problema e verifiquem se todas as condições do enunciado foram satisfeitas.

Apresentação

- Após a resolução da questão, o professor poderá exibir um trecho do episódio "Matemática e música", da série *Arte & Matemática*, produzida pela TV Cultura. (O episódio está disponível em: <www.youtube.com/watch?v=Webi8E6P-fc>. Acesso em: 3 mar. 2015.) Em seguida, escrevam um parágrafo sobre a relação entre música e matemática. Os textos poderão ser expostos na sala de aula.

O trecho do vídeo indicado explica a construção da escala musical. É possível ainda visitar o *site* do programa *Arte & Matemática*, em: <www2.tvcultura.com.br/artematematica/home.html>. Acesso em: 3 mar. 2015.

Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Faça as atividades no caderno.

Revisitando

1 Escreva três frações: uma fração própria, outra aparente e outra imprópria não aparente. Em seguida, identifique o numerador e o denominador. Depois, responda: quais delas podem ser escritas na forma de número misto?
Resposta pessoal. Apenas a fração imprópria não aparente pode ser escrita na forma de número misto.

2 Escreva uma fração imprópria não aparente e três frações equivalentes a ela. Em seguida, escreva todas na forma de número misto e compare-os. O que você pode dizer da parte inteira desses números mistos? E das partes fracionárias?
Resposta pessoal. As partes inteiras desses números mistos são iguais. As partes fracionárias são frações equivalentes.

3 Qual é a relação entre frações e porcentagem?
Uma fração cujo denominador é igual a 100 pode ser representada pelo símbolo %. Por exemplo: $\frac{12}{100} = 12\%$

4 O que é uma fração irredutível? É uma fração que não pode ser simplificada, ou seja, seu numerador e seu denominador são primos entre si (não têm nenhum divisor comum diferente de 1).

5 Copie as tabelas abaixo, anotando uma dica para a resolução de cada operação.
Respostas pessoais.

Adição e subtração de frações	
de mesmo denominador	de denominadores diferentes

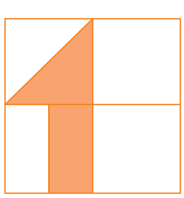
Multiplicação	
de um número natural por uma fração	de duas frações

Divisão	
de um número natural por uma fração	de duas frações

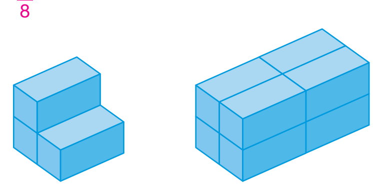
Potenciação de frações	Raiz quadrada de frações

Aplicando

1 Que fração representa a parte colorida de laranja na figura? $\frac{1}{4}$



2 Que fração do sólido B o sólido A representa? $\frac{3}{8}$



sólido A sólido B

LUIZ RUBIO

3 O 6º ano tem 35 alunos. Certo dia, faltaram 3 alunos. Que fração da turma os alunos presentes nesse dia representavam? $\frac{32}{35}$

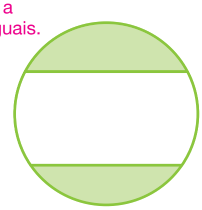
4 Represente com figuras os números mistos:

a) $1\frac{3}{7}$ b) $2\frac{3}{4}$

5 Podemos afirmar que a parte verde da figura representa seus $\frac{2}{3}$?

Não, pois as partes em que a figura foi dividida não são iguais.

LUIZ RUBIO



6 Coloque as frações em ordem decrescente.

a) $\frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}$ $\frac{7}{8} > \frac{5}{6} > \frac{3}{4}$

b) $2\frac{1}{4}, \frac{11}{5}, 3$ $3 > 2\frac{1}{4} > \frac{11}{5}$

7 Das frações $\frac{9}{15}, \frac{18}{50}, \frac{37}{111}$ e $\frac{5}{302}$, indique a que é equivalente a $\frac{1}{3}$. $\frac{37}{111}$

8 Simplifique as frações abaixo.

a) $\frac{27}{81}$ $\frac{1}{3}$ c) $\frac{80}{1\,000}$ $\frac{2}{25}$ e) $\frac{82}{128}$ $\frac{41}{64}$

b) $\frac{90}{540}$ $\frac{1}{6}$ d) $\frac{32}{160}$ $\frac{1}{5}$ f) $\frac{65}{91}$ $\frac{5}{7}$

9 Escreva no caderno uma fração irredutível equivalente a $\frac{360}{540}$. $\frac{2}{3}$

10 Identifique as frações não equivalentes a $\frac{4}{5}$.

$\frac{40}{50}, \frac{12}{15}, \frac{8}{10}, \frac{37}{45}, \frac{28}{35}$ $\frac{37}{45}$

11 Substitua o ■ a fim de obter frações equivalentes e escreva-as no caderno.

a) $\frac{8}{3} = \frac{40}{■}$ 15 c) $\frac{3}{7} = \frac{■}{21}$ 9

b) $\frac{2}{5} = \frac{26}{■}$ 65 d) $\frac{6}{8} = \frac{9}{■}$ 12

12 O 6º ano tem 35 alunos, e $\frac{5}{7}$ deles já estão aprovados. Quantos alunos ainda não estão aprovados? 10 alunos

13 Se $\frac{3}{4}$ do percurso da casa de Rodrigo ao colégio equivalem a 15 quilômetros, qual é o total do percurso? 20 quilômetros

14 A uma festa de aniversário compareceram $\frac{3}{5}$ dos convidados. Determine o número de convidados, sabendo que faltaram 74 pessoas.
185 pessoas

GEORGE TUTUMI

15 Determine a fração equivalente a:

a) $\frac{8}{20}$ cujo numerador seja 44; $\frac{44}{110}$

b) $\frac{3}{7}$ cuja soma do numerador e denominador seja 60. $\frac{18}{42}$

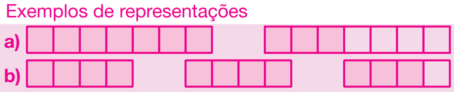
16 Junte-se a um colega e leiam e respondam à questão. Se afirmarmos que $\frac{4}{5}$ é menor que $\frac{8}{25}$ porque $4 < 8$ e $5 < 25$, nosso raciocínio estará correto? Justifiquem sua resposta.
Não, pois: $\frac{4}{5} = \frac{20}{25}$ e $\frac{20}{25} > \frac{8}{25}$

17 Qual é a fração de denominador 24 que está entre $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$? $\frac{17}{24}$

18 Júnior atingiu $\frac{6}{7}$ da pontuação máxima em uma prova de surfe. Determine a pontuação máxima da prova, sabendo que faltaram 22 pontos para Júnior atingi-la. 154

19 Determine a fração que não se altera quando somamos 21 ao numerador e 35 ao denominador. $\frac{3}{5}$

4. Exemplos de representações



20 Em uma prova de triatlo, o vencedor utilizou $\frac{1}{5}$ do tempo na prova de natação, $\frac{7}{15}$ do tempo na prova de ciclismo e os 35 minutos restantes na prova de corrida. Qual foi o tempo utilizado pelo vencedor nessa prova? 105 minutos

DAVID LEAH/MEXSPORT/AFP

Mulheres na Copa do Mundo de Triatlo, em 2007.

21. $\frac{2}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{15} = \frac{12 + 5 + 2}{30} = \frac{19}{30}$; $\frac{30}{30} - \frac{19}{30} = \frac{11}{30}$

21 Em um cruzeiro de férias, $\frac{2}{5}$ dos passageiros são europeus, $\frac{1}{6}$ é asiático e $\frac{1}{15}$ é africano. Os demais passageiros são brasileiros. Que fração dos viajantes representam os brasileiros?

NAN728/SHUTTERSTOCK

Navio de cruzeiro.

22 Ana gastou metade de sua mesada em uma viagem. Com $\frac{1}{6}$ do valor que sobrou, ela comprou um vestido. Que fração da mesada ela já gastou? Que fração ainda resta? $\frac{7}{12}$; $\frac{5}{12}$

23 Vinte e cinco décimos equivalem a quantos milésimos? 2 500

24 Um automóvel percorreu $\frac{1}{4}$ da distância entre duas cidades e depois mais $\frac{1}{3}$ dessa distância, atingindo 490 quilômetros. Qual é a distância entre as duas cidades? 840 quilômetros

25 Da quantia que recebo mensalmente, aplico $\frac{3}{7}$ em caderneta de poupança, o que corresponde a R$ 540,00. Qual é a quantia total que recebo mensalmente? R$ 1 260,00

26 Um atacadista possuía 2 600 sacas de arroz. Ele vendeu $\frac{4}{13}$ dessas sacas ao primeiro freguês. Do que sobrou, vendeu $\frac{1}{3}$ ao segundo freguês. Então, novamente do que sobrou, vendeu $\frac{3}{10}$ ao terceiro freguês. Quantas sacas restaram? 840 sacas

27 Efetue as operações abaixo, simplificando quando possível.

a) $2\frac{1}{3} + 1\frac{3}{4}$ $\frac{49}{12}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{3}{6}$ $\frac{1}{5}$

c) $8 - \frac{7}{2}$ $\frac{9}{2}$

d) $\frac{7}{2} - 1\frac{1}{8}$ $\frac{19}{8}$

28 Determine:

a) $\frac{4}{5} \cdot 420$; 336

b) a metade de $\frac{3}{7}$; $\frac{3}{14}$

c) $\frac{3}{4} \cdot 640$; 480

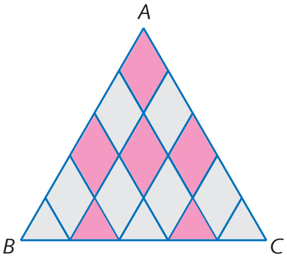
d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7}$. $\frac{1}{7}$

29 Calcule, no caderno.

a) $\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{8}}$ $\frac{4}{3}$

b) $\dfrac{6}{\frac{1}{4}}$ 24

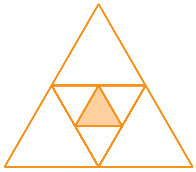
30 Com um colega, copie esta figura e pinte uma parte correspondente a $\frac{2}{5}$ da superfície do triângulo *ABC*.



LUIZ RUBIO

31 Com um colega, copie a figura e responda: que fração do triângulo maior o triângulo menor representa?

$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$



LUIZ RUBIO

32 Calcule o valor das expressões abaixo.

a) $\left[\left(\frac{2}{3} : \frac{1}{12} + 2\right) : \left(\frac{1}{10}\right)^2 - 10^3\right]$ 0

b) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left[3\frac{1}{3} - 3\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{2}\right)^3\right]$ $\frac{59}{24}$

33 Nelson recebeu um prêmio e resolveu dividi-lo desta maneira: deu $\frac{1}{4}$ para seus familiares; doou $\frac{1}{8}$ para uma instituição de caridade; aplicou $\frac{3}{8}$ na poupança; investiu os R$ 90 000,00 restantes em seu negócio, uma lanchonete. Qual foi o valor total do prêmio? R$ 360 000,00

GEORGE TUTUMI

34 Um trem percorreu $\frac{4}{13}$ do seu percurso e fez uma parada. Em seguida, percorreu mais 112 quilômetros, completando, assim, $\frac{2}{3}$ do percurso total. Quanto mede o percurso todo? 312 quilômetros

35 Com um colega, responda: que número devemos subtrair do denominador da fração $\frac{3}{28}$ para que ela fique quadruplicada? 21

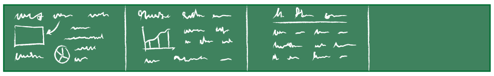
36 Lena foi à feira e, na banca de frutas, gastou $\frac{1}{3}$ da quantia que possuía. Em seguida, gastou $\frac{2}{5}$ do que sobrou com verduras e ainda ficou com R$ 42,00. Quanto Lena levou para a feira? R$ 105,00

37 Em uma prova de corrida de aventura, a equipe vencedora percorreu $\frac{9}{20}$ do percurso total no primeiro dia e $\frac{2}{5}$ no segundo dia. Sabendo que ainda faltam 6 quilômetros a serem percorridos, determine o percurso total. 40 quilômetros

PIERRE VERDY/AFP

Atletas na Maratona de Sables, no Marrocos, em 2007.

38 **(Enem)** Um professor dividiu a lousa da sala de aula em quatro partes iguais. Em seguida, preencheu 75% dela com conceitos e explicações, conforme a figura seguinte.

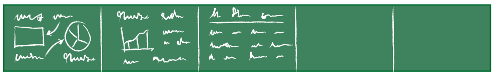


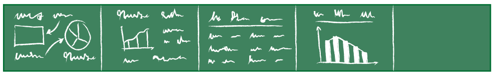
Algum tempo depois, o professor apagou a lousa por completo e, adotando um procedimento semelhante ao anterior, voltou a preenchê-la, mas, dessa vez, utilizando 40% do espaço dela. Uma representação possível para essa segunda situação é: alternativa c

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

LUIZ RUBIO

CAPÍTULO

7 NÚMEROS DECIMAIS

É HORA DE OBSERVAR E DISCUTIR

O *14-Bis* foi a primeira máquina mais pesada que o ar a voar com propulsão própria, na cidade de Paris, na França, em 23 de outubro de 1906. Esse avião foi construído e pilotado pelo brasileiro Alberto Santos Dumont (1873-1932). A aeronave que aparece na foto é uma réplica do *14-Bis*. Ela foi construída pelo coronel da Aeronáutica Danilo Fuchs em 2006, e tem 9,68 metros de comprimento e 11,2 metros de envergadura (dimensão máxima transversal da ponta de uma asa à ponta da outra).

Responda:

- Que números foram utilizados para representar as dimensões dessa réplica do *14-Bis*? os números decimais: 9,68 e 11,2
- Esses números são naturais? não

SILVA JUNIOR/FOLHAPRESS

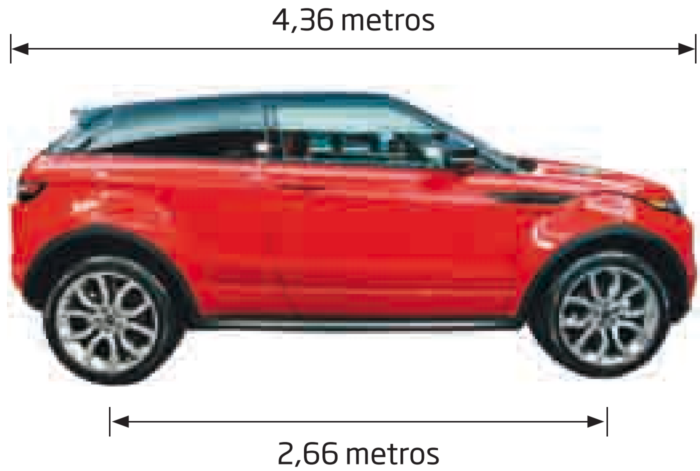
Réplica do *14-Bis* construída por Danilo Fuchs em 2006. Essa aeronave pertence ao acervo do museu de companhia aérea em São Carlos, SP, junho de 2010.

Na abertura deste capítulo, apresentamos, em números decimais, algumas medidas do *14-Bis*.
Promova com os alunos um debate sobre a importância desses números e suas aplicações no dia a dia. Neste capítulo, vamos trabalhar com as operações e com os problemas envolvendo números decimais.

TROCANDO IDEIAS

Faça as atividades no caderno.

As figuras abaixo mostram um carro e suas principais dimensões, em metro.



NEILSON BARNARD/STRINGER/GETTY IMAGES

CHRIS RATCLIFFE/BLOOMBERG/GETTY IMAGES

As dimensões do carro que aparece nas imagens são representadas por números com vírgula, ou seja, números na forma decimal.

- Em que outras situações do cotidiano você nota a utilização de números na forma decimal? por exemplo, na representação monetária
- Observando as dimensões apresentadas, responda:
  - Qual é o menor número? 1,63 metro
  - Qual é o maior número? 4,36 metros

Neste capítulo vamos estudar os números decimais, suas representações geométricas e operações.

1 Décimos, centésimos e milésimos

Décimos

A Amazônia, também conhecida como Floresta Amazônica, abrange parte dos seguintes países: Brasil, Bolívia, Colômbia, Equador, Peru, Venezuela, Guiana, Guiana Francesa e Suriname. A área ocupada pela Floresta Amazônica corresponde a $\frac{4}{10}$ da superfície da América do Sul.

AMÉRICA DO SUL: ÁREA DA FLORESTA AMAZÔNICA

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL

Elaborado a partir de: COELHO, Maria Célia Nunes. *A ocupação da Amazônia e a presença militar*. São Paulo: Atual, 1998. p. 7-8.

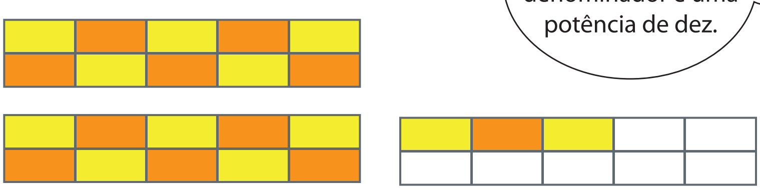
Representando a fração $\frac{4}{10}$ por meio de uma figura, temos:

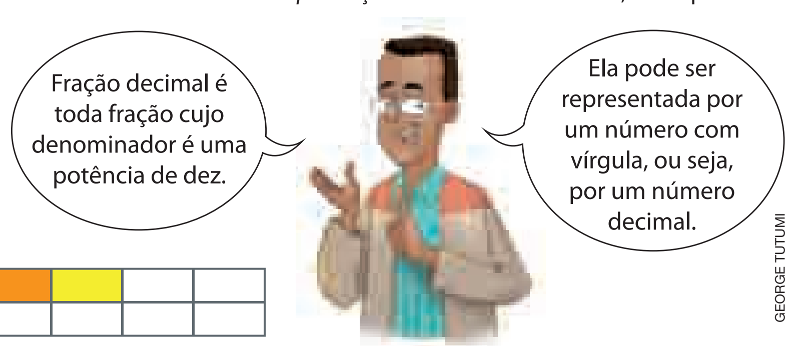
A figura acima representa o inteiro.

Cada parte menor representa $\frac{1}{10}$ do inteiro.

A parte que está pintada de verde representa a **fração decimal** $\frac{4}{10}$, que também pode ser escrita na forma decimal como 0,4 (lemos: "quatro décimos"). Ou seja, $\frac{4}{10} = 0{,}4$.

Agora, veja o trabalho de Luís. Ele já pintou dois painéis completos e parte de um terceiro.





GEORGE TUTUMI

O que já foi pintado pode ser representado pela fração decimal $\frac{23}{10}$, pelo número misto $2\frac{3}{10}$ ou pelo número decimal 2,3 (lemos: "dois inteiros e três décimos").

Assim: $\frac{23}{10} = 2\frac{3}{10} = 2{,}3$.

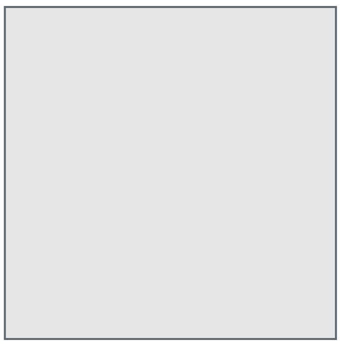
parte inteira

parte decimal

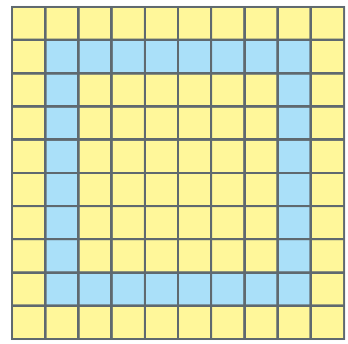
Centésimos

Das 100 lajotas que Ângela comprou para revestir o piso da sala de sua casa, 28 eram azuis. As lajotas de cor azul ocupam $\frac{28}{100}$ do piso dessa sala.

Representando a fração $\frac{28}{100}$ por meio de uma figura, temos:



A figura acima representa o inteiro.



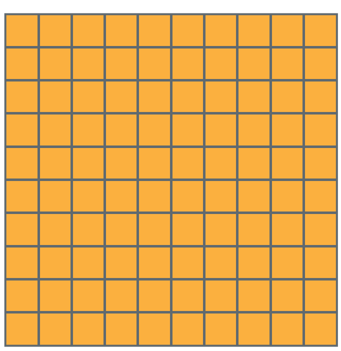
Cada parte menor representa $\frac{1}{100}$ do inteiro.

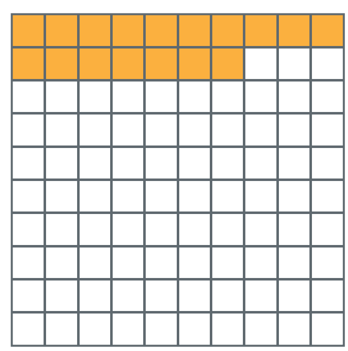
A parte azul do piso pode ser representada pela fração decimal $\frac{28}{100}$ ou pelo número decimal 0, 28 (lemos: "vinte e oito centésimos").

LUIZ RUBIO

Ou seja, $\frac{28}{100} = 0{,}28$.

Veja agora a representação da fração $\frac{117}{100}$ por meio de uma figura:



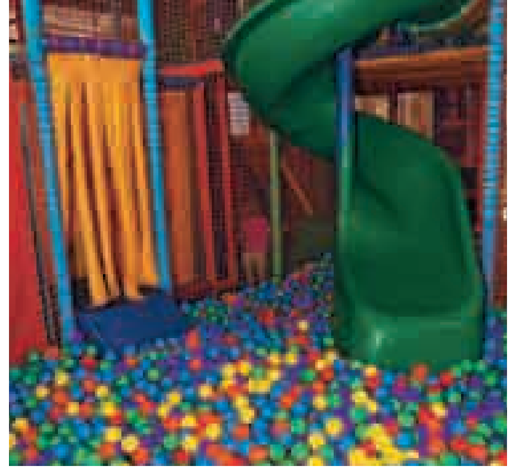


A parte pintada de laranja também pode ser representada pelo número misto $1\frac{17}{100}$ ou pelo número decimal 1,17 (lemos: "um inteiro e dezessete centésimos").

Assim: $\frac{117}{100} = 1\frac{17}{100} = 1{,}17$.

parte inteira

parte decimal

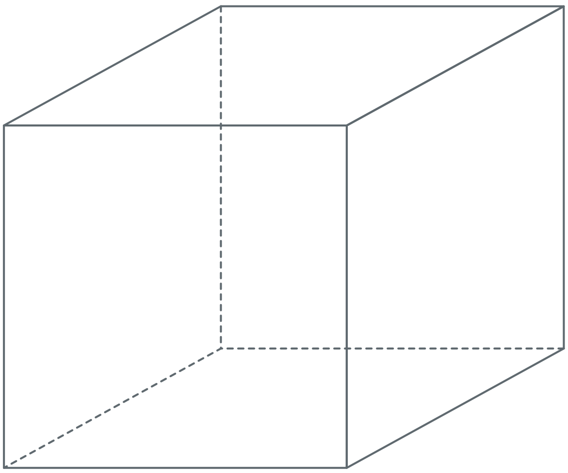


OREN SHALEV/ALAMY/LATINSTOCK

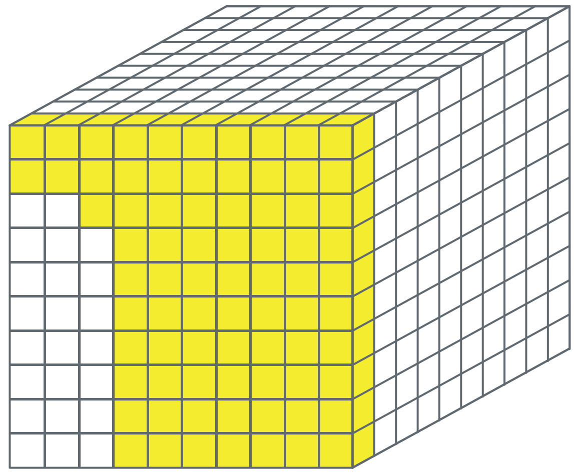
Milésimos

Em uma piscina foram colocadas 1 000 bolinhas coloridas, sendo $\frac{77}{1000}$ das bolinhas de cor amarela.

Representando a fração $\frac{77}{1000}$ por meio de uma figura, temos:



A figura acima representa o inteiro.



Cada parte menor representa $\frac{1}{1000}$ do inteiro.

LUIZ RUBIO

A parte pintada de amarelo corresponde à fração decimal $\frac{77}{1000}$ ou ao número decimal 0,077 (lemos: "setenta e sete milésimos").

Assim: $\frac{77}{1000} = 0{,}077$.

UM POUCO DE HISTÓRIA

DIOGO SAITO

François Viète

François Viète (1540-1603) nasceu em Fontenay-le-Comte, na França. Durante a juventude, estudou e praticou Direito, e foi membro do parlamento da Bretanha. Dedicando-se à Matemática apenas nos momentos de lazer, Viète fez grandes contribuições para essa área.

TOMA

François Viète.

Em uma de suas primeiras obras – *Canon-mathematicus*, de 1579 –, Viète defendeu o uso das frações decimais. No entanto, o emprego da vírgula decimal é atribuído a G. A. Magini, em 1592.

Foi à Álgebra que Viète deu suas mais importantes contribuições, como o uso de uma vogal para representar uma quantidade desconhecida ou indeterminada e de uma consoante para representar uma grandeza ou números supostamente conhecidos ou dados.

Diga aos alunos que eles iniciarão o estudo da Álgebra no 7º ano.

Lendo e aprendendo

Michael Phelps: o maior atleta olímpico de todos os tempos

O nadador estadunidense Michael Phelps encerrou sua carreira olímpica em Londres 2012, com um troféu especial de reconhecimento por todos os recordes quebrados. Phelps conquistou, em jogos olímpicos, 22 medalhas: 18 de ouro, 2 de prata e 2 de bronze. Em Roma (2009), atingiu o recorde mundial nos 200 metros borboleta, com o tempo de 1 minuto, 51 segundos e 51 centésimos.

O corpo de Phelps é particularmente propício para a natação. Ele tem braços excepcionalmente compridos, com **envergadura** de 2,01 metros, desproporcionais para sua altura de 1,93 metro. Seus pés medem 29,8 cm, aproximadamente, o que equivale a calçados brasileiros de número 48.


MARTIN BUREAU/AFP

Michael Phelps na final masculina dos 100 metros borboleta, Londres, 2012.

Envergadura
Distância entre as pontas dos dedos médios, com os braços abertos, em ângulo reto com o corpo.

2 Leitura dos números decimais

O sistema de numeração que utilizamos é posicional, isto é, o valor de um algarismo depende da posição que ele ocupa na escrita do número. Em cada ordem, o algarismo vale dez vezes o valor que teria na ordem vizinha da direita e a décima parte do valor que teria na ordem vizinha da esquerda.

Por exemplo, no número 1 411, o algarismo 4 vale 400, dez vezes o que vale no número 1 141, ou seja 40. No número 1 141, o algarismo 4 vale a décima parte do seu valor no número 1 411.

Assim, podemos ampliar o quadro de ordens para representar os números decimais.

Quadro de ordens

Para separar a parte inteira da parte decimal, usamos a vírgula.

Vamos representar os números 2,1; 0,79; 0,917 e 23,456 no quadro de ordens.

Quadro de ordens						
Parte inteira				Parte decimal		
Centena	Dezena	Unidade		Décimo	Centésimo	Milésimo
		2	,	1		
		0	,	7	9	
		0	,	9	1	7
	2	3	,	4	5	6

Podemos ler esses números da seguinte maneira:

- 2,1 ⟶ Lemos: "dois inteiros e um décimo".
- 0,79 ⟶ Lemos: "setenta e nove centésimos".
- 0,917 ⟶ Lemos: "novecentos e dezessete milésimos".
- 23,456 ⟶ Lemos: "vinte e três inteiros e quatrocentos e cinquenta e seis milésimos".

É muito comum na linguagem oral e nos meios de comunicação realizar a leitura de números decimais informando apenas onde fica a vírgula.

Exemplos

- 2,1 ⟶ Lemos: " dois vírgula um".
- 0,79 ⟶ Lemos: "zero vírgula setenta e nove".
- 0,917 ⟶ Lemos: "zero vírgula novecentos e dezessete".

Lendo e aprendendo

Vírgula ou ponto?

O uso da vírgula para separar a parte inteira da parte decimal de um número é adotada em alguns países, mas não é a única forma possível. Nos países de línguas francesa e portuguesa, utiliza-se a vírgula. Já nos países de língua inglesa, é usado o ponto.

Geralmente, nas calculadoras e na balança digital, usamos o ponto para separar a parte inteira da parte decimal.

Vimos que a leitura de um número decimal é a mesma que se faz para a fração decimal correspondente.

Assim, a leitura de um número na forma decimal nos auxilia a escrever esse número na forma de fração decimal.

Observe os números decimais abaixo:

- 0,8 ⟶ Lemos: "oito décimos", ou seja, $\frac{8}{10}$.
- 0,65 ⟶ Lemos: "sessenta e cinco centésimos", ou seja, $\frac{65}{100}$.
- 5,36 ⟶ Lemos: "cinco inteiros e trinta e seis centésimos", ou seja, $5\frac{36}{100}$.
- 0,047 ⟶ Lemos: "quarenta e sete milésimos", ou seja, $\frac{47}{1000}$.

GEORGE TUTUMI

Podemos escrever:

- $\underbrace{0{,}8}_{\text{uma casa decimal}} = \frac{8}{\underbrace{10}_{\text{um zero}}} = \frac{4}{5}$
- $\underbrace{5{,}36}_{\text{duas casas decimais}} = \frac{536}{\underbrace{100}_{\text{dois zeros}}} = \frac{134}{25} = 5\frac{9}{25}$
- $\underbrace{0{,}65}_{\text{duas casas decimais}} = \frac{65}{\underbrace{100}_{\text{dois zeros}}} = \frac{13}{20}$
- $\underbrace{0{,}047}_{\text{três casas decimais}} = \frac{47}{\underbrace{1000}_{\text{três zeros}}}$

3. a) $\frac{76}{100} = \frac{19}{25}$ b) $\frac{25}{1\,000} = \frac{1}{40}$ c) $\frac{127}{10}$ d) $\frac{1\,722}{100} = \frac{861}{51}$ e) $\frac{5\,006}{100} = \frac{2\,503}{50}$ f) $\frac{19}{1\,000}$

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Escreva por extenso os números decimais.

a) 0,7 sete décimos
b) 0,317 trezentos e dezessete milésimos
c) 5,69 cinco inteiros e sessenta e nove centésimos
d) 0,28 vinte e oito centésimos
e) 7,038 sete inteiros e trinta e oito milésimos
f) 0,008 oito milésimos

2 Utilize algarismos para escrever cada um dos números decimais abaixo no caderno.

a) Sete inteiros e seis décimos. 7,6
b) Trinta e seis milésimos. 0,036
c) Setenta e oito centésimos. 0,78
d) Cento e vinte e seis décimos. 12,6
e) Vinte inteiros e quatro décimos. 20,4
f) Seiscentos e quarenta e cinco milésimos. 0,645
g) Setenta e nove centésimos. 0,79

3 Converta os números decimais em frações decimais e simplifique-as quando possível.

a) 0,76
b) 0,025
c) 12,7
d) 17,22
e) 50,06
f) 0,019

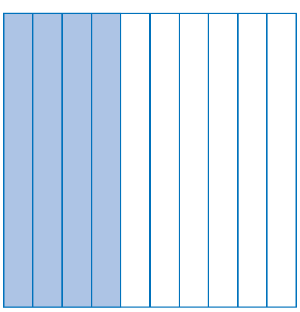
4 Responda no caderno.

a) Quantos décimos há no número decimal 2,5? 25 décimos
b) Cinco unidades correspondem a quantos décimos? 50 décimos
c) Trezentos centésimos correspondem a quantas unidades? 3 unidades

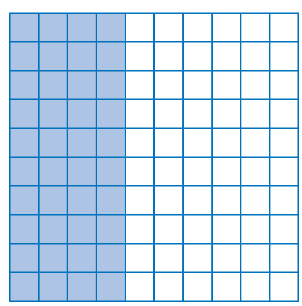
5 Qual é a fração irredutível que representa o número decimal 0,04? E 0,25? $\frac{1}{25}$; $\frac{1}{4}$

3 Comparação de números decimais

As figuras abaixo foram divididas em 10 e 100 partes iguais, respectivamente. Na figura da esquerda, foram pintadas quatro partes e, na da direita, 40 partes. Observe:



$\frac{4}{10} = 0{,}4$



$\frac{40}{100} = 0{,}40$

LUIZ RUBIO

Verificamos que a parte azul de cada quadrado representa a mesma parte do todo. Podemos dizer que 0,4 e 0,40 representam a mesma quantidade, isto é: 0,4 = 0,40.

Podemos acrescentar ou retirar zeros à direita da parte decimal de um número decimal sem alterá-lo.

JEAN DIAZ

Exemplos

- 0,4 = 0,40 = 0,400
- 7 = 7,0 = 7,00
- 2,5 = 2,50 = 2,500
- 18,4 = 18,40 = 18,400

Observe a comparação entre alguns números decimais:

Qual número é maior: 3,75 ou 7,2?

A parte inteira de 7,2 é maior que a parte inteira de 3,75; então, 7,2 é maior que 3,75.

Assim, como 7 > 3, podemos afirmar que 7,2 > 3,75.

Veja outras comparações:

- 3,8 > 2,45, pois 3 > 2.
- 10,6 > 9,685, pois 10 > 9.

Qual número é maior: 4,15 ou 4,068?

Nesse caso, as partes inteiras são iguais. Devemos comparar, então, as partes decimais: 15 centésimos com 68 milésimos.

Lembre-se de que 15 centésimos correspondem a 150 milésimos.

4,150
parte decimal = 150 milésimos
parte inteira = 4 inteiros

4,068
parte decimal = 68 milésimos
parte inteira = 4 inteiros

Como 150 milésimos é maior que 68 milésimos, 4,15 é maior que 4,068.

4,150 > 4,068 (igualando a quantidade de casas decimais); logo, 4,15 > 4,068.

Veja outras comparações:

- 0,7 > 0,675 ou 0,7**00** > 0,675 (igualando a quantidade de casas decimais), pois 700 > 675.
- 8,3 > 8,03 ou 8,3**0** > 8,03 (igualando a quantidade de casas decimais), pois 30 > 3.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Copie os itens, substituindo os ■ pelos sinais = ou ≠.

a) 1,2 ■ 0,12 ≠
b) 15 ■ 15,00 =
c) 2,06 ■ 2,6 ≠
d) 3,6 ■ 3,60 =
e) 0,17 ■ 0,17000 =
f) 16 ■ 160 ≠

2 Responda às questões.

a) A quantas unidades correspondem 70 décimos? 7 unidades

b) Quantos centésimos devemos adicionar a quatro décimos para obter uma unidade? 60 centésimos

3 Copie os itens, substituindo os ■ pelos sinais < ou >.

a) 7,04 ■ 7,4 <
b) 6,2 ■ 6,196 >
c) 9,87 ■ 9,799 >
d) 10,1 ■ 11 <

4 Escreva no caderno os números decimais de cada item em ordem crescente.

a) 0,75; 0,8; 0,07
b) 2,3; 2,35; 1,197
c) 3,1416; 3,2; 3,143

a) 0,07 < 0,75 < 0,8
b) 1,197 < 2,3 < 2,35
c) 3,1416 < 3,143 < 3,2

5 Escreva no caderno os números decimais de cada item em ordem decrescente.

a) 0,38; 3,08; 3,8 3,8 > 3,08 > 0,38
b) 2,14; 2; 2,2 2,2 > 2,14 > 2
c) 1,36; 0,36; 6,13 6,13 > 1,36 > 0,36

6 Os jogadores de um time de basquete têm estas alturas: 2,04 metros; 1,83 metro; 2,13 metros; 1,79 metro e 2 metros. Observe a figura e indique a altura correspondente a cada jogador.

Ivo: 1,79 metro; Paulo: 1,83 metro; Jorge: 2 metros; Léo: 2,04 metros; Pedro: 2,13 metros

JEAN DIAZ

4 Adição e subtração com números decimais

GEORGE TUTUMI

Rodrigo foi a uma loja de brinquedos e comprou um carrinho e um patinete para seu sobrinho. Quanto Rodrigo gastou?

Para resolver esse problema, podemos adicionar os preços dos dois brinquedos, efetuando 16,90 + 50,35. Veja:

$$16{,}90 + 50{,}35 = \frac{1690}{100} + \frac{5035}{100} = \frac{6725}{100} = 67{,}25\text{, ou seja: R\$ }67{,}25$$

Podemos também efetuar uma adição envolvendo números decimais escrevendo cada algarismo exatamente abaixo do algarismo de mesma ordem. Em seguida, adicionamos milésimos com milésimos, centésimos com centésimos, décimos com décimos, unidades com unidades e assim por diante. Observe ao lado.

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 16{,}9\mathbf{0} \\ +\,50{,}\mathbf{35} \\ \hline 67{,}25 \end{array}$$

Portanto, Rodrigo gastou R$ 67,25 para comprar os dois brinquedos.

Em algumas adições, os números não têm a mesma quantidade de casas decimais. Observe uma maneira de efetuá-las:

- 35,4 + 0,75

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 35{,}4\mathbf{0} \\ +\;\;0{,}75 \\ \hline 36{,}15 \end{array}$$

Acrescentamos um zero para igualar a quantidade de casas decimais.

- 6,14 + 0,007 + 1,8

$$\begin{array}{r} 6{,}14\mathbf{0} \\ +\,0{,}007 \\ 1{,}8\mathbf{00} \\ \hline 7{,}947 \end{array}$$

Acrescentamos um zero para igualar a quantidade de casas decimais.

Acrescentamos dois zeros para igualar a quantidade de casas decimais.

Na situação anterior, quantos reais o patinete custou a mais que o carrinho?

Para resolver esse problema, podemos subtrair os preços dos dois brinquedos, efetuando 50,35 − 16,90. Veja:

$$50{,}35 - 16{,}90 = \frac{5035}{100} - \frac{1690}{100} = \frac{3345}{100} = 33{,}45\text{, ou seja: R\$ }33{,}45$$

Podemos também efetuar uma subtração envolvendo números decimais colocando vírgula embaixo de vírgula. Em seguida, subtraímos milésimos de milésimos, centésimos de centésimos, décimos de décimos, unidades de unidades e assim por diante. Observe:

$$\begin{array}{r} {}^{4\;9\;\;13} \\ \cancel{5}\cancel{0}{,}\cancel{3}5 \\ -\,16{,}90 \\ \hline 33{,}45 \end{array}$$

Portanto, o patinete custou R$ 33,45 a mais que o carrinho.

Em algumas subtrações, os números não têm a mesma quantidade de casas decimais. Observe uma maneira de efetuá-las:

- 17,2 – 5,146

$$\begin{array}{r} {}^{1}\ {}^{9}\ {}^{10} \\ 17,\cancel{2}\cancel{0}\cancel{0} \\ -\ \ 5,146 \\ \hline 12,054 \end{array}$$

Acrescentamos dois zeros para igualar a quantidade de casas decimais.

- 9 – 0,987

$$\begin{array}{r} {}^{8}\ \ {}^{9}\ {}^{9}\ {}^{10} \\ \cancel{9},\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0} \\ -\ 0,987 \\ \hline 8,013 \end{array}$$

Acrescentamos três zeros para igualar a quantidade de casas decimais.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Efetue as operações.

a) 0,9 + 3,5 4,4

b) 19,6 + 3,04 + 0,076 22,716

c) 17 + 4,32 + 0,006 21,326

d) 0,68 + 0,32 + 9 10

e) 6,4 – 3,6 2,8

f) 2 – 0,5678 1,4322

g) 17,6 – 17,594 0,006

h) 2,005 – 1,05 0,955

i) 32,8 – 24,276 8,524

j) 4,42 – 0,008 4,412

2 Uma jarra estava cheia com $2\frac{3}{4}$ litros de um líquido. Foi retirado 0,375 litro. Quantos litros restaram na jarra? 2,375 litros

3 Francisco tem 1,87 metro de altura, e Marcos, 1,91 metro. Qual é a diferença entre as duas alturas? 0,04 metro

4 O lançamento do martelo é uma modalidade olímpica de atletismo. Em uma prova, Paulo conseguiu atingir 46,37 metros, e Ricardo alcançou 52,23 metros. Qual é a diferença, em metro, entre os dois lançamentos? 5,86 metros

5 Multiplicação com números decimais

Quanto Rogério deverá pagar pelo fio que quer comprar?

GEORGE TUTUMI

Para resolver esse problema, podemos efetuar a multiplicação 2,5 · 3,48:

$$2{,}5 \cdot 3{,}48 = \frac{25}{10} \cdot \frac{348}{100} = 25 \cdot \frac{348}{1000} = \frac{8700}{1000} = 8{,}700$$

Portanto, Rogério pagará R$ 8,70 pelo pedaço de fio.

Verifique que a quantidade de casas decimais do produto é igual à soma das quantidades de casas decimais dos fatores.

$$\underbrace{2{,}5}_{\text{uma casa decimal}} \cdot \underbrace{3{,}48}_{\text{duas casas decimais}} = \underbrace{8{,}700}_{\text{três casas decimais}}$$

De maneira prática, no algoritmo tradicional, multiplicamos os números desconsiderando a vírgula dos fatores e efetuamos o cálculo. Em seguida, acrescentamos a vírgula ao resultado de modo que o número de casas decimais do produto seja igual à soma do número de casas decimais dos fatores.

$$\begin{array}{r l} 3{,}\mathbf{48} & \leftarrow \text{duas casas decimais} \\ \times \quad 2{,}\mathbf{5} & \leftarrow \text{uma casa decimal} \\ \hline 1740 & \\ +\ 696 & \\ \hline 8{,}\mathbf{700} & \leftarrow \text{três casas decimais } (2+1=3) \end{array}$$

Exemplos

- $1{,}842 \cdot 0{,}013$

$$\begin{array}{r l} 1{,}\mathbf{842} & \leftarrow \text{três casas decimais} \\ \times \quad 0{,}\mathbf{013} & \leftarrow \text{três casas decimais} \\ \hline 5526 & \\ 1842 & \\ +\ 0000 & \\ \hline 0{,}\mathbf{023946} & \leftarrow \text{6 casas decimais } (3+3=6) \end{array}$$

- $8{,}056 \cdot 3$

$$\begin{array}{r l} 8{,}\mathbf{056} & \leftarrow \text{três casas decimais} \\ \times \quad \mathbf{3} & \\ \hline 24{,}168 & \leftarrow \text{três casas decimais} \end{array}$$

Observação

Vale lembrar que a potenciação é uma multiplicação de fatores iguais. Veja:

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

Com números decimais trabalhamos da mesma forma. Observe:

$$(1{,}2)^3 = 1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2 = 1{,}728$$

Exemplos

- $(3{,}5)^2 = 3{,}5 \cdot 3{,}5 = 12{,}25$
- $(0{,}64)^1 = 0{,}64$
- $(0{,}4)^3 = 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}064$
- $(0{,}18)^0 = 1$

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Efetue as multiplicações.

a) $2{,}4 \cdot 3{,}5$ 8,4
b) $8 \cdot 1{,}25$ 10
c) $0{,}1 \cdot 0{,}01$ 0,001
d) $5{,}12 \cdot 4{,}8$ 24,576
e) $2{,}5 \cdot 2{,}5$ 6,25
f) $0{,}8 \cdot 0{,}8$ 0,64
g) $12{,}6 \cdot 0{,}18$ 2,268
h) $1{,}2 \cdot 0{,}75$ 0,9
i) $0{,}16 \cdot 0{,}0002$ 0,000032
j) $0{,}64 \cdot 0{,}25$ 0,16

2 Com uma calculadora, efetue as seguintes operações:

$5{,}248 \cdot 10$ $\quad 5{,}248 \cdot 100$ $\quad 5{,}248 \cdot 1000$

Agora, responda no caderno:

a) O que você observou nos resultados obtidos?

b) Você saberia calcular mentalmente $3{,}689 \cdot 100$? Justifique sua resposta.

a) Espera-se que os alunos observem que o produto tem os mesmos algarismos do primeiro fator e a vírgula é deslocada para a direita tantas casas quantos forem os zeros do segundo fator.
b) 368,9. Ao multiplicar por 100, a vírgula é deslocada duas casas para a direita.

3 Determine no caderno:

a) o dobro de 3,64; 7,28
b) o triplo de 16,008. 48,024

4 Calcule o valor das expressões.

a) $12{,}7 - (3{,}88 \cdot 0{,}5)$ 10,76
b) $(0{,}2 \cdot 0{,}05) + 0{,}048$ 0,058
c) $[0{,}35 - (0{,}18 \cdot 0{,}2)] - 0{,}03$ 0,284
d) $[(4 - 0{,}8 \cdot 0{,}4) + 0{,}22]$ 3,9

5 Determine, no caderno, $a - b$, sendo $a = 0{,}5 \cdot 0{,}12$ e $b = 0{,}25 \cdot 0{,}06$. 0,045

6 Usando uma calculadora, determine o resultado das multiplicações e registre-o no caderno.

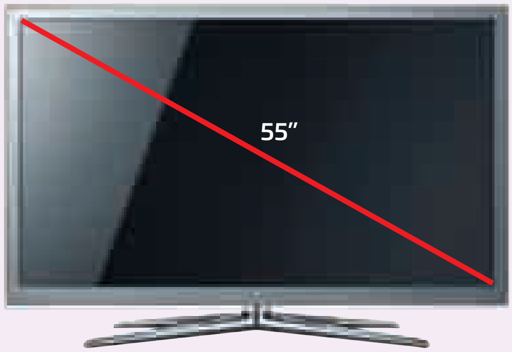
a) $1{,}234 \cdot 5{,}678$ 7,006652
b) $98 \cdot 0{,}005$ 0,49

Lembre-se:
Não escreva no livro!

7 Ana comprou uma TV de 55 polegadas. A quantos centímetros corresponde essa medida?

(1 polegada = 2,54 centímetros)

139,7 centímetros



JUNIOR ROZZO

Televisão de 55” (lemos: “cinquenta e cinco polegadas”).

8 O passo de Aninha mede 0,65 metro. Quantos metros ela terá percorrido depois de dar 2 200 passos? 1 430 metros

9 Calcule mentalmente o resultado de cada multiplicação e registre-o no caderno.

a) $6{,}32 \cdot 10$ 63,2
b) $6{,}702 \cdot 1000$ 6 702
c) $0{,}0005 \cdot 100$ 0,05
d) $3{,}145 \cdot 100$ 314,5
e) $0{,}012 \cdot 1000$ 12
f) $0{,}9 \cdot 100$ 90
g) $0{,}09 \cdot 1000$ 90
h) $12{,}14 \cdot 10\,000$ 121 400

10 Determine $a \cdot b$, sendo $a = 2 - 0{,}35$ e $b = 2 + 0{,}35$. 3,8775

11 Para construir uma pista para seu trenzinho elétrico, Lucas comprou 13,85 metros de fio a R$ 1,20 o metro. Quanto ele gastou na compra desse fio? R$ 16,62

12 Júlio alugou um carro por um dia com estas condições: pagamento de R$ 56,00 no recebimento das chaves mais R$ 0,69 por quilômetro rodado. Ao devolver o carro, ele verificou que havia rodado 108 quilômetros. Quanto ele gastou com o aluguel do veículo? R$ 130,52

13 Usando uma calculadora, determine o resultado destas multiplicações:

a) $1{,}2345679 \cdot 0{,}18$ 0,222222222
b) $1{,}2345679 \cdot 0{,}36$ 0,444444444
c) $1{,}2345679 \cdot 0{,}45$ 0,555555555

Mostre ao aluno que:
$0{,}18 = 2 \cdot 0{,}09$
$0{,}36 = 4 \cdot 0{,}09$
$0{,}45 = 5 \cdot 0{,}09$
$0{,}72 = 8 \cdot 0{,}09$

- Agora, descubra o valor de ■ em:

$1{,}2345679 \cdot ■ = 0{,}888888888$ 0,72

14 Em um terreno de 1 000 metros quadrados foram construídas 8 salas de aula, com 40,25 metros quadrados cada uma. A área restante foi utilizada para lazer. Determine a área da região destinada ao lazer.
678 metros quadrados

15 Calcule no caderno.

a) $(0{,}2)^3$ 0,008
b) $(1{,}2)^2$ 1,44
c) $(0{,}17)^0$ 1
d) $(1{,}4)^3$ 2,744
e) $(0{,}7)^2$ 0,49
f) $(0{,}6)^3$ 0,216
g) $(0{,}3)^4$ 0,0081
h) $(0{,}1)^5$ 0,00001

6 Divisão com números decimais

Divisão por um número natural diferente de zero

AZUZL/SHUTTERSTOCK

Luana comprou, para seus sobrinhos, oito canetas, de preços iguais, pagando, ao todo, R$ 28,00. Quanto custou cada caneta?

Para resolver essa questão, devemos efetuar a operação 28 : 8.

Observe o cálculo com o algoritmo da divisão:

Dividimos 28 unidades por 8 e obtemos 3 unidades, sobrando 4 unidades, que é o mesmo que 40 décimos.

$$
\begin{array}{rccc|l}
 & \mathbf{D} & \mathbf{U} & \mathbf{d} & \\
 & 2 & 8 & & 8 \\ \cline{5-5}
- & 2 & 4 & & 3 \\ \cline{1-4}
 & & 4 & 0 & \mathbf{U}
\end{array}
$$

Em seguida, dividimos 40 décimos por 8. Obtemos 5 décimos e não sobra resto.

$$
\begin{array}{rccc|l}
 & \mathbf{D} & \mathbf{U} & & \\
 & 2 & 8 & & 8 \\ \cline{5-5}
- & 2 & 4 & & 3,5 \\ \cline{1-4}
 & & 4 & 0 & \mathbf{U},\mathbf{d} \\
 & - & 4 & 0 & \\ \cline{2-4}
 & & & 0 &
\end{array}
$$

Colocamos a vírgula para separar a parte inteira da parte decimal.

O número decimal 3,5 obtido no quociente está na forma decimal exata, pois o resto dessa divisão é zero.

Logo, cada caneta custou R$ 3,50.

Outros exemplos:

- 1 : 4

  A divisão de 1 por 4 resulta em zero unidade e resta 1, que transformamos em 10 décimos. Dividimos 10 décimos por 4 e obtemos 2 décimos no quociente e sobram 2 décimos.

$$
\begin{array}{rccc|l}
 & \mathbf{U} & \mathbf{d} & \mathbf{c} & \\
 & 1 & & & 4 \\ \cline{5-5}
- & 0 & & & 0,2 \\ \cline{1-4}
 & 1 & 0 & & \\
- & & 8 & & \\ \cline{1-3}
 & & 2 & &
\end{array}
$$

Colocamos a vírgula para separar a parte inteira da parte decimal.

Transformamos 2 décimos em 20 centésimos e dividimos por 4 e obtemos 5 centésimos e resta zero.

$$
\begin{array}{rccc|l}
 & \mathbf{U} & \mathbf{d} & \mathbf{c} & \\
 & 1 & & & 4 \\ \cline{5-5}
- & 0 & & & 0,25 \\ \cline{1-4}
 & 1 & 0 & & \mathbf{U},\mathbf{d}\,\mathbf{c} \\
- & & 8 & & \\ \cline{1-4}
 & & 2 & 0 & \\
 & - & 2 & 0 & \\ \cline{2-4}
 & & & 0 &
\end{array}
$$

Logo, o quociente de 1 por 4 é 0,25.

- 20,3 : 5

1º Dividimos 20 unidades por 5 e obtemos 4 unidades, restando 0 unidade.

$$\begin{array}{rrrr|l} & \mathbf{D} & \mathbf{U} & \mathbf{d} & \\ & 2 & 0, & 3 & 5 \\ \cline{5-5} - & 2 & 0 & & 4 \\ \cline{1-4} & & 0 & & \end{array}$$

2º Descemos 3 décimos e o dividimos por 5. O resultado é 0 décimo e sobram 3 décimos.

$$\begin{array}{rrrr|l} & \mathbf{D} & \mathbf{U} & \mathbf{d} & \\ & 2 & 0, & 3 & 5 \\ \cline{5-5} - & 2 & 0 & & 4,0 \\ \cline{1-4} & & 0 & 3 & \mathbf{U},\mathbf{d} \\ & - & & 0 & \\ \cline{2-4} & & & 3 & \end{array}$$

Colocamos a vírgula para separar a parte inteira da parte decimal.

3º Agora, transformamos 3 décimos em 30 centésimos e continuamos a divisão.

$$\begin{array}{rrrrr|l} & \mathbf{D} & \mathbf{U} & \mathbf{d} & \mathbf{c} & \\ & 2 & 0, & 3 & & 5 \\ \cline{6-6} - & 2 & 0 & & & 4,0 \\ \cline{1-5} & & 0 & 3 & & \mathbf{U},\mathbf{d} \\ & - & & 0 & & \\ \cline{2-5} & & & 3 & 0 & \end{array}$$

4º Dividimos 30 centésimos por 5 e obtemos 6 centésimos. Escrevemos 6 no quociente, na casa dos centésimos, restando zero centésimo.

$$\begin{array}{rrrrr|l} & \mathbf{D} & \mathbf{U} & \mathbf{d} & \mathbf{c} & \\ & 2 & 0, & 3 & & 5 \\ \cline{6-6} - & 2 & 0 & & & 4,0\;6 \\ \cline{1-5} & & 0 & 3 & & \mathbf{U},\mathbf{d}\;\mathbf{c} \\ & - & & 0 & & \\ \cline{2-5} & & & 3 & 0 & \\ & & - & 3 & 0 & \\ \cline{3-5} & & & & 0 & \end{array}$$

Logo, o quociente de 20,3 por 5 é 4,06.

Observação

A divisão poderia ter sido feita de forma direta, ou seja, sem indicar as subtrações:

$$\begin{array}{rrrr|l} 2 & 0, & 3 & & 5 \\ \cline{5-5} & 0 & 3 & 0 & 4,0\;6 \\ & & & 0 & \end{array}$$

Divisão por um número decimal

GEORGE TUTUMI

Dona Olga, merendeira de uma escola, reservou laranjas para distribuir durante a semana igualmente entre os 14 alunos do 1º ano e os 28 alunos do 5º ano. Quem receberá mais laranjas: um aluno do 1º ano ou um aluno do 5º ano?

Para responder a essa questão, observe que o cesto do 5º ano contém o dobro de laranjas que o cesto do 1º ano, mas no 5º ano há o dobro de alunos que no 1º ano.

Assim, é fácil perceber que um aluno do 1º ano receberá a mesma quantidade de laranjas que um aluno do 5º ano, ou seja, 5 laranjas.

Podemos conferir efetuando as divisões $70 : 14 = 5$ e $140 : 28 = 5$.

Nas divisões entre números naturais, podemos observar o seguinte fato:

Quando se multiplicam (ou se dividem) o dividendo e o divisor por um número diferente de zero, o **quociente não se altera, mas o resto fica multiplicado (ou dividido)** por esse número. Por exemplo:

- $\begin{array}{r|l} 26 & 6 \\ \hline -24 & 4 \\ \hline 2 & \end{array} \xrightarrow{\times 10} \begin{array}{r|l} 260 & 60 \\ \hline -240 & 4 \\ \hline 20 & \end{array}$ O quociente não se altera, e o resto fica multiplicado por 10.

- $\begin{array}{r|l} 26 & 6 \\ \hline -24 & 4 \\ \hline 2 & \end{array} \xrightarrow{:2} \begin{array}{r|l} 13 & 3 \\ \hline -12 & 4 \\ \hline 1 & \end{array}$ O quociente não se altera, e o resto fica dividido por 2.

Outros exemplos:

- $6 : 8 = 0{,}75$ ($\times 3$, $\times 3$, mantém) $18 : 24 = 0{,}75$

- $6 : 8 = 0{,}75$ ($:2$, $:2$, mantém) $3 : 4 = 0{,}75$

Utilizamos essa propriedade nas divisões por um número decimal. Observe os exemplos:

- $6 : 0{,}12$

Podemos multiplicar o dividendo e o divisor por 100, obtendo um número natural no divisor. A escolha de uma das potências de 10, no caso 100, facilita a multiplicação na busca de um divisor natural.

$6 : 0{,}12 \xrightarrow{\times 100,\ \times 100} 600 : 12 = 50$

$$\begin{array}{r|l} 600 & 12 \\ \hline -60 & 50 \\ \hline 00 & \end{array}$$

Logo, $6 : 0{,}12 = 50$.

- $3 : 0{,}015$

Podemos multiplicar o dividendo e o divisor por 1 000, obtendo um número natural no divisor. A escolha de uma das potências de 10, no caso 1 000, facilita a multiplicação na busca de um divisor natural.

$3 : 0{,}015 \xrightarrow{\times 1000,\ \times 1000} 3000 : 15 = 200$

$$\begin{array}{r|l} 3000 & 15 \\ \hline -30 & 200 \\ \hline 000 & \end{array}$$

Logo, $3 : 0{,}015 = 200$.

- $4{,}096 : 1{,}6$

Podemos multiplicar o dividendo e o divisor por 1 000, obtendo números naturais no dividendo e no divisor. A escolha de uma das potências de 10, no caso 1 000, facilita a multiplicação na busca de números naturais no dividendo e no divisor.

$$4{,}096 : 1{,}6 \xrightarrow{\times 1000,\ \times 1000} 4096 : 1600 = 2{,}56$$

$$\begin{array}{r|l} 4096 & 1600 \\ \cline{2-2} -3200 & 2{,}56 \\ \hline 8960 & \\ -8000 & \\ \hline 9600 & \\ -9600 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Logo, $4{,}096 : 1{,}6 = 2{,}56$.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Efetue as divisões.

a) 9,68 : 4 2,42
b) 13,2 : 12 1,1
c) 3 : 60 0,05
d) 2,25 : 1,5 1,5
e) 0,09 : 0,008 11,25
f) 0,9 : 0,6 1,5
g) 0,08 : 0,002 40
h) 2,7 : 0,54 5
i) 15,475 : 1,25 12,38
j) 90,1 : 2,5 36,04

Responda: o quociente de dois números decimais pode ser um número natural? sim

2 O suco de laranja de uma indústria é vendido em embalagens de 1,25 litro ao preço de R$ 3,50 e em embalagens de 1,5 litro ao preço de R$ 3,90. É mais vantajoso comprar a embalagem de 1,25 litro ou a de 1,5 litro? a embalagem de 1,5 litro; R$ 3,50 : 1,25 = R$ 2,80 e R$ 3,90 : 1,50 = R$ 2,60

JEAN DIAZ

3 Com uma calculadora, efetue as seguintes operações:

484,2 : 10
484,2 : 100
484,2 : 1000

a) Espera-se que os alunos observem que o quociente tem os mesmos algarismos do dividendo e a vírgula é deslocada para a esquerda tantas casas quantos forem os zeros do divisor.
b) 0,5674. Ao dividir por 100, a vírgula é deslocada duas casas para a esquerda.

Agora, responda no caderno:

a) O que você observou nos resultados obtidos?
b) Você saberia calcular mentalmente 56,74 : 100? Justifique sua resposta.

4 Calcule mentalmente as divisões e depois registre o resultado no caderno.

a) 3,76 : 10 0,376
b) 0,6 : 100 0,006
c) 2 : 1000 0,002
d) 152,4 : 100 1,524
e) 5,6 : 10 0,56
f) 38,2 : 1000 0,0382
g) 90,6 : 1000 0,0906
h) 576,4 : 100 5,764

5 Uma fábrica de laticínios produz diariamente 220 quilogramas de manteiga. Essa quantidade de manteiga permite formar quantas embalagens de 0,25 quilograma por dia? 880 embalagens

6 Calcule as divisões e responda à pergunta.

a) 8 : 0,1 80 b) 8 : 0,01 800 c) 8 : 0,001 8 000

O que você observou? Resposta possível: dividir por 0,1; 0,01 e 0,001 equivale a multiplicar por 10, 100 e 1 000, respectivamente.

7 Um artesão vende cada peça com três bonecos de barro ao preço de R$ 12,90. Carlos comprou sete dessas peças com uma cédula de R$ 100,00. Qual foi o valor total da compra? Quanto ele recebeu de troco? Para comprar oito peças, quanto Carlos deveria acrescentar à quantia de R$ 100,00? R$ 90,30; R$ 9,70; R$ 3,20

ACERVO DO BANCO CENTRAL DO BRASIL


MARCOS ANDRÉ/OPÇÃO BRASIL IMAGENS

Artesanato de Caruaru (PE), 2009.

9. a) Resposta pessoal.
Explique aos alunos que o euro é a moeda oficial adotada em 17 dos 27 países-membros da União Europeia. Esses países são: Bélgica, Alemanha, Irlanda, Espanha, França, Itália, Luxemburgo, Países Baixos, Áustria, Portugal, Finlândia, Grécia, Eslovênia, Chipre, Malta, Eslováquia e Estônia.

Lembre-se:
Não escreva no livro!

8 Usando uma calculadora, determine o resultado das divisões e registre-o no caderno.

a) 1,024 : 0,032 32   b) 8 : 0,004 2000

9 Para fazer esta atividade, pesquise os valores atuais do euro e do dólar em relação ao real. Copie o quadro abaixo substituindo os ▬ pelos dados coletados.

1 € (1 euro)	R$ ▬
1 US$ (1 dólar)	R$ ▬

MODELO

Cotação é o preço pelo qual se negociam mercadorias e moedas estrangeiras.

Com base na sua pesquisa, responda:

a) Qual é o valor aproximado, em euro, de R$ 2000,00?

b) Ao retornar de uma viagem a Washington (EUA), Luciana trocou os 550 dólares que lhe restaram por reais. Quantos reais Luciana recebeu?

Resposta de acordo com o valor atual do dólar.

10 Roberto comprou um carro bicombustível. Inicialmente, ele rodou 1000 quilômetros utilizando apenas gasolina (comprada por R$ 3,50 o litro). Depois, rodou mais 1000 quilômetros utilizando apenas etanol (comprado por R$ 2,60 o litro). No total, Roberto gastou R$ 633,50 em gasolina e R$ 551,20 em etanol.

Agora, responda:

a) Quantos litros ele utilizou de cada combustível? gasolina: 181 litros; etanol: 212 litros

b) Quantos quilômetros, aproximadamente, ele rodou com um litro de gasolina? E com um litro de etanol?

gasolina: 5,52 quilômetros por litro; etanol: 4,72 quilômetros por litro

c) Quanto Roberto gastou, aproximadamente, para rodar 1 quilômetro com gasolina? E com etanol?

gasolina: R$ 0,63; etanol: R$ 0,55

d) Qual dos combustíveis foi o mais eficiente? etanol

7 Decimais exatos e dízimas periódicas

Observe as seguintes divisões:

- 15 : 4

```
  1 5    | 4
– 1 2    3,75
    3 0
  – 2 8
      2 0
    – 2 0
        0
```

- 3,42 : 0,5

```
  3 4 2    | 50
– 3 0 0    6,84
    4 2 0
  – 4 0 0
      2 0 0
    – 2 0 0
          0
```

Multiplicamos dividendo e divisor por 100.

As duas divisões têm quociente decimal e resto zero.

Os números 3,75 e 6,84 são chamados **decimais exatos**.

Observe agora a divisão de 50 por 27:

```
5 0    | 27
2 3 0   1,8
  1 4
```

Como não encontramos o resto zero, dizemos que 1,8 é um **quociente aproximado** até a casa dos décimos.

Continuando a divisão:

```
5 0      |27
2 3 0     1,85
  1 4 0
      5
```

Como não encontramos o resto zero, dizemos que 1,85 é um **quociente aproximado** até a casa dos centésimos.

Continuando a divisão:

```
5 0        |27
2 3 0       1,851
  1 4 0
      5 0
      2 3
```

Como não encontramos o resto zero, dizemos que 1,851 é um **quociente aproximado** até a casa dos milésimos.

Se necessário, podemos continuar a divisão de 50 por 27, obtendo um quociente com maior número de casas decimais.

```
5 0            |27
2 3 0           1,85185
  1 4 0
      5 0
      2 3 0
        1 4 0
            5
```

Observe, agora, as seguintes divisões:

- 2 : 3

```
2       |3
2 0      0,666
  2 0
    2 0
      2
```

- 64 : 99

```
6 4          |99
6 4 0         0,6464
  4 6 0
    6 4 0
      4 6 0
        6 4
```

Mesmo que continuássemos indefinidamente, não chegaríamos ao resto zero.

Logo, 2 : 3 = 0,666... e 64 : 99 = 0,646464...

As reticências indicam que os números têm infinitas casas decimais.

Dizemos que 0,666... e 0,646464... são **dízimas periódicas.** Elas podem ser indicadas por $0,\overline{6}$ e $0,\overline{64}$.

Chamamos o algarismo que se repete, ou o grupo de algarismos que se repete, de **período**.

O período da dízima periódica 0,666... é 6, o da 0,646464... é 64 e o da 1,85185185... é 185.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Efetue as divisões a seguir e responda à pergunta.

a) $2 : 5$ 0,4 c) $5 : 20$ 0,25 e) $5{,}6 : 0{,}8$ 7

b) $3 : 8$ 0,375 d) $9 : 25$ 0,36 f) $64 : 0{,}08$ 800

Podemos afirmar que os quocientes encontrados são decimais exatos? Justifique sua resposta. Sim, pois as divisões têm resto zero.

2 Calcule o quociente aproximado até a casa dos milésimos.

a) $19 : 23$ 0,826 b) $40 : 17$ 2,352 c) $50 : 21$ 2,380

3 Calcule e escreva no caderno o período de cada dízima periódica obtida.

a) $1 : 3$ 0,333...; período: 3

b) $2 : 11$ 0,1818... ; período: 18

c) $232 : 45$ 5,1555... ; período: 5

d) $1540 : 9$ 171,111... ; período: 1

4 Faça tentativas para descobrir três novas divisões que tenham como quocientes dízimas periódicas com períodos de 1, 2 e 3 algarismos. Resposta pessoal.

8 Expressões numéricas com números decimais

O cálculo de expressões numéricas envolvendo números decimais segue esta ordem:

1º) potenciações, na ordem em que aparecem;

2º) multiplicações e divisões, na ordem em que aparecem;

3º) adições e subtrações, na ordem em que aparecem.

Quando, nas expressões, aparecem sinais de associação, as operações que eles contêm devem ser resolvidas na seguinte ordem:

1º) parênteses ( ) 2º) colchetes [ ] 3º) chaves { }

Exemplos

- $0{,}05 + 0{,}2 \cdot 0{,}16 : 0{,}4 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 =$

$= 0{,}05 + 0{,}2 \cdot 0{,}16 : 0{,}4 + \dfrac{1}{4} =$

transformado em número decimal

$= 0{,}05 + 0{,}2 \cdot 0{,}16 : 0{,}4 + \mathbf{0{,}25} =$

$= 0{,}05 + \mathbf{0{,}032} : 0{,}4 + 0{,}25 =$

$= 0{,}05 + \mathbf{0{,}08} + 0{,}25 = 0{,}38$

- $3 - \{1{,}3 + 0{,}96 : [1{,}2 - (0{,}37 - 0{,}13)] - 1{,}3\} \cdot 0{,}4 =$

$3 - \{1{,}3 + 0{,}96 : [1{,}2 - 0{,}24] - 1{,}3\} \cdot 0{,}4 =$

$3 - \{1{,}3 + 0{,}96 : 0{,}96 - 1{,}3\} \cdot 0{,}4 =$

$3 - \{1{,}3 + 1 - 1{,}3\} \cdot 0{,}4 =$

$3 - 1 \cdot 0{,}4 =$

$3 - 0{,}4 = 2{,}6$

1 Calcule o valor das expressões.

a) $2 - 0{,}6 : 4$ 1,85

b) $4{,}4 : 0{,}01 - 400$ 40

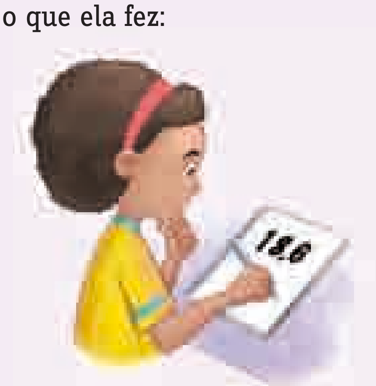
c) $(6{,}4 - 1{,}25 \cdot 4) : 0{,}5$ 2,8

d) $(4 - 1{,}6 \cdot 0{,}2) : 0{,}8$ 4,6

e) $(2 - 1{,}6)^2 + (0{,}3 + 0{,}5)^2$ 0,8

f) $(5 - 4{,}4)^3 : (0{,}1)^2$ 21,6

2 Silmara pensou e escreveu um número em seu caderno. Na linha seguinte, escreveu uma adição de dois números cuja soma era o número da linha anterior. Na linha seguinte, substituiu esses dois números, respectivamente, por uma multiplicação de outros três números e por uma divisão do quadrado de um número pelo dobro de outro. Na linha seguinte, substituiu o primeiro número da linha anterior por uma subtração e o segundo por uma adição. Assim, ela obteve uma expressão numérica, sabendo antecipadamente seu valor. Veja o que ela fez:



GEORGE TUTUMI

$18{,}6 =$

$= 4{,}2 + 14{,}4 =$

$= 2 \cdot 3 \cdot 0{,}7 + 12^2 : 2 \cdot 5 =$

$= (10{,}31 - 8{,}31) \cdot (2{,}6 + 0{,}4) \cdot 0{,}7 +$
$+ 12^2 \div (2 \cdot 5)$

a) Calcule mentalmente o valor da expressão de Silmara. 18,6

b) Invente duas expressões com cinco operações diferentes e troque-as com as de um colega, sem que ele saiba o número em que você pensou inicialmente. Cada um deve resolver as expressões inventadas pelo outro. Depois, destroquem as expressões para corrigi-las.

Resposta pessoal. Caso considere conveniente, este tipo de questão permite promover uma gincana com os alunos da sala.

3 Veja as ofertas do mercado onde Sandra vai comprar 3 litros de leite, 4 pacotes de biscoito, 3 potinhos de iogurte e $\frac{1}{4}$ de quilograma de azeitona.

GEORGE TUTUMI

Sim, diminuirá o valor de 1 pacote de biscoito.

a) Se Sandra comprar 3 pacotes de biscoito, o valor da compra diminuirá?

b) Com R\$ 25,00, Sandra conseguirá fazer a compra? Não, o total é R\$ 25,34.

c) Se o dinheiro não for suficiente, elimine o produto mais barato e calcule o troco. Tirando um iogurte, o total fica R\$ 23,50 e o troco é R\$ 1,50.

4 Dados $a = (1{,}2 : 0{,}5)^2$ e $b = (1{,}2 \cdot 0{,}5)^2$, calcule o valor de $a + b$. 6,12

5 Em uma distribuidora de bolas de pingue-pongue há este quadro de preços:

Quantidade de bolas	Preço
Cinco dúzias	R\$ 237,00
Uma centena	R\$ 370,00

Ao optar pela compra de uma centena de bolas, quanto o consumidor economizaria, por unidade, em relação à compra de cinco dúzias do produto? R\$ 0,25

Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Faça as atividades no caderno.

Revisitando

1 Complete as frases, substituindo cada ■ por uma das palavras: décimo(s), centésimo(s) ou milésimo(s).

a) O número 4,53 pode ser lido como 4 inteiros e 53 ■. centésimos

b) O número 0,203 pode ser lido como 2 décimos e 3 ■. milésimos

c) O número 3,1 pode ser lido como 31 ■ ou como 3 inteiros e 1 ■. décimos; décimo

2 Como devemos proceder para comparar números na forma decimal que tenham a mesma parte inteira? Devemos comparar os décimos; se forem iguais, passamos à comparação dos centésimos; e assim sucessivamente.

3 Explique passo a passo como devemos efetuar a adição de dois números decimais quaisquer. Depois, dê um exemplo de resolução. Resposta pessoal.

4 Explique como é possível determinar o número de casas decimais que o produto de 3,41 por 1,7 terá sem realizar o cálculo. três casas decimais: duas casas do 1º fator e uma casa do 2º fator.

5 Em cada caso, diga qual é a menor potência de dez pela qual convém multiplicar o dividendo e o divisor para efetuar as divisões a seguir. **a)** 1 000; **b)** 1 000; **c)** 100; **d)** 100; **e)** 1 000; **f)** 10

a) 8,448 : 4,884
b) 844,8 : 4,884
c) 84,48 : 48,84
d) 84,48 : 488,4
e) 8,448 : 488,4
f) 844,8 : 4 884

6 Classifique os números decimais a seguir em decimais exatos ou dízimas periódicas.

a) 2,3
b) 45,666....
c) 1,030506
d) 0,131313....
e) $5,\overline{71}$
f) 15,888

Decimais exatos: 2,3; 1,030506; 15,888. Dízimas periódicas: 45,666...; 0,131313...; $5,\overline{71}$

7 O que é o período de uma dízima periódica? Dê um exemplo de dízima periódica com período de quatro algarismos. É o algarismo ou grupo de algoritmos que se repete. Resposta pessoal.

Aplicando

1 Sendo $r = 0{,}1$; $s = 0{,}2$ e $t = 0{,}05$, determine e registre no caderno o valor de cada item.

a) $2r + s + t$ 0,45

b) $t - 2r \cdot s$ 0,01

2 Determine o valor de k nas igualdades.

a) $8{,}7 - k = 3{,}56$ 5,14

b) $4{,}2 \cdot k = 13{,}272$ 3,16

3 Um prédio tem 419 metros de altura, sendo 60 andares de área residencial, 20 andares com escritórios, 15 andares destinados a hotelaria e os 5 andares restantes com restaurantes. Sabendo que todos os andares têm a mesma altura, determine a altura total destinada à área residencial. 251,40 metros

4 Utilizando o sinal > (maior que), escreva em ordem decrescente os números decimais.

a) 7,2; 7,198; 7,23 7,23 > 7,2 > 7,198

b) 0,04; 0,042; 0,039 0,042 > 0,04 > 0,039

c) 1,112; 1,1035; 1,121 1,121 > 1,112 > 1,1035

5 Calcule o valor das expressões.

a) $(0{,}5)^2 \cdot (0{,}2)^3$ 0,002

b) $(0{,}9)^2 : 0{,}027 + (1 - 0{,}3)^2$ 30,49

c) $\left(1 - \dfrac{75}{100}\right)^2$ 0,0625

d) $(1{,}44 : 0{,}3 - 0{,}2 : 0{,}5) \cdot 1{,}06$ 4,664

6 Por qual número decimal devemos multiplicar 485 para obter 0,0485? 0,0001

7 Por quanto se deve multiplicar a metade de 0,25 para obter a unidade como resultado? 8

8 Na casa de André, o ferro elétrico tem 2,3 quilowatts de potência, e o chuveiro, 2,8 quilowatts. Ao fim de 30 dias, qual será o consumo total de energia dos dois aparelhos, em quilowatts-hora, sabendo que eles funcionam diariamente durante meia hora e que: consumo = potência · tempo (hora)? 76,5 quilowatts-hora

GEORGE TUTUMI

9 Daniel consegue transportar até 80,5 quilogramas de areia em seu carrinho. Quantas viagens, no mínimo, ele terá de realizar para transportar 1400 quilogramas de areia? 18 viagens

JEAN DIAZ

10 Renata comeu 4 pães integrais, com 80 gramas cada um.

Pão integral (100 gramas)		
Proteína	**Gordura**	**Carboidrato**
8,0 gramas	2,5 gramas	47 gramas

Com base no quadro, responda.

a) Quantos gramas de proteína Renata ingeriu? 25,6 gramas

b) Para ingerir 16 gramas de gordura, quantos pães iguais aos que Renata comeu uma pessoa deveria comer? 8 pães

11 Na primeira etapa do ano, Paulinho tirou as seguintes notas em Matemática: 3,0; 7,0; 6,0 e 5,0. Para calcular a média de Paulinho, o professor adicionou as 4 notas e dividiu a soma por 4. Qual é a média de Paulinho nessa etapa? 5,25

12 Lena vendeu 15 canetas por R$ 3,80 cada uma e mais 12 cadernetas, recebendo um total de R$ 109,80. Qual é o preço de cada caderneta? R$ 4,40

13 Luís tem uma miniatura de lancha com 1,03 metro de comprimento. A lancha real tem 15,2 vezes o comprimento da lancha em miniatura. Qual é o comprimento da lancha real? 15,656 metros

SUSHKIN/SHUTTERSTOCK

14 **(Enem)** Lucas precisa estacionar o carro pelo período de 40 minutos, e sua irmã Clara também precisa estacionar o carro pelo período de 6 horas. O estacionamento Verde cobra R$ 5,00 por hora de permanência. O estacionamento Amarelo cobra R$ 6,00 por 4 horas de permanência e mais R$ 2,50 por hora ou fração de hora ultrapassada. O estacionamento Preto cobra R$ 7,00 por 3 horas de permanência e mais R$ 1,00 por hora ou fração de hora ultrapassada.

Os estacionamentos mais econômicos para Lucas e Clara, respectivamente, são:

a) Verde e Preto
b) Verde e Amarelo
c) Amarelo e Amarelo
d) Preto e Preto
e) Verde e Verde

alternativa a

15 **(OBM)** Laurinha tinha em sua carteira somente notas de 10 reais e moedas de 10 centavos. Ela pagou uma conta de 23 reais com a menor quantidade possível de moedas. Quantas moedas ela usou? alternativa e

a) 3 b) 6 c) 10 d) 23 e) 30

16 **(OBM)** Podemos afirmar que $0{,}1^2 + 0{,}2^2$ é igual a: alternativa a

a) $\frac{1}{20}$ b) $\frac{1}{10}$ c) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{2}$

17 Calcule dois números decimais cuja soma seja 55,5 e cuja diferença seja 9,1. 32,3 e 23,2

CAPÍTULO

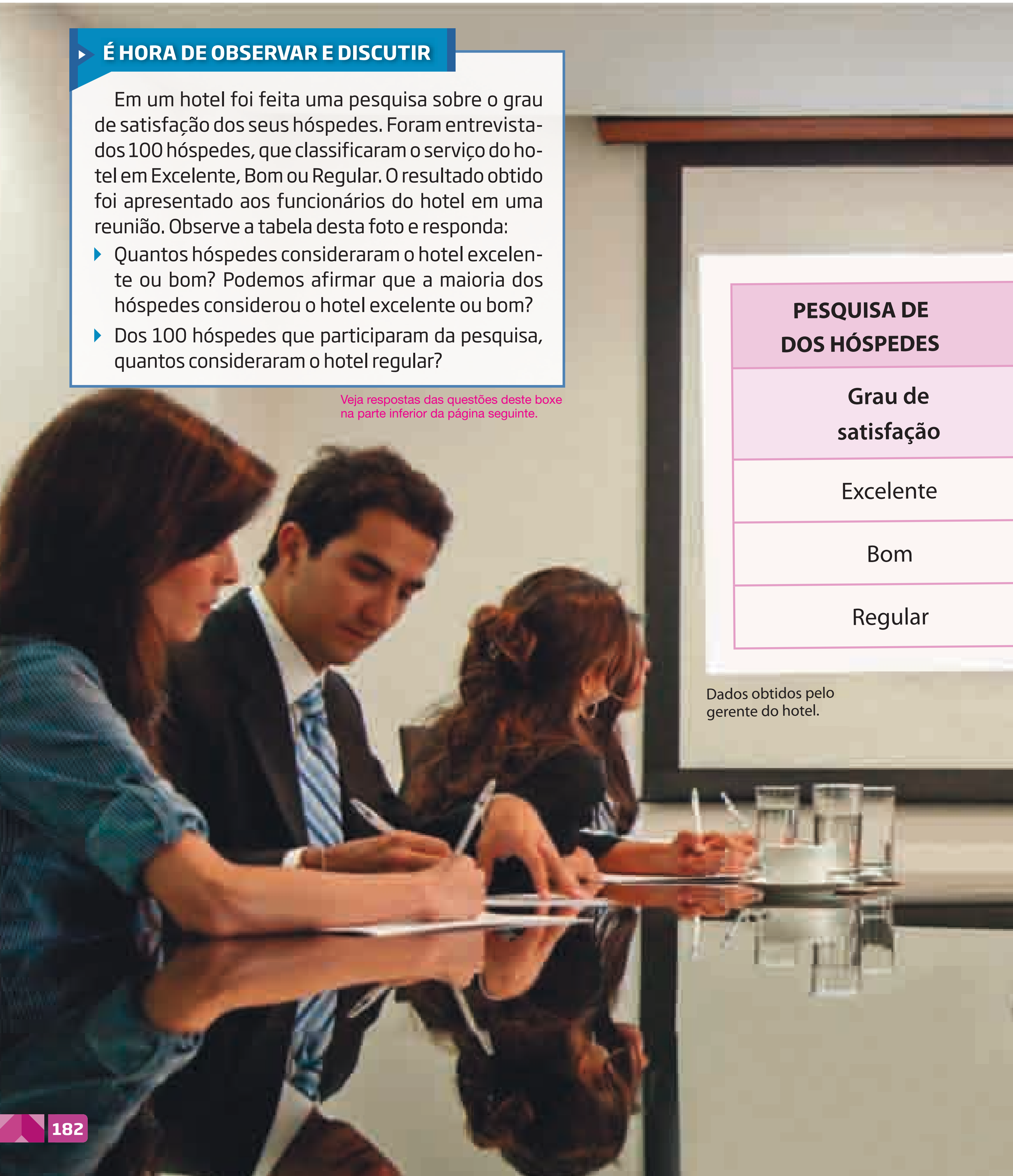
8 PORCENTAGEM, POSSIBILIDADES E ESTATÍSTICA

▸ É HORA DE OBSERVAR E DISCUTIR

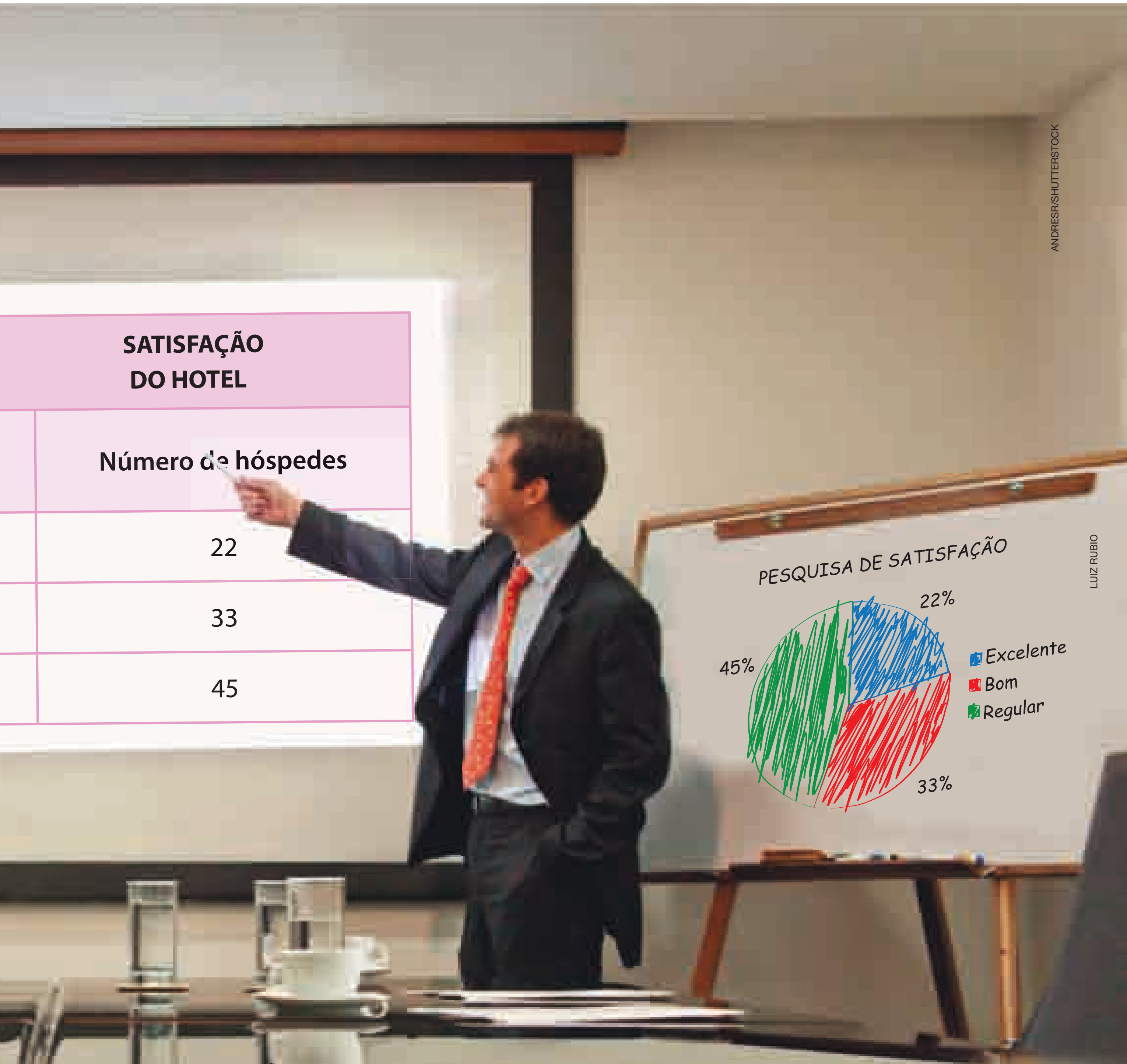
Em um hotel foi feita uma pesquisa sobre o grau de satisfação dos seus hóspedes. Foram entrevistados 100 hóspedes, que classificaram o serviço do hotel em Excelente, Bom ou Regular. O resultado obtido foi apresentado aos funcionários do hotel em uma reunião. Observe a tabela desta foto e responda:

- Quantos hóspedes consideraram o hotel excelente ou bom? Podemos afirmar que a maioria dos hóspedes considerou o hotel excelente ou bom?
- Dos 100 hóspedes que participaram da pesquisa, quantos consideraram o hotel regular?

Veja respostas das questões deste boxe na parte inferior da página seguinte.



Dados obtidos pelo gerente do hotel.



ANDRESR/SHUTTERSTOCK
LUIZ RUBIO

- 55 dos 100 hóspedes consideraram o hotel excelente ou bom, ou seja, $\frac{55}{100}$ dos hóspedes consideraram o hotel excelente ou bom. Sim, pois a fração $\frac{55}{100}$ representa mais da metade do total de entrevistados.
- 45 dos 100 hóspedes consideraram o hotel regular, ou seja, $\frac{45}{100}$ dos hóspedes consideraram o hotel regular.

TROCANDO IDEIAS

Faça as atividades no caderno.

Júlio e Carla estão brincando com um dado. Após cada lançamento feito por Júlio, Carla registra o número que aparece na face superior do dado. Eles sabem que existem seis resultados possíveis a cada lançamento: 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

Carla fez uma tabela com todos os resultados possíveis e a preencheu com o registro dos 25 lançamentos.

JOSÉ LUÍS JUHAS

- Qual foi a face que apareceu mais vezes nos 25 lançamentos? 6
- Se Júlio lançar o dado mais uma vez, poderemos saber que face aparecerá? não

Neste capítulo, vamos estudar porcentagem, possibilidades, coleta e organização de dados em tabelas e gráficos e interpretação de dados em um gráfico.

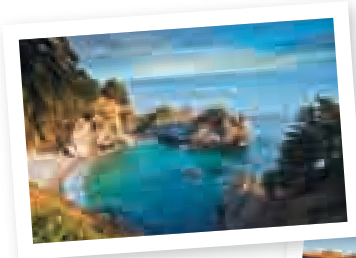
1 Porcentagem

A ideia de porcentagem está relacionada com a representação de **partes de um total de 100 partes**. Daí a leitura do símbolo **%** ser “por cento”.

Leia o texto a seguir, que aborda a situação da água em nosso planeta:

> Cerca de **75%** da superfície da Terra é coberta por água. No entanto, mesmo com tanta água, enfrentaremos uma crise de abastecimento no século XXI.
>
> Por volta de 2050, estima-se que quase **50%** da população mundial estará vivendo em países com carência de água.
>
> De toda a água existente no planeta:
>
> - **97,5%** correspondem à água salgada;
> - **0,8%** corresponde à água doce disponível (lagos, rios, águas do subsolo);
> - **1,7%** corresponde à água doce indisponível (geleiras, neves, gelos e subsolos congelados).
>
> Dados obtidos em: Robin Clarke; Jannet King. *O atlas da água*: mapeamento completo do recurso mais precioso do planeta. São Paulo: Publifolha, 2005.

AURORA PHOTOS/ALAMY/GLOW IMAGES



Mar do Big Sur, Estados Unidos, 2009.

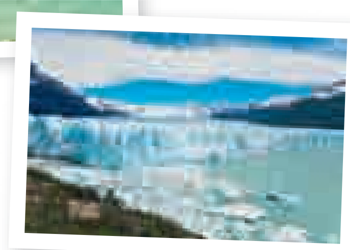
SETH LAZAR/ALAMY/GLOW IMAGES

Cataratas Vitória, Zimbabwe, 2009.

MARCO TERRANOVA/TYBA

Lagoa Azul, Ilha Grande (RJ), 2008.

MIKE THEISS/ULTIMATE CHASE/CORBIS/LATINSTOCK



Geleira Perito Moreno, Argentina, 2009.

No texto, a maioria dos dados é apresentada na forma de porcentagem: 75%; 50%; 97,5%; 0,8%; 1,7%.

Com base nesses dados, podemos, por exemplo, dizer que:

- 75 partes de 100 partes da superfície da Terra são cobertas por água;
- 50 partes de 100 partes da população mundial viverão em países com carência de água no século XXI.

Exemplos

- O aumento do preço do combustível será de 8%.
  Então, a cada R$ 100,00 pagos em combustível haverá um acréscimo de R$ 8,00.
- Na fazenda de Dário, 80% do gado é da raça **nelore**.
  Então, em cada grupo de 100 animais do rebanho de Dário, 80 são da raça nelore.

Nelore
Gado de origem indiana que se destaca pela rusticidade.

GEORGE TUTUMI

Podemos escrever as porcentagens como frações de denominador 100 ou na forma decimal.

Observe os exemplos abaixo:

- 75% (lemos: "setenta e cinco por cento") $\longrightarrow$ $75\% = \frac{75}{100} = 0{,}75$
- 1% (lemos: "um por cento") $\longrightarrow$ $1\% = \frac{1}{100} = 0{,}01$
- 173% (lemos: "cento e setenta e três por cento") $\longrightarrow$ $173\% = \frac{173}{100} = 1{,}73$
- 100% (lemos: "cem por cento") $\longrightarrow$ $100\% = \frac{100}{100} = 1$

Podemos escrever na forma de porcentagem qualquer fração decimal ou uma equivalente a ela.

Exemplos

1 Em uma prateleira há 25 caixas, sendo 12 vermelhas, 8 amarelas e as restantes azuis.

- Qual é a porcentagem de caixas vermelhas nessa prateleira?

  As caixas vermelhas correspondem a 12 das 25 caixas e podem ser representadas pela fração $\frac{12}{25}$. Como 25 é a quarta parte de 100, podemos obter uma fração decimal equivalente e definir a porcentagem:

$$\frac{12}{25} \overset{\times 4}{\underset{\times 4}{=}} \frac{48}{100} = 48\%$$

- Qual é a porcentagem de caixas azuis?

  O número de caixas azuis corresponde a: $25 - (12 + 8) = 25 - 20 = 5$

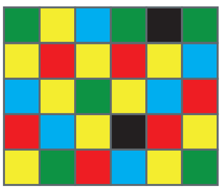
  Como 5 das 25 caixas são azuis, podemos escrever a fração $\frac{5}{25}$.

  Encontramos a fração de denominador 100 equivalente a $\frac{5}{25}$:

$$\frac{5}{25} \overset{\times 4}{\underset{\times 4}{=}} \frac{20}{100}$$

  Portanto, 48% das caixas da prateleira são vermelhas e 20% são azuis.

2 Fernanda pintou um painel formado de quadrinhos. Que porcentagem desse painel foi pintada de azul?


LUIZ RUBIO

Como 6 dos 30 quadrinhos foram pintados de azul, podemos escrever a fração $\frac{6}{30}$.

Como 30 não é uma parte inteira de 100, encontramos inicialmente a fração irredutível equivalente a $\frac{6}{30}$:

$$\frac{6}{30} \overset{:6}{=} \frac{1}{5}$$

Depois, encontramos a fração de denominador 100 equivalente a $\frac{1}{5}$:

$$\frac{1}{5} \overset{\times 20}{=} \frac{20}{100}$$

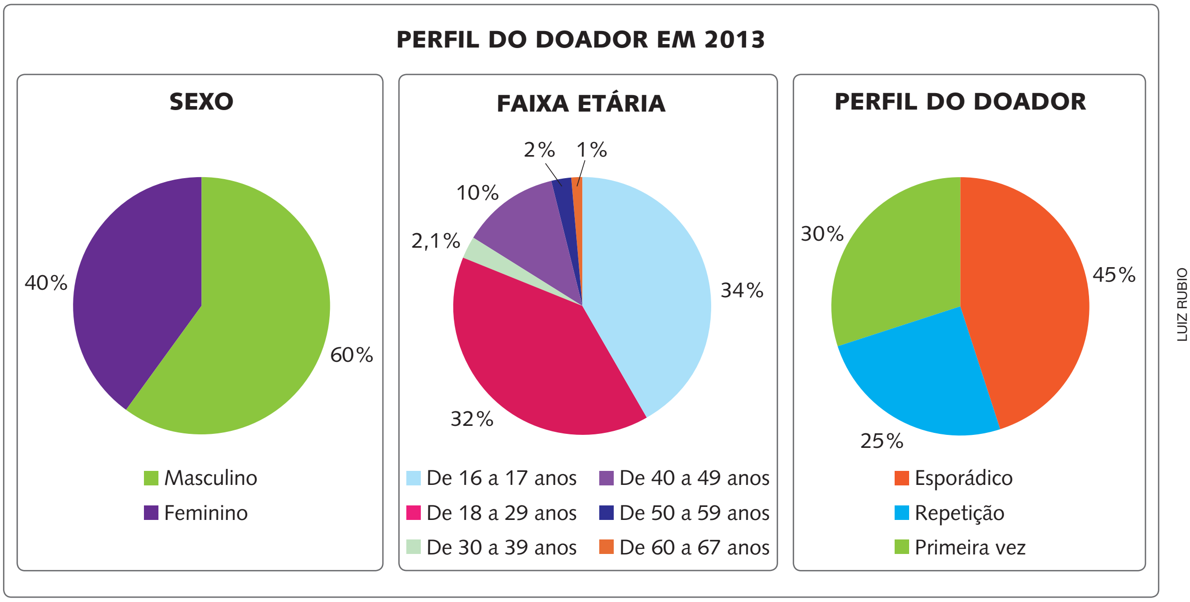
Portanto, 20% do painel foi pintado de azul.

Lendo e aprendendo

A porcentagem dos grupos sanguíneos

A porcentagem correspondente a cada grupo sanguíneo na população brasileira é aproximadamente igual à da população mundial, salvo em determinados grupos étnicos com pouca ou nenhuma miscigenação, como os dos indígenas, em que quase todos os indivíduos são do grupo O^+.

Os gráficos abaixo apresentam dados sobre os doadores de sangue no estado de São Paulo em 2013. Eles são chamados de gráficos de setores. De acordo com o primeiro gráfico, por exemplo, de cada grupo de 100 doadores, 40 são mulheres e 60 são homens.



Dados obtidos em: <http://www.prosangue.sp.gov.br/artigos/indicadores>. Acesso em: 20 mar. 2015.

1. Exemplo de explicações:
a) 10 em cada 100 alunos de uma escola não têm animal de estimação.
b) 19 em cada 100 livros da biblioteca precisam ser catalogados.
c) 51 em cada 100 pessoas da população brasileira são mulheres.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Explique, de forma resumida, o significado dos números que expressam porcentagens nas orações a seguir.

a) 10% dos alunos de uma escola não têm animal de estimação.

b) 19% dos livros de uma biblioteca precisam ser catalogados.

c) Segundo a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílio (Pnad), divulgada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), 51% da população brasileira é constituída por mulheres.

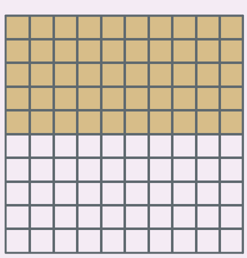
2 Cada coluna do quadro refere-se a um valor de porcentagem. Copie o quadro no caderno, substituindo os ▬ pelo que se pede, a partir da informação já existente na coluna.

MODELO

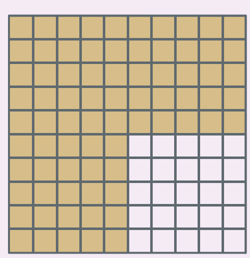
Porcentagem	15%	32%	47%	93%	120%
Leitura	quinze por cento	trinta e dois por cento	quarenta e sete por cento	noventa e três por cento	cento e vinte por cento
Fração	$\frac{15}{100}$	$\frac{32}{100}$	$\frac{47}{100}$	$\frac{93}{100}$	$\frac{120}{100}$
Número decimal	0,15	0,32	0,47	0,93	1,20
Significado	15 de cada 100	32 de cada 100	47 de cada 100	93 de cada 100	100 de cada 100 mais 20 de cada 100

3 Escreva no caderno uma fração decimal e a porcentagem que representa o número de quadrinhos coloridos de cada item.

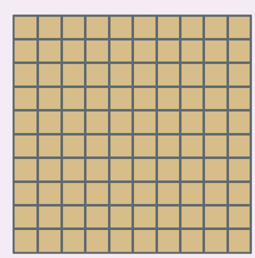
a) $\frac{50}{100}$; 50%



b) $\frac{75}{100}$; 75%



c) $\frac{100}{100}$; 100%



LUIZ RUBIO

4 No caderno, escreva uma fração equivalente para cada item cujo denominador seja 100. Em seguida, escreva a porcentagem correspondente a cada uma delas.

a) $\frac{2}{5}$ $\frac{40}{100}$; 40%   b) $\frac{7}{10}$ $\frac{70}{100}$; 70%   c) $\frac{3}{4}$ $\frac{75}{100}$; 75%   d) $\frac{17}{20}$ $\frac{85}{100}$; 85%

5 Determine uma fração irredutível correspondente a cada uma das porcentagens.

a) 24% $\frac{6}{25}$ b) 50% $\frac{1}{2}$ c) 72% $\frac{18}{25}$ d) 140% $\frac{7}{5}$

6 Um provão tinha 80 questões. Angélica acertou 56. Que porcentagem de acerto teve essa aluna? 70%

7 Observe, a seguir, o número de inscritos e o de aprovados para os cursos de Odontologia e de Turismo em certa universidade.

	Odontologia	Turismo
Inscritos	400	300
Aprovados	60	75

Qual foi a porcentagem de aprovação para cada um desses cursos? Odontologia: 15%; Turismo: 25%

8 O quadrado ao lado está dividido em três partes: verde, azul e amarela.

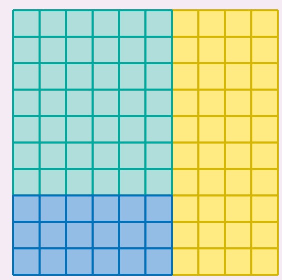
Escreva, no caderno:

a) o total de quadradinhos que formam o quadrado;

b) a fração decimal que representa cada parte;

c) a fração irredutível que representa cada parte;

d) a porcentagem que representa cada parte.



LUIZ RUBIO

9 Pedro consertou uma instalação hidráulica e, depois, emitiu uma nota referente ao serviço prestado. Observe:

8. a) 100

b) verde: $\frac{42}{100}$; azul: $\frac{18}{100}$; amarela: $\frac{40}{100}$

c) verde: $\frac{21}{50}$; azul: $\frac{9}{50}$; amarela: $\frac{2}{5}$

d) verde: 42%; azul: 18%; amarela: 40%

J.S SERVIÇOS HIDRÁULICOS

1 metro de cano	R$ 4,00
1 torneira	R$ 56,00
mão de obra	R$ 20,00
Total	R$ 80,00

GEORGE TUTUMI

Determine a porcentagem do custo da mão de obra em relação ao custo total do serviço. 25%

10 Sabendo que Paulo tem seis anos e José, oito anos, responda:

a) A idade de Paulo corresponde a que porcentagem da idade de José? 75%

b) Há quatro anos, qual era essa porcentagem? 50%

c) Daqui a dois anos, qual será essa porcentagem? 80%

d) Daqui a quantos anos a porcentagem será igual a 90%? 12 anos

GEORGE TUTUMI

Se achar necessário, lembre aos alunos que os estados de São Paulo (SP), Rio de Janeiro (RJ) e Minas Gerais (MG) pertencem à região Sudeste, o estado do Rio Grande do Sul (RS) pertence à região Sul e o estado de Pernambuco (PE) pertence à região Nordeste.

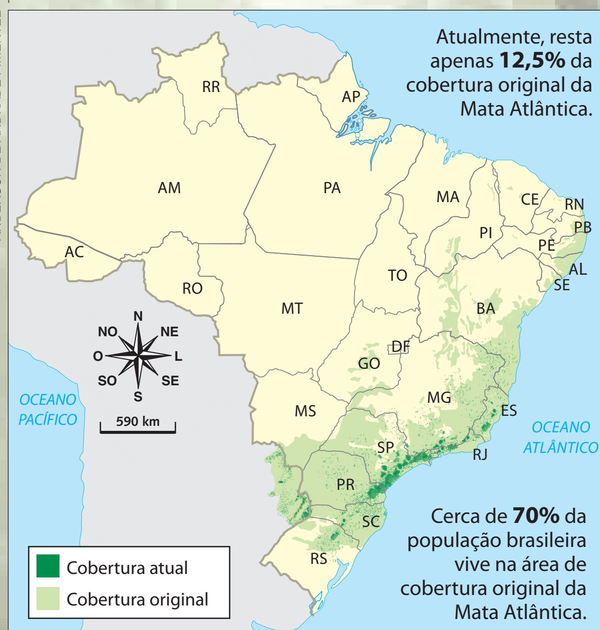
Sapos, rãs e pererecas ameaçados de extinção

No mundo, existem mais de 5 mil espécies de sapos, rãs e pererecas, com enorme variedade de formas, hábitos e metabolismos. Mas essa riqueza biológica pode estar ameaçada por perturbações em seus hábitats.

Cerca de 800 espécies de sapos, rãs e pererecas vivem no território brasileiro. 60% delas só existem aqui. Importantes por controlar a população de insetos e de outros invertebrados, além de servir de alimento a espécies de répteis, aves e mamíferos, esses anfíbios são sensíveis à redução das áreas de mata nativa pelas atividades do ser humano.

No Brasil, todas as espécies de anuro (grupo de anfíbios ao qual pertencem sapos, rãs e pererecas) ameaçadas de extinção vivem na Mata Atlântica. Essa incidência se deve ao fato de esse bioma ser rico em biodiversidade. No entanto, ele é também o mais devastado. Veja o mapa ao lado.

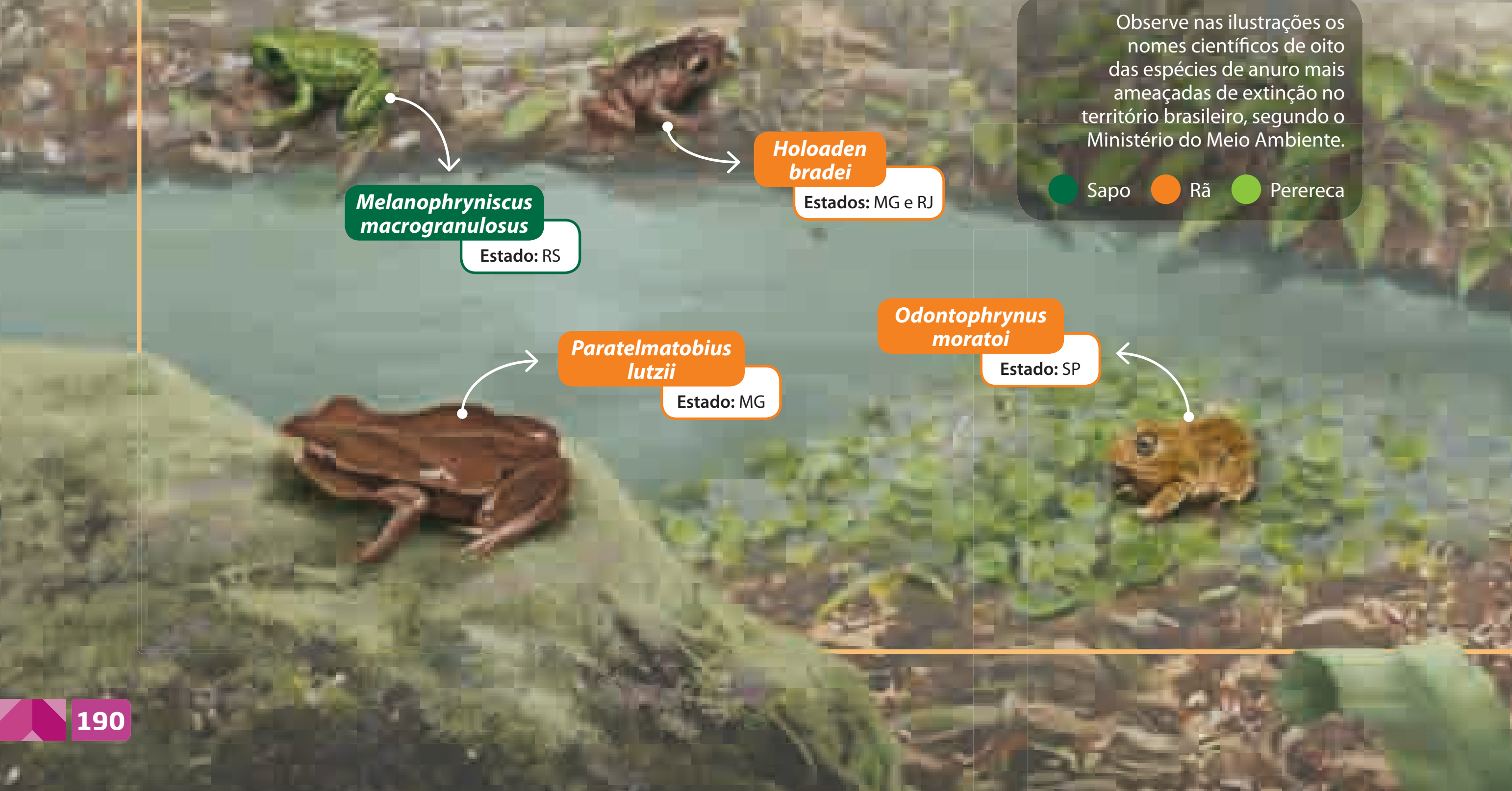
MATA ATLÂNTICA

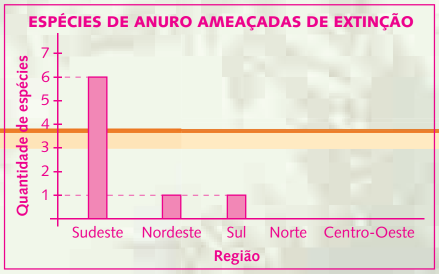


Fonte: WORLD WILDLIFE FUND. *Mata Atlântica, herança em perigo*. São Paulo: WWF Brasil, 2009.

Observe nas ilustrações os nomes científicos de oito das espécies de anuro mais ameaçadas de extinção no território brasileiro, segundo o Ministério do Meio Ambiente.

Sapo Rã Perereca





Lembre-se:
Não escreva no livro!

ATIVIDADE

Copie e complete a tabela ao lado registrando quantas das 8 espécies de anuro mais ameaçadas de extinção, ilustradas nestas páginas, vivem em cada região do Brasil. Depois, preencha a terceira coluna com o valor percentual por região e, em seguida, elabore um gráfico de barras verticais com as informações da tabela.

Espécies de anuro ameaçadas de extinção

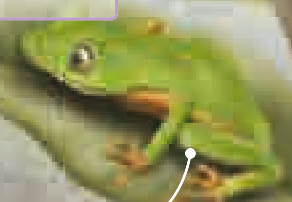
Região	Quantidade de espécies de anuro mais ameaçadas	Porcentagem aproximada de espécies de anuro mais ameaçadas
Sudeste	6	75%
Nordeste	1	12,5%
Sul	1	12,5%
Norte	0	0%
Centro-Oeste	0	0%
Total	8	100%

MODELO
MODELO

Fontes: SOS MATA ATLÂNTICA. Disponível em: <http://www.sosma.org.br>. Acesso em: 19 mar. 2015.. IBAMA. *Projeto de Monitoramento do Desmatamento dos Biomas Brasileiros por Satélite*. Disponível em: <http://siscom.ibama.gov.br/monitorabiomas/mataatlantica/>. Acesso em: 19 mar. 2015.. MINISTÉRIO DO MEIO AMBIENTE. *Livro vermelho da fauna brasileira ameaçada de extinção*. Brasília: Fundação Biodiversitas, 2008, v. 2, p. 291. VERDADE, Vanessa K.; DIXO, Marianna; CURCIO, Felipe F. Os riscos de extinção de sapos, rãs e pererecas em decorrência das alterações ambientais. *Estudos Avançados*. São Paulo, v. 24, n. 68, 2010. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/S0103-40142010000100014>. Acesso em: 19 mar. 2015.

Sapo, rã ou perereca?

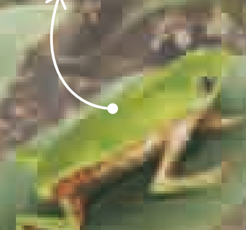
Os sapos têm pernas curtas, pele rugosa e hábitos mais terrestres. Já as rãs têm pernas longas, pele lisa e preferem habitar os riachos e as lagoas. As pererecas, por sua vez, têm olhos salientes e ventosas nos dedos para aderir às árvores e à vegetação próxima aos ambientes aquáticos.



Hylomantis granulosa
Estado: PE

Scinax alcatraz
Estado: SP

Bokermannohyla izecksohni
Estado: SP



Phyllomedusa ayeaye
Estado: MG

Ameaças no ar e na água

A pele fina e permeável e a dependência da água para o ciclo reprodutivo tornam sapos, rãs e pererecas suscetíveis aos poluentes lançados na água e no ar pelos humanos.

ÉBER EVANGELISTA

Imagens ilustrativas e sem escala.

Cálculo de porcentagens

Considere as seguintes situações.

Situação 1

Em uma escola há 800 alunos, dos quais 25% dos alunos são da Educação Infantil, 55% são do Ensino Fundamental e 20% são do Ensino Médio. Quantos alunos dessa escola são do Ensino Fundamental? Quantos são do Ensino Médio?

Sabemos que 100% correspondem ao total de alunos, ou seja, a 800 alunos. Para determinar o número de alunos do Ensino Fundamental, devemos calcular 55% de 800.

55% de 800, ou seja, $\frac{55}{100}$ de 800 pode ser calculado assim:

$$\frac{55}{100} \cdot 800 = \frac{55 \cdot 800}{100} = 440$$

Para determinar o número de alunos do Ensino Médio, devemos calcular 20% de 800.

20% de 800, ou seja, $\frac{20}{100}$ de 800 pode ser calculado assim:

$$\frac{20}{100} \cdot 800 = \frac{20 \cdot 800}{100} = 160$$

Portanto, 440 alunos dessa escola são do Ensino Fundamental e 160 são do Ensino Médio.

Peça aos alunos que calculem o número de alunos da Educação Infantil dessa escola. (Resposta: 200 alunos)

Situação 2

Mauro comprou um aparelho de som por R$ 450,00, dando 20% do valor total de entrada e dividindo o restante em três parcelas iguais. Qual é o valor da entrada em reais? Qual é o valor de cada parcela?

Inicialmente, vamos determinar 20% de R$ 450,00, que correspondem ao valor da entrada.

20% de 450, ou seja, $\frac{20}{100}$ de 450 pode ser calculado assim:

$$\frac{20}{100} \cdot 450 = \frac{20 \cdot 450}{100} = 90$$

Em seguida, determinamos o valor de cada parcela, fazendo:

$(450 - 90) : 3 = 360 : 3 = 120$

Portanto, o valor da entrada é R$ 90,00 e o valor de cada parcela é R$ 120,00.

Exemplos

- cálculo de 40% de 50

  40% de 50 pode ser calculado assim:

  $$\frac{40}{100} \cdot 50 = \frac{40 \cdot 50}{100} = \frac{2000}{100} = 20$$

- cálculo de 25% de 200 quilogramas

  25% de 200 pode ser calculado assim:

  $$\frac{25}{100} \cdot 200 = \frac{25 \cdot 200}{100} = \frac{5000}{100} = 50$$

Lendo e aprendendo

Percentagem ou porcentagem?

Porcentagem origina-se de “por cento”. Percentagem vem do latim *per centum*. Ambas as formas são corretas, porém **porcentagem** é a mais usual.

Observações

1 Uma porcentagem nunca aparece isolada. Não tem sentido dizer apenas 30% ou 40%. Dizemos sempre 30% ou 40% de algum valor.

2 Para calcular a porcentagem de um número na calculadora, podemos utilizar a tecla %.

40% de 120: 

Lembre aos alunos que a sequência de teclas pode variar de uma calculadora para outra.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Calcule:

a) 2% de 700 laranjas; 14 laranjas

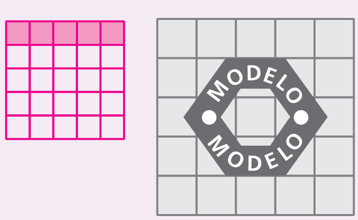
b) 30% de 1 200 alunos; 360 alunos

c) 150% de R$ 600,00; R$ 900,00

d) 75% de 400 tijolos. 300 tijolos

2 Rui comprou uma moto por R$ 15 000,00. Deu 36% de entrada e dividiu o restante em quatro parcelas iguais. Qual foi o valor de cada parcela? R$ 2 400,00

3 Copie a figura abaixo no caderno e pinte a parte correspondente a 20% da superfície.



4 Durante um campeonato de futebol, um jogador cobrou 20 pênaltis. Dessas cobranças, 70% se converteram em gols. Quantos gols de pênalti esse jogador fez? 14 gols

5 Em certo mês, o restaurante de Netinho teve um lucro de R$ 2 400,00. Ele destinou 25% desse valor para a compra de um letreiro luminoso. Quanto ele gastou com a compra do letreiro? R$ 600,00

6 Em uma sala de teatro cabem 300 pessoas sentadas. Apenas 34% dos assentos dessa sala estão ocupados. Quantos lugares ainda não foram ocupados? 198 lugares

Lembre-se:
Não escreva no livro!

7 Acompanhe quatro diferentes modos de obter 25% de 160 com o auxílio da calculadora.

1 6 0 × 2 5 ÷ 1 0 0 = 40

1 6 0 ÷ 1 0 0 × 2 5 = 40

1 6 0 × 0 . 2 5 = 40

1 6 0 × 2 5 % = 40

LUIZ RUBIO

Utilizando qualquer um desses modos, obtemos 40 como resultado.
Escolha um dos modos apresentados e determine o valor de:

a) 85% de 12 000; 10 200

b) 5,7% de 584. 33,288

c) 7% de 90 6,3

d) 15% de 800 120

8 O salário de Roberval era R$ 1 200,00. Ele teve um aumento de 30%.

a) De quanto foi o aumento, em reais? R$ 360,00

b) Qual é o novo salário de Roberval? R$ 1 560,00

9 O valor do condomínio do edifício onde André mora é R$ 480,00. Pagando até o dia 10 de cada mês há um desconto de 12%. Qual é o valor a ser pago com esse desconto? R$ 422,40

10 O consumo de água engarrafada no mundo, que era de 72,6 bilhões de litros, cresceu 145% no último ano. A quantos litros de água corresponde o novo consumo? 177,87 bilhões de litros

11 Por ter obtido notas baixas, Gisele perdeu R$ 18,00 de sua mesada, o que corresponde a 20% do que recebia. Qual era o valor da mesada de Gisele? R$ 90,00

12 Os alimentos se dividem, basicamente, em energéticos, reguladores e formadores. Existem ainda alguns alimentos que devem ser consumidos com moderação.

Junte-se a um colega e, com o auxílio da calculadora, completem o quadro dos grupos alimentares com o número de porções recomendadas para uma alimentação equilibrada. Considerem que o número total de porções por dia é igual a 24. Atenção: alguns valores devem ser aproximados.

<table>
<tr><th></th><th>Grupos de alimentos</th><th>Número de porções por dia</th><th>Porcentagem de cada grupo</th><th>Porcentagem total</th></tr>
<tr><td>Energéticos</td><td>Cereais, pães, tubérculos 8</td><td>porções/dia</td><td>33,33%</td><td>33,34%</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Reguladores</td><td>Hortaliças 3</td><td>porções/dia</td><td>12,5%</td><td rowspan="2">25%</td></tr>
<tr><td>Frutas e sucos de frutas 3</td><td>porções/dia</td><td>12,5%</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Formadores</td><td>Leguminosas</td><td>1 porção/dia</td><td>4,17%</td><td rowspan="3">25%</td></tr>
<tr><td>Leites, queijos e iogurtes</td><td>3 porções/dia</td><td>12,5%</td></tr>
<tr><td>Carnes e ovos 2</td><td>porções/dia</td><td>8,33%</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Consumidos com moderação</td><td>Óleos e gorduras</td><td>2 porções/dia</td><td>8,33%</td><td rowspan="2">16,66%</td></tr>
<tr><td>Açúcares, balas, chocolates, salgadinhos 2</td><td>porções/dia</td><td>8,33%</td></tr>
</table>

2 Cálculo do número de possibilidades

Quando queremos escolher uma roupa para vestir, um filme na videolocadora ou o sabor de um sorvete, por exemplo, temos mais de uma possibilidade de escolha.

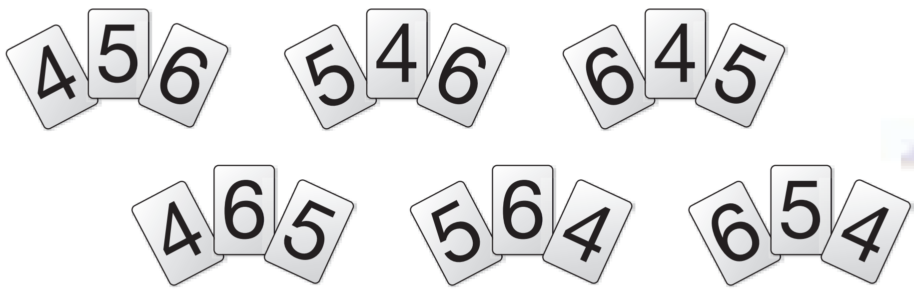
Observe estas situações.

JOSÉ LUÍS JUHAS

Situação 1

Cláudio dispõe de cartões com os algarismos 4, 5 e 6. Ele quer formar um número de três algarismos utilizando esses três cartões. Quais são as possibilidades que Cláudio tem para formar o número?

Cláudio pode dispor os três algarismos de seis formas:



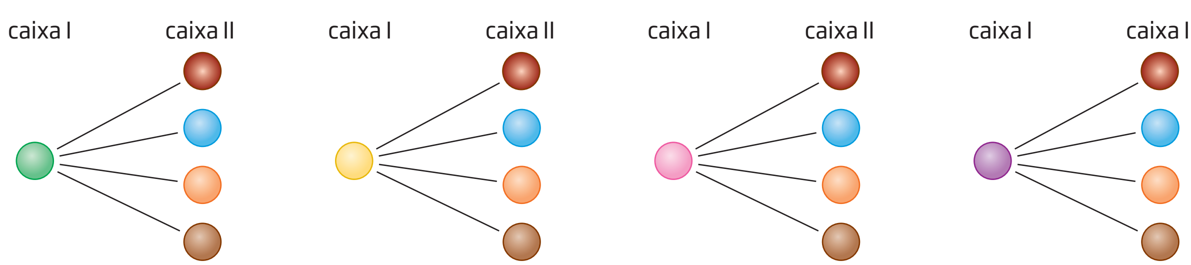
Portanto, Cláudio dispõe de seis possibilidades para formar o número.

Situação 2

Brena tem duas caixas, cada uma com quatro bolas de cores distintas. Ela resolveu levar uma bola de cada caixa para o colégio. Quantos pares diferentes de bolas podem ser formados por Brena?

JOSÉ LUÍS JUHAS

Podemos listar todas as possibilidades de pares com ajuda do esquema abaixo:



LUIZ RUBIO

O esquema apresentado é chamado de **árvore de possibilidades**.

Portanto, Brena pode formar 16 pares diferentes de bolas.

1.
chocolate — chocolate, morango, baunilha
morango — chocolate, morango, baunilha
baunilha — chocolate, morango, baunilha

Lembre aos alunos que o diagrama de árvore de possibilidades foi apresentado no capítulo 2 (multiplicação).

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

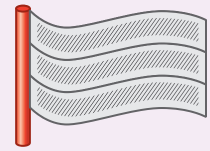
1 Em uma sorveteria são vendidos sorvetes de três sabores: chocolate, morango e baunilha. Faça uma árvore de possibilidades com todos os tipos de sorvete de duas bolas que podem ser montados.


JOSÉ LUÍS JUHAS

2 Usando apenas os algarismos da placa abaixo, quantos números de quatro algarismos diferentes podemos escrever?
24 números

FERNANDO FAVORETTO/ CRIAR IMAGEM

3 Desenhe 10 bandeiras. Em seguida, pinte-as com as cores azul, vermelha e amarela, colocando-as em diferentes posições. Depois, determine quantas bandeiras diferentes é possível obter usando apenas essas três cores.


LUIZ RUBIO

4 Determine todas as adições possíveis de dois números naturais cuja soma seja 6.
$0 + 6$; $1 + 5$; $2 + 4$; $3 + 3$; $4 + 2$; $5 + 1$; $6 + 0$

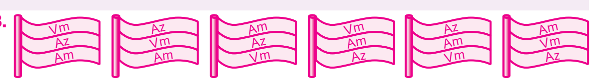
5 Escreva um exemplo de situação com várias possibilidades. resposta pessoal

6 Veja o que o restaurante em que Roberto almoça oferece hoje:

- 3 tipos de macarrão: espaguete, integral e talharim
- 4 tipos de molho: à bolonhesa, alho e óleo, ao sugo e molho branco
- 2 tipos de sobremesa: gelatina e salada de frutas

Qual é o total de opções para Roberto escolher um macarrão com molho e uma sobremesa? 24 opções

2. 1687 1786 6178 6781 7168 7681 8167 8671
1678 1867 6187 6817 7186 7816 8176 8716
1768 1876 6718 6871 7618 7861 8617 8761

3.


LUIZ RUBIO

Az: azul; Vm: vermelha; Am: amarela.

3 Estatística

Nas notícias veiculadas em jornais, em revistas e na televisão, é comum a citação de números, bem como o uso de tabelas e gráficos.

1 2 3 4

CRÉDITOS DAS IMAGENS: 1: VEJA/ABRIL COMUNICAÇÕES S/A; 2: FELIPE VAN DEURSEN/OTÁVIO COHEN/RICARDO DAVINO/BRUNO ALGARVE/ SUPERINTERESSANTE/ABRIL COMUNICAÇÕES S/A; 3: FELIPE VAN DEURSEN/RENATA MIWA/DANIELLA DE CAPRIO/SUPERINTERESSANTE/ ABRIL COMUNICAÇÕES S/A; 4: ANDRÉ BERNARDO/KARIN HUECK/JORGE OLIVEIRA/SUPERINTERESSANTE/ABRIL COMUNICAÇÕES S/A

Tabelas e gráficos resultam de um trabalho que, em geral, envolve várias etapas, como:

1ª) coleta dos dados;

2ª) organização dos dados;

3ª) exposição dos dados em forma de tabelas e/ou gráficos.

A **Estatística** é o ramo da Matemática que se dedica a coletar e organizar dados referentes a diversos fenômenos para posterior análise e interpretação.

O processo estatístico

Observe a situação a seguir.

Juliana fez um levantamento estatístico, com os 20 alunos de sua turma, sobre as notas obtidas na prova de Matemática. Acompanhe a sequência utilizada por ela:

1º passo: coleta de dados

Juliana registrou no caderno o nome e a nota de Matemática de todos os alunos.

Aluno(a)	Nota	Aluno(a)	Nota
Antônio	6,0	Edmilson	3,0
Abel	6,0	Juliana	6,0
Breno	3,0	Lúcia	4,0
Cláudia	5,0	Mariana	3,0
Dionísio	4,0	Mônica	10,0
Douglas	1,0	Nair	5,0
Everaldo	9,0	Otávio	9,0
Fábio	9,0	Pedro	6,0
Guilherme	8,0	Ricardo	6,0
Horácio	8,0	Soraia	8,0

LUIZ RUBIO

2º passo: organização dos dados

Lembre-se:
Não escreva no livro!

Juliana dispôs todas as notas em ordem crescente.

Aluno(a)	Nota	Aluno(a)	Nota
Douglas	1,0	Juliana	6,0
Breno	3,0	Pedro	6,0
Edmilson	3,0	Ricardo	6,0
Mariana	3,0	Guilherme	8,0
Dionísio	4,0	Horácio	8,0
Lúcia	4,0	Soraia	8,0
Cláudia	5,0	Everaldo	9,0
Nair	5,0	Fábio	9,0
Abel	6,0	Otávio	9,0
Antônio	6,0	Mônica	10,0

LUIZ RUBIO

Lembre aos alunos que a porcentagem (%) é calculada por meio da divisão da quantidade de alunos com determinada nota pelo total de alunos. Por exemplo, 5 entre 20 alunos tiraram nota 6. Então: $\frac{5}{20}$ ou 0,25 ou 25% dos alunos tiraram nota 6.

▸ 3º passo: elaboração de uma tabela

Juliana montou uma tabela para registrar a quantidade de alunos que tirou cada nota e calcular a porcentagem correspondente ao total de alunos da turma. Assim, ela pôde analisar o desempenho dos alunos de sua classe na prova de Matemática.

Notas	Quantidade de alunos	Porcentagem
1,0	1	5%
3,0	3	15%
4,0	2	10%
5,0	2	10%
6,0	5	25%
8,0	3	15%
9,0	3	15%
10,0	1	5%
Total	20	100%

LUIZ RUBIO

Dados obtidos por Juliana.

▸ 4º passo: elaboração de um gráfico

Lembre-se:
Não escreva no livro!

Juliana construiu o gráfico abaixo depois de organizar os dados.

LUIZ RUBIO

Dados obtidos por Juliana.

Com base na tabela e no gráfico, Juliana chegou a algumas **conclusões**:

- a menor nota da turma foi 1,0;
- a maior nota da turma foi 10,0;
- a nota que apareceu com maior **frequência** foi 6,0;
- trinta por cento (30%) dos alunos obtiveram nota inferior a 5,0;
  (5% + 15% + 10%)
- vinte por cento (20%) dos alunos obtiveram nota superior a 8,0.
  (15% + 5%)

Frequência
Número de vezes que um dado se repete em uma pesquisa.

Gráficos estatísticos

Na situação anterior, Juliana construiu um gráfico estatístico denominado **gráfico de barras verticais**.

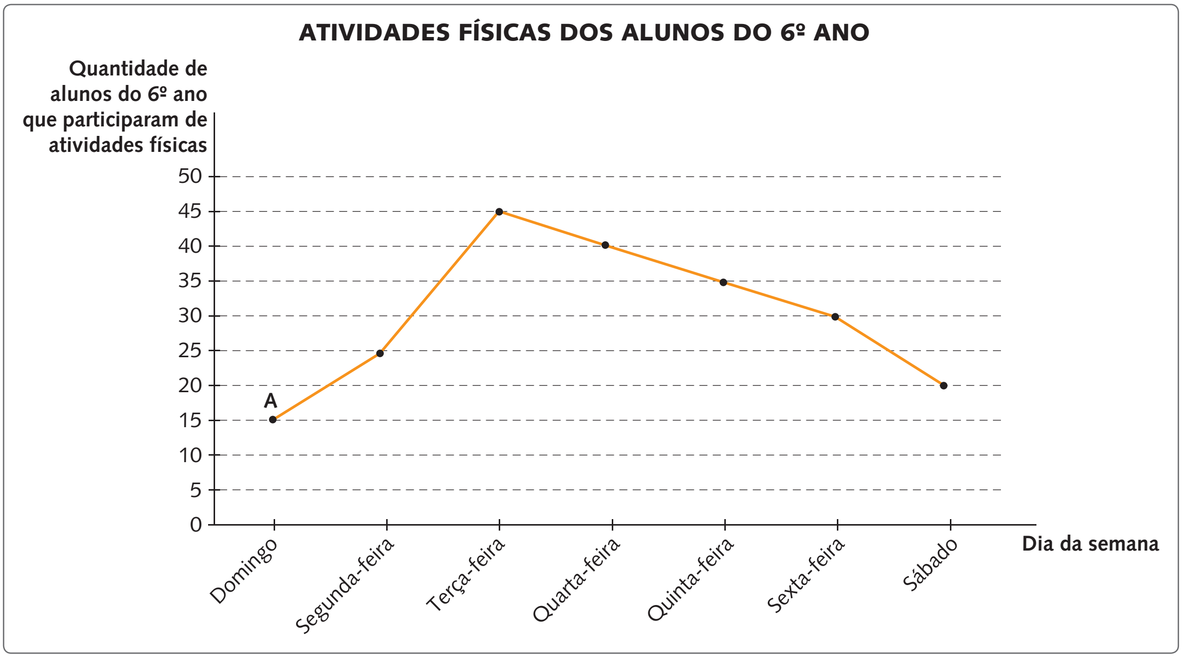
O gráfico estatístico é utilizado para apresentar dados, tornando mais fácil e rápida a compreensão do fato em estudo.

Vamos estudar alguns tipos de gráficos estatísticos.

Gráfico de segmentos

Esse tipo de gráfico é usado para representar a variação de algum fato ao longo do tempo.

Exemplo



LUIZ RUBIO

Dados obtidos pela escola.

Observe que, no eixo horizontal, ficam os dias da semana em que os dados foram coletados.

No eixo vertical, fica a quantidade de alunos do 6º ano que participaram de atividades físicas.

No gráfico, representamos por pontos a quantidade de alunos do 6º ano que participou de atividades físicas em relação aos dias da semana em que os dados foram coletados. Por exemplo, o ponto *A* representa o número de alunos que participou de atividades físicas no domingo.

Finalmente, os pontos são ligados por segmentos. Por isso, recebe o nome de **gráfico de segmentos**.

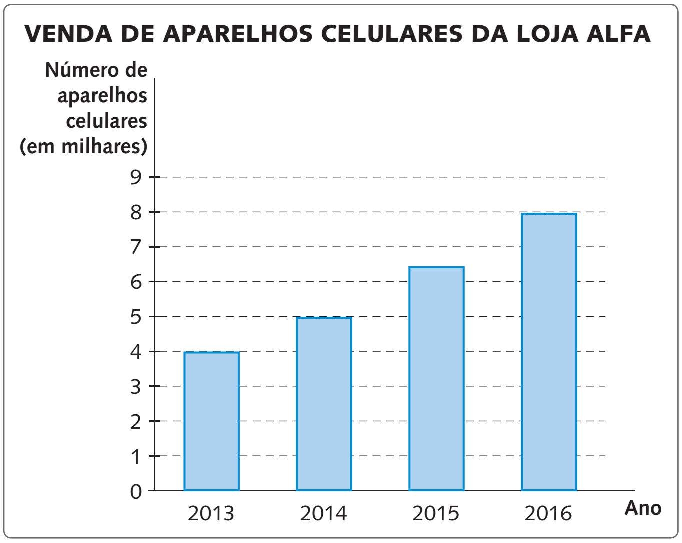
GEORGE TUTUMI

Gráfico de barras verticais

Esse tipo de gráfico é utilizado principalmente para comparar informações.

Os dados são representados por retângulos, apoiados em uma linha horizontal. As bases dos retângulos, no eixo horizontal, devem ter a mesma largura, e as alturas são proporcionais ao valor da frequência que representam.

Exemplo



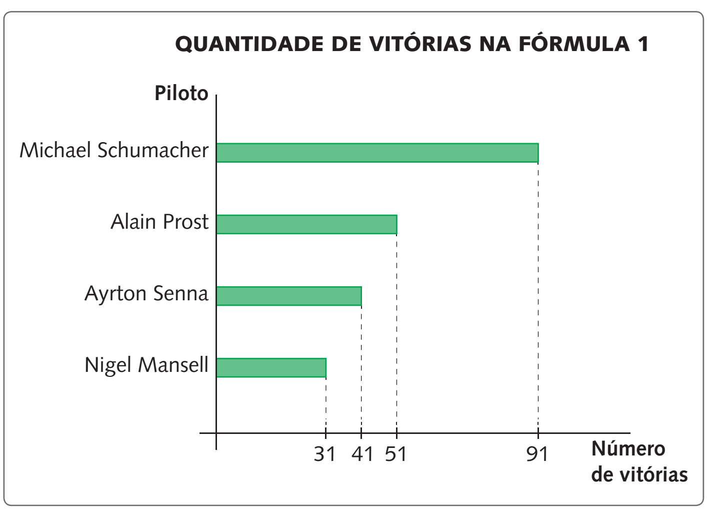
Dados obtidos pela loja Alfa.

LUIZ RUBIO

Gráfico de barras horizontais

Esse gráfico tem a mesma finalidade do gráfico de colunas. É representado por retângulos, que ficam na direção horizontal (bases no eixo vertical).

Exemplo



Dados obtidos em: <www.formula1.com/content/fom-website/en/championship/drivers/hall-of-fame.html>. Acesso em: 30 jan. 2015.

LUIZ RUBIO

JOSÉ LUÍS JUHAS

Faça as atividades no caderno.

1 O professor de História resolveu fazer um debate com cinco alunos. A cada resposta correta, ele colocava um X ao lado do nome do aluno que acertava. Sabendo que o professor fez 10 perguntas a cada aluno, elabore uma tabela estatística que represente a participação de cada um deles, com percentuais de erros e acertos. Não se esqueça de dar um título à sua tabela!

André X X X X X X

Bruna X X X

Igor X X X X X X X X X

Carla X X X X X

Patrícia X X X X X X X

Debate de História			
Aluno	Total de acertos	Porcentagem de acertos	Porcentagem de erros
André	6	60%	40%
Bruna	3	30%	70%
Igor	9	90%	10%
Carla	5	50%	50%
Patrícia	7	70%	30%

Dados obtidos pelo professor de História.

2 A tabela ao lado representa a produção de uma montadora de carros esportivos durante seis meses.

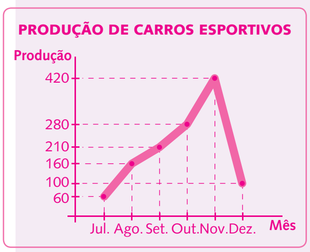
Construa um gráfico de segmentos que represente os dados dessa tabela.

Produção de carros esportivos	
Mês	Produção
Julho	60
Agosto	160
Setembro	210
Outubro	280
Novembro	420
Dezembro	100

Dados obtidos pela montadora de carros.

3 Observe, na tabela abaixo, a quantidade de latas de alumínio utilizadas por uma indústria de sucos e refrigerantes, no período de 2012 a 2016.

2.

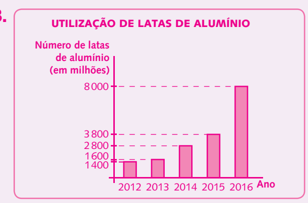


Dados obtidos pela montadora de carros.

Utilização de latas de alumínio	
Ano	Número de latas (em milhões)
2012	1 400
2013	1 600
2014	2 800
2015	3 800
2016	8 000

Dados obtidos pela indústria de sucos e refrigerantes.

3.



Dados obtidos pela indústria de sucos e refrigerantes.

Trace um gráfico de barras verticais que represente esses dados.

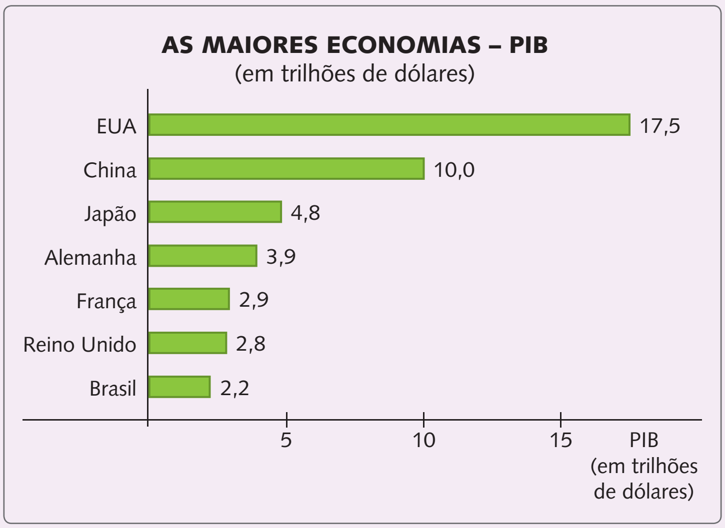
4 O gráfico ao lado representa o Produto Interno Bruto (PIB) de grandes potências mundiais em 2014.

Responda:

a) Qual foi o valor do PIB do Brasil, em trilhões de dólares?

b) Quantas vezes, aproximadamente, o PIB da China foi superior ao PIB do Japão?

c) A quantos bilhões de dólares corresponde o PIB da Alemanha?



Dados obtidos em: <http://economia.terra.com.br/pib-mundial>. Acesso em: 3 fev. 2015.

a) 2,2 trilhões de dólares

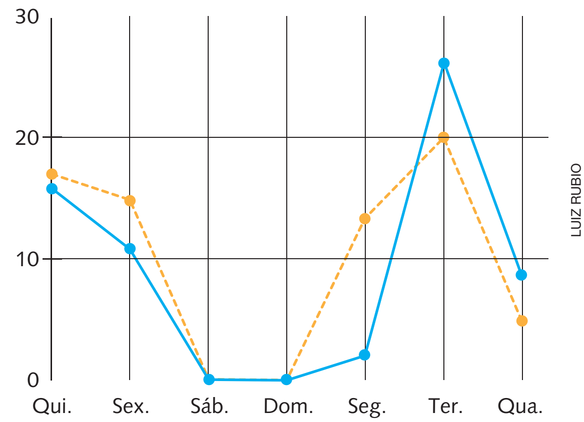
b) 2 vezes

c) 3 900 bilhões de dólares

Resolvendo em equipe

Faça as atividades no caderno.

(Enem) A figura ao lado apresenta dois gráficos com informações sobre as reclamações diárias recebidas e resolvidas pelo Setor de Atendimento ao Cliente (SAC) de uma empresa, em uma dada semana. O gráfico de linha tracejada informa o número de reclamações recebidas no dia, o de linha contínua é o número de reclamações resolvidas no dia. As reclamações podem ser resolvidas no mesmo dia ou demorar mais de um dia para serem resolvidas.



O gerente de atendimento deseja identificar os dias da semana em que o nível de eficiência pode ser considerado muito bom, ou seja, os dias em que o número de reclamações resolvidas excede o número de reclamações recebidas.

Disponível em: <http://blog.bibliotecaunix.org>. Acesso em: 21 jan. 2012 (adaptado).

O gerente de atendimento pôde concluir, baseado no conceito de eficiência utilizado na empresa e nas informações do gráfico, que o nível de eficiência foi muito bom na

a) segunda e na terça-feira.
b) terça e na quarta-feira.
c) terça e na quinta-feira.
d) quinta-feira, no sábado e no domingo
e) segunda, na quinta e na sexta-feira.

alternativa b

Interpretação e identificação dos dados

eixo horizontal: dias da semana; eixo vertical: número de reclamações

- Identifique as informações representadas nos eixos horizontal e vertical do gráfico.
- O gráfico apresenta duas linhas distintas: uma tracejada e outra contínua. O que essas linhas representam? A linha tracejada informa o número de reclamações recebidas no dia e a linha contínua, o número de reclamações resolvidas no dia.

Plano de resolução

- Na quinta-feira, o número de reclamações recebidas foi maior ou menor que o número de reclamações resolvidas? Explique. Foi maior, pois a linha tracejada do gráfico está acima da linha contínua.
- Observando o gráfico, o que podemos concluir a respeito do sábado e do domingo? Nesses dias, não houve reclamações recebidas nem resolvidas. É provável que a empresa não funcione no fim de semana.
- Elabore um plano de resolução explicitando suas estratégias. Resposta pessoal.

Resolução

Resposta pessoal. Observando o gráfico, é possível perceber que, na quinta-feira, na sexta-feira e na segunda-feira, o número de reclamações recebidas foi superior ao número de reclamações resolvidas. No sábado e no domingo, o gráfico está em zero, ou seja, não houve atendimento. Na terça-feira e na quarta-feira, o número de reclamações resolvidas supera o número de reclamações recebidas, pois a linha contínua está acima da linha tracejada.

- Junte-se a três colegas.
- Cada integrante do grupo deverá apresentar seu plano de resolução aos demais.
- Após a discussão sobre as estratégias, elaborem uma resolução única. Para isso, escolham um dos planos apresentados e organizem um processo de resolução.

<u>Observação</u>

Resolvam o problema de forma coletiva, mas façam o registro individual no caderno.

Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Faça as atividades no caderno.

Revisitando

1 Imagine que um amigo seu, por motivos pessoais, faltou às últimas aulas de Matemática e não aprendeu a calcular porcentagens. Escreva, no caderno, um bilhete para esse amigo, explicando como calcular porcentagens de certo valor. Não se esqueça de incluir exemplos.
Resposta pessoal.

2 Analise a afirmação: "Para calcular 10% de um valor qualquer, basta dividi-lo por 10". Essa afirmação é verdadeira? Explique. Sim, a afirmação é verdadeira, pois: $10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

3 Dos gráficos estatísticos estudados, alguns podem ser usados para representar a variação de um fato ao longo do tempo. Que tipos de gráfico são esses? Gráfico de segmentos e gráfico de barras.

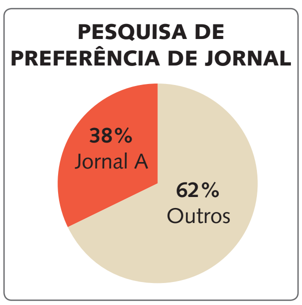
4 Quais são os tipos de gráfico mais usados para comparar informações? o de barras verticais e o de barras horizontais

Aplicando

1 Um medicamento que custava R$ 12,00 teve aumento de 15% em um ano. Qual passou a ser o preço do medicamento após o aumento? R$ 13,80

2 Segundo uma pesquisa, 1 900 pessoas preferem o jornal A, o que corresponde a 38% dos entrevistados.

Quantos foram os entrevistados? 5 000 entrevistados



Dados obtidos na pesquisa.

LUIZ RUBIO

3 Na compra de um par de tênis obtive um desconto de 15%, que correspondeu a R$ 24,00. Quanto paguei pelo par de tênis? R$ 136,00

GEORGE TUTUMI

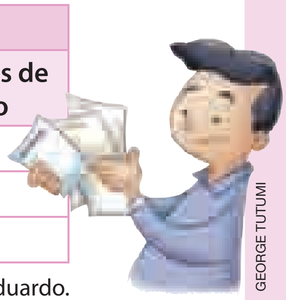
4 Lívia deveria ter pago a prestação do consórcio de seu carro, no valor de R$ 480,00, até o último dia do mês em curso. Como ela atrasou o pagamento, houve um acréscimo de 2% no valor da prestação. Quanto ela pagou? R$ 489,60

5 As despesas com energia elétrica, água e aluguel da casa de Eduardo corresponderam, em janeiro, a R$ 320,00, R$ 185,00 e R$ 740,00, respectivamente. Em fevereiro, as tarifas sofreram os acréscimos representados na tabela abaixo. Qual foi o valor dessas mesmas despesas em fevereiro?
R$ 368,00; R$ 199,80 e R$ 828,80

Aumento das tarifas

Despesa	Porcentagens de acréscimo
Energia elétrica	15%
Água	8%
Aluguel	12%

Dados obtidos por Eduardo.



GEORGE TUTUMI

DESAFIO

Na compra de um produto, ganhei inicialmente 10% de desconto. Depois consegui mais 20% de desconto sobre o novo preço. Em porcentagem, qual foi o desconto total que obtive sobre o preço inicial? 28%

Se achar necessário, diga aos alunos que uma estratégia para resolver o desafio é considerar um suposto preço do produto, por exemplo, 100 reais.

Lembre-se:
Não escreva no livro!

6 Observe que:

$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ (a décima parte);

$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ (a quinta parte);

$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ (a metade).

Então, calcule mentalmente:

a) 10% de 80; 8

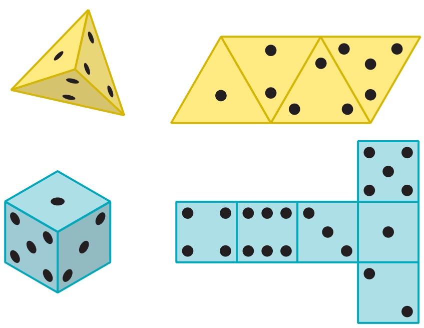
b) 20% de 300; 60

c) 50% de 1000. 500

7 Determine 30% da quarta parte de 6 400.
480

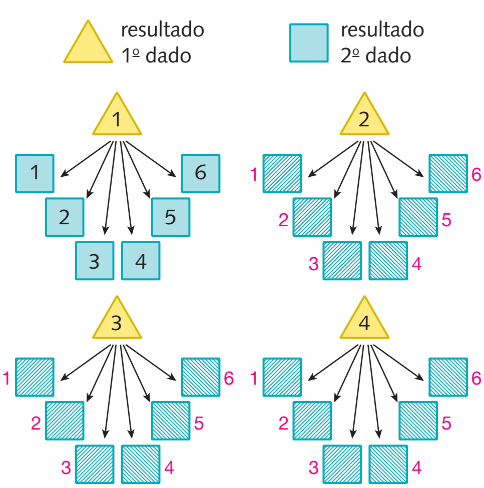
8 Sabe-se que 32,5% de uma quantia corresponde a R$ 130,00. Qual é essa quantia?
R$ 400,00

9 Observe os dois dados abaixo e suas planificações.

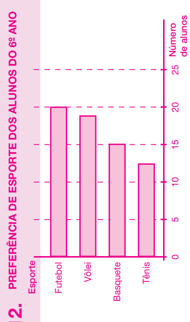


LUIZ RUBIO

Complete a árvore de possibilidades do lançamento dos dois dados de uma vez.



Em quantos casos obtemos soma 5? E soma 10? soma 5: nos quatro casos (1 + 4, 2 + 3, 3 + 2, 4 + 1); soma 10: em apenas um caso (4 + 6)



LUIZ RUBIO

10 Em uma eleição, o candidato A obteve 640 mil votos, o que correspondeu a 32% dos eleitores. Quantos foram os eleitores?
2 milhões de eleitores

11 A conta de um grupo de pessoas, incluídos os 10% da gorjeta do garçom, foi R$ 385,00. Qual foi o valor da conta sem a gorjeta?
R$ 350,00

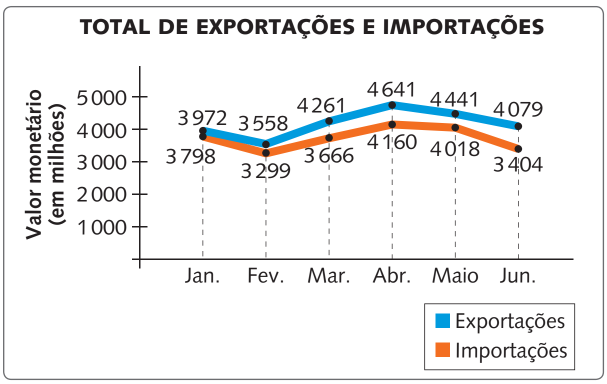
12 Mariana coletou os dados referentes à preferência de esporte dos alunos do 6º ano. Represente com um gráfico de barras horizontais os resultados da tabela abaixo.

Preferência de esporte

Esporte	Número de alunos
Futebol	20
Vôlei	18
Basquete	15
Tênis	12

Dados obtidos por Mariana.

13 Observe o gráfico das exportações e importações de certo país durante um semestre.



LUIZ RUBIO

Dados obtidos pelo governo do país.

a) Em que mês o país atingiu o maior índice de exportações? Qual foi o valor?
abril; 4641 milhões

b) Em que mês o país obteve o melhor saldo (diferença entre o valor da exportação e o da importação) na balança comercial? Qual foi o valor?
junho; 675 milhões de saldo

DESAFIO

No final do ano passado, Pedrinho tinha 1,40 metro de altura. No meio deste ano, ele atingiu 1,47 metro. Qual foi a porcentagem de crescimento dele nesse período?
5%

14 Karina perguntou aos seus colegas de sala: “Você preserva o meio ambiente?”. As respostas deveriam ser pouco, regular ou muito. Veja ao lado o quadro de respostas que Karina obteve:

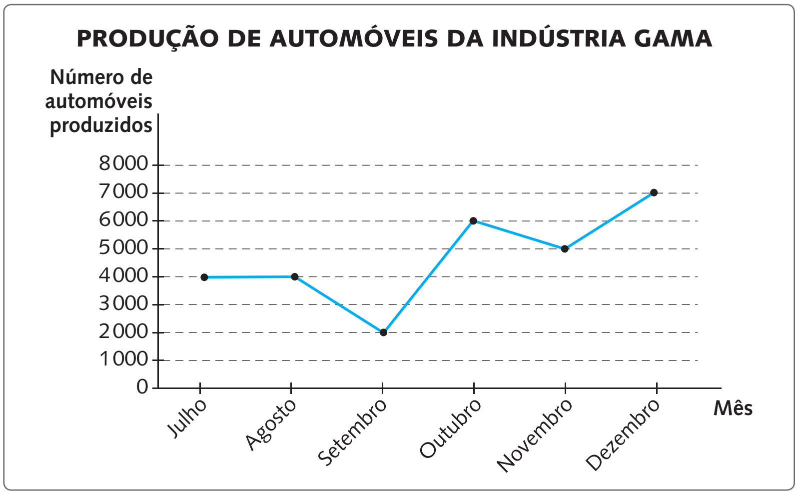
Agora, responda:

a) Quantas pessoas cuidam muito do meio ambiente? 27

b) Quantas pessoas cuidam pouco do meio ambiente? 13

c) Karina fez essa pergunta a quantos colegas? 58

15 Observe o gráfico de segmentos e responda às questões.



Dados obtidos na indústria Gama.

LUIZ RUBIO

a) Qual foi o mês de menor produção de automóveis dessa indústria? setembro

b) Qual foi o mês de maior produção de automóveis dessa indústria? dezembro

c) Qual foi a produção total de automóveis no semestre considerado? 28 000

16 **(Enem)** Para conseguir chegar a um número recorde de produção de ovos de Páscoa, as empresas brasileiras começam a se planejar para esse período com um ano de antecedência. O gráfico ao lado mostra o número de ovos de Páscoa produzidos no Brasil no período de 2005 a 2009.

De acordo com o gráfico, o biênio que apresentou maior produção acumulada foi:

a) 2004-2005

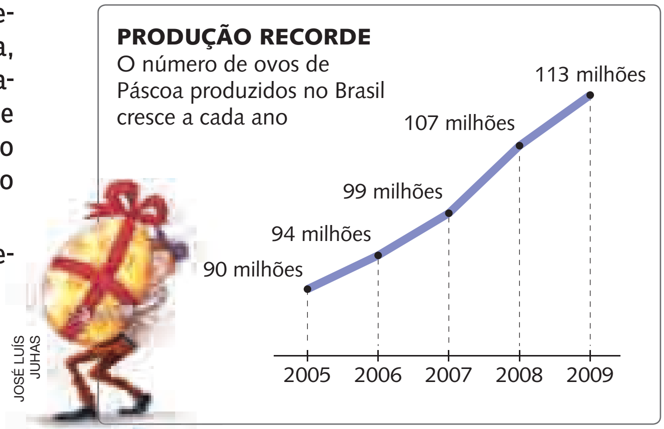
b) 2005-2006

c) 2006-2007

d) 2007-2008

e) 2008-2009

alternativa e



JOSÉ LUÍS JUHAS

LUIZ RUBIO

Fonte: Revista *Veja*. São Paulo: Abril, ano 42, ed. 2107, n. 14.

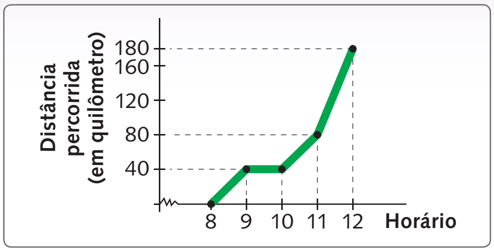
DESAFIO

Paulo saiu às 8 horas de sua casa e percorreu 180 quilômetros até as 12 horas. Analise o gráfico e determine:

a) quantos quilômetros Paulo percorreu entre 8 e 9 horas; 40 quilômetros

b) o que aconteceu entre 9 e 10 horas; Ele ficou parado.

c) quantos quilômetros ele percorreu entre 10 e 12 horas. 140 quilômetros



LUIZ RUBIO

Dados obtidos por Paulo.

Explique aos alunos que o símbolo ⩘ no eixo horizontal do gráfico do desafio indica que nesse trecho a escala adotada (de uma em uma hora) não foi considerada.

CAPÍTULO

9 FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

É HORA DE OBSERVAR E DISCUTIR

Observe a exposição de quadros na foto e responda:

- Podemos dizer que o piso desse espaço lembra um plano? sim
- Os quadros dessa exposição lembram qual figura geométrica plana? retângulo
- Você conhece outras figuras geométricas planas? Resposta pessoal.

GALERIA LOGO

Instalação de Lin Yi-Hsuan na Galeria Logo, São Paulo, 2013.

Inicie este capítulo trabalhando as ideias de ponto, reta e plano.
A foto de abertura pode ser bem explorada nesse sentido.
Em seguida, lembre aos alunos a importância de algumas figuras geométricas planas, como triângulos e quadriláteros.

TROCANDO IDEIAS

Faça as atividades no caderno.

Observe a figura:

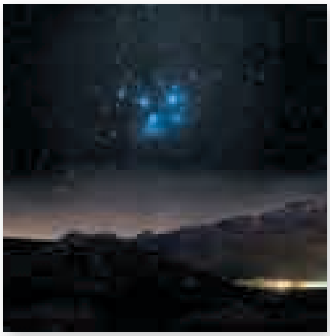
EDUARDO FRANCISCO

Nessa figura podemos observar uma pista de pouso com faixas contínuas laterais, que indicam os limites da pista, e pequenas lâmpadas, que demarcam a parte central.

Ao aproximar a aeronave da pista, o piloto terá a ideia de um **plano** (pista), com **retas** (faixas contínuas) e **pontos** (lâmpadas).

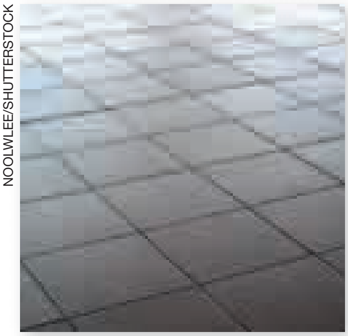
O ponto, a reta e o plano não têm definição; podemos associá-los, de maneira intuitiva, a diferentes objetos e utilizá-los para compreender melhor as formas que nos cercam.

- Observando as fotos a seguir, a que ideia nos remetem:
  - as estrelas no céu? pontos
  - as raias da piscina? retas
  - o piso? plano



MARCEL CLEMENS/SHUTTERSTOCK

MARIO SAVOIA/SHUTTERSTOCK

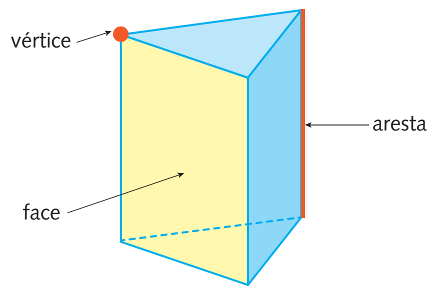


NOOLWLEE/SHUTTERSTOCK

Neste capítulo, vamos estudar algumas **figuras geométricas planas**.

1 Representação de ponto, reta e plano

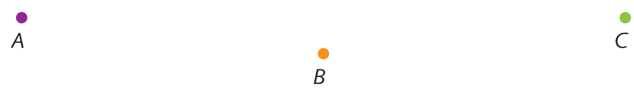
Observe o poliedro abaixo:



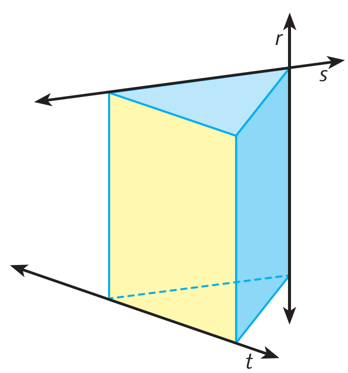
Nele podemos identificar seus vértices, arestas e faces.

No encontro de três arestas temos um vértice, que é um ponto.

Para nomear os pontos, usamos as letras maiúsculas do nosso alfabeto; por exemplo: *A*, *B*, *C* etc.



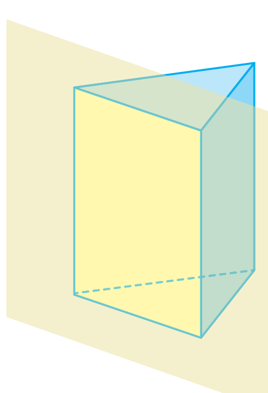
O prolongamento de uma aresta do poliedro nos dá a ideia de uma reta. As retas não têm largura, possuem apenas direção, são ilimitadas nos dois sentidos e são representadas por letras minúsculas do nosso alfabeto; por exemplo: *r*, *s*, *t* etc.



LUIZ RUBIO

Ao representar uma reta, desenhamos apenas parte dela.

Imagine, agora, a face amarela do poliedro prolongando-se indefinidamente.



A face amarela do poliedro da página anterior está contida em um plano. Os planos são representados por letras minúsculas do alfabeto grego; por exemplo: α (alfa), β (beta), γ (gama) etc.

Plano α   Plano β

LUIZ RUBIO

Embora o desenho que representa o plano tenha um contorno, o plano não tem fronteiras, ou seja, é ilimitado. Ao representar um plano, desenhamos apenas parte dele.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Marque no caderno dois pontos, *A* e *B*, e desenhe uma reta passando por eles. Tente traçar outra reta que também passe pelos pontos *A* e *B*. Essa segunda reta é diferente da anterior?
Não é diferente; é a mesma reta.

2 Que ideia (ponto, reta ou plano) sugere:

a) um fio esticado? reta

b) o piso de uma sala? plano

c) a representação de uma cidade no mapa-múndi? ponto

d) uma lousa? plano

e) o encontro de duas paredes? reta

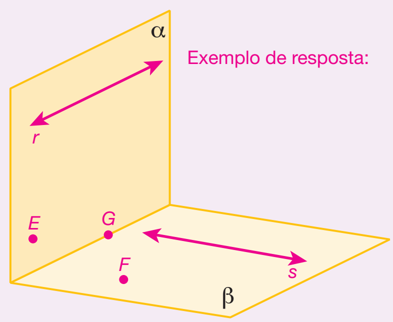
3 Observe a figura e relacione os elementos que deem ideia de ponto, reta e plano.
Resposta pessoal.

EDUARDO FRANCISCO

4 Marque no caderno um ponto *A*. Você pode traçar duas retas passando por esse ponto? Você pode traçar dez retas passando por esse ponto? Quantas retas você pode traçar passando por esse ponto?
Sim. Sim. Infinitas.

5 Copie a figura e represente:

Exemplo de resposta:



LUIZ RUBIO

a) uma reta *r* no plano α;

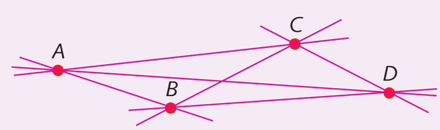
b) uma reta *s* no plano β;

c) um ponto *E* no plano α;

d) um ponto *F* no plano β;

e) o ponto *G* que pertence aos planos α e β.

6 Observe a ilustração e responda à questão.



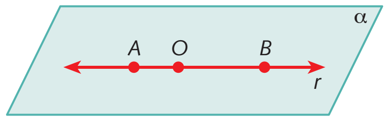
LUIZ RUBIO

Quantas retas podemos traçar de modo que cada uma passe por dois desses pontos?
seis retas

2 Semirreta e segmento de reta

Semirreta

Observe a reta *r* e os pontos *A*, *O* e *B* pertencentes a ela.



LUIZ RUBIO

O ponto *O* da reta determina duas semirretas em *r*. Veja:

Semirreta $\overrightarrow{OA}$ Semirreta $\overrightarrow{OB}$

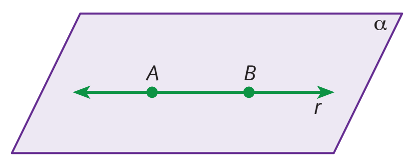
O ponto *O* é chamado de **origem** das semirretas.

Essas semirretas são indicadas por $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$. A semirreta $\overrightarrow{OA}$ tem origem em *O* e passa pelo ponto *A* e a semirreta $\overrightarrow{OB}$ tem origem em *O* e passa pelo ponto *B*.

Segmento de reta

Tomemos a reta *r* e os pontos *A* e *B* distintos pertencentes a ela.

A parte da reta compreendida entre esses dois pontos, incluindo-os, é denominada **segmento de reta**.



Na reta *r*, temos o segmento de reta que une os pontos *A* e *B*:

LUIZ RUBIO

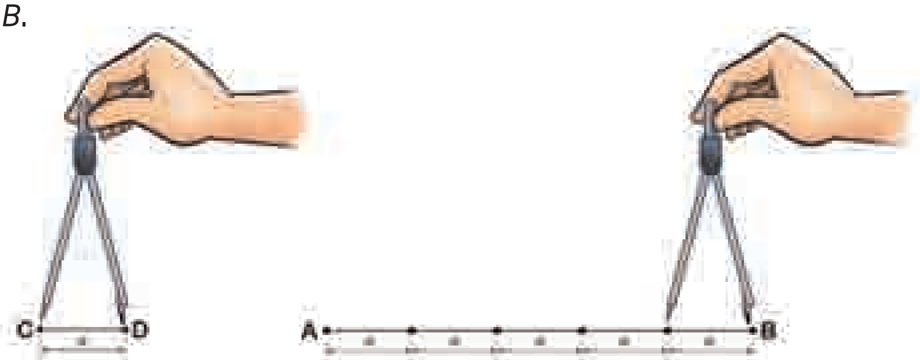
O segmento de reta limitado por *A* e *B* pode ser assim representado: $\overline{AB}$ ou $\overline{BA}$.

Chamamos os pontos *A* e *B* de **extremidades** do segmento de reta.

Medida de um segmento de reta

Consideremos os segmentos de reta abaixo.

Com o auxílio de um compasso, podemos verificar quantas vezes o segmento $\overline{CD}$ "cabe" no segmento $\overline{AB}$.



GEORGE TUTUMI

Considerando o segmento $\overline{CD}$ como unidade de medida, concluímos que a medida do segmento $\overline{AB}$ é igual a cinco unidades de medida.

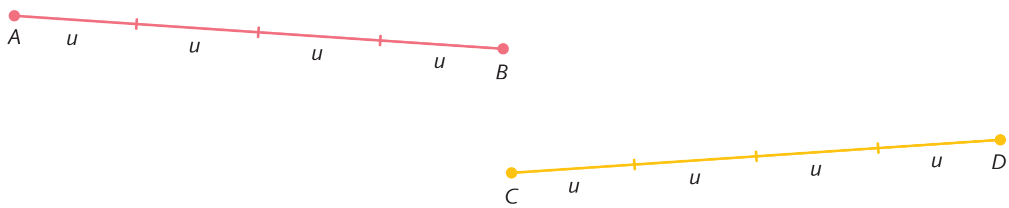
Assim, podemos dizer que a medida do segmento $\overline{AB}$ é $5u$ e indicamos:

med $(\overline{AB}) = 5u$ ou $AB = 5u$.

> Medir um segmento significa compará-lo com outro segmento, utilizado como unidade de medida.

Segmentos congruentes

Consideremos os segmentos de reta $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ e o segmento $\underset{u}{\longmapsto}$, tomado como unidade de medida.



LUIZ RUBIO

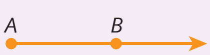
Observe que os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ têm medidas iguais a $4u$; por isso, são chamados de **segmentos congruentes**.

> Dois segmentos são congruentes quando têm medidas iguais na mesma unidade.

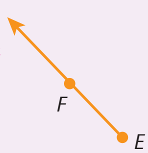
ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

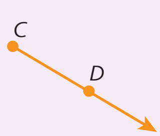
1 No caderno, identifique as semirretas representadas nas figuras.

a) 

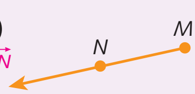
$\overrightarrow{AB}$

c) 

$\overrightarrow{EF}$

b) 

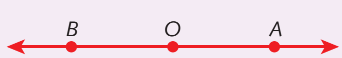
$\overrightarrow{CD}$

d) 

$\overrightarrow{MN}$

LUIZ RUBIO

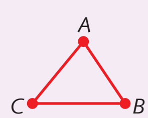
2 Observe a figura e identifique:



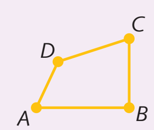
a) as semirretas de origem no ponto O; $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$

b) o ponto comum das semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$. ponto O

3 Identifique os segmentos de reta representados nas figuras.

a) 

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$

b) 

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$

LUIZ RUBIO

4 Marque, no caderno, quatro pontos, A, B, C e D, de modo que três deles não estejam na mesma reta. Construção de figura; 6 segmentos

a) Trace todos os segmentos com extremidades em dois desses pontos. Quantos segmentos você pode traçar?

b) Trace todas as semirretas que têm origem em um desses pontos e que passam por outro deles. Quantas retas você pode traçar? Construção de figura; 12 semirretas

Lembre-se:
Não escreva no livro!

5 Determine a medida dos segmentos de reta abaixo, tomando como unidade de medida o segmento u.

a) 

med $(\overline{AB}) = 2u$

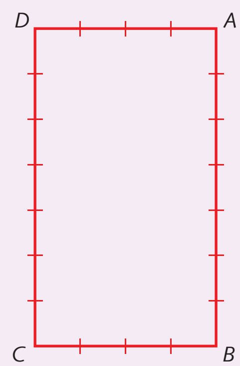
b) 

med $(\overline{CD}) = 4u$

c) 

med $(\overline{EF}) = 3u$

6 Dada a figura e considerando o segmento u como unidade de medida, responda às questões.



a) Qual é a medida de $\overline{AB}$? $7u$

b) Qual é a medida de $\overline{CD}$? $7u$

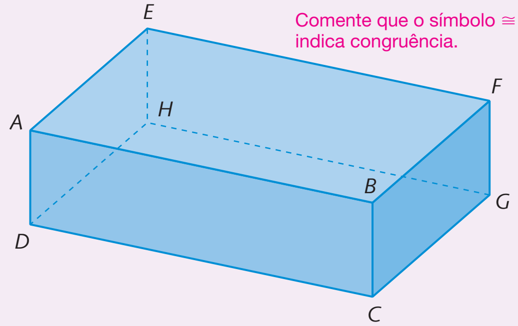
c) Qual é a medida de $\overline{BC}$? $4u$

d) Quais são os dois pares de segmentos congruentes? $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$; $\overline{BC}$ e $\overline{AD}$

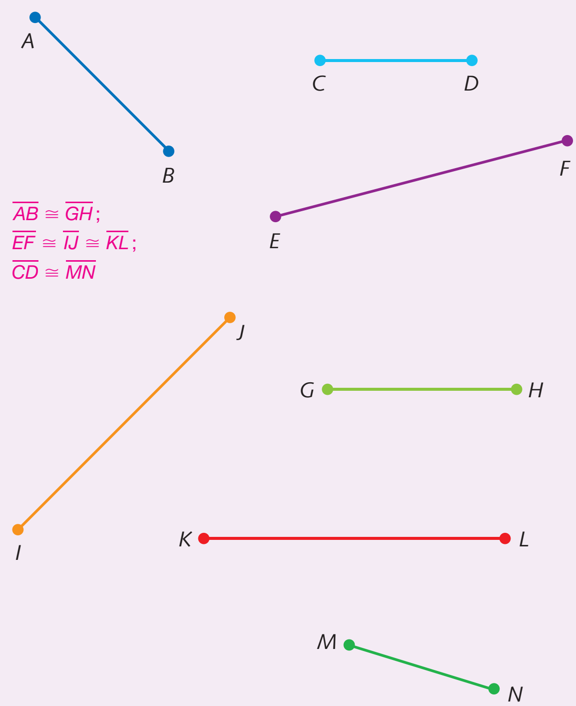
7 Na ilustração abaixo, os segmentos de reta $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{FG}$ e $\overline{EH}$ são congruentes. Identifique no caderno outros segmentos congruentes.

$\overline{AB} \cong \overline{EF} \cong \overline{DC} \cong \overline{HG}$; $\overline{AE} \cong \overline{BF} \cong \overline{CG} \cong \overline{DH}$

Comente que o símbolo ≅ indica congruência.

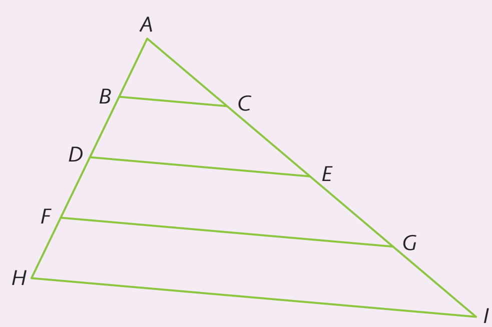


8 Identifique no caderno os segmentos de reta congruentes, tomando como unidade o segmento u.



$\overline{AB} \cong \overline{GH}$;
$\overline{EF} \cong \overline{IJ} \cong \overline{KL}$;
$\overline{CD} \cong \overline{MN}$

9 Observe a figura.



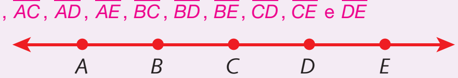
Com um compasso, verifique as seguintes medidas, respectivamente, nas unidades $AB = x$, $AC = y$ e $BC = z$:

a) AD, AE e DE; $2x$, $2y$ e $2z$

b) AF, AG e FG; $3x$, $3y$ e $3z$

c) AH, AI e HI. $4x$, $4y$ e $4z$

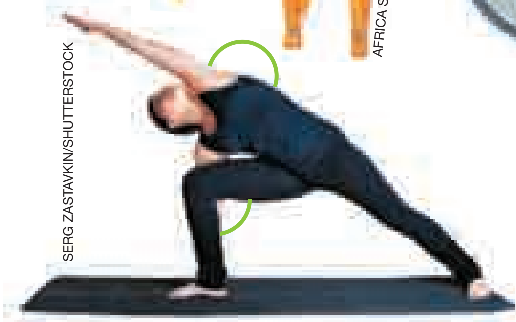
10 Quantos segmentos de reta podemos determinar na figura? 10 segmentos de reta: $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$ e $\overline{DE}$

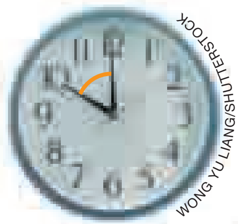


3 Ângulos

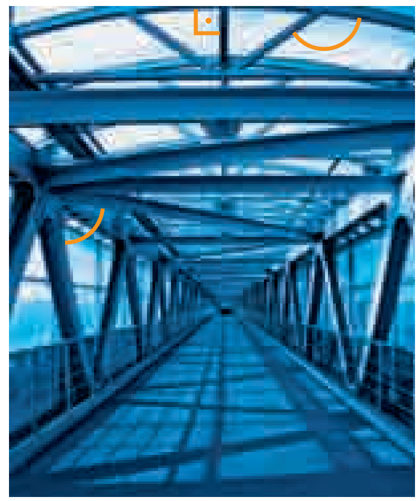
A ideia de ângulo está presente em várias situações do cotidiano. Veja:


AFRICA STUDIO/SHUTTERSTOCK

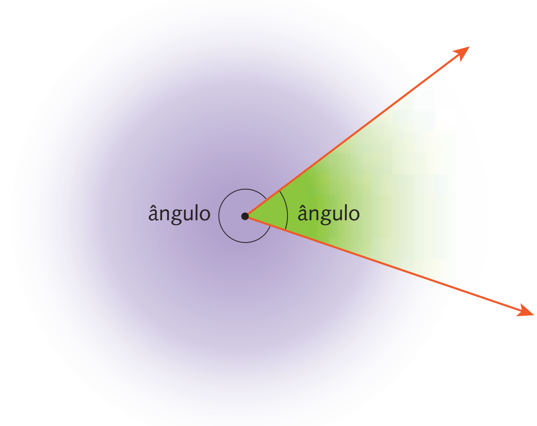

SERG ZASTAVKIN/SHUTTERSTOCK


WONG YU LIANG/SHUTTERSTOCK


R.ASHRAFOV/SHUTTERSTOCK

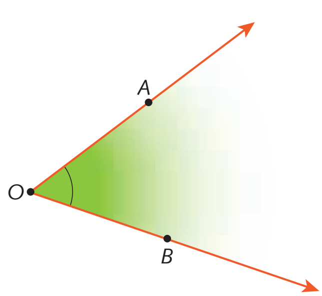

LISEYKINA/SHUTTERSTOCK

Traçando duas semirretas de mesma origem, determinamos no plano que as contém duas regiões. As semirretas reunidas com cada uma dessas regiões determinam dois ângulos.



LUIZ RUBIO

Identificaremos o ângulo com o qual vamos trabalhar com um pequeno arco. Observe:



- Indicamos esse ângulo por $A\hat{O}B$ (lemos: "ângulo *AOB*") ou $B\hat{O}A$ ou $\hat{O}$.
- A origem *O* é o vértice do ângulo.
- As semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ são os lados do ângulo.

Ângulo é a união de duas semirretas que têm a mesma origem com uma das regiões do plano por elas limitada.

Lizandra trabalha em um aeroporto como controladora de voo. Na tela do radar, ela percebe um segmento girando em torno do centro do visor, o que lhe dá uma ideia de ângulo descrito por um giro.

MAKHNACH_S/SHUTTERSTOCK

Representação de tela de radar.

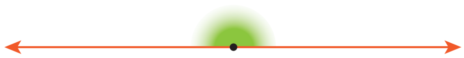
Medida de um ângulo

O **grau** é uma das unidades de medida de ângulo mais utilizada e o seu símbolo é °.

A medida do ângulo correspondente a uma volta completa é 360°. Veja:

Ângulo de uma volta

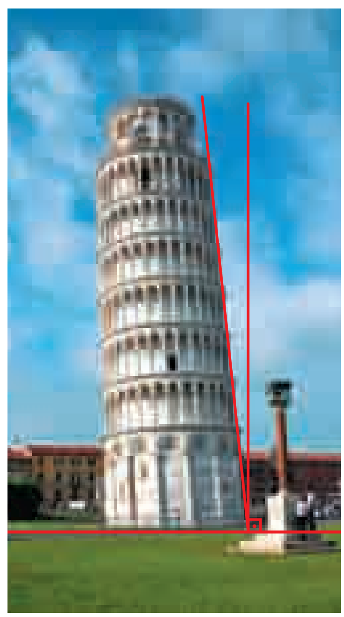
A medida do ângulo de meia-volta é 180°. Denominamos esse ângulo de ângulo raso.



Ângulo de meia-volta

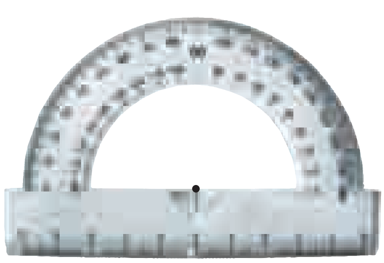
LUIZ RUBIO

DARIOS/SHUTTERSTOCK

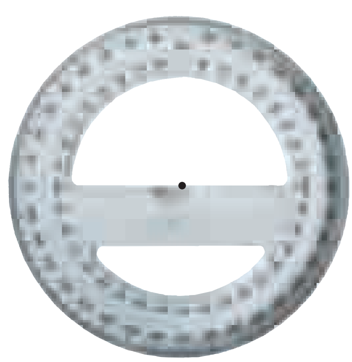


Quando três dos oito andares da torre de Pisa, na Itália, estavam prontos, notou-se uma ligeira inclinação, em razão de um afundamento do terreno. (Foto de 2013)

Podemos medir um ângulo utilizando um instrumento de medida chamado transferidor.



Transferidor de 180°

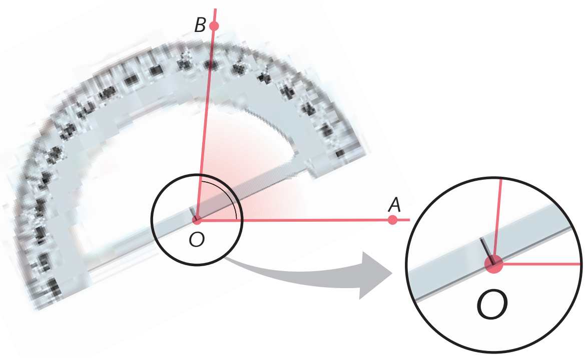


Transferidor de 360°

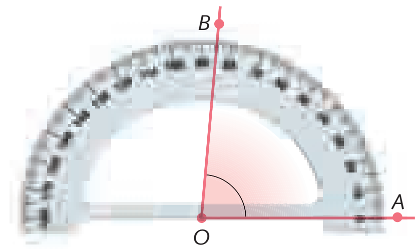
FOTOS: JACEK/KINO

Utilizando um transferidor, vamos medir o ângulo $A\hat{O}B$ abaixo. Acompanhe o procedimento:

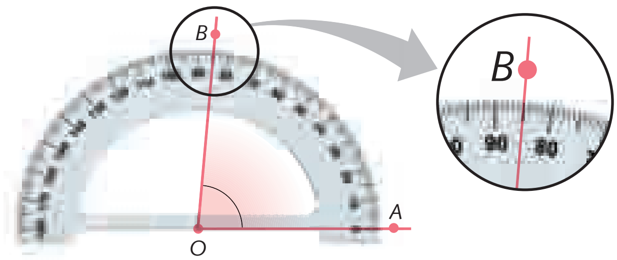
1º) Devemos fazer o vértice do ângulo coincidir com o centro do transferidor.



2º) Alinhamos um dos lados do ângulo com a linha do transferidor, chamada linha de terra, que indica zero grau.



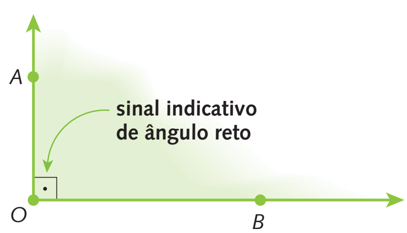
3º) Verificamos a medida do ângulo. A medida do ângulo é o valor indicado no transferidor que está alinhado com o outro lado do ângulo. Neste exemplo, o ângulo mede 85°.



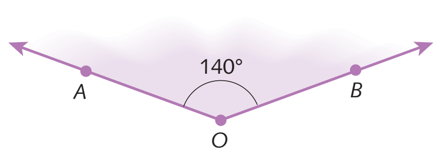
NILSON CARDOSO

Ângulo reto, ângulo agudo e ângulo obtuso

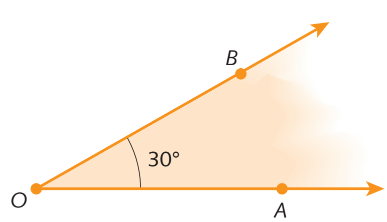
- Um ângulo é reto quando sua medida é igual a 90°. Um ângulo de $\frac{1}{4}$ de volta é um ângulo reto.



- Um ângulo é obtuso quando sua medida é maior que 90° e menor que 180°.



- Um ângulo é agudo quando sua medida é menor que 90°.



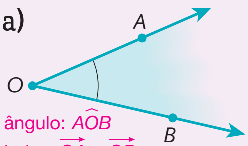
LUIZ RUBIO

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

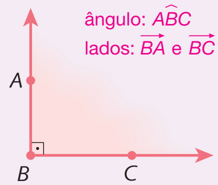
1 No caderno, indique cada ângulo e os lados que o formam.

a)



ângulo: $A\hat{O}B$
lados: $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$

b)

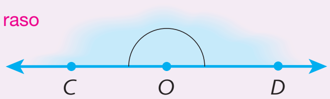


ângulo: $A\hat{B}C$
lados: $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$

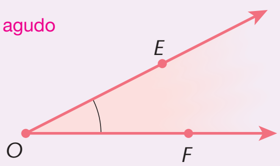
LUIZ RUBIO

2 No caderno, classifique os ângulos abaixo em agudo, obtuso, reto ou raso.

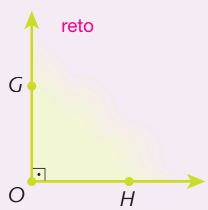
a) raso



b) agudo



c) reto



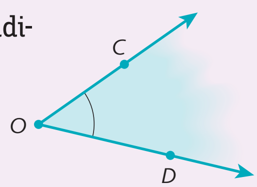
LUIZ RUBIO

3 Observe a figura e indique, no caderno:

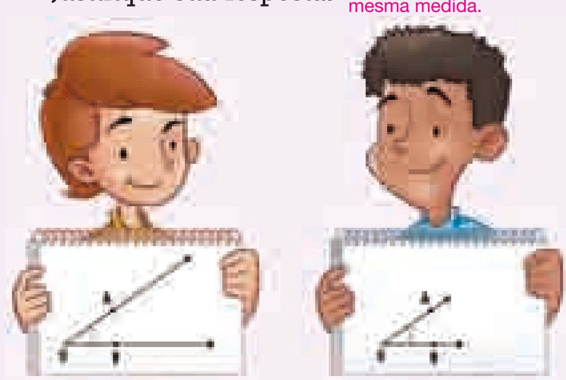
a) o ângulo; $C\hat{O}D$

b) o vértice do ângulo; O

c) as semirretas que formam o ângulo.
$\overrightarrow{OC}$ e $\overrightarrow{OD}$



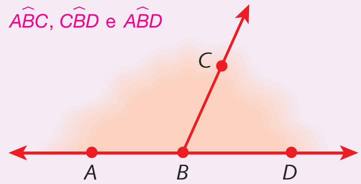
4 Allan e Robério desenharam dois ângulos. Qual deles desenhou o ângulo maior? Justifique sua resposta. Os dois ângulos têm a mesma medida.



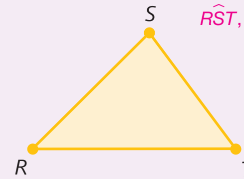
GEORGE TUTUMI

5 Observe as figuras e indique, no caderno, três ângulos diferentes em cada uma delas.

a) $A\hat{B}C$, $C\hat{B}D$ e $A\hat{B}D$

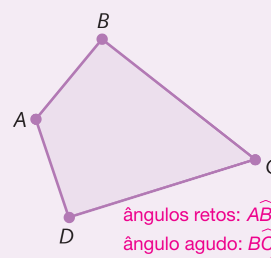


b) $R\hat{S}T$, $S\hat{T}R$ e $S\hat{R}T$



LUIZ RUBIO

6 Na figura ao lado, há dois ângulos retos, um agudo e um obtuso. Identifique-os e registre-os no caderno.



ângulos retos: $A\hat{B}C$ e $A\hat{D}C$;
ângulo agudo: $B\hat{C}D$;
ângulo obtuso: $B\hat{A}D$

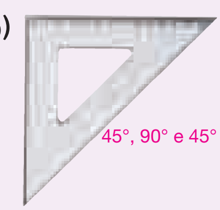
LUIZ RUBIO

7 Determine, com transferidor, a medida dos ângulos dos esquadros.

a)

60°, 90° e 30°

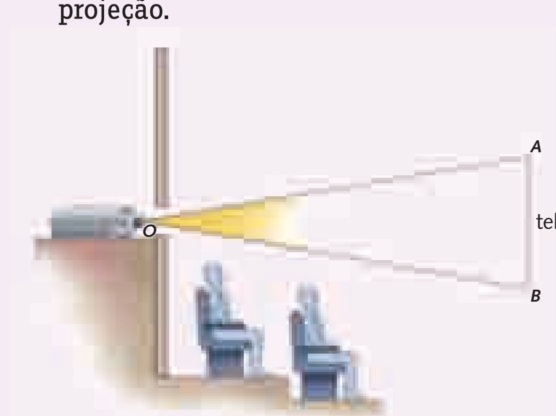
b)



45°, 90° e 45°

FOTOS: FERNANDO FAVORETTO/CRIAR IMAGEM

8 Observe a ilustração de uma sala de projeção.



GEORGE TUTUMI

- Com o transferidor, indique, no caderno, a medida dos ângulos $A\hat{O}B$ e $O\hat{A}B$.

med ($A\hat{O}B$) = 20° e med ($O\hat{A}B$) = 80°

4 Posições entre duas retas no plano

Palmas, no Tocantins, a “caçula das capitais”, é uma cidade planejada. As avenidas JK, LO-03 e LO-05 não se cruzam; dizemos que essas avenidas são paralelas.

Já as avenidas NS 2 e LO-05 se cruzam; dizemos que elas concorrem. Leia abaixo o significado do verbete **concorrer** no dicionário.

LUIZ RUBIO

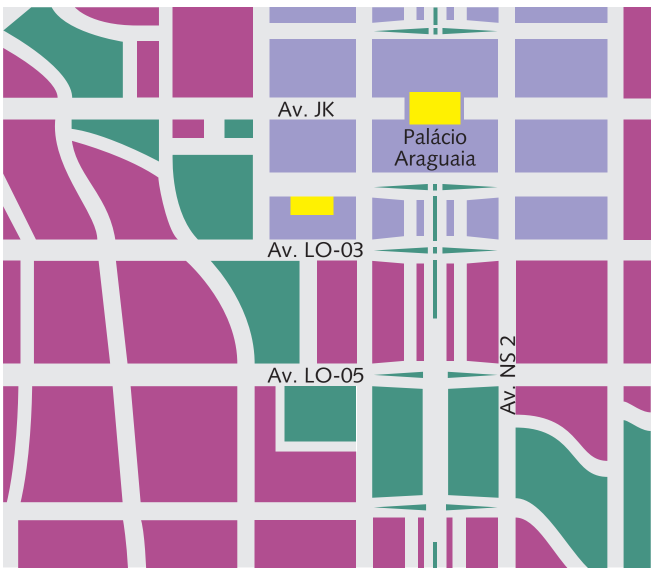


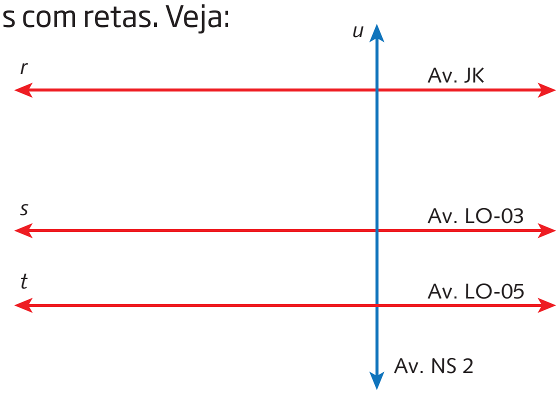
Imagem ilustrativa sem escala.

concorrer
verbo transitivo indireto
dirigir-se simultaneamente ao mesmo lugar ou ponto; acorrer, afluir

GERALDO GOMES/OPÇÃO BRASIL IMAGENS

Vista de guarita do Palácio Araguaia, em Palmas (TO), em 2006.

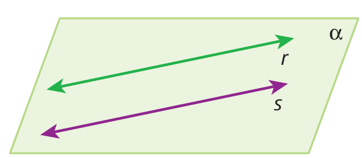
Considerando que as ruas ilustradas no trecho desse mapa nos dão a ideia de partes de retas, podemos representá-las com retas. Veja:



LUIZ RUBIO

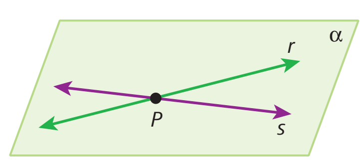
Observe que as retas *r* e *s* não se cruzam nem se aproximam uma da outra. As retas *u* e *r* se cruzam em um único ponto. Dizemos que as retas *r* e *s* são paralelas e que as retas *u* e *r* são concorrentes.

Retas paralelas sempre estão em um mesmo plano e não apresentam pontos em comum, ou seja, nunca se cruzam.



Indicamos: $r \parallel s$

Retas concorrentes sempre estão em um mesmo plano e apresentam um ponto em comum.



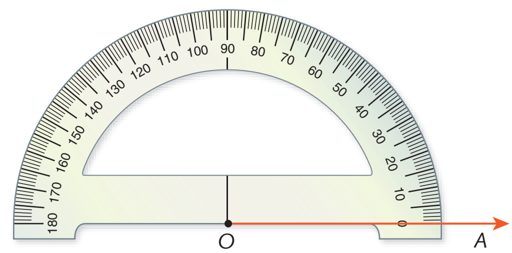
Indicamos: $r \times s$

Construção de um ângulo com o transferidor

Vamos construir um ângulo de 50° utilizando um transferidor.

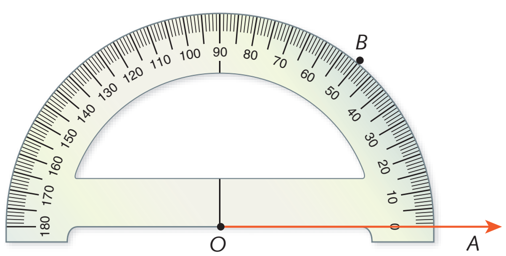
1º) Traçamos uma semirreta $\overrightarrow{OA}$.

2º) Centramos o transferidor em *O* e posicionamos a linha que indica zero grau com a semirreta $\overrightarrow{OA}$.

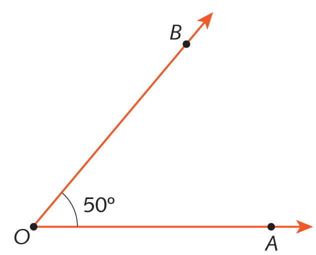


LUIZ RUBIO

3º) Marcamos o ponto *B* em 50° junto à escala do transferidor.

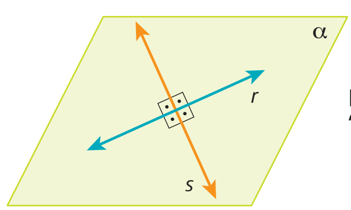


4º) Retiramos o transferidor e traçamos a semirreta $\overrightarrow{OB}$.



Agora que já estudamos os ângulos, podemos classificar as retas concorrentes em perpendiculares e oblíquas.

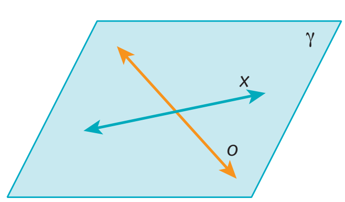
Retas concorrentes perpendiculares são as que, quando se cruzam, formam ângulos retos.



Indicamos: $r \perp s$ (lemos: "*r* é perpendicular a *s*").

Retas concorrentes oblíquas são as que, quando se cruzam, não são perpendiculares entre si.

LUIZ RUBIO



Construção geométrica de retas paralelas com régua e esquadro

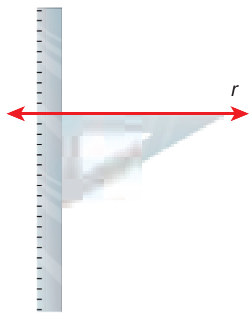
Os esquadros são utilizados para traçar alguns ângulos e também para traçar retas paralelas e retas perpendiculares.

Utilizando uma régua e um esquadro, vamos traçar uma reta *s* paralela à reta *r*.

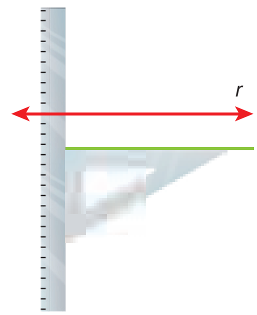
Esquadros.

NILSON CARDOSO

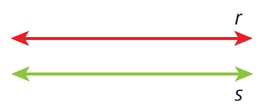
1º) Alinhamos o esquadro com a reta *r* e apoiamos a régua na lateral do esquadro, mantendo-a fixa, conforme a figura.



2º) Deslizamos o esquadro sobre a régua e traçamos uma reta paralela à reta *r*.



3º) Completamos a figura e escrevemos a letra *s*.



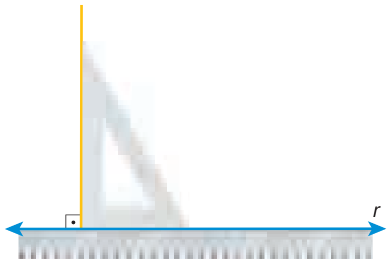
NILSON CARDOSO

Construção geométrica de retas perpendiculares com régua e esquadro

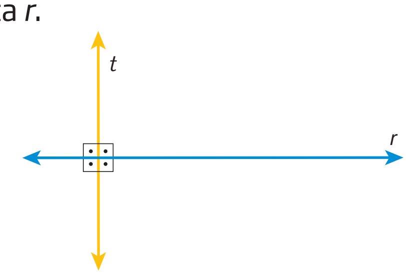
Vamos, agora, traçar uma reta *t* perpendicular à reta *r*.

1º) Alinhamos a régua com a reta *r*.

2º) Apoiamos o esquadro sobre a régua e determinamos um ângulo reto.



3º) Completamos a figura, prolongando e nomeando a reta *t* perpendicular à reta *r*.

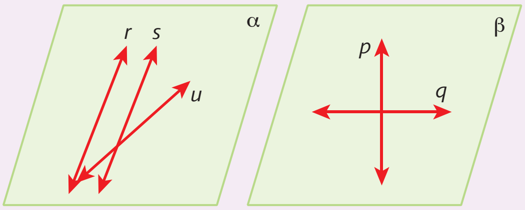


NILSON CARDOSO

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Observe as figuras e identifique, no caderno, as retas paralelas e as concorrentes.
paralelas: *r* e *s*; concorrentes: *r* e *u*, *s* e *u*, *p* e *q*



2 Reescreva as afirmativas verdadeiras.

a) Se duas retas, que estão no mesmo plano, não apresentam nenhum ponto em comum, essas retas são paralelas. verdadeira

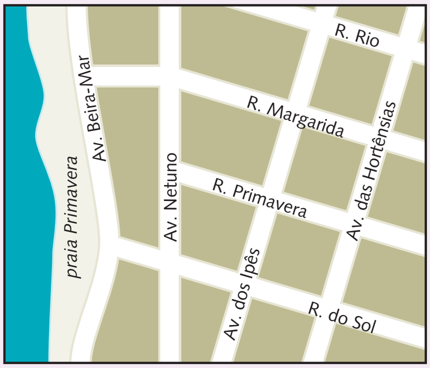
b) Retas concorrentes não se cruzam. falsa

c) Duas retas concorrentes apresentam apenas um ponto em comum. verdadeira

3 Observe o mapa fictício e identifique:

a) dois pares de ruas paralelas; Resposta pessoal.

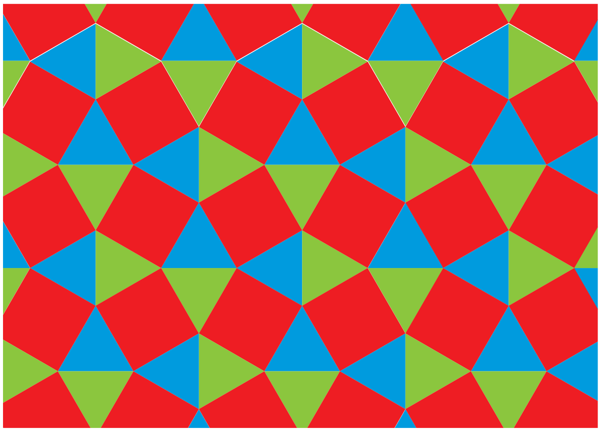
b) dois pares de avenidas concorrentes.



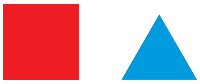
4 Utilizando régua e esquadro, desenhe, no caderno, duas retas paralelas e duas retas perpendiculares às duas retas paralelas traçadas. Construção de figura.

5 Polígonos

Observe o mosaico abaixo:

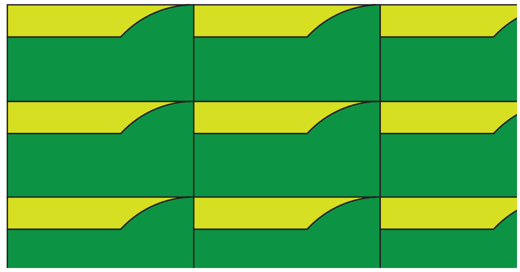


Podemos identificar nesse mosaico algumas figuras geométricas. Veja:



O contorno de cada uma dessas figuras geométricas é formado apenas por segmentos de reta. Eles formam uma **linha poligonal**.

Observe, agora, este outro mosaico:

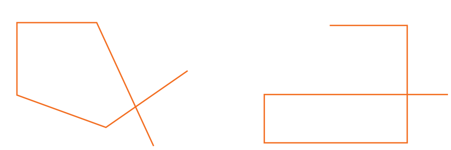
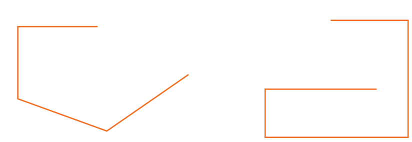
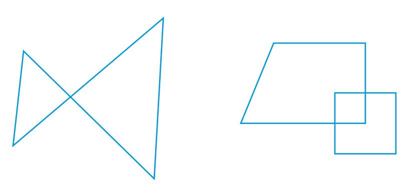
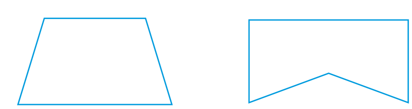


LUIZ RUBIO

Agora, veja as figuras que compõem o mosaico acima:

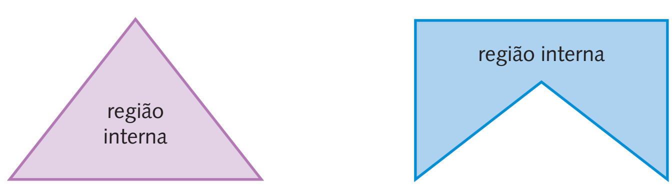
O contorno de cada uma dessas figuras geométricas não é formado apenas por segmentos de reta. Eles formam uma linha não poligonal.

As linhas poligonais podem ser assim classificadas:

	Não simples (linhas se cruzam)	**Simples (linhas não se cruzam)**
Abertas		
Fechadas		

LUIZ RUBIO

Em cada uma das figuras abaixo, vemos a região interna de uma linha poligonal plana fechada e simples.

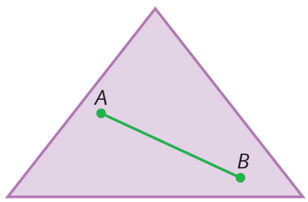


LUIZ RUBIO

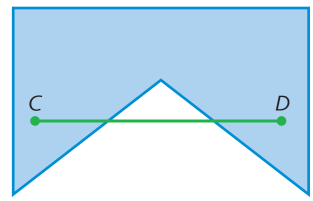
Uma linha poligonal fechada simples com sua região interna forma uma figura geométrica plana chamada de **polígono**.

Polígonos convexos e polígonos não convexos

Os polígonos podem ser classificados em **convexos** ou **não convexos**.



Polígono convexo



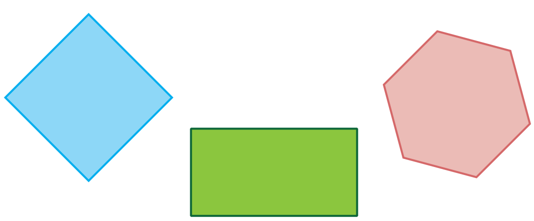
Polígono não convexo

LUIZ RUBIO

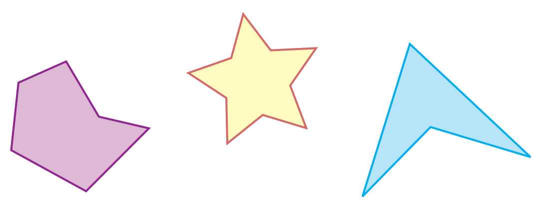
Observe como podemos distinguir cada um desses tipos:

- Tomamos dois pontos quaisquer (A e B, por exemplo) no interior de um polígono. Se o segmento $\overline{AB}$ sempre está contido em sua região interna, trata-se de um **polígono convexo**.
- Tomamos dois pontos quaisquer (C e D, por exemplo) no interior de um polígono. Se o segmento $\overline{CD}$ apresentar algum ponto fora de sua região interna, trata-se de um **polígono não convexo**.

Veja outros exemplos:



Polígonos convexos



Polígonos não convexos

LUIZ RUBIO

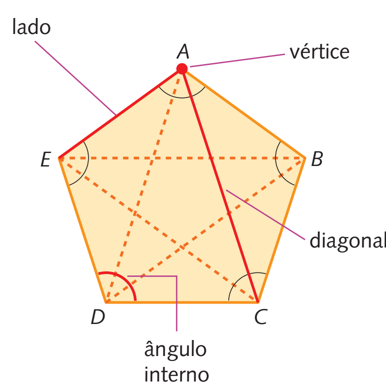
A partir de agora, vamos trabalhar apenas com os polígonos convexos.

Elementos de um polígono

Observe o polígono representado na figura ao lado.

Nesse polígono, temos:

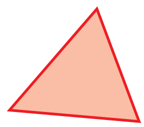
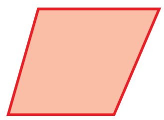
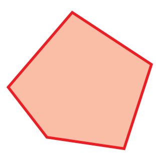
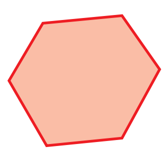
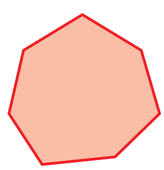
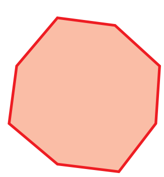
- 5 lados:
  $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EA}$
- 5 vértices:
  A, B, C, D, E
- 5 ângulos internos:
  $E\hat{A}B$, $A\hat{B}C$, $B\hat{C}D$, $C\hat{D}E$ e $D\hat{E}A$
- 5 diagonais:
  $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CE}$

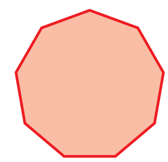
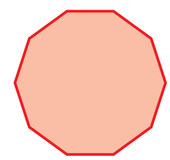
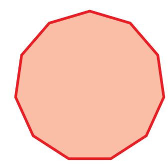
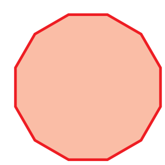
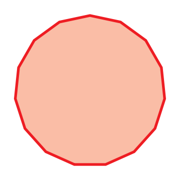
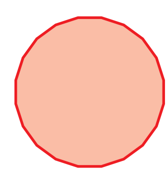


LUIZ RUBIO

Classificação dos polígonos

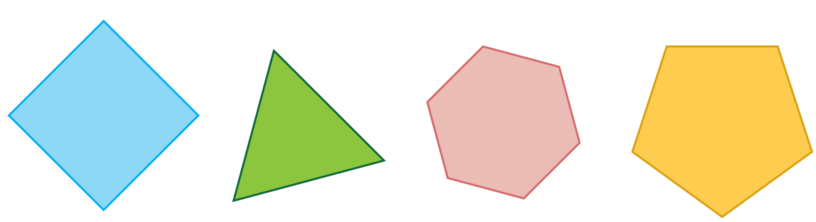
Um polígono (do grego *poli*, que significa “muitos”, e *gonos*, que significa “ângulos”) recebe um nome de acordo com o número de lados ou ângulos internos. Observe alguns exemplos:

Número de lados	Nome	Representação geométrica
3	triângulo	
4	quadrilátero	
5	pentágono	
6	hexágono	
7	heptágono	
8	octógono	

Número de lados	Nome	Representação geométrica
9	eneágono	
10	decágono	
11	undecágono	
12	dodecágono	
15	pentadecágono	
20	icoságono	

LUIZ RUBIO

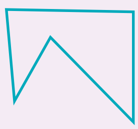
Os polígonos em que todos os ângulos internos apresentam a mesma medida e todos os lados têm a mesma medida são chamados de **polígonos regulares**. Veja:



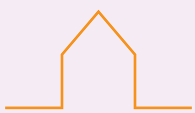
ATIVIDADES

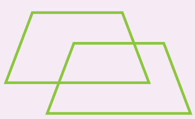
Faça as atividades no caderno.

1 Classifique cada uma das linhas poligonais abaixo em aberta simples, aberta não simples, fechada simples ou fechada não simples.

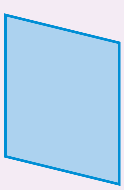
a)  fechada simples

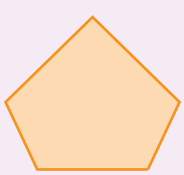
b)  aberta não simples

c)  aberta simples

d)  fechada não simples

2 Classifique cada um dos polígonos em convexo ou não convexo.

a)  convexo

b)  convexo

c)  não convexo

d)  não convexo

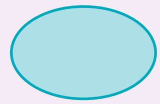
3 No caderno, copie as afirmativas verdadeiras.

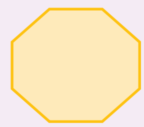
a) Podemos construir um polígono de dois lados. falsa

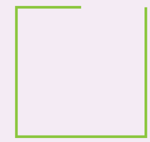
b) Em todo polígono, o número de lados é igual ao número de vértices. verdadeira

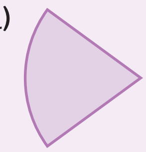
c) O polígono com 20 vértices chama-se icoságono. verdadeira

4 Entre as figuras abaixo, identifique o polígono. alternativa b

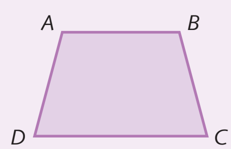
a) 

b) 

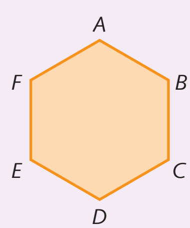
c) 

d) 

5 Nas figuras a seguir, dê o nome do polígono e represente seus lados, vértices, ângulos internos e diagonais.

a) 

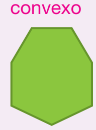
quadrilátero *ABCD*
lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$
vértices: *A*, *B*, *C*, *D*
ângulos internos: $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$
diagonais: $\overline{AC}$, $\overline{BD}$

b) 

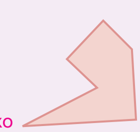
hexágono *ABCDEF*
lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FA}$
vértices: *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*
ângulos internos: $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$, $\hat{E}$, $\hat{F}$
diagonais: $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CE}$, $\overline{CF}$, $\overline{DF}$

6 Escreva o nome dos polígonos abaixo.


pentágono; não convexo


heptágono; convexo


octógono; não convexo


hexágono; não convexo

A seguir, classifique esses polígonos em convexos ou não convexos.

7 Com uma régua, construa os polígonos a seguir. Construção de figura.

a) Pentágono *ABCDE*.

b) Octógono *ABCDEFGH*.

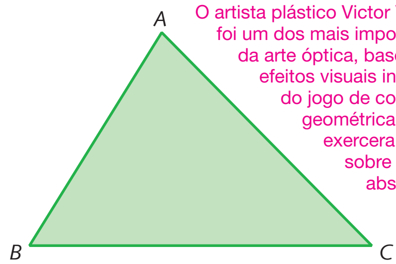
c) Quadrilátero *ABCD*.

6 Triângulos

Aproveite essa oportunidade para falar um pouco sobre o artista, sua obra e a presença de figuras geométricas na tela apresentada.

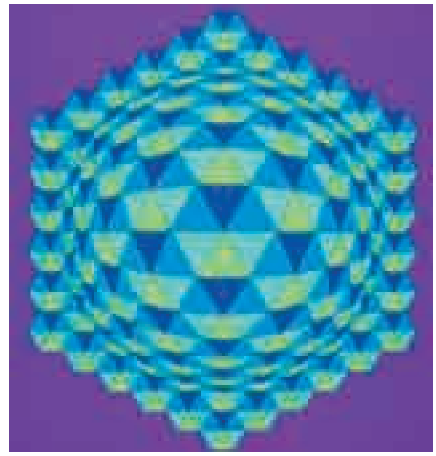
Na tela ao lado, o artista húngaro Victor Vasarely dispôs diversos triângulos a fim de criar a ilusão de um objeto não plano.

Um triângulo é um polígono que tem três lados. Observe o triângulo *ABC* abaixo:



Triângulo *ABC* ou △*ABC*

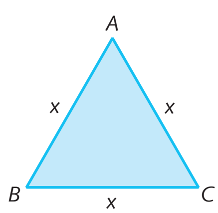
O artista plástico Victor Vasarely (1906-1997) foi um dos mais importantes representantes da arte óptica, baseada na criação de efeitos visuais inovadores, por meio do jogo de cores e de formas geométricas. Suas obras exerceram forte influência sobre muitos artistas abstratos do século XX.


Sharp, de Victor Vasarely, 1977. Museu de Arte de Haifa, Israel.

Os triângulos podem ser classificados quanto às medidas de seus lados e quanto às medidas dos seus ângulos internos.

De acordo com a medida de seus lados, os triângulos podem ser classificados em equilátero, escaleno ou isósceles. Veja:

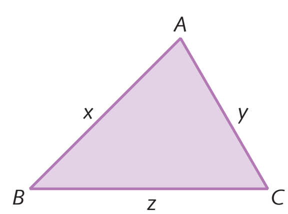
Triângulo equilátero



Os três lados têm medidas iguais.

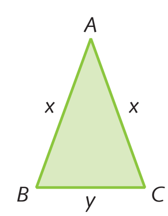
$AB = BC = CA$

Triângulo escaleno



As medidas dos três lados são diferentes.

Triângulo isósceles

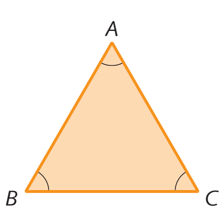


Possui dois lados com medidas iguais.

$AB = AC$

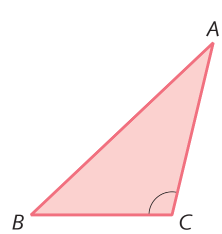
De acordo com a medida de seus ângulos, os triângulos podem ser classificados em acutângulo, obtusângulo ou retângulo. Veja:

Triângulo acutângulo



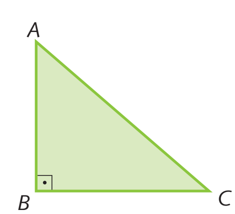
Os três ângulos internos são agudos.

Triângulo obtusângulo



Possui um ângulo interno obtuso e dois ângulos agudos.

Triângulo retângulo

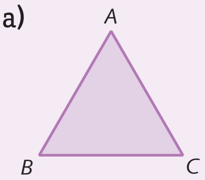


Possui um ângulo reto e dois agudos.

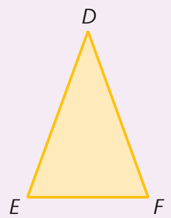
ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

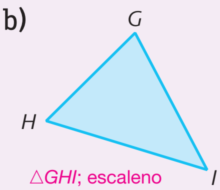
1 Utilizando uma régua, meça os lados dos triângulos e classifique-os em equilátero, escaleno ou isósceles.

a) 

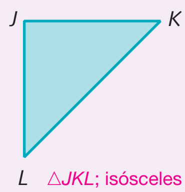
$\triangle ABC$; equilátero

d) 

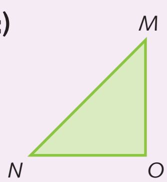
$\triangle DEF$; isósceles

b) 

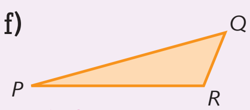
$\triangle GHI$; escaleno

e) 

$\triangle JKL$; isósceles

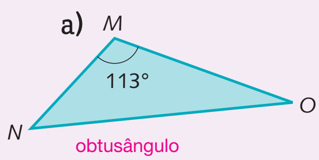
c) 

$\triangle MNO$; isósceles

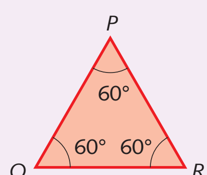
f) 

$\triangle PQR$; escaleno

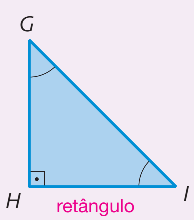
2 Classifique cada triângulo abaixo em acutângulo, obtusângulo ou retângulo.

a) 

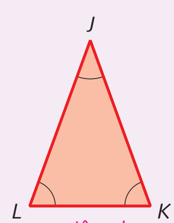
obtusângulo

c) 

acutângulo

b) 

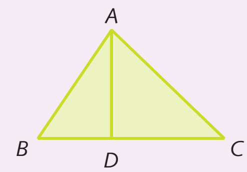
retângulo

d) 

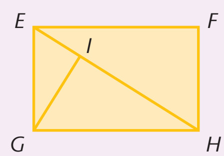
acutângulo

3 Desenhe três triângulos quaisquer. Troque-os com os de um colega para que cada um de vocês meça os ângulos internos dos três triângulos do outro. A seguir, calculem a soma das medidas dos ângulos internos de cada triângulo. Comparem os seis resultados. O que vocês observaram? Espera-se que os alunos observem que nos triângulos desenhados a soma das medidas dos ângulos internos é 180°. Diga a eles que a soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180° e que esse fato pode ser demonstrado matematicamente. Explique que a verificação de alguns exemplos não é suficiente para provar que em todos os triângulos a soma dos ângulos internos é 180°.

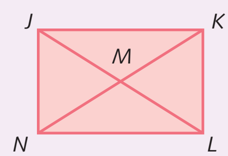
4 Quantos triângulos há em cada figura? Identifique todos os triângulos e indique cada um deles.

a) 

$\triangle ABC$; $\triangle ABD$; $\triangle ACD$

b) 

$\triangle EFH$; $\triangle EGH$; $\triangle EGI$; $\triangle GHI$

c) 

$\triangle JNK$; $\triangle KLN$; $\triangle JKM$; $\triangle LMN$; $\triangle JMN$; $\triangle KLM$; $\triangle JKL$; $\triangle JNL$

5 Reescreva as afirmativas verdadeiras.

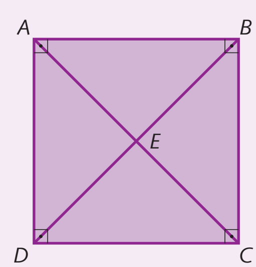
a) Todo triângulo equilátero é também isósceles. verdadeira

b) Um triângulo obtusângulo possui dois ângulos agudos. verdadeira

c) É possível traçar um triângulo obtusângulo equilátero. falsa

d) O triângulo equilátero possui lados com a mesma medida. verdadeira

6 Observe a figura. Identifique quatro pares de triângulos com as mesmas medidas.



Exemplo de resposta: $\triangle AEB$ e $\triangle BEC$; $\triangle CED$ e $\triangle DEA$; $\triangle ABC$ e $\triangle BCD$; $\triangle CDA$ e $\triangle DAB$

7 Desenhe três triângulos retângulos. Troque-os com os de um colega para que cada um de vocês meça os ângulos internos dos três triângulos do outro. A seguir, calculem a soma das medidas dos ângulos agudos de cada triângulo. Comparem os seis resultados. O que vocês podem concluir dessa atividade?

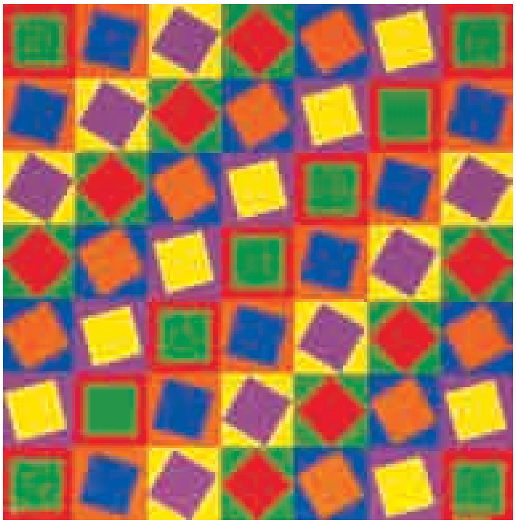
Espera-se que os alunos concluam que a soma das medidas dos ângulos agudos de um triângulo retângulo é 90°. Diga a eles que esse fato pode ser demonstrado matematicamente. Explique que a verificação de alguns exemplos não é suficiente para provar nada em Matemática.

7 Quadriláteros

Aproveite a oportunidade para falar um pouco sobre o artista, sua obra e a presença de figuras geométricas na tela apresentada.

Na tela abaixo, o artista brasileiro Luiz Sacilotto, dispõe diversos quadriláteros a fim de criar a ilusão de linhas curvas. Observe:

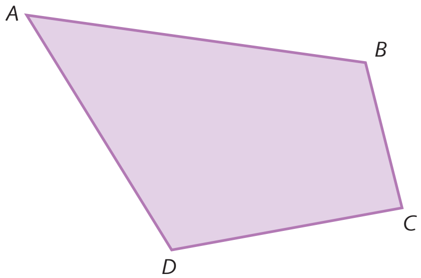
VALTER SACILOTTO – COLEÇÃO PARTICULAR



Luiz Sacilotto (1924-2003) – pintor, desenhista e escultor brasileiro – foi um dos principais representantes do abstracionismo no Brasil. A sistematização do movimento, os giros, a multiplicidade de formas geométricas, a repetição e os jogos ópticos são pontos fundamentais na obra.

Concreção 8457, de Luiz Sacilotto, 1984.

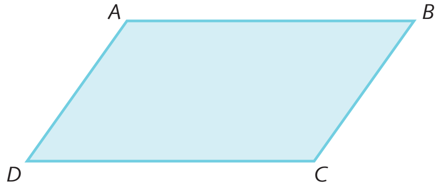
Quadrilátero é um polígono que tem quatro lados. Veja o quadrilátero *ABCD* abaixo:



De acordo com algumas características, os quadriláteros podem ser classificados em:

Paralelogramos

Paralelogramos são quadriláteros que têm dois pares de lados paralelos.



- $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
- $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

Vamos destacar três importantes paralelogramos: o retângulo, o losango e o quadrado.

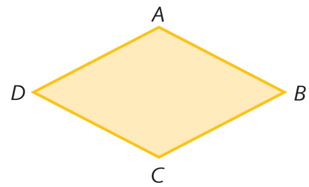
LUIZ RUBIO

Retângulo

Retângulo é o paralelogramo que tem os quatro ângulos retos.

Losango

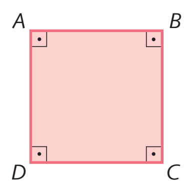
Losango é o paralelogramo cujos lados têm a mesma medida.



$AB = BC = CD = DA$

Quadrado

Quadrado é o paralelogramo cujos lados têm a mesma medida e os quatro ângulos são retos.



$AB = BC = CD = DA$

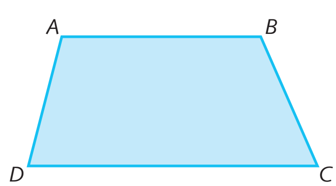
LUIZ RUBIO

Esse paralelogramo é retângulo e também losango, pois apresenta todos os ângulos retos e todos os lados com medidas iguais.

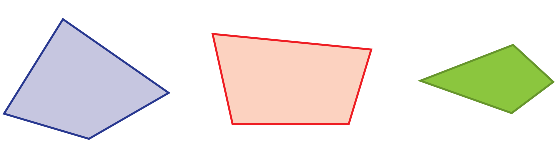
Trapézios

Trapézio é o quadrilátero que tem apenas um par de lados paralelos.

- $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

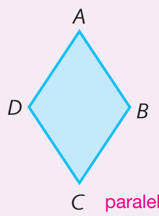


Há quadriláteros que não são paralelogramos nem trapézios. Veja:

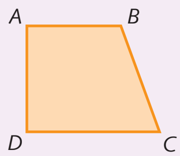


Faça as atividades no caderno.

1 Classifique cada um dos quadriláteros a seguir em paralelogramo ou trapézio.

a) 

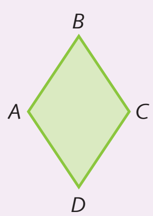
paralelogramo

b) 

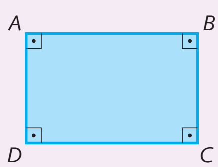
trapézio

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO

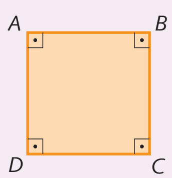
2 Escreva no caderno o nome dos paralelogramos. (Use régua e transferidor.)

a) 

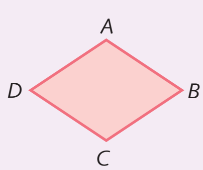
losango

b) 

retângulo

c) 

quadrado

d) 

losango

3 Desenhe no caderno:

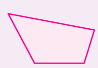
a) um quadrilátero que não tenha lados paralelos;

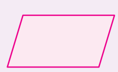
b) um quadrilátero que tenha dois pares de lados paralelos;

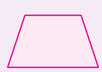
c) um quadrilátero que tenha apenas um par de lados paralelos.

- Identifique o item que representa um trapézio. item c

3. Exemplo de figuras:

a) 

b) 

c) 

4 Responda às questões no caderno.

a) Qual é o quadrilátero que tem quatro ângulos retos e quatro lados congruentes? quadrado

b) Qual é o quadrilátero que tem os lados opostos paralelos? paralelogramo

5 O pintor suíço Paul Klee (1879-1940) foi um mestre da arte abstrata. Observe o quadro reproduzido na imagem abaixo.

PAUL KLEE – ACERVO GALERIA ROSENGART, SUÍÇA

Mountain village (autumnal), de Paul Klee, 1934.

a) Cite algumas das figuras geométricas que aparecem no quadro.

b) Classifique as figuras do item anterior.

6 Com régua e esquadro, construa:

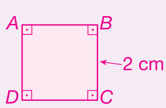
a) um quadrado *ABCD* de lado 2 centímetros;

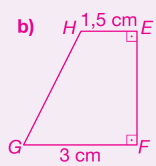
b) um trapézio *EFGH* tal que

med $(\widehat{E})$ = med $(\widehat{F})$ = 90°,

med $(\overline{EH})$ = 1,5 centímetro e

med $(\overline{FG})$ = 3 centímetros.

6. a) 

b) 

7 Desenhe três quadriláteros quaisquer. Troque-os com um colega para que cada um de vocês meça os ângulos internos dos três quadriláteros do outro. A seguir, calculem a soma das medidas dos ângulos internos de cada quadrilátero. Comparem os seis resultados. O que vocês observaram? Espera-se que os alunos observem que, nos quadriláteros desenhados, a soma das medidas dos ângulos internos é 360°. Diga a eles que esse fato sempre ocorre e pode ser demonstrado matematicamente.

5. a) Exemplos de resposta: triângulos e quadriláteros.

b) Exemplos de resposta: triângulos retângulos, paralelogramos (quadrados e retângulos) e trapézios retângulos.

DIOGO SAITO

Aproveite a oportunidade para falar sobre a presença de figuras geométricas planas em diversas obras e construções.

Oscar Niemeyer, o gênio das formas

Oscar Ribeiro de Almeida de Niemeyer Soares nasceu no Rio de Janeiro, em 15 de dezembro de 1907, e faleceu na mesma cidade, em 5 de dezembro de 2012. Ele é considerado um dos arquitetos mais influentes do mundo contemporâneo.

O "gênio das formas" é reconhecido pela beleza, ousadia e leveza de seus projetos. O Museu de Arte Contemporânea, no Rio de Janeiro (RJ), o Palácio do Itamaraty, em Brasília (DF), o Museu Oscar Niemeyer, em Curitiba (PR), e o Auditório Ibirapuera, em São Paulo (SP), são marcas de sua genialidade.

MÁRCIO MERCANTE/AGÊNCIA O DIA/ESTADÃO CONTEÚDO

Oscar Niemeyer, o arquiteto do século XX, Rio de Janeiro (RJ), 15 dez. 2007.

(Linha do tempo sem escala.)

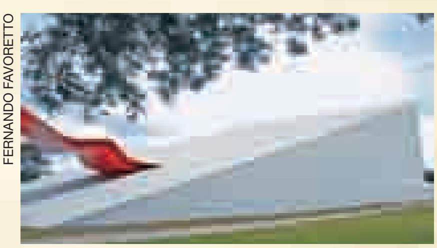
- **1907** – Nasce, no Rio de Janeiro
- **1934** – Obtém o diploma de engenheiro arquiteto no Rio de Janeiro
- **1951** – Projeta o parque do Ibirapuera e o edifício Copan, em São Paulo
- **1957/58** – Projeta o Palácio da Alvorada, em Brasília, e os principais prédios da nova capital brasileira
- **1999** – Projeta o Monumento Comemorativo aos 500 anos do Descobrimento, em São Vicente (SP)
- **2007** – Completa 100 anos de idade
- **2010** – Projeta a Cidade Administrativa Presidente Tancredo Neves, em Minas Gerais
- **2012** – Falece, no Rio de Janeiro

LUIZ RUBIO

É possível observar formas que lembram figuras geométricas em obras de Oscar Niemeyer.

WAGNER SANTOS/WORLD PICTURES/KEYSTONE BRASIL

Monumento aos Direitos Humanos, no Centro Cultural Oscar Niemeyer, em Goiânia (GO), 6 dez. 2014. Lateral vermelha lembra um triângulo.

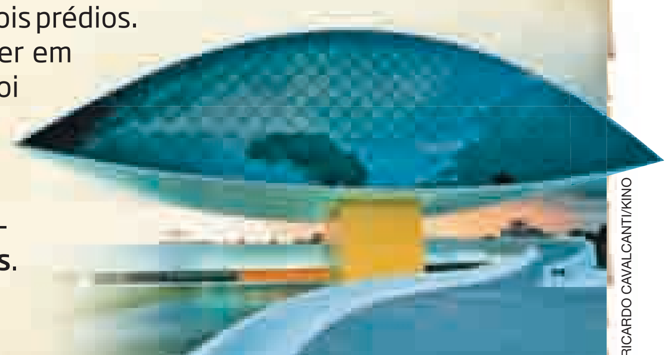


FERNANDO FAVORETTO

Vista lateral do Auditório Ibirapuera, em São Paulo (SP), tem a forma que lembra um **triângulo**.

Museu Oscar Niemeyer

O Museu Oscar Niemeyer é formado por dois prédios. O primeiro foi projetado por Oscar Niemeyer em 1967 e segue o estilo da época. O segundo foi inaugurado em 2002 e, devido ao *design* do edifício, é conhecido como "Museu do Olho". Na fachada lateral, há uma grande estrutura de vidro na qual podem ser observadas formas que lembram **paralelogramos**.



RICARDO CAVALCANTI/KINO

Museu Oscar Niemeyer, em Curitiba (PR), 2004.

8 Circunferência e círculo

Aproveite a oportunidade para falar um pouco sobre o artista, sua obra e a presença de figuras geométricas na tela apresentada.

Wassily Kandinsky (1866-1944) era pintor e teórico da arte russa. Um dos 20 artistas mais famosos do século XX; tem o crédito de ter pintado os primeiros trabalhos abstratos modernos.

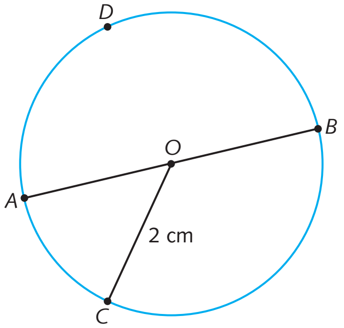
Circunferência

Na tela ao lado, o artista russo Wassily Kandinsky faz uma composição com figuras que lembram circunferências, círculos e retas.

WASSILY KANDINSKY – PHILADELPHIA MUSEUM OF ART, ESTADOS UNIDOS

Circles in a circle, de Wassily Kandinsky, 1923.

> Uma circunferência é uma linha plana fechada cujos pontos estão à mesma distância de um ponto fixo desse plano chamado de centro.



LUIZ RUBIO

O ponto *O* é o centro da circunferência.

Todo segmento de reta que une o centro *O* a um ponto qualquer da circunferência é chamado raio. Os segmentos $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ e $\overline{OC}$, por exemplo, são raios da circunferência. O raio dessa circunferência mede 2 centímetros de comprimento.

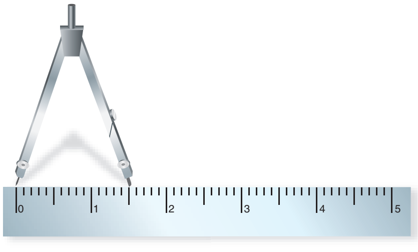
O segmento de reta que tem duas extremidades na circunferência e que passa pelo centro da circunferência é chamado diâmetro. O segmento $\overline{AB}$ é um diâmetro da circunferência. O diâmetro dessa circunferência mede 4 centímetros de comprimento.

A, *B*, *C* e *D* são alguns pontos da circunferência.

Traçando uma circunferência com o compasso

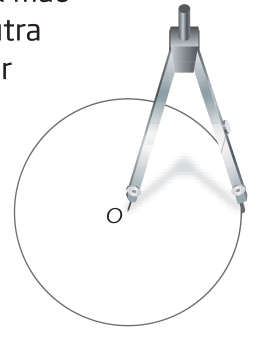
Para construir uma circunferência com raio de 1,5 cm e centro *O*, procedemos assim:

1º) Usando uma régua, abrimos o compasso em 1,5 cm.



NILSON CARDOSO

2º) Com a ponta-seca no centro *O* e abertura de 1,5 cm, seguramos a parte superior do compasso com uma mão e giramos com a outra mão até completar uma volta.



Lendo e aprendendo

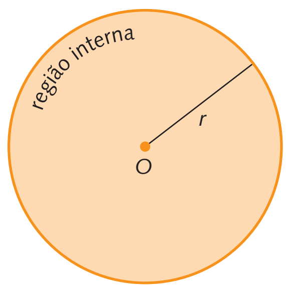
Traçando uma circunferência

Observe outro processo utilizado para traçar uma circunferência: com um barbante do tamanho do raio desejado, traçamos a circunferência.

GEORGE TUTUMI

Círculo

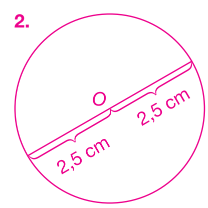
LUIZ RUBIO



Círculo de centro *O* e raio de medida *r*

> Círculo é uma figura geométrica plana formada por uma circunferência e toda a sua região interior.

2.

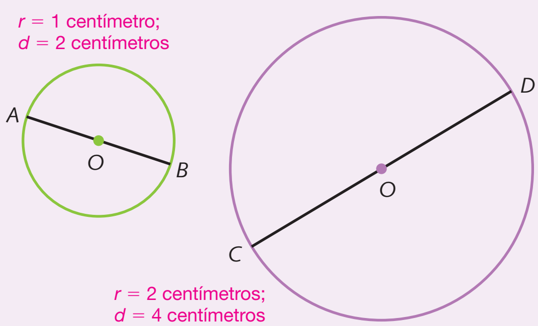


ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Com uma régua, determine, em centímetro, a medida do raio e do diâmetro de cada uma das circunferências abaixo e registre.

r = 1 centímetro; d = 2 centímetros



r = 2 centímetros; d = 4 centímetros

LUIZ RUBIO

2 Com um compasso, trace uma circunferência de centro *O* e diâmetro de medida 5 centímetros.

3 Descreva a diferença entre círculo e circunferência. O círculo tem uma região interna limitada por uma circunferência. A circunferência é apenas uma linha.

4 Copie as frases completando-as.

a) O raio de uma circunferência mede 5 centímetros; então, seu diâmetro mede ■. 10 centímetros

b) Uma circunferência com 16 centímetros de diâmetro tem ■ de raio. 8 centímetros

Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Faça as atividades no caderno.

Revisitando

1 Ponto, reta e plano foram os três conceitos iniciais deste capítulo. Como convencionamos representar cada um deles? Devemos representar: o ponto por letras maiúsculas do nosso alfabeto; a reta, por letras minúsculas do nosso alfabeto; o plano, por letras minúsculas do alfabeto grego.

2 Quais são as posições entre duas retas no plano? Paralelas e concorrentes.

3 Complete cada uma das sentenças.

a) Ângulos agudos são aqueles que apresentam medidas ■. maiores que 0° e menores que 90°

b) Ângulos retos medem ■. 90°

c) Ângulos obtusos são aqueles que apresentam medidas ■. maiores que 90° e menores que 180°

4 Complete os textos dos itens a seguir.

a) Os triângulos são polígonos que apresentam três lados, três ângulos e três vértices. Com relação à medida dos lados, são classificados em ■, ■ e ■. Com relação às medidas de seus ângulos, são classificados em ■, ■ e ■. equilátero, escaleno e isósceles; acutângulo, obtusângulo e retângulo

b) Quadriláteros que apresentam um par de lados paralelos são chamados ■; os que têm dois pares de lados paralelos são os ■. trapézio; paralelogramos

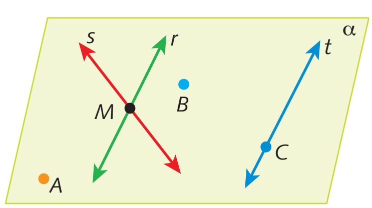
c) São paralelogramos o ■, o ■ e o ■. retângulo; quadrado; losango

5 Explique o que é uma circunferência, usando as palavras **centro** e **raio**.

Exemplo de resposta: Circunferência é o conjunto de todos os pontos de um plano que estão a uma mesma distância (medida do raio) de um ponto dado (centro) desse plano.

Aplicando

1 Observe a figura e responda às questões no caderno.



a) Quais são os pontos destacados no plano α? A, B, C e M

b) Quais são as retas representadas no plano α? r, s e t

c) Qual é o ponto em destaque na reta t? C

d) Qual é o ponto comum às retas r e s? M

e) Como classificamos as retas r e s? As retas são concorrentes.

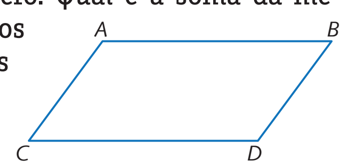
2 Com o auxílio de régua e transferidor, trace, no caderno: Construções de figuras.

a) um ângulo agudo $A\widehat{O}B$ de 25°;

b) um ângulo reto $C\widehat{O}D$;

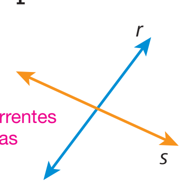
c) um ângulo obtuso $M\widehat{N}P$ de 140°.

3 Utilizando um transferidor, determine e escreva, no caderno, as medidas dos ângulos deste quadrilátero. Qual é a soma da medida de um dos ângulos agudos com a de um dos obtusos? 180°



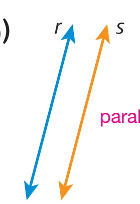
4 Classifique, no caderno, as retas em paralelas, concorrentes oblíquas ou concorrentes perpendiculares.

a)



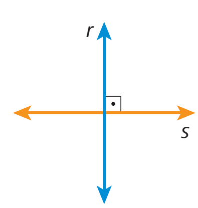
concorrentes oblíquas

b)



paralelas

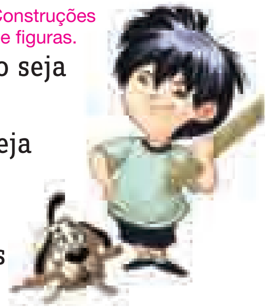
c)



concorrentes perpendiculares

LUIZ RUBIO

5 Desenhe no caderno: Construções de figuras.



a) um losango que não seja quadrado;

b) um retângulo que seja quadrado;

c) um paralelogramo que tenha diagonais de mesma medida;

d) um paralelogramo que não tenha diagonais de mesma medida.

EDUARDO FRANCISCO

6 O giro de uma volta completa de um dos ponteiros de um relógio corresponde a um ângulo de quantos graus? 360 graus

SERGEY MELNIKOV/SHUTTERSTOCK

7 Observe:

Nessa figura, M é o ponto médio de $\overline{AB}$, $AB = 2 \cdot CD$, $AB = \frac{4}{3} \cdot BC$ e $AD = 18u$

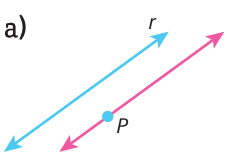
Determine:

a) AB 8u b) BC 6u c) CD 4u d) AM 4u

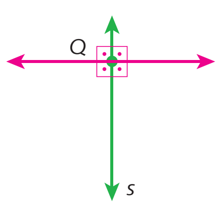
LUIZ RUBIO

8 Copie as retas r e s e os pontos P e Q. Em seguida, utilizando régua e esquadro, trace uma reta paralela a r pelo ponto P e uma reta perpendicular a s pelo ponto Q.

a)



b)



LUIZ RUBIO

9 Marque um ponto A e construa várias circunferências, com raio de medida 3 centímetros, que passem por ele.

Qual figura geométrica pode ser formada pelos "centros" das circunferências? circunferência

EDUARDO FRANCISCO

10 **(Enem)** Na construção civil, é muito comum a utilização de ladrilhos ou azulejos com a forma de polígonos para o revestimento de pisos ou paredes. Entretanto, não são todas as combinações de polígonos que se prestam a pavimentar uma superfície plana, sem que haja falhas ou superposições de ladrilhos, como ilustram as figuras:

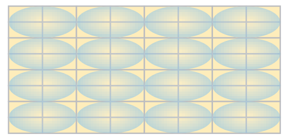


figura 1: Ladrilhos retangulares pavimentando o plano

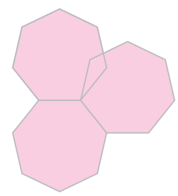
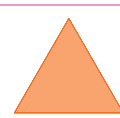
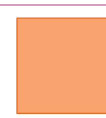
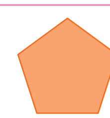
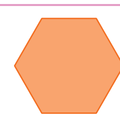
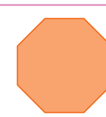


figura 2: Heptágonos regulares não pavimentam o plano (há falhas ou superposição)

A tabela traz uma relação de alguns polígonos regulares, com as respectivas medidas de seus ângulos internos.

Nome	Triângulo	Quadrado	Pentágono
Figura			
Ângulo interno	60°	90°	108°
Nome	Hexágono	Octógono	Eneágono
Figura			
Ângulo interno	120°	135°	140°

LUIZ RUBIO

Se um arquiteto deseja utilizar uma combinação de dois tipos diferentes de ladrilhos entre os polígonos da tabela, sendo um deles octogonal, o outro tipo escolhido deverá ter a forma de um: alternativa b

a) triângulo

b) quadrado

c) pentágono

d) hexágono

e) eneágono

CAPÍTULO 10

MEDIDAS DE COMPRIMENTO E DE TEMPO

KAI PFAFFENBACH/REUTERS/LATINSTOCK

Usain Bolt conquistou a medalha de ouro nos 100 metros rasos dos Jogos Olímpicos de Londres, em 2012, tornando-se bicampeão da prova.

É HORA DE OBSERVAR E DISCUTIR

O atleta jamaicano Usain Bolt possui recordes mundiais nos 100 metros rasos e nos 200 metros rasos e também no revezamento 4×100 metros. Ele é o único atleta na história a vencer provas dessas três modalidades olímpicas duas vezes seguidas. Em 2009, Bolt deu os 41 passos mais ligeiros da história do atletismo, na prova dos 100 metros, em Berlim. Com o recorde de 9,58 segundos, tornou-se o homem mais rápido da prova e o mais veloz do atletismo.

Resposta pessoal.

- Se você participasse de uma prova de 100 metros rasos, precisaria dar quantos passos para concluí-la? Qual é o tamanho aproximado de seu passo, em centímetro?

Lembre aos alunos que uma pessoa cujo passo medisse um metro (aproximado) de comprimento daria 100 passos.

- Com base no texto acima, responda: Na sua opinião, Bolt levaria quanto tempo para concluir a prova de 200 metros rasos? A distância da prova e o tempo para percorrê-la estão relacionados? Como?

Exemplo de resposta: 19,16 segundos (o dobro do tempo que levaria para concluir a prova dos 100 metros rasos); sim; quanto maior a distância, maior será o tempo da prova.

Neste capítulo, em que são trabalhadas medidas de comprimento e de tempo, espera-se que os alunos conheçam a unidade padrão de comprimento, o metro, seus múltiplos e submúltiplos, e estudem o sistema sexagesimal de medida de tempo e suas aplicações no dia a dia. A proposta desta abertura ajuda na discussão inicial sobre essas medidas.

TROCANDO IDEIAS

Faça as atividades no caderno.

No dia a dia, usamos as medidas em muitas situações. Há diversos tipos de medida: de massa, de capacidade, de tempo, de temperatura, de comprimento, de superfície, de espaço ocupado por algo etc. Observe alguns exemplos de perguntas relacionadas a medidas:

GM CORP/CC BY 3.0/WIKIMEDIA COMMONS

Qual é a **largura** desse carro?

grandeza: comprimento; exemplo de unidade de medida: metro

KALMATSUY/SHUTTERSTOCK

Em quanto **tempo** o ciclista completou o percurso?

grandeza: tempo; exemplo de unidade de medida: minuto

RUIGSANTOS/SHUTTERSTOCK

Qual é a **altura** desse prédio?

grandeza: comprimento; exemplo de unidade de medida: metro

BILL BAPTIST/NBAE/GETTY IMAGES

Qual é a **duração** de uma partida de basquete?

grandeza: tempo; exemplo de unidade de medida: minuto

Todas as perguntas se referem a uma destas **grandezas**: **comprimento** ou **tempo**.

Para medir uma grandeza, nós a comparamos com outra grandeza da mesma espécie, tomada como **unidade de medida**.

- Que grandeza e que unidade de medida estão relacionadas a cada situação acima?

Neste capítulo, vamos estudar as medidas de **comprimento** e de **tempo** e também a relação entre diferentes unidades de medida.

1 Metro

A primeira grandeza que vamos estudar será o comprimento, cuja unidade padrão é o **metro**. Observe algumas situações que envolvem medidas em metro:

2º BBM/ASCOM CBM-MT

Uma sucuri de aproximadamente 6 metros de **comprimento** foi capturada por bombeiros em Várzea Grande, região metropolitana de Cuiabá (MT), em 16 de maio de 2012.

INGRAM PUBLISHING/DIOMEDIA

Algumas piscinas apresentam placas que indicam sua **profundidade**.

GREGORY BOISSY/AFP

Durante o Circuito Mundial de Surfe de 2014, no Taiti, Gabriel Medina enfrentou ondas de 4 metros de **altura** e, aos 20 anos de idade, conquistou o primeiro título brasileiro nesse campeonato.

A palavra *metro* vem do grego *métron* e significa "o que mede".

O metro é a unidade padrão para medir comprimentos no Sistema Internacional de Unidades (SI). O símbolo de metro é **m**.

UM POUCO DE HISTÓRIA

O surgimento do sistema métrico decimal

Desde a Antiguidade os povos foram criando unidades de medida, e cada um deles possuía a própria unidade-padrão. Com o desenvolvimento do comércio, a existência de diferentes unidades de medida tornava cada vez mais difícil a troca de informações e as negociações. Era necessário adotar um padrão único de unidade de medida para cada grandeza.

Por causa dessa dificuldade, em 1789, a Academia de Ciências da França unificou o sistema de medidas no país com base em padrões precisos, científicos e simples. Dessa forma, foi criado o **sistema métrico decimal**, instituído oficialmente em junho de 1799. O sistema métrico decimal é um padrão atualmente utilizado em quase todos os países. Em 1960, foi aprovado o Sistema Internacional de Unidades (SI), versão atualizada do sistema métrico decimal.

O sistema métrico decimal foi assim chamado porque, com base em uma unidade padrão, as demais são obtidas por meio da multiplicação ou da divisão dessa unidade por 10, por 100, por 1 000 etc.

Comente com os alunos que, antes de 1960, o padrão para o metro era uma barra de platina e de irídio. Atualmente, com o avanço da Física, o metro padrão é definido de maneira mais precisa, tomando por base a velocidade da luz.

Além da unidade padrão de comprimento (o metro), há seus múltiplos e submúltiplos.

Observe o quadro abaixo, que apresenta os múltiplos (unidades maiores que o metro) e os submúltiplos (unidades menores que o metro) do metro que fazem parte do SI.

	Quadro de unidades						
	Múltiplos			Unidade padrão	Submúltiplos		
Unidade	quilômetro	hectômetro	decâmetro	**metro**	decímetro	centímetro	milímetro
Símbolo	km	hm	dam	**m**	dm	cm	mm
Relação com o metro	1 000 m	100 m	10 m	**1 m**	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Para medidas extremamente pequenas, como seres microscópicos, em que se exige grande precisão, utilizamos o submúltiplo do metro chamado **micrômetro**.

Micrômetro
Milionésima parte de um metro.

$$1 \text{ micrômetro} = 1\ \mu\text{m} = 0{,}000001 \text{ m}$$

Para distâncias extremamente grandes, como a distância entre estrelas e planetas, utilizamos a **unidade astronômica** (UA), que equivale a aproximadamente 150 bilhões de metros.

2 Conversão de unidades

Utilizando o quadro de unidades, podemos converter uma unidade de medida em outra. Veja os exemplos a seguir:

- 4 metros em decímetros

$\text{m} \xrightarrow{\times 10} \text{dm}$

km	hm	dam	**m**	**dm**	cm	mm

$1\ \text{m} = 10\ \text{dm}$

$4\ \text{m} = 4 \cdot \mathbf{10}\ \text{dm} = 40\ \text{dm}$

- 4 metros em centímetros

$\text{m} \xrightarrow{\times 10} \text{dm} \xrightarrow{\times 10} \text{cm}$; $\text{m} \xrightarrow{\times 100} \text{cm}$

km	hm	dam	**m**	dm	**cm**	mm

$1\ \text{m} = 100\ \text{cm}$

$4\ \text{m} = 4 \cdot \mathbf{100}\ \text{cm} = 400\ \text{cm}$

- 4 metros em milímetros

$\text{m} \xrightarrow{\times 10} \text{dm} \xrightarrow{\times 10} \text{cm} \xrightarrow{\times 10} \text{mm}$; $\text{m} \xrightarrow{\times 1\,000} \text{mm}$

km	hm	dam	**m**	dm	cm	**mm**

$1\ \text{m} = 1\,000\ \text{mm}$

$4\ \text{m} = 4 \cdot \mathbf{1\,000}\ \text{mm} = 4\,000\ \text{mm}$

- 4 metros em decâmetros

km	hm	**dam**	**m**	dm	cm	mm

$\text{m} \xrightarrow{:10} \text{dam}$

$1\ \text{m} = \dfrac{1}{10}\ \text{dam} = 0{,}1\ \text{dam}$

$4\ \text{m} = 4 \cdot \mathbf{0{,}1}\ \text{dam} = 0{,}4\ \text{dam}$

- 4 metros em hectômetros

km	**hm**	dam	**m**	dm	cm	mm

$\text{m} \xrightarrow{:10} \text{dam} \xrightarrow{:10} \text{hm}$; $\text{m} \xrightarrow{:100} \text{hm}$

$1\ \text{m} = \dfrac{1}{100}\ \text{hm} = 0{,}01\ \text{hm}$

$4\ \text{m} = 4 \cdot \mathbf{0{,}01}\ \text{hm} = 0{,}04\ \text{hm}$

- 4 metros em quilômetros

km	hm	dam	**m**	dm	cm	mm

$$\text{km} \xleftarrow{:10} \text{hm} \xleftarrow{:10} \text{dam} \xleftarrow{:10} \text{m}$$
$$\text{km} \xleftarrow{:1000} \text{m}$$

$1\ \text{m} = \dfrac{1}{1000}\ \text{km} = 0{,}001\ \text{km}$

$4\ \text{m} = 4 \cdot \mathbf{0{,}001}\ \text{km} = 0{,}004\ \text{km}$

Lendo e aprendendo

O pé, a polegada, a jarda e a milha

GEORGE TUTUMI

O pé, a polegada, a jarda e a milha não fazem parte do sistema métrico decimal e são usadas em países de língua inglesa. Observe as relações dessas unidades de medida com o metro:

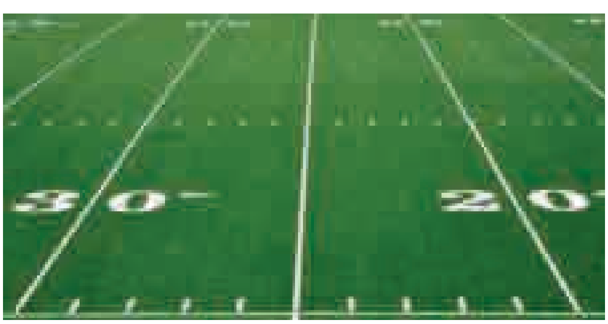
- 1 pé = 30,48 centímetros
- 1 polegada = 2,54 centímetros
- 1 jarda = 91,44 centímetros
- 1 milha terrestre = 1 609 metros
- 1 milha marítima = 1 852 metros

Verifique que:

- 1 pé = 12 polegadas
- 1 jarda = 3 pés

As fotos abaixo mostram exemplos de uso das unidades de medida pé e jarda.

MARK HERREID/SHUTTERSTOCK



As medidas do campo de futebol americano são 120 jardas de comprimento e 53 jardas de largura.

SSUAPHOTOS/SHUTTERSTOCK

Durante o voo, uma aeronave pode atingir uma altitude de 38 mil pés (aproximadamente 11,6 mil metros).

1 Qual é a unidade mais adequada para medir:

a) o comprimento de uma rua? metro

b) a distância entre duas cidades? quilômetro

c) o comprimento de uma caneta? centímetro

d) a espessura de um livro? centímetro

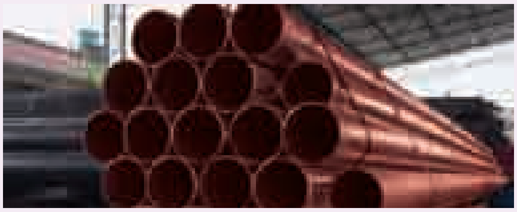
2 Paula mediu com uma régua graduada em centímetro o comprimento da tampa da sua caneta. Sabendo que cada um desses centímetros está dividido em dez partes (milímetros), responda às questões.

JUNIOR ROZZO

a) Qual é o comprimento da tampa da caneta em centímetro? 6 cm

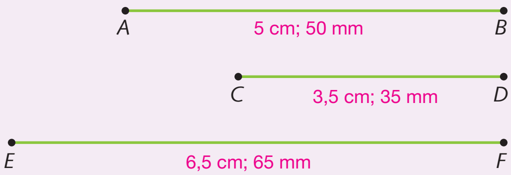
b) Qual é o comprimento da tampa da caneta em milímetro? 60 mm

3 Em um prédio, foram utilizados tubos de aço de 4 polegadas para a tubulação de incêndio. A quantos centímetros correspondem 4 polegadas? (1 polegada = 2,54 cm) 10,16 cm


JUNIOR ROZZO

Tubos de 4 polegadas empilhados.

4 Meça com uma régua graduada o comprimento de cada um desses segmentos e escreva, no caderno, suas medidas em centímetro e em milímetro.



LUIZ RUBIO

5 Copie, no caderno, os itens abaixo substituindo os ■ pelo número adequado.

a) 8 m = ■ cm 80

b) 12 m = ■ mm 12 000

c) 70 m = ■ dam 7

d) 95 m = ■ hm 0,95

6 Responda às questões no caderno.

a) 15 quilômetros equivalem a quantos metros? 15 000 m

b) 3,8 metros equivalem a quantos milímetros? 3 800 mm

c) 0,65 metro equivale a quantos centímetros? 65 cm

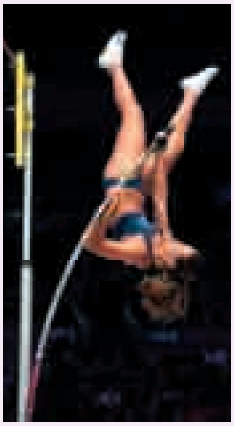
d) 5 000 metros equivalem a quantos quilômetros? 5 km

7 Em uma corrida de Fórmula Indy, o vencedor percorreu 610 880 m em duas horas. Quantos quilômetros esse piloto percorreu em uma hora? 305,44 km


CHRIS TROTMAN/GETTY IMAGES

Carro durante treino em pista de Edmonton, Canadá, em julho de 2012.

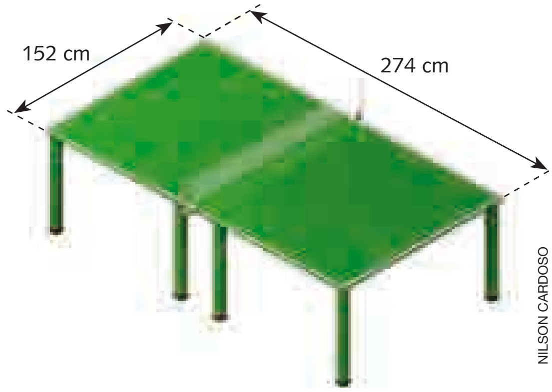
8 A atleta brasileira Fabiana Murer obteve com 4,85 metros sua melhor marca no salto com vara. A quantos centímetros corresponde esse salto? 485 cm


ANTHONY J. CAUSI/ICON SMI/CORBIS/LATINSTOCK

Fabiana Murer em evento em Nova York, em janeiro de 2011.

3 Perímetro de um polígono

Na figura ao lado, temos a representação de uma mesa de pingue-pongue com a indicação das dimensões oficiais. Qual é a medida do comprimento da linha branca que contorna a mesa?



NILSON CARDOSO

Para responder a essa pergunta, devemos adicionar as medidas dos lados da mesa de pingue-pongue:

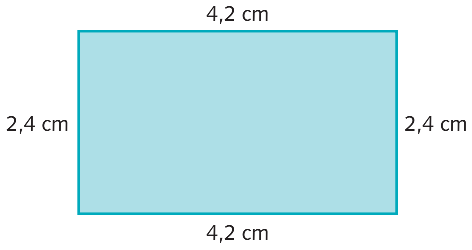
152 cm + 274 cm + 152 cm + 274 cm = 852 cm

Portanto, a linha branca que contorna a mesa tem 852 cm de comprimento.

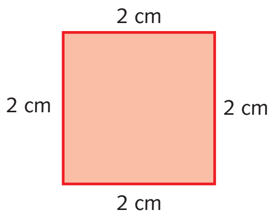
A medida do comprimento do **contorno** da mesa de pingue-pongue corresponde ao **perímetro** da mesa.

A medida do comprimento do contorno de uma figura geométrica plana é o **perímetro** dessa figura.

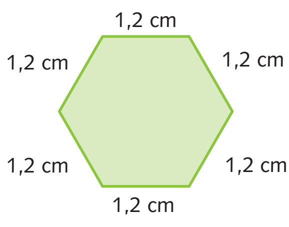
Exemplos



perímetro: 2,4 cm + 4,2 cm + + 2,4 cm + 4,2 cm = 13,2 cm



perímetro: 2 cm + 2 cm + 2 cm + 2 cm = 8 cm



perímetro: 1,2 cm + 1,2 cm + 1,2 cm + + 1,2 cm + 1,2 cm + 1,2 cm = 7,2 cm

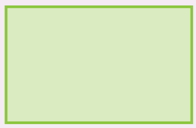
LUIZ RUBIO

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

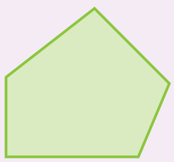
1 Meça o comprimento dos lados e determine, em milímetro, o perímetro dos polígonos abaixo.

a)



80 mm

b)



66 mm

LUIZ RUBIO

2 Calcule o perímetro de um quadrado de 13 cm de lado. 52 cm

3 Determine, em milímetro, o perímetro de um hexágono regular de 5,6 cm de lado.
336 mm

4 O perímetro de um quadrado é 2 dam. Calcule a medida de seu lado em metro.
5 m

5 Luísa contornou um bambolê com um barbante. A seguir, esticou esse barbante e mediu seu comprimento. Veja:

GEORGE TUTUMI

A medida do comprimento desse barbante é o perímetro do bambolê.

Em uma folha de papel, desenhe, com o auxílio de um compasso, 4 circunferências diferentes. Depois, reúna-se com um colega. Com um barbante e uma régua, cada aluno deve obter o perímetro das circunferências que o outro aluno desenhou.
Resposta pessoal.

Lendo e aprendendo

Instrumentos de medida de comprimento

CRÉDITOS DAS FOTOS: 1. JIRI HERA/SHUTTERSTOCK; 2. ALES VELUSCEK/GETTY IMAGES; 3. HSAGENCIA/SHUTTERSTOCK; 4. ADRIAN LUCKI/SHUTTERSTOCK; 5. WITTAYA BUDDA/SHUTTERSTOCK; 6. GYVAFOTO/SHUTTERSTOCK; 7. ROGER RESSMEYER/CORBIS/LATINSTOCK; 8. CRAZYCHRIS84/SHUTTERSTOCK

- Instrumentos do dia a dia

1. Fita métrica.
2. Metro de carpinteiro.
3. Trena.
4. Hodômetro: aparelho usado para medir a distância percorrida.

- Instrumentos de precisão

5. Paquímetro: instrumento utilizado para medir a distância entre lados opostos de um objeto, é feito de aço inoxidável.
6. Micrômetro: instrumento utilizado para medir as dimensões lineares de um objeto, apresenta graduação em centésimo de milímetro.

- Instrumentos que utilizam ondas

7. Sonar: aparelho que mede distâncias através de ondas sonoras de alta frequência.
8. Radar: aparelho que mede distâncias através de sinais de rádio.

4 Horas, minutos e segundos

Lúcio, Liana e Roberta vão ao cinema. A sessão terá início às 10 h da manhã e a duração do filme é de duas horas e meia.

Explique aos alunos que no relógio digital desta ilustração a indicação AM serve para mostrar que se trata de 10 horas da manhã (antes do meio-dia). Pergunte aos alunos: “Qual seria a indicação no relógio, se o horário fosse 10 horas da noite?”. (Resposta: PM)

GEORGE TUTUMI

Na situação apresentada, as medidas de tempo são utilizadas para indicar o horário de início da sessão e a duração do filme.

Para medir o tempo, podemos utilizar o relógio, que marca horas, minutos e segundos. No relógio, podemos acompanhar as 24 horas de um dia. Cada uma das horas tem 60 minutos e cada minuto tem 60 segundos.

1 dia = 24 horas   1 hora = 60 minutos   1 minuto = 60 segundos

Os relógios podem ser digitais ou de ponteiros. Veja:

DESHACAM/SHUTTERSTOCK

23 h 5 min 20 s

ALEX STAROSELTSEV/ SHUTTERSTOCK

10 h 10 min ou 22 h 10 min

Alguns relógios digitais apresentam de forma diferenciada as 24 horas do dia. Veja alguns exemplos:

- 3 h 15 min ▸ antes do meio-dia ou
  15 h 15 min ▸ após o meio-dia
- 8 h 25 min 4 s ▸ antes do meio-dia ou
  20 h 25 min 4 s ▸ após o meio-dia

Já os relógios de ponteiros dividem o dia em dois grupos de 12 horas, antes e após o meio-dia, sem distinção na marcação dos ponteiros.

Cuidado!

Nunca escreva 2,40 h para representar 2 h 40 min, pois o sistema de medidas de tempo não é decimal.

Observe:

$$2{,}40\text{ h} = 2\text{ h} + \frac{40}{100}\text{ h} = 2\text{ h }24\text{ min}$$

$$\left(\frac{4\cancel{0}}{10\cancel{0}} \cdot 6\cancel{0}\right)\text{min} = 24\text{ min}$$

Leia o texto com os alunos, aproveitando a oportunidade para fazer algumas comparações entre unidades de medida de tempo (anos, meses, dias, horas). Vale a pena promover uma discussão sobre a importância dos biocombustíveis.

Lendo e aprendendo

O mais longo voo movido a biocombustível da história da aviação

Em julho de 2012, uma companhia holandesa realizou o mais longo voo de uma aeronave movida a **biocombustível** da história da aviação. Saindo do aeroporto Amsterdam-Schipol, na Holanda, às 6 h 15 min (horário de Brasília), o Boeing 777-200 da empresa pousou no Rio de Janeiro às 17 h 55 min (horário de Brasília) especialmente para a Conferência Rio+20.

O voo teve duração de 11 h 40 min.

Biocombustível
Combustível de origem vegetal – como o etanol – que pode substituir a gasolina ou ser adicionado a ela.

CHRISTOPHER PARYPA/SHUTTERSTOCK

O Boeing 777-200 foi abastecido com combustível sustentável feito de óleo de cozinha usado.

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Escreva o horário indicado em cada relógio digital.

19 h 20 min

23 h 10 min

2 h 40 min

9 h 55 min

GEORGE TUTUMI

2 Escreva o horário indicado em cada relógio de ponteiros.

7 h 15 min ou 19 h 15 min

4 h 15 min ou 16 h 15 min

3 h 35 min ou 15 h 35 min

8 h 30 min ou 20 h 30 min

GEORGE TUTUMI

3 Quantos segundos há em:

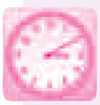
a) 1 hora? 3 600 s b) 1 dia? 86 400 s

4 Quantos minutos há em:

a) $\frac{1}{2}$ h 30 min b) $\frac{1}{4}$ h 15 min c) $\frac{3}{4}$ h 45 min

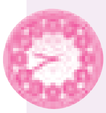
5 Desenhe no caderno quatro relógios de ponteiros marcando os seguintes horários:


a)



b)



c)



d)


GEORGE TUTUMI

FOTOS: a) JARED SHOMO/SHUTTERSTOCK; b) ALEKSANDR VOLKOV/ ISTOCK/THINKSTOCK/GETTY IMAGES; c) PHOTOTALK/ISTOCK/ THINKSTOCK/GETTY IMAGES; d) GRAFICART.NET/ALAMY/LATINSTOCK

6 Luciana começou a estudar às 8 h 20 min e terminou às 12 h 50 min. Durante quanto tempo Luciana estudou? 4 h 30 min

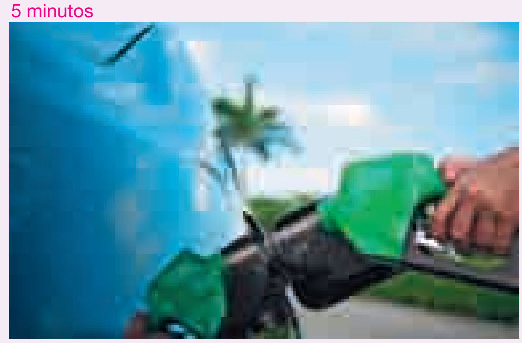
7 Anita chegou ao consultório de seu dentista 15 minutos antes do horário marcado. Se o relógio da recepção marcava 9 h 35 min, qual era o horário do compromisso de Anita? 9 h 50 min

8 Um relógio marca 11 h 30 min, mas está atrasado três quartos de hora. Que horas são? 12 h 15 min

9 Em um Grande Prêmio de Fórmula 1, o vencedor recebeu a bandeirada com o tempo de 1 h 58 min 40 s. O segundo colocado recebeu a bandeirada 1 minuto e 30 segundos após o vencedor. Qual é o tempo de prova do segundo colocado? 2 h 10 s

ALEKS MELNIK/SHUTTERSTOCK

10 Uma mangueira despeja 0,2 litro de combustível, por segundo, no tanque de um automóvel. Quanto tempo leva, em minuto, para encher um tanque de 60 litros? 5 minutos



HXDBZXY/SHUTTERSTOCK

11 Um Boeing partiu do Rio de Janeiro (RJ) para Fortaleza (CE), sem escalas, às 17 h 15 min de determinado dia.

MAPA ILUSTRATIVO E SEM ESCALA

GEORGE TUTUMI

Sabendo que a duração do voo é 2 h 50 min, qual é o horário previsto para o Boeing chegar a Fortaleza? 20 h 5 min

Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Faça as atividades no caderno.

Revisitando

1 Sandro e Maria, alunos do 6º ano, mediram o comprimento e a largura dos tampos de suas carteiras escolares. Utilizando como unidade de medida seus respectivos palmos, eles encontraram medidas diferentes. Explique por que isso aconteceu.
Isso aconteceu porque, provavelmente, há diferença de comprimento entre as medidas dos palmos dos dois alunos. Por isso, há a necessidade de padronização das unidades de medida de comprimento.

2 Por que nosso sistema métrico é denominado decimal? Porque, com base em uma unidade padrão, as demais são obtidas por meio da multiplicação ou da divisão dessa unidade por 10, 100, 1 000 etc.

3 Escolha a palavra do quadro abaixo que completa corretamente cada texto. Depois, reescreva as frases em seu caderno, substituindo cada ■ pela palavra correta.

perímetro	centímetro	hodômetro	ano-luz
jarda	metro	radar	

a) O ■ é um submúltiplo do metro, ou seja, é uma unidade menor que o metro. centímetro

b) O ■ é usado para medir a distância percorrida. hodômetro

c) A medida do contorno de uma figura geométrica plana é o ■ dessa figura. perímetro

d) A ■ é uma unidade de medida que não pertence ao sistema métrico decimal e é utilizada em países de língua inglesa. jarda

e) Há instrumentos de medida de comprimento que utilizam ondas: um exemplo é o ■. radar

4 Quais foram as unidades de medida de tempo que você estudou neste capítulo?
dia, hora, minuto e segundo

Aplicando

1 Uma peça de tecido tem 20,4 m de comprimento. Quero transformá-la em 20 retalhos de mesmo comprimento cada um. Quantos centímetros de comprimento terá cada retalho?
102 cm

2 Uma torre tem 54 m de altura. A escada que conduz ao alto da torre tem 300 degraus. Expresse, em centímetro, a medida da altura de um degrau. 18 cm

3 Em marcha, o passo de Rubens mede, em média, 75 cm, e o de Carlos, 60 cm. Em um percurso de 300 m, quantos passos Carlos dá a mais que Rubens? 100 passos

4 Considere um mapa em que 1 cm corresponde a 2 000 m da distância real. Se, no mapa, a distância entre duas cidades for de 25 cm, qual será a distância real em quilômetro? 50 km

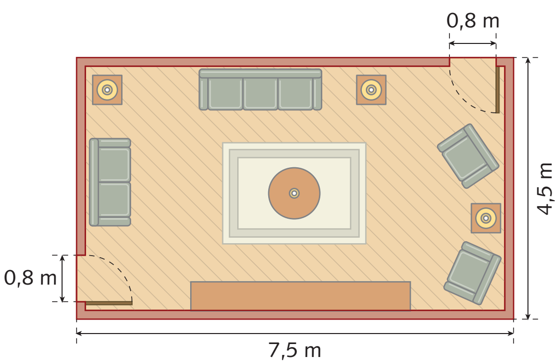
5 Para cada prego de 30 mm que uma máquina fabrica, perde-se 0,2 cm de arame. Quantos pregos podem ser fabricados com um rolo de arame de 64 m de comprimento? 2 000 pregos

6 Diego iniciou um treinamento de salto em altura. Na primeira semana, atingiu a marca de 1,86 m; na segunda semana, melhorou em 10% sua marca. Quantos centímetros ele saltou na segunda semana?
204,6 cm

7 Um terreno retangular mede 54 m de comprimento por 76 m de largura. Calcule quantos metros de arame farpado serão necessários para cercá-lo com três voltas. 780 m

Lembre-se:
Não escreva no livro!

8 Uma sala tem 7,5 m de comprimento e 4,5 m de largura, com duas portas de 80 cm. Para cercar toda a sala, quantos metros de rodapé são necessários? 22,4 m



LUIZ RUBIO

9 Leia e responda no caderno.

a) O tempo de 2 horas corresponde a quantos minutos? 120 minutos

b) O tempo de 15 minutos corresponde a quantos segundos? 900 segundos

c) O tempo de $\frac{1}{2}$ h corresponde a quantos minutos? 30 minutos

d) O tempo de $\frac{3}{4}$ h corresponde a quantos minutos? 45 minutos

10 Faltam 20 minutos para o meio-dia. Escreva no caderno esse horário de outra forma.
11 h 40 min

11 Um avião decolou de Fortaleza (CE) às $8\frac{3}{4}$ h e aterrissou em Salvador (BA) às $11\frac{1}{2}$ h. Qual foi a duração do voo? 2 h 45 min

12 **(Obmep)** Márcia cortou uma tira retangular de 2 cm de largura de cada um dos quatro lados de uma folha de papel medindo 12 cm por 20 cm. Qual é o perímetro do pedaço de papel que sobrou?

GEORGE TUTUMI

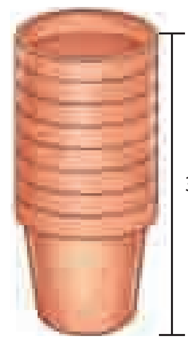
a) 48 cm
b) 50 cm
c) 52 cm
d) 54 cm
e) 56 cm

alternativa a

13 **(Obmep)** Quando João vai para a escola a pé e volta de ônibus, ele gasta uma hora e quinze minutos; quando vai e volta de ônibus, ele gasta meia hora. Para cada meio de transporte, o tempo gasto na ida é igual ao tempo gasto na volta. Quanto tempo ele gasta quando vai e volta a pé? alternativa c

a) uma hora e meia
b) uma hora e quarenta e cinco minutos
c) duas horas
d) duas horas e quinze minutos
e) duas horas e meia

14 **(Obmep)** Oito vasos iguais, encaixados, formam uma pilha de 36 cm de altura, como na figura. Dezesseis vasos iguais aos primeiros, também encaixados, formam outra pilha de 60 cm de altura.



GEORGE TUTUMI

Qual é a altura de cada vaso? alternativa a

a) 15 cm
b) 16 cm
c) 18 cm
d) 20 cm
e) 22 cm

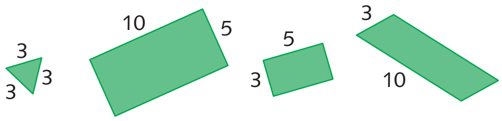
DESAFIO

Roberto quer igualar as pontas do cadarço de um sapato para, então, dar o laço. Se uma das pontas mede 7 cm e a outra, 4 cm, quanto ele deve puxar na ponta menor para igualar as duas pontas?
1,5 cm

GEORGE TUTUMI

15 **(OBM)** Carla recortou o hexágono representado ao lado nas quatro partes: um triângulo, dois retângulos e um paralelogramo.

LUIZ RUBIO

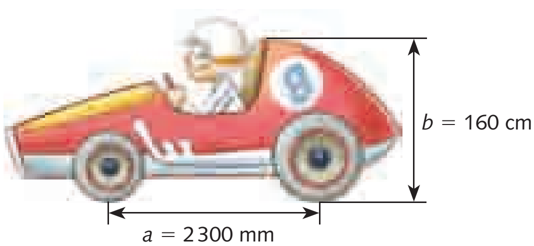


As medidas dessas figuras são dadas em centímetro. Qual é o perímetro do hexágono? Nota: perímetro de uma figura é a medida do comprimento da linha que contorna a figura. alternativa d

a) 15 cm
b) 18 cm
c) 26 cm
d) 39 cm
e) 81 cm

16 **(Enem)** Um mecânico de uma equipe de corrida necessita que as seguintes medidas realizadas em um carro sejam obtidas em metros:

a) distância *a* entre os eixos dianteiro e traseiro;
b) altura *b* entre o solo e o encosto do piloto.



GEORGE TUTUMI

Ao optar pelas medidas *a* e *b* em metros, obtêm-se, respectivamente: alternativa b

a) 0,23 e 0,16
b) 2,3 e 1,6
c) 23 e 16
d) 230 e 160
e) 2300 e 1600

17 **(Enem)** O dono de uma oficina mecânica precisa de um pistão das partes de um motor, de 68 mm de diâmetro, para o conserto de um carro. Para conseguir um, esse dono vai até um ferro-velho e lá encontra pistões com diâmetros iguais a 68,21 mm; 68,102 mm; 68,001 mm; 68,02 mm e 68,012 mm.

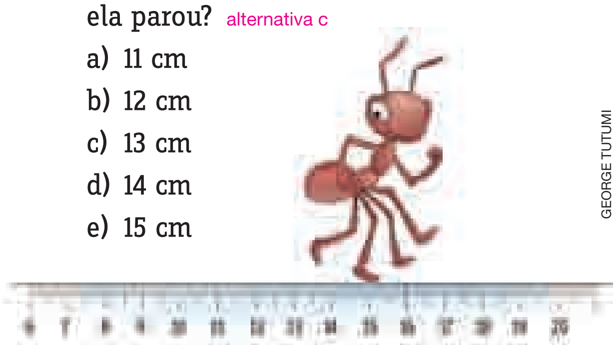
Para colocar o pistão no motor que está sendo consertado, o dono da oficina terá de adquirir aquele que tenha o diâmetro mais próximo do que precisa.

Nessa condição, o dono da oficina deverá comprar o pistão de diâmetro: alternativa e

a) 68,21 mm
b) 68,102 mm
c) 68,02 mm
d) 68,012 mm
e) 68,001 mm

18 **(Obmep)** Uma formiguinha andou sobre a borda de uma régua, da marca de 6 cm até a marca de 20 cm. Ela parou para descansar na metade do caminho. Em que marca ela parou? alternativa c

a) 11 cm
b) 12 cm
c) 13 cm
d) 14 cm
e) 15 cm



GEORGE TUTUMI

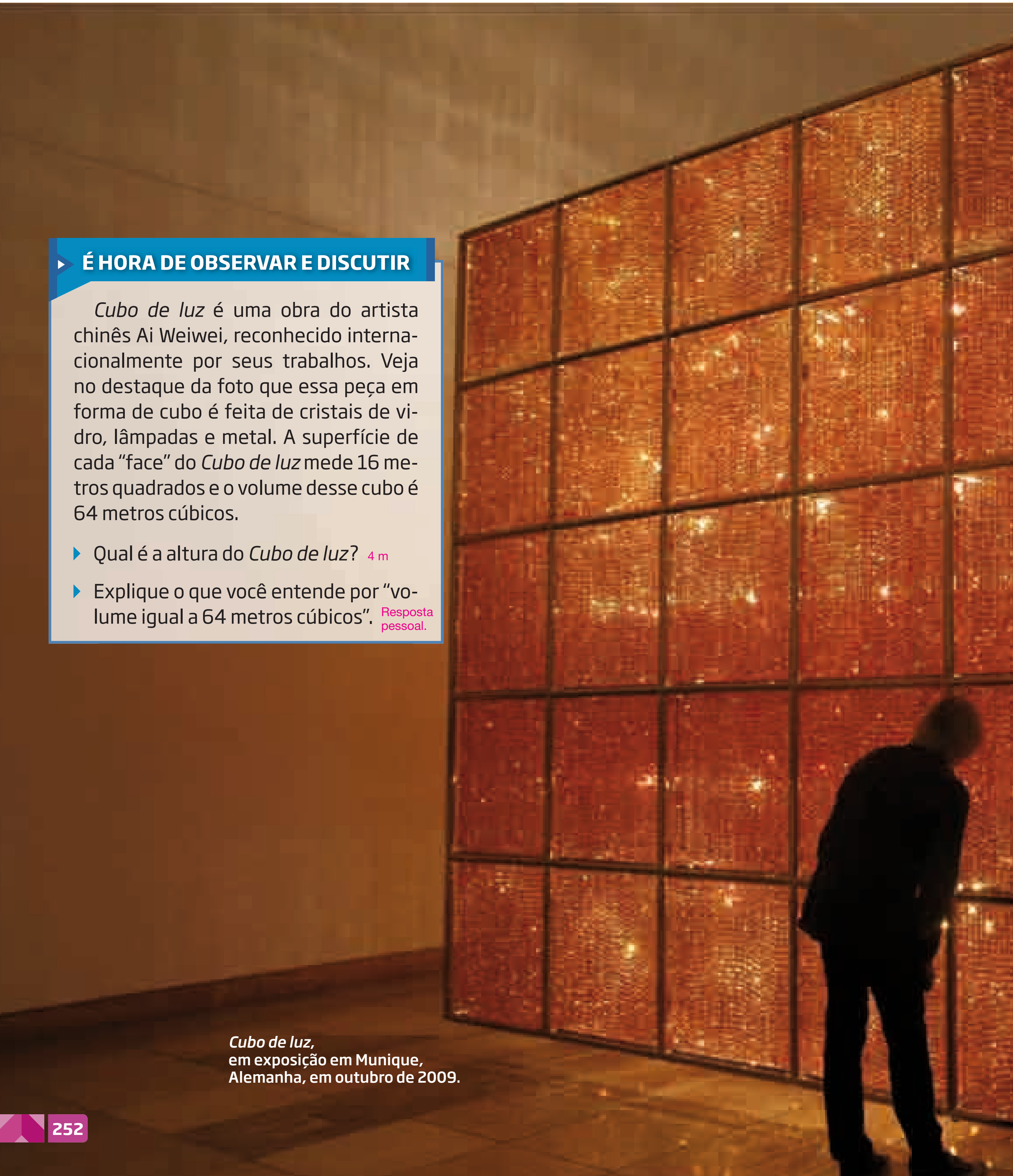
DESAFIO

No planeta Yozu, os dias têm 10 horas, e as horas têm 10 minutos. É costume nesse planeta a prática de um esporte chamado *yets*. Uma partida de *yets* dura 2 horas e 5 minutos. Se uma partida de *yets* começou às 9 h 6 min, a que horas ela terminou? Terminou às 2 h 1 min do dia seguinte.

GEORGE TUTUMI

CAPÍTULO 11

MEDIDAS DE SUPERFÍCIE E DE VOLUME



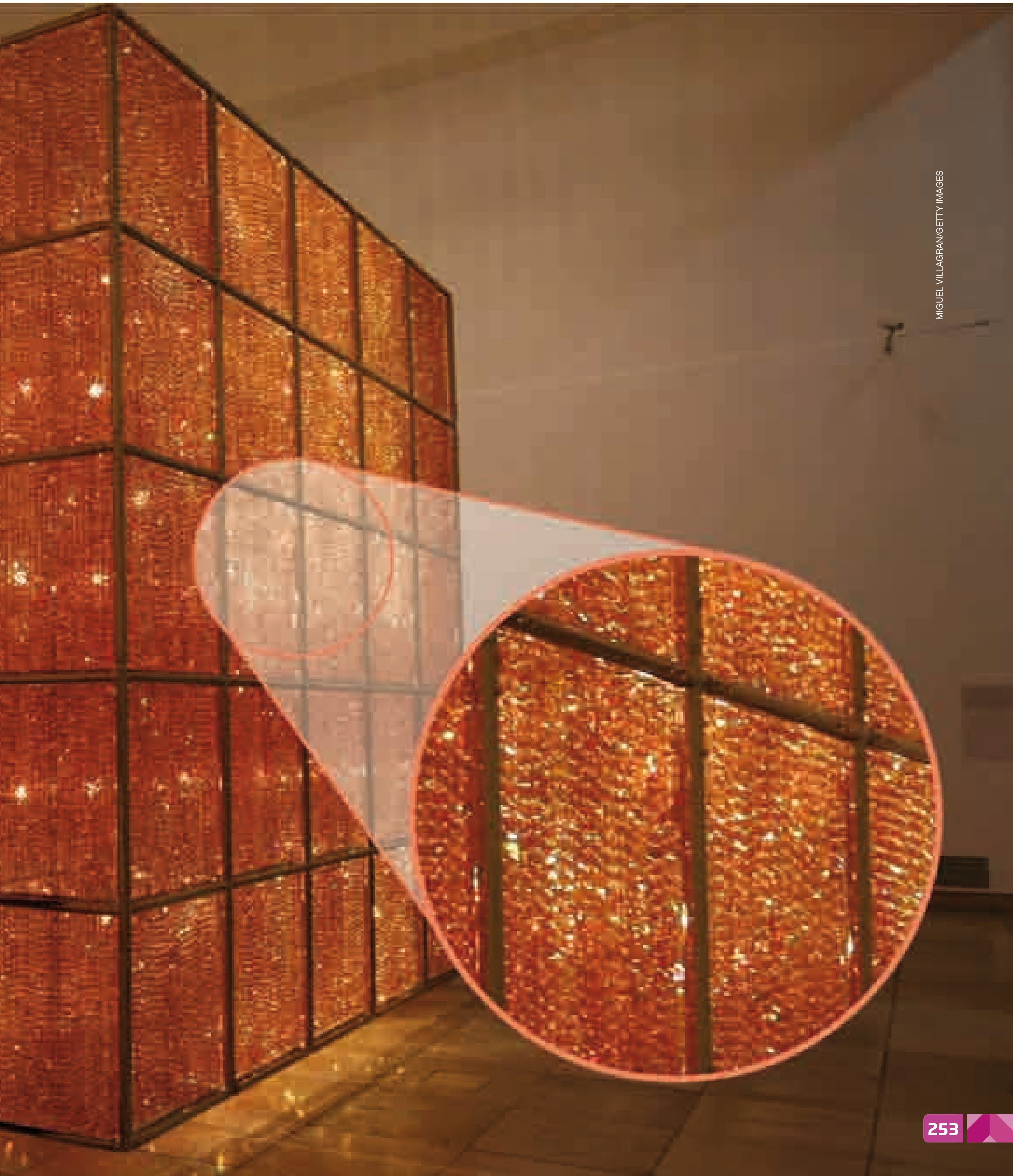
É HORA DE OBSERVAR E DISCUTIR

Cubo de luz é uma obra do artista chinês Ai Weiwei, reconhecido internacionalmente por seus trabalhos. Veja no destaque da foto que essa peça em forma de cubo é feita de cristais de vidro, lâmpadas e metal. A superfície de cada "face" do *Cubo de luz* mede 16 metros quadrados e o volume desse cubo é 64 metros cúbicos.

- Qual é a altura do *Cubo de luz*? 4 m
- Explique o que você entende por "volume igual a 64 metros cúbicos". Resposta pessoal.

Cubo de luz,
em exposição em Munique,
Alemanha, em outubro de 2009.

A foto favorece um debate sobre conceitos básicos de área (medida de superfície) e de volume (medida de espaço). É importante ressaltar as unidades fundamentais de área (metro quadrado – m^2) e de volume (metro cúbico – m^3), que estudaremos neste capítulo.



MIGUEL VILLAGRAN/GETTY IMAGES

TROCANDO IDEIAS

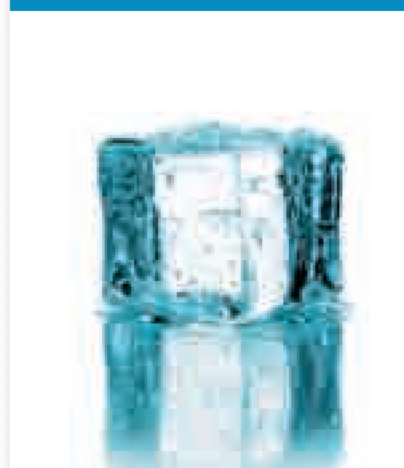
Faça as atividades no caderno.

- Observe as palavras nos quadros e descubra, nas perguntas abaixo, a(s) palavra(s) que está(ão) oculta(s).

área	metros cúbicos	metros quadrados	volume

volume

Qual é o deste bloco de gelo?



KOZINI/SHUTTERSTOCK

ADPEPHOTO/SHUTTERSTOCK

Qual é a do piso dessa sala?

área

metros cúbicos

Quantos podem ser transportados neste caminhão?

GILLES LOUGASSI/SHUTTERSTOCK

THAMPAPON/SHUTTERSTOCK

Quantos de azulejo foram necessários para revestir essa piscina?

metros quadrados

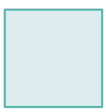
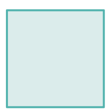
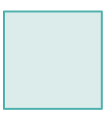
Neste capítulo, vamos estudar as principais unidades de **área** e de **volume**, bem como suas relações e aplicações práticas.

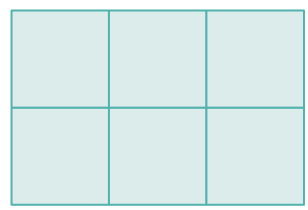
1 Metro quadrado

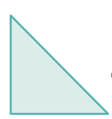
Luís colocou um tapete no chão, um tampo de vidro sobre a mesa e uma cortina na janela da sala de seu apartamento. O tapete, o tampo de vidro e a cortina são **superfícies** que podem ser medidas. A medida de uma superfície é denominada **área**. Assim, podemos medir a superfície do tapete, do tampo de vidro e da cortina.

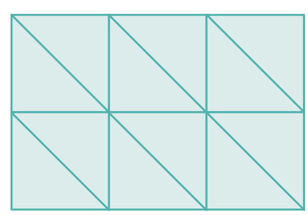
GEORGE TUTUMI

Para medir comprimentos, utilizamos como unidade de medida um comprimento e, para medir superfícies, devemos utilizar como unidade de medida uma superfície.

Na figura ao lado, utilizando como unidade de medida de superfície o , podemos afirmar que a medida da superfície da figura é igual a 6 , ou seja, a área dela é 6 .



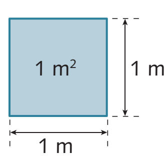
Na mesma figura, utilizando como unidade de área o , podemos afirmar que a área da figura é 12 .



LUIZ RUBIO

Diga aos alunos que podemos usar como sinônimos **unidade de área** e **unidade de medida de superfície**.

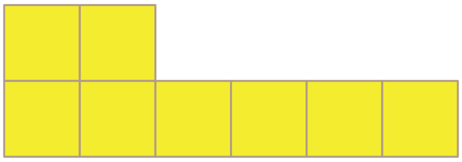
Podemos utilizar outras unidades de medida de superfície. No Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade padrão de medida de superfície é o **metro quadrado** (m^2). O metro quadrado corresponde à medida da superfície de um quadrado de lados medindo 1 metro.



1 metro quadrado

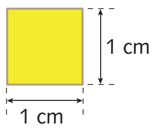
Além do metro quadrado, também utilizamos, no dia a dia, o centímetro quadrado (cm^2) e o quilômetro quadrado (km^2) como unidades de medida de superfície.

A área da figura abaixo é 8 centímetros quadrados.



LUIZ RUBIO

A unidade de área utilizada foi o centímetro quadrado (cm^2). O centímetro quadrado corresponde à medida da superfície de um quadrado de lados medindo 1 centímetro.



A área do estado do Rio Grande do Sul é de, aproximadamente, 281 731 km^2. O quilômetro quadrado é a medida que corresponde à superfície de um quadrado com 1 km de lado.

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL

Elaborado a partir de: Graça Maria Lemos Ferreira. *Atlas Geográfico*: espaço mundial. 4. ed. São Paulo: Moderna, 2013. p. 161.

Além da unidade padrão de área (o metro quadrado), há seus múltiplos e submúltiplos.

Observe, no quadro abaixo, os múltiplos e submúltiplos do metro quadrado que fazem parte do SI.

Quadro de unidades de área

	Múltiplos			Unidade padrão	Submúltiplos		
Unidade	quilômetro quadrado	hectômetro quadrado	decâmetro quadrado	**metro quadrado**	decímetro quadrado	centímetro quadrado	milímetro quadrado
Símbolo	km^2	hm^2	dam^2	**m^2**	dm^2	cm^2	mm^2
Relação com o metro quadrado	1 000 000 m^2	10 000 m^2	100 m^2	**1 m^2**	0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000001 m^2

O decâmetro quadrado, o hectômetro quadrado e o quilômetro quadrado são utilizados para medir grandes superfícies; já o decímetro quadrado, o centímetro quadrado e o milímetro quadrado são usados na medição de pequenas superfícies.

Observação

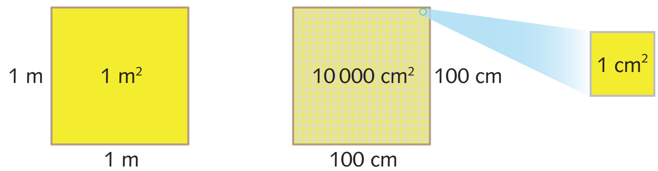
Cada unidade de área equivale a 100 vezes a unidade imediatamente inferior.

Exemplos

- 1 dam^2 = 100 m^2
- 1 cm^2 = 100 mm^2

Conversão de unidades

Observe os quadrados de mesma área ilustrados abaixo.



LUIZ RUBIO

Como 1 metro é o mesmo que 100 centímetros, podemos dividir um quadrado com lados de 1 metro em 10 000 quadradinhos de 1 centímetro quadrado de área. Então:

$$1\ m^2 = 10\,000\ cm^2$$

Assim, para converter uma medida expressa em metro quadrado para centímetro quadrado, multiplicamos essa medida por 10 000; já para converter uma medida expressa em centímetro quadrado para metro quadrado, dividimos essa medida por 10 000.

Exemplos

- Transforme 5,6 m^2 em cm^2.
  5,6 m^2 = 56 000 cm^2 $(5{,}6 \times 10\,000 = 56\,000)$
- Transforme 4 200 cm^2 em m^2.
  4 200 cm^2 = 0,42 m^2 $(4\,200 : 10\,000 = 0{,}42)$

Aproveite o texto do boxe *Lendo e aprendendo* para reforçar o conceito de superfície (superfície da lagoa) e de área (área de 2,4 km^2). Vale a pena estimular a comparação com um terreno retangular de 1,5 km de comprimento por 1,6 km de largura.

Lendo e aprendendo

A lagoa Rodrigo de Freitas

Com 2,4 km^2 de medida de superfície, a lagoa Rodrigo de Freitas é cercada por vários bairros cariocas (Lagoa, Ipanema, Leblon, Gávea e Jardim Botânico), emoldurada por montanhas e abraçada pelo Cristo Redentor.

DANNY LEHMAN/CORBIS/LATINSTOCK

Lagoa Rodrigo de Freitas, Rio de Janeiro (RJ).

Em seu entorno há um estádio de remo (Estádio de Remo da Lagoa), uma ciclovia pavimentada, com 7,5 km de extensão, diversos equipamentos de lazer e quiosques de alimentação, que oferecem itens da gastronomia regional e internacional. É o maior centro gastronômico ao ar livre da América Latina, distribuído em uma área de 204 000 m^2.

Por tudo o que oferece – incluindo um magnífico pôr do sol –, a lagoa Rodrigo de Freitas é sempre muito procurada por moradores da cidade e turistas.

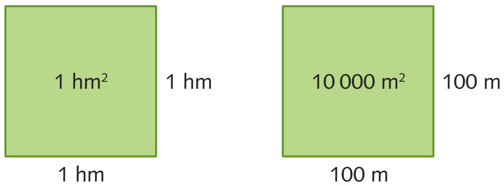
Medidas agrárias

Leia o texto com os alunos, demonstrando a utilização da medida agrária hectare. Este é um momento oportuno para ressaltar a importância da preservação de parques e áreas de proteção ambiental.

Júlio contou para seu sobrinho que possuía uma fazenda de 76 hectares no norte de Goiás. Você sabe o que significa **hectare**?

As figuras abaixo representam um terreno de forma quadrada com lado de 1 hm (ou 100 m) e área de 1 hm^2 (hectômetro quadrado), que corresponde a 1 **hectare** (ha).

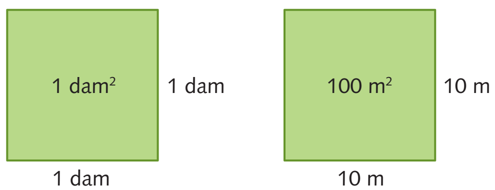
Pergunte aos alunos: “A fazenda citada acima, de 76 hectares, tem área de quantos metros quadrados?”. (Resposta: 760 000 m^2)



$$1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2 = 10\,000 \text{ m}^2$$

LUIZ RUBIO

Já as figuras abaixo representam um terreno de forma quadrada com lado de 1 dam (ou 10 m) e área de 1 dam^2 (decâmetro quadrado), que corresponde a 1 **are** (a).



$$1 \text{ a} = 1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2$$

O hectare e o are são medidas agrárias usadas para calcular a extensão da superfície de campos, plantações, pastos, sítios, fazendas etc. Há ainda uma medida agrária chamada **centiare** (ca), que corresponde a 1 m^2.

$$1 \text{ ca} = 1 \text{ m}^2$$

Observação

Em alguns estados brasileiros, também é usada outra unidade de medida agrária, o **alqueire**, cujo valor é variável. Veja alguns exemplos:

- alqueire paulista: 24 200 m^2
- alqueire mineiro: 48 400 m^2
- alqueire do norte: 27 225 m^2

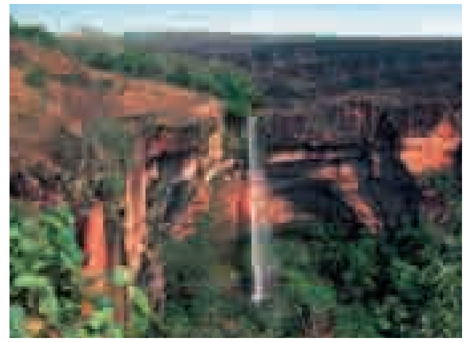
Pergunte aos alunos: “Qual é a área, em quilômetro quadrado, do Parque Nacional da Chapada dos Guimarães?”. (Resposta: 326,3 km²)

Lendo e aprendendo

Reserva de 25 milhões de hectares

O Parque Nacional da Chapada dos Guimarães localiza-se na porção centro-sul do estado do Mato Grosso e abrange áreas dos municípios de Cuiabá e de Chapada dos Guimarães, ocupando uma área de 32 630 ha.

O parque faz parte da Reserva da Biosfera do Pantanal, área com mais de 25 milhões de hectares que engloba parte dos estados de Mato Grosso, Mato Grosso do Sul e Goiás.

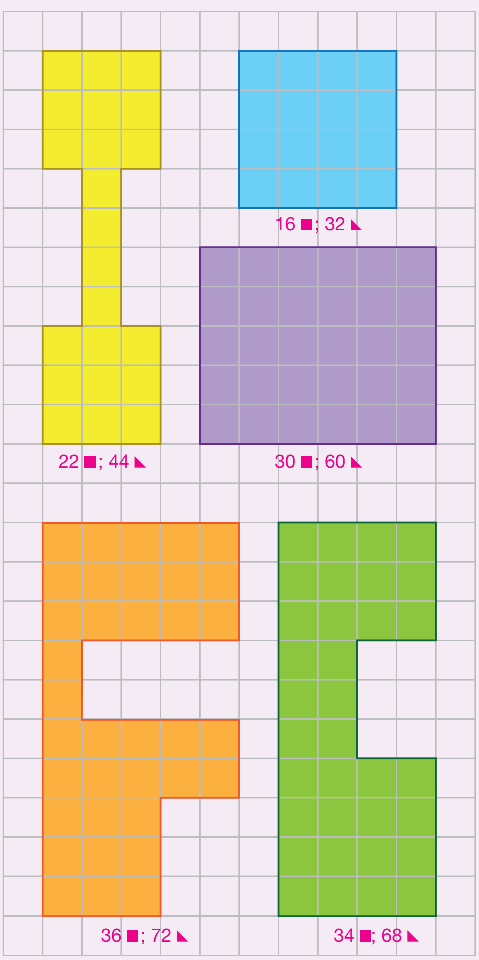

RACHEL CANTO/OPÇÃO BRASIL IMAGENS

Cachoeira Véu de Noiva, no Parque Nacional da Chapada dos Guimarães (MT), em 2004.

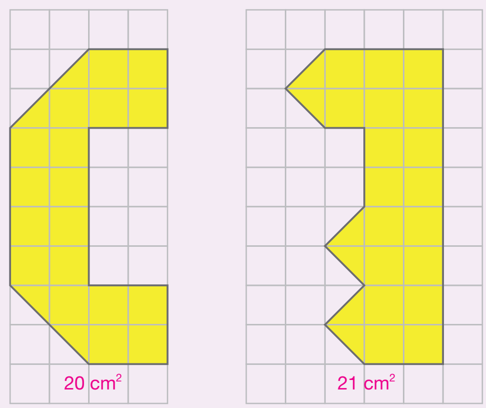
ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

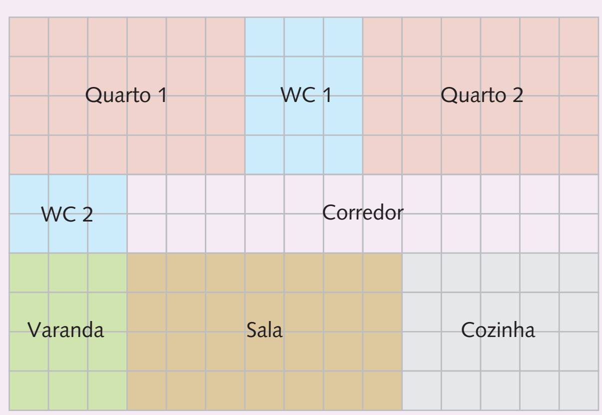
1 No caderno, determine a área de cada figura considerando o □ e o ◺ as unidades de área.



2 Se a área de 1 □ é 1 cm², determine, no caderno, a área das figuras abaixo.



3 Observe a planta de um apartamento. Sabendo que um □ corresponde a 1 m², determine no caderno a área de cada ambiente.



LUIZ RUBIO

quarto 1: 24 m²; quarto 2: 24 m²; WC 1: 12 m²; WC 2: 6 m²; corredor: 24 m²; varanda: 12 m²; sala: 28 m²; cozinha: 20 m²

4 No caderno, substitua cada ■ pelo número adequado.

a) $5\ m^2 = ■\ cm^2$ 50 000

b) $8{,}76\ m^2 = ■\ cm^2$ 87 600

c) $3\,000\ cm^2 = ■\ m^2$ 0,3

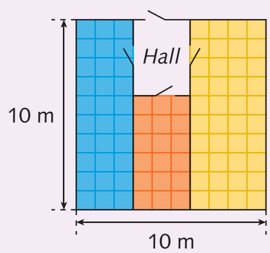
d) $15\,400\ cm^2 = ■\ m^2$ 1,54

e) $0{,}35\ m^2 = ■\ cm^2$ 3 500

f) $50\,000\ cm^2 = ■\ m^2$ 5

5 Um operário está pintando uma parede de $12{,}5\ m^2$. Sabendo que ele já pintou $34\,500\ cm^2$, expresse, em metro quadrado, a área que falta pintar. $9{,}05\ m^2$

6 Um galpão é formado por um *hall* e três depósitos, como mostra a figura ao lado.



LUIZ RUBIO

Determine a área de cada quadradinho da figura, em metro quadrado, sabendo que o *hall* tem $12\ m^2$. Determine a área de cada um dos depósitos, em metro quadrado.

quadradinho: $1\ m^2$; depósito azul: $30\ m^2$; depósito laranja: $18\ m^2$; depósito amarelo: $40\ m^2$

7 No caderno, substitua cada ■ pelo número adequado.

a) $15\ ha = ■\ m^2$ 150 000

b) $5\ a = ■\ m^2$ 500

c) $12\ ca = ■\ m^2$ 12

d) 8 alqueires paulistas $= ■\ m^2$ 193 600

e) $484\,000\ m^2 = ■$ alqueires mineiros 10

f) $16\,000\ m^2 = ■\ ha$ 1,6

8 Luciano comprou um sítio de 25 ha. Ele reservou $12\,000\ m^2$ para a administração do sítio e a área restante para o plantio. Qual é a área, em metro quadrado, reservada para o plantio? $238\,000\ m^2$

9 Quantos alqueires do norte tem uma fazenda de 1 089 ha? 400 alqueires do norte

10 Luís comprou 10 alqueires paulistas de terra. Depois vendeu 60% da área. Com quantos metros quadrados ele ficou? $96\,800\ m^2$

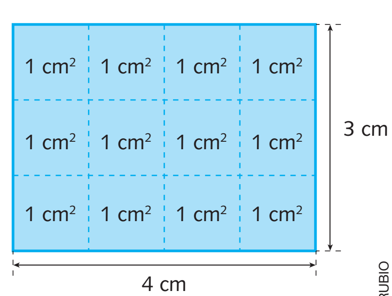
11 Um terreno tem 100 ha. Uma plantação de café ocupa $\frac{2}{5}$ do terreno. Quantos metros quadrados correspondem à plantação? $400\,000\ m^2$

2 Área do retângulo e área do quadrado

Área do retângulo

Considere um retângulo com 4 cm de medida da base e 3 cm de medida da altura.

Vamos considerar como unidade de medida um quadrado de 1 cm de lado, cuja medida da superfície corresponde a $1\ cm^2$. Veja na figura ao lado que esse quadrado "cabe" exatamente 12 vezes no retângulo.



LUIZ RUBIO

Assim, verificamos que o retângulo tem $12\ cm^2$ de área.

A medida dessa superfície também pode ser obtida assim:

$$\text{Área} = (4 \cdot 3)\ cm^2$$
$$\text{Área} = 12\ cm^2$$

Logo, para um retângulo de medida da base *b* e medida da altura *h*, podemos escrever:

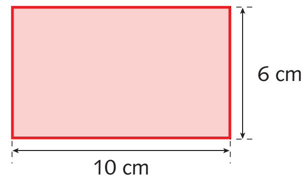
$$A_{\text{retângulo}} = b \cdot h$$

área do retângulo — $A_{\text{retângulo}}$; medida da base — b; medida da altura — h

Exemplo

Determine a área de um retângulo com base de 10 cm e altura de 6 cm.

$A_{\text{retângulo}} = b \cdot h = (10 \cdot 6)\ \text{cm}^2 = 60\ \text{cm}^2$



Área do quadrado

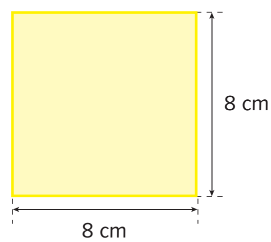
O quadrado é um caso particular de retângulo, cujos lados têm a mesma medida. Assim, para um quadrado de medida de lado ℓ, temos:

$$A_{\text{quadrado}} = \ell \cdot \ell = \ell^2$$

Exemplo

Determine a área de um quadrado cuja medida do lado é 8 cm.

$A_{\text{quadrado}} = \ell^2 = (8)^2\ \text{cm}^2 = 64\ \text{cm}^2$



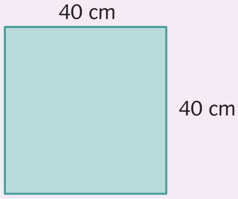
LUIZ RUBIO

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

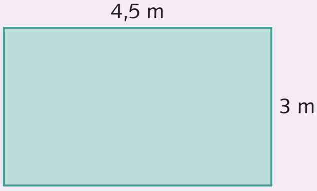
1 Calcule a área das figuras.

a)



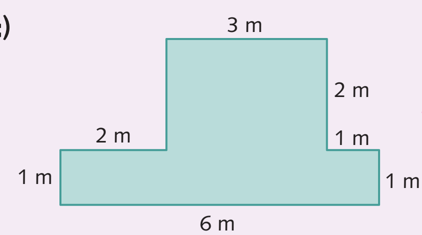
1 600 cm^2

b)



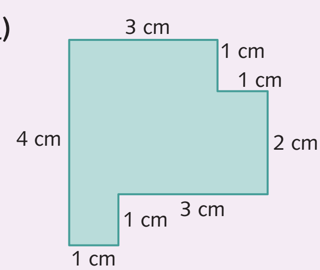
13,5 m^2

c)



12 m^2

d)



12 cm^2

LUIZ RUBIO

2 No caderno, calcule a área de um retângulo de 20 cm de comprimento por 8 cm de largura. $160\ cm^2$

3 Calcule a área de um azulejo quadrado com 20 cm de medida de lado. $400\ cm^2$

4 Jonas comprou um terreno de forma retangular tendo 24 metros de medida de frente e 15 metros de medida de lateral. Qual é a área do terreno que Jonas comprou? $360\ cm^2$

5 Um pedreiro construiu um muro de 30 m de comprimento por 1,6 m de altura. Sabendo que, em média, são utilizados 25 tijolos por metro quadrado, responda: quantos tijolos, no mínimo, ele utilizou nessa construção? 1 200

6 Observe a figura e responda às questões no caderno.

a) Qual é a medida do lado desse quadrado, em metro? E em decímetro? 10 m; 100 dm

b) Qual é a área desse quadrado, em decâmetro quadrado, em metro quadrado e em decímetro quadrado? $1\ dam^2$; $100\ m^2$; $10\,000\ dm^2$

c) De acordo com os resultados encontrados no item **b**, responda: como você converteria uma medida em decâmetro quadrado para metro quadrado? E como você converteria uma medida em decímetro quadrado para metro quadrado? Multiplicaria por 100; dividiria por 100.

7 Um quarto de 4 m de comprimento e 3 m de largura vai ser revestido com peças de cerâmica de forma quadrada com 20 cm de medida de lado.

a) Qual é a área, em metro quadrado, do piso do quarto? $12\ m^2$

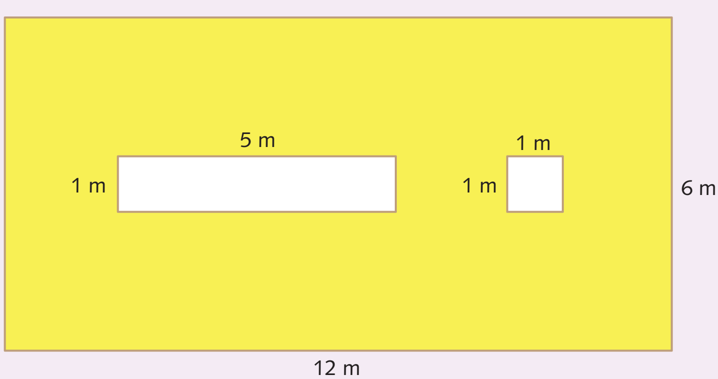
b) Qual é a área, em centímetro quadrado, de cada peça de cerâmica? $400\ cm^2$

c) Quantas peças de cerâmica, no mínimo, serão necessárias para revestir o piso desse quarto? 300 peças de cerâmica

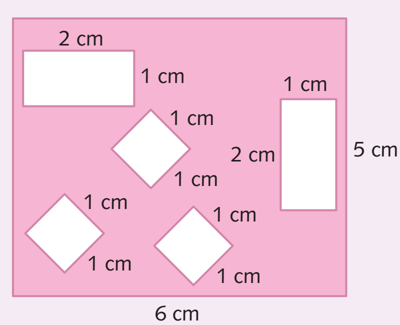
8 Em cada andar de um prédio de 12 andares há três janelas de vidro fumê. Sabendo que cada janela tem 350 cm de comprimento por 120 cm de largura, responda: quantos metros quadrados de vidro fumê foram utilizados nesse prédio? $151{,}20\ m^2$

9 Calcule a área da parte colorida de cada figura.

a) $66\ m^2$



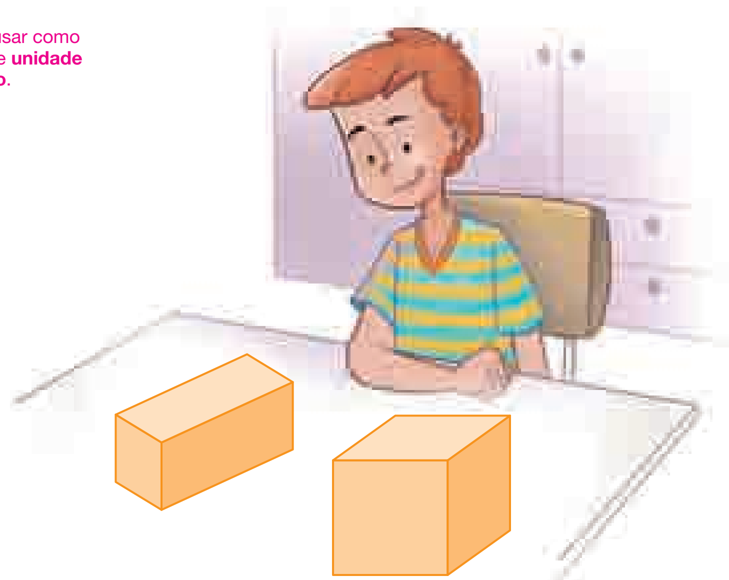
b) $23\ cm^2$



3 Metro cúbico

Paulo tem dois blocos coloridos em seu quarto. Veja:

Diga aos alunos que podemos usar como sinônimos **unidade de volume** e **unidade de medida de espaço ocupado**.

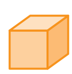


GEORGE TUTUMI

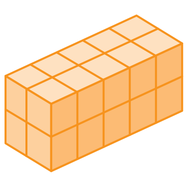
LUIZ RUBIO

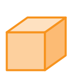
Esses blocos ocupam espaço. A medida do espaço que cada um dos blocos ocupa é chamada de **volume** do bloco.

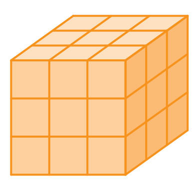
Para calcular o volume de um corpo, ou seja, calcular a medida do espaço que ele ocupa, devemos considerar uma unidade de volume e contar quantas vezes essa unidade cabe em seu interior. Assim, tomando como unidade de volume o , podemos calcular o volume dos dois blocos.

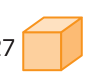


unidade de volume



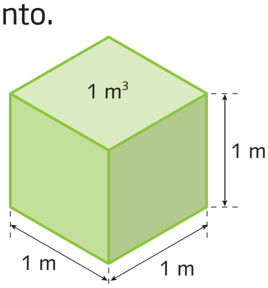
O volume desse bloco é 20 .



O volume desse bloco é 27 .

LUIZ RUBIO

Podemos utilizar outras unidades de volume. No Sistema Internacional de Unidades, a unidade padrão de volume é o **metro cúbico** (m^3), que corresponde ao espaço ocupado por um cubo com arestas de 1 metro de comprimento.



1 metro cúbico

Além do metro cúbico (unidade padrão de volume), há seus múltiplos e submúltiplos.

Observe, no quadro abaixo, os múltiplos e submúltiplos do metro cúbico que fazem parte do SI.

	Quadro de unidades de volume						
	Múltiplos			Unidade padrão	Submúltiplos		
Unidade	quilômetro cúbico	hectômetro cúbico	decâmetro cúbico	**metro cúbico**	decímetro cúbico	centímetro cúbico	milímetro cúbico
Símbolo	km^3	hm^3	dam^3	$\mathbf{m^3}$	dm^3	cm^3	mm^3
Relação com o metro cúbico	$1\,000\,000\,000\ m^3$	$1\,000\,000\ m^3$	$1\,000\ m^3$	$\mathbf{1\ m^3}$	$0{,}001\ m^3$	$0{,}000001\ m^3$	$0{,}000000001\ m^3$

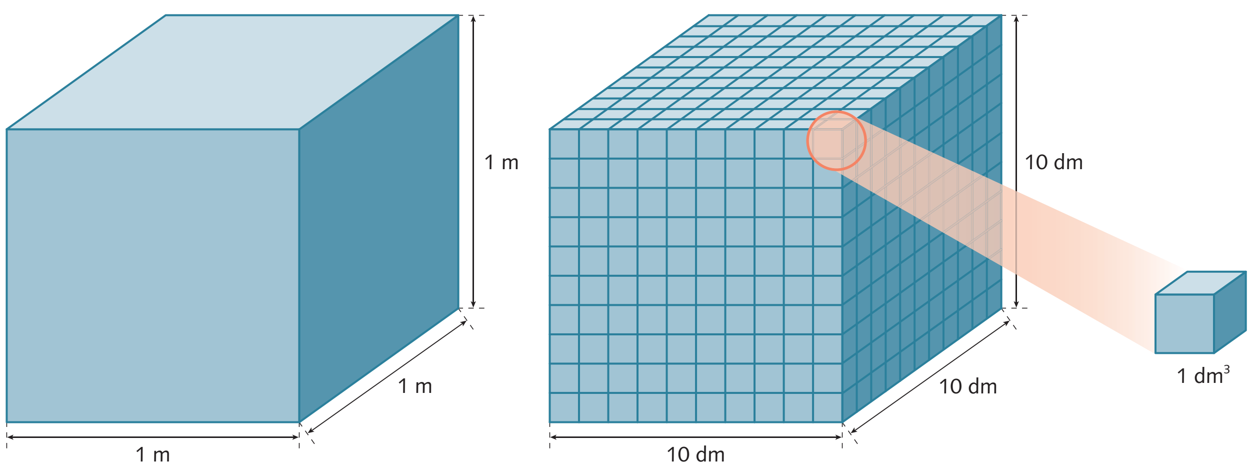
Cada unidade de volume equivale a 1 000 vezes a unidade imediatamente inferior.

Exemplos

- $1\ dam^3 = 1\,000\ m^3$
- $1\ m^3 = 1\,000\ dm^3$

Conversão de unidades

Observe os cubos de mesmo volume ilustrados abaixo.



LUIZ RUBIO

Como 1 metro é o mesmo que 10 decímetros, podemos dividir um cubo com arestas de 1 metro em 1 000 cubinhos de 1 decímetro cúbico de volume. Então:

$$\boxed{1\ m^3 = 1\,000\ dm^3}$$

Assim, para converter uma medida expressa em metro cúbico para decímetro cúbico, multiplicamos essa medida por 1 000; já para converter uma medida expressa em decímetro cúbico para metro cúbico, dividimos essa medida por 1 000.

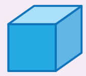
Exemplos

- Transforme $3{,}2\ m^3$ em dm^3.
  $3{,}2\ m^3 = 3\,200\ dm^3$ $(3{,}2 \times 1\,000 = 3\,200)$
- Transforme $5\,680\ dm^3$ em m^3.
  $5\,680\ dm^3 = 5{,}68\ m^3$ $(5\,680 : 1\,000 = 5{,}68)$

ATIVIDADES

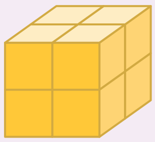
Faça as atividades no caderno.

1 Utilizando o como unidade de volume, calcule e registre o volume dos blocos abaixo.

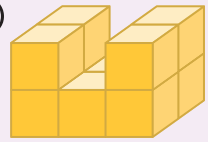


unidade de volume

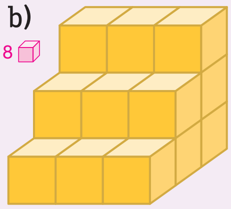
a) 8



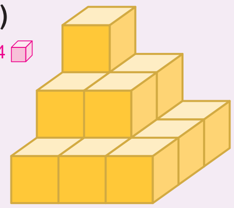
c) 10



b) 18

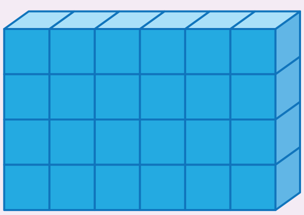


d) 14



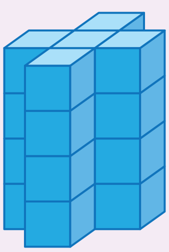
2 Qual desses blocos tem o maior volume?

a)



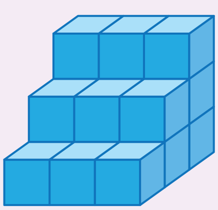
24 ■

b)



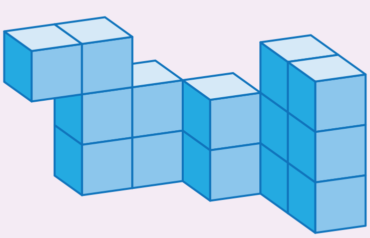
20 ■

c)



18 ■

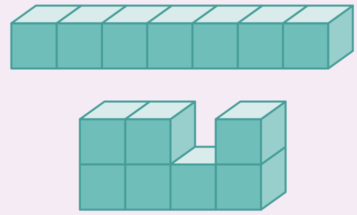
d)



14 ■

Logo, o bloco do item **a** tem maior volume.

3 Os dois blocos abaixo têm o mesmo volume, mas formas diferentes.



No caderno, explique por que isso ocorre e, depois, desenhe um terceiro bloco com outra forma e o mesmo volume dos anteriores.

4 Copie no caderno os itens abaixo substituindo cada ■ pelo número adequado.

a) $18\ m^3 = ■\ dm^3$ 18 000

b) $6\,500\ dm^3 = ■\ m^3$ 6,5

c) $750\ dm^3 = ■\ m^3$ 0,75

d) $0{,}84\ m^3 = ■\ dm^3$ 840

e) $3{,}15\ m^3 = ■\ dm^3$ 3 150

f) $0{,}0084372\ m^3 = ■\ cm^3$ 8 437,2

5 Um caminhão transporta dois blocos de pedra: um com $400\ dm^3$ de volume e outro com $0{,}38\ m^3$. Qual é a diferença de volume dos dois blocos, em metro cúbico? $0{,}02\ m^3$

6 O hidrômetro é o instrumento utilizado para medir o consumo de água. A unidade de medida utilizada pelo hidrômetro é o metro cúbico (m^3).

Em outubro, no momento da leitura, um hidrômetro registrava $2\,850\ m^3$. No mês seguinte, na nova leitura, ele registrava $3\,480\ m^3$. Qual foi o consumo, em decímetro cúbico, nesse período? $630\,000\ dm^3$

4 Volume do paralelepípedo e do cubo

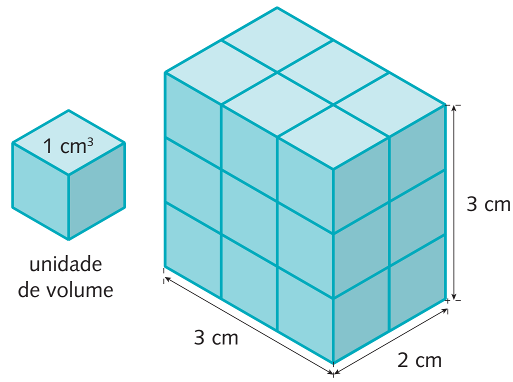
Observe como determinar o volume do paralelepípedo e do cubo.

Volume do paralelepípedo

O paralelepípedo ao lado tem 3 cm de comprimento, 2 cm de largura e 3 cm de altura.

Para determinar o volume desse paralelepípedo, utilizamos como unidade de volume um cubo com aresta de medida 1 cm, cujo volume é 1 cm^3.

O cubo "cabe" exatamente 18 vezes no paralelepípedo. Observe a figura ao lado.



Assim, verificamos que o volume desse paralelepípedo é 18 cm^3. Esse volume também pode ser calculado assim:

$$\text{volume} = (3 \cdot 2 \cdot 3)\ cm^3 = 18\ cm^3$$

Assim, para um paralelepípedo com comprimento c, largura ℓ e altura h, temos:

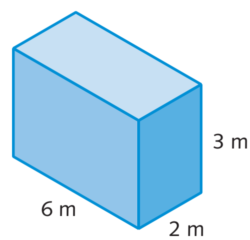
$$V_{\text{paralelepípedo}} = c \cdot \ell \cdot h$$

volume do paralelepípedo — comprimento — largura — altura

Exemplo

Determine o volume de um paralelepípedo que tem 6 m de comprimento, 2 m de largura e 3 m de altura.

$V_{\text{paralelepípedo}} = c \cdot \ell \cdot h = (6 \cdot 2 \cdot 3)\ m^3 = 36\ m^3$



Volume do cubo

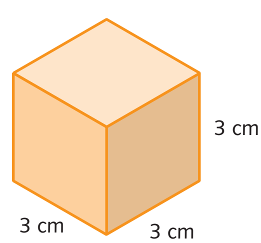
O cubo é um caso particular de paralelepípedo, pois tem todas as arestas com a mesma medida. Assim, para um cubo cuja medida da aresta é a, temos:

$$V_{\text{cubo}} = a \cdot a \cdot a = a^3$$

Exemplo

Determine o volume de um cubo cuja medida da aresta é 3 cm.

$V_{\text{cubo}} = a^3 = (3)^3\ cm^3 = 27\ cm^3$



ATIVIDADES

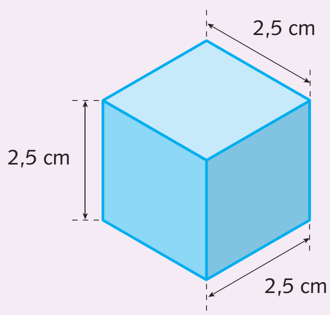
Faça as atividades no caderno.

1 Determine o volume de um cubo com 6 m de aresta. $216\ m^3$

2 Quantos decímetros cúbicos há em uma caixa-d'água de forma cúbica com aresta de 0,4 m? $64\ dm^3$

3 Quantos cubinhos com aresta medindo 2 cm "cabem" em um cubo cuja aresta mede 20 cm? 1 000 cubinhos

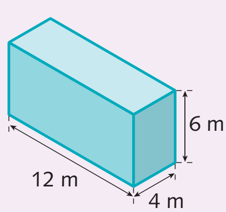
4 Determine, no caderno, o volume do sólido abaixo. $15{,}625\ cm^3$



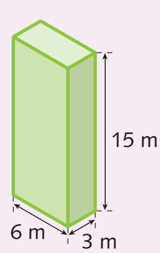
5 Determine o volume de um bloco com 10 m de comprimento, 8,5 m de largura e 2,4 m de altura. $204\ m^3$

6 Determine, no caderno, o volume dos sólidos.

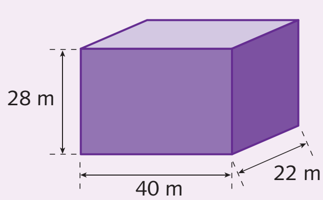
a) $288\ m^3$



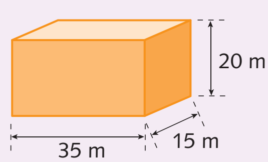
b) $270\ m^3$



c) $24\,640\ m^3$

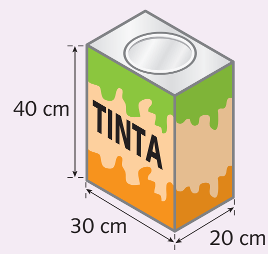


d) $10\,500\ m^3$



7 Determine o volume de uma caixa com 5 cm de comprimento, 3,5 cm de largura e 1,6 cm de altura. $28\ cm^3$

8 Qual é o volume, em metro cúbico, desta lata de tinta? $0{,}024\ m^3$



9 Um tanque tem $828\ m^3$ de volume, 8 m de largura e 11,5 m de altura. Qual é a medida do comprimento do tanque? 9 m

10 Lucas comprou uma bola de 24 cm de diâmetro para presentear o sobrinho. Que volume deve ter a menor caixa de presente, de forma cúbica, para embalar a bola?
$13\,824\ cm^3$

11 Junte-se a um colega para resolver a situação a seguir.

Raquel viu que o hidrômetro de sua casa, no mês de março, marcava $468\ m^3$.

No mês seguinte, ela verificou de novo o hidrômetro, que dessa vez marcava $494\ m^3$.

a) Qual foi o consumo de água, em metro cúbico, na casa de Raquel? $26\ m^3$

b) Sabendo que $1\ dm^3$ corresponde a 1 litro, quantos litros de água Raquel consumiu? 26 000 litros

c) Pesquisem na cidade em que vocês moram a tarifa cobrada pela água e verifiquem quanto Raquel pagaria se morasse na mesma cidade que vocês. Resposta pessoal.

11. b) Explique aos alunos que o volume $1\ dm^3$ corresponde a 1 litro porque um recipiente de forma cúbica com arestas de 1 dm (ou 10 cm) poderia ser preenchido totalmente com exatamente 1 litro de água. Esse assunto será estudado em detalhes no próximo capítulo.

LUIZ RUBIO

LUIZ RUBIO

GEORGE TUTUMI

GEORGE TUTUMI

Resolvendo em equipe

Faça as atividades no caderno.

(OBM) Uma lata de tinta, com a forma de um paralelepípedo retangular reto, tem as dimensões, em centímetros, mostradas na figura.

Será produzida uma nova lata, com os mesmos formato e volume, de tal modo que as dimensões de sua base sejam 25% maiores que as da lata atual.

Para obter a altura da nova lata, a altura da lata atual deve ser reduzida em

a) 14,4%
b) 20,0%
c) 32,0%
d) 36,0%
e) 64,0%

GEORGE TUTUMI

Interpretação e identificação dos dados

- Analise o enunciado e responda: a lata de tinta tem o formato de qual sólido geométrico? paralelepípedo
- Como é feito o cálculo do volume desse sólido? volume = comprimento · altura · largura
- 25% correspondem a que fração irredutível? $\frac{1}{4}$

Plano de resolução

- Calcule o volume do paralelepípedo da figura. $V = (40 \cdot 24 \cdot 24)\ cm^3 = 23\,040\ cm^3$
- Calcule a medida da base da nova embalagem. Medida da base: $(24 \cdot \frac{1}{4} + 24)$ cm $= (6 + 24)$ cm $= 30$ cm
- Considerando as informações encontradas nos itens anteriores, elabore um esquema que represente um possível processo de resolução do problema. Resposta pessoal.

Resolução

- Junte-se a um colega.
- Cada integrante da dupla deverá apresentar seu plano de resolução ao outro.
- Discutam as estratégias que cada integrante desenvolveu e, em seguida, partam para a execução do processo de resolução. Exemplo de resolução: Se as medidas da base passaram a 30 cm e o volume se manteve, $23\,040 = 30 \cdot 30 \cdot h$, em que h é a nova altura do paralelepípedo. Assim, $h = 25{,}6$ cm. A altura sofrerá uma redução de 14,4 cm, o que representa 36% de 40 cm ($14{,}4 : 40 = 0{,}36$).

<u>Observação</u>

Resolvam o problema juntos, mas façam o registro individual no caderno.

Verificação

- Releiam o problema e verifiquem se todas as condições do enunciado foram satisfeitas.

Análise da situação

- Calculem a área total da superfície da lata de tinta original e da nova lata. Em seguida, indiquem a lata que gera maior gasto de material para ser confeccionada.
A superfície da lata original apresenta $4\,992\ cm^2$ de área, enquanto a da nova lata terá $4\,872\ cm^2$. Assim, é necessário mais material para confeccionar a lata original.

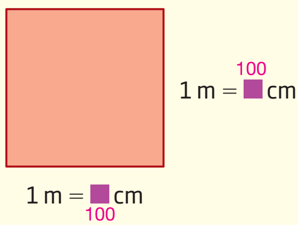
Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Faça as atividades no caderno.

Revisitando

1 Copie as informações abaixo substituindo cada ■ pelo valor adequado, de acordo com a unidade de medida indicada em cada caso.

a)

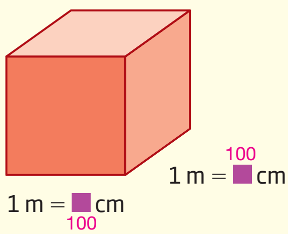


$1\ m^2 = (\blacksquare \times \blacksquare)\ cm^2$ 100; 100

$1\ m^2 = \blacksquare\ cm^2$ 10 000

LUIZ RUBIO

b)



$1\ m^3 = (\blacksquare \times \blacksquare \times \blacksquare)\ cm^3$ 100; 100; 100

$1\ m^3 = \blacksquare\ cm^3$ 1 000 000

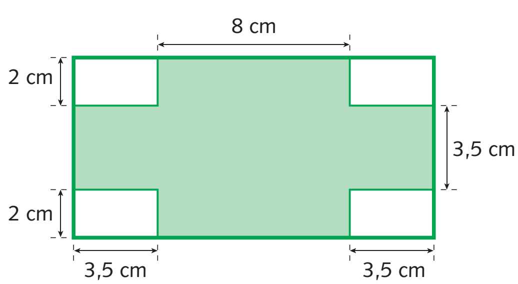
2 Qual é a função das medidas agrárias? São usadas para calcular a extensão de medidas de campos, plantações, pastos, sítios, fazendas etc.

3 Explique como devemos calcular a área de um retângulo. Devemos multiplicar a medida da base pela medida da altura.

4 O que é o volume de um corpo? É a medida do espaço que ele ocupa.

Aplicando

1 Calcule a área da região pintada de verde na figura. $84{,}5\ cm^2$



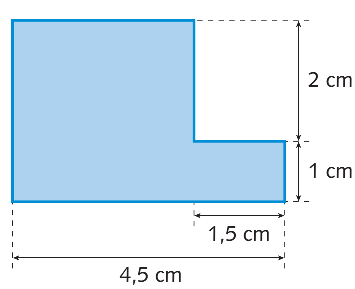
LUIZ RUBIO

2 Um terreno tem 8,4 hm de frente por 2,4 hm de fundo. Quantos hectares possui esse terreno? 20,16 ha

3 Uma sala retangular mede 16 m de comprimento por 6 m de largura. Calcule quantas dúzias de mosaicos quadrados de 20 cm de lado são necessárias para ladrilhar a sala. 200 dúzias

4 Qual é a área de um quadrado que tem 60 m de perímetro? $225\ m^2$

5 Determine a área da figura. $10{,}5\ cm^2$

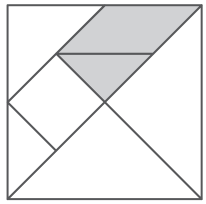


LUIZ RUBIO

DESAFIO

Um negociante comprou uma fazenda de 27,5 ha por R$ 5 000,00 o hectare. Por quanto ele deve revender a fazenda para ter um lucro de R$ 600,00 em cada hectômetro quadrado? R$ 154 000,00

6 **(Obmep)** A figura a seguir representa um tangram, quebra-cabeças chinês formado por 5 triângulos, 1 paralelogramo e 1 quadrado. Sabendo que a área do tangram a seguir é 64 cm^2, qual é a área, em cm^2, da região sombreada?

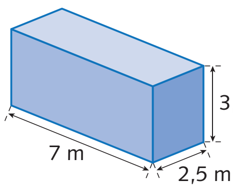


a) 7,6
b) 8
c) 10,6
d) 12
e) 21,3

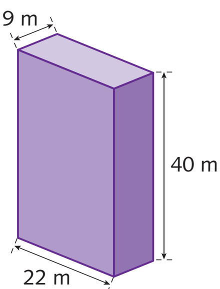
alternativa d

7 Determine o volume dos sólidos.

a) $61{,}25\ m^2$



b) $7\,920\ m^2$



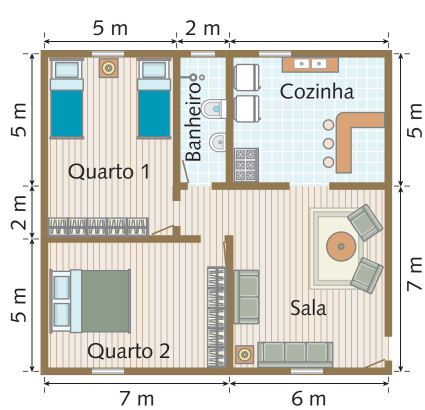
LUIZ RUBIO

8 As paredes de um banheiro têm 24 m^2 de área. A porta do banheiro mede 2 m de altura por 0,5 m de largura. Calcule a quantidade de azulejos de 100 cm^2 de área que são necessários para o revestimento dessas paredes. 2 300 azulejos

9 Um retângulo tem 16 m de comprimento e 9 m de largura. Determine a medida do lado de um quadrado que tem a área igual à desse retângulo. 12 m

10 Quantos centímetros quadrados de papelão são necessários para fabricar uma caixa de 10 cm de altura por 15 cm de largura por 20 cm comprimento? $1\,300\ cm^2$

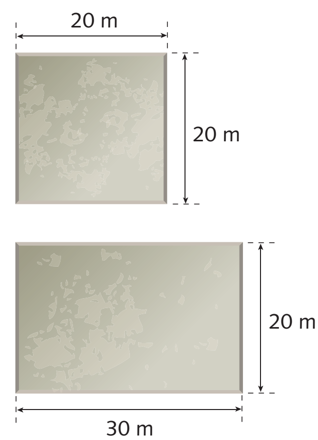
11 Observe a planta baixa de um apartamento e responda às questões em seu caderno.



LUIZ RUBIO

a) Qual é a área total do apartamento (AP)? $156\ m^2$
b) Qual é a área do quarto 1 ($Q1$)? $35\ m^2$
c) Qual é a área do quarto 2 ($Q2$)? $35\ m^2$
d) Qual é a área do banheiro (B)? $10\ m^2$
e) Qual é a área da cozinha (C)? $30\ m^2$
f) Qual é a área da sala (S)? $42\ m^2$
g) Por que a área ($Q1 + Q2 + B + C + S$) é menor que a área (AP)? Porque não foi considerada a área de circulação, que corresponde a 4 m^2.

12 Dois salões, A e B, cada um com área de 180 m^2, foram revestidos com pisos cerâmicos de 20 cm de comprimento por 20 cm de largura (salão A) e 20 cm de comprimento por 30 cm de largura (salão B). Quantas unidades de piso foram utilizadas a mais no salão A? 1 500



GEORGE TUTUMI

13 Para ladrilhar o piso de uma sala de formato retangular e medidas 6,4 m por 9,6 m, foram comprados ladrilhos quadrados de 20 cm de lado.

a) Quantos ladrilhos foram usados? 1 536 ladrilhos
b) Quanto foi gasto, se o metro quadrado de ladrilho custou R$ 20,00? R$ 1 228,80

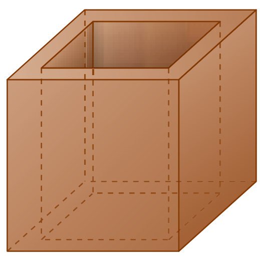
14 **(Enem)** Uma fábrica produz barras de chocolates no formato de paralelepípedos e de cubos, com o mesmo volume. As arestas da barra de chocolate no formato de paralelepípedo medem 3 cm de largura, 18 cm de comprimento e 4 cm de espessura.
Analisando as características das figuras geométricas descritas, a medida das arestas dos chocolates que têm o formato de cubo é igual a: alternativa b

a) 5 cm
b) 6 cm
c) 12 cm
d) 24 cm
e) 25 cm

15 Um botijão de gás tem 13,5 m^3 de volume interno ou capacidade. Em uma casa, são consumidos 500 dm^3 de gás por dia. Qual é a duração, em dias, desse botijão? 27 dias

16 **(Enem)** Um porta-lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado a seguir. O cubo de dentro é vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que é interno, mede 8 cm.

LUIZ RUBIO



O volume de madeira utilizado na confecção desse objeto foi de: alternativa d

a) 12 cm^3

b) 64 cm^3

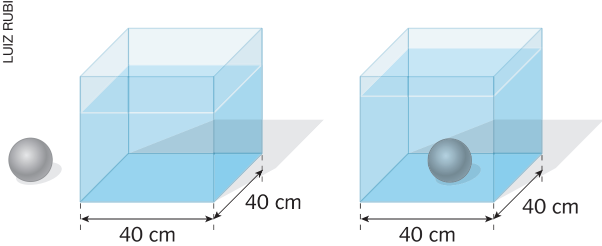
c) 96 cm^3

d) 1 216 cm^3

e) 1 728 cm^3

17 No recipiente abaixo, o nível da água sobe 1,5 cm quando é inserida nele uma esfera metálica. Qual o volume da esfera, em centímetro cúbico? 2 400 cm^3

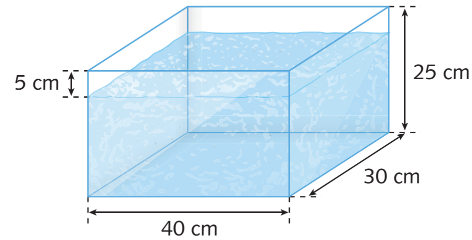
LUIZ RUBIO



DESAFIO

Um paralelepípedo A tem 20 cm de comprimento, 15 cm de largura e 8 cm de altura. Se duplicarmos as medidas das arestas desse paralelepípedo A, vamos obter um paralelepípedo B. Quantas vezes o paralelepípedo A cabe no paralelepípedo B?
8 vezes

18 **(Enem)** Alguns objetos, durante a sua fabricação, necessitam passar por um processo de resfriamento. Para que isso ocorra, uma fábrica utiliza um tanque de resfriamento, como mostrado na figura.



GEORGE TUTUMI

O que aconteceria com o nível da água se colocássemos no tanque um objeto cujo volume fosse de 2 400 cm^3? alternativa c

a) O nível subiria 0,2 cm, fazendo a água ficar com 20,2 cm de altura.

b) O nível subiria 1 cm, fazendo a água ficar com 21 cm de altura.

c) O nível subiria 2 cm, fazendo a água ficar com 22 cm de altura.

d) O nível subiria 8 cm, fazendo a água transbordar.

e) O nível subiria 20 cm, fazendo a água transbordar.

19 Uma caixa de papelão tem dimensões internas de 50 cm de comprimento por 32 cm de largura por 40 cm de altura. Quantas caixinhas de 200 cm^3 podem ser transportadas nessa caixa de papelão? 320 caixinhas

DESAFIO

Uma betoneira transporta 10 m^3 de cimento.

JOLIN/SHUTTERSTOCK

Na primeira obra, foram descarregados 40% desse total. Na segunda obra, 20% do que sobrou. Quantos decímetros cúbicos restaram, finalmente, na betoneira? 4 800 dm^3

CAPÍTULO 12

MEDIDAS DE CAPACIDADE E DE MASSA

JOVAN MANDIC/SHUTTERSTOCK

Neste capítulo, vamos trabalhar com as medidas de capacidade e de massa. Vale a pena deixar bem claro para os alunos o conceito de **capacidade**, bem como a diferença entre **massa** e **peso**.

Ingredientes de boa qualidade e na medida certa são importantes para o bom resultado de uma receita.

É HORA DE OBSERVAR E DISCUTIR

Há várias formas de medir a quantidade de ingredientes necessária para preparar bolos e outros alimentos. Observe os ingredientes de uma receita de pão.

Pão da vovó

Ingredientes	Quantidade
leite de coco	1 vidro
óleo de girassol	150 mililitros
ovos	4 unidades
farinha de trigo	1 xícara (de chá)
fubá	10 colheres (de sopa)
açúcar	$1\frac{1}{2}$ xícara (de chá)
fermento	15 gramas

Algumas quantidades são determinadas por unidades de medida não padronizadas, como *colher* ou *xícara*; outras, por unidade de medida padronizada.

- Quais ingredientes da receita estão indicados com uma unidade de medida padronizada? óleo de girassol e fermento
- Qual é a unidade de medida padronizada mais adequada para medir a quantidade de farinha de trigo da receita? grama
- Compare as quantidades de leite de coco e óleo de girassol da receita. Qual é a maior? Explique. Espera-se que os alunos percebam que não é possível comparar essas quantidades, pois a capacidade do vidro de leite de coco não foi indicada.

TROCANDO IDEIAS

Faça as atividades no caderno.

- O que significa **capacidade de um recipiente**?
- E **massa de um corpo**?

TONY PASMA/SHUTTERSTOCK

O volume de gás no interior do balão corresponde à sua capacidade.

56,7 quilogramas correspondem à massa da garota.

DANA HEINEMANN/SHUTTERSTOCK

TATIANA POPOVA/SHUTTERSTOCK

3 quilogramas correspondem à massa da melancia.

BIORAVEN/SHUTTERSTOCK

O volume do interior de um recipiente que pode ser preenchido, por exemplo, por água corresponde à sua capacidade.

Usamos o termo **capacidade** para definir o volume do interior de um recipiente. **Massa** é uma grandeza: quantidade de matéria em um corpo.

Neste capítulo, vamos estudar as medidas de **capacidade** e de **massa**.

1 Litro

Ao encher um recipiente com líquido, verificamos que ele ocupa toda a forma do recipiente. Por isso, dizemos que a **capacidade** do recipiente corresponde à quantidade de líquido que é necessária para preenchê-lo. Ou seja, a capacidade corresponde ao volume interno de um recipiente. Chamamos de **capacidade** o volume interno de um recipiente.

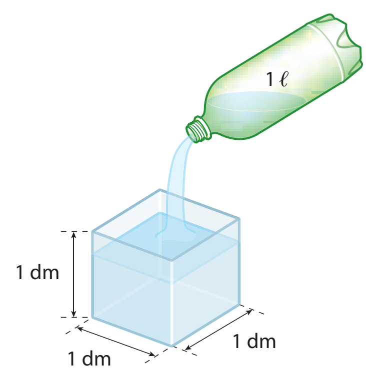
A capacidade dos recipientes de alguns produtos que utilizamos no dia a dia é indicada nos rótulos. Observe estas embalagens de água:

FOTOS: CARLOS LUVIZARI

A unidade padrão de medida de capacidade admitida no SI é o **litro**. A capacidade de um cubo com arestas de medida 1 decímetro (dm) corresponde a 1 litro.

Assim:

$$\boxed{1\,\ell = 1\,dm^3}$$



LUIZ RUBIO

O símbolo do litro pode ser ℓ ou L.

Outra unidade de capacidade muito utilizada é o **mililitro** (mℓ). O mililitro corresponde à milésima parte do litro.

$$\boxed{1\,\ell = 1000\,m\ell}$$

GEORGE TUTUMI

Além da unidade padrão de capacidade, há seus múltiplos e submúltiplos.

Observe, no quadro abaixo, os múltiplos e submúltiplos do litro que fazem parte do SI.

	Quadro de unidades de medida de capacidade						
	Múltiplos			Unidade padrão	Submúltiplos		
Unidade	quilolitro	hectolitro	decalitro	**litro**	decilitro	centilitro	mililitro
Símbolo	kℓ	hℓ	daℓ	**ℓ**	dℓ	cℓ	mℓ
Relação com o litro	1 000 ℓ	100 ℓ	10 ℓ	**1 ℓ**	0,1 ℓ	0,01 ℓ	0,001 ℓ

Observe no quadro de unidades que cada unidade de medida de capacidade equivale a 10 vezes a unidade imediatamente inferior.

Exemplos

- 1 daℓ = 10 ℓ
- 1 ℓ = 10 dℓ

Conversão de unidades

Sabemos que 1 litro corresponde a 1 000 mililitros.

Assim, para converter uma medida expressa em litros para mililitros, multiplicamos essa medida por 1 000; já para converter uma medida expressa em mililitros para litros, dividimos essa medida por 1 000.

Exemplos

- Transforme 3,5 ℓ em mℓ.
  3,5 ℓ = 3 500 mℓ ($3{,}5 \times 1\,000 = 3\,500$)
- Transforme 600 mℓ em ℓ.
  600 mℓ = 0,60 ℓ ($600 : 1\,000 = 0{,}60$)

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Com uma garrafa de 1 litro de água, quantos copinhos de 200 mℓ podemos encher? 5

TARASYUK IGOR/SHUTTERSTOCK

2 Copie, no caderno, os itens abaixo substituindo cada ■ pelo número adequado.

a) 1 ℓ = ■ mℓ 1 000

b) 1,5 ℓ = ■ mℓ 1 500

c) $\frac{1}{2}$ ℓ = ■ mℓ 500

d) $\frac{1}{4}$ ℓ = ■ mℓ 250

3 Qual é a capacidade, em litro, de um recipiente que tem a forma de um cubo com 2 dm de aresta? 8 ℓ

4 Uma torneira com defeito desperdiça 250 mℓ por hora. Quantos litros de água essa torneira desperdiça em uma semana? 42 ℓ

5 Uma caixa-d'água de 600 litros está cheia. Em um fim de semana foram gastos $\frac{7}{12}$ desse volume. Quantos litros de água sobraram na caixa-d'água? 250 ℓ

6 Emília distribuiu o conteúdo de 8 embalagens de 750 mℓ de suco de caju em copos de 200 mℓ. Quantos copos foram utilizados por Emília? 30

Leia o texto com os alunos, ressaltando o uso de medidas de capacidade. Alerte-os para a importância da água em nossa vida e para as formas de evitar desperdícios desse valioso bem.

Lendo e aprendendo

Aprenda a controlar o consumo de água

LUCAS LACAZ RUIZ/FOLHAPRESS

O hidrômetro, instalado em sua casa, é o aparelho utilizado para medir o consumo de água. Registre a leitura do aparelho regularmente. Dessa forma, você poderá conferir sua conta, controlar a água consumida e descobrir possíveis vazamentos. Uma torneira gotejando desperdiça 40 litros por dia. Com um filete de água correndo, o desperdício é de 130 litros por dia.

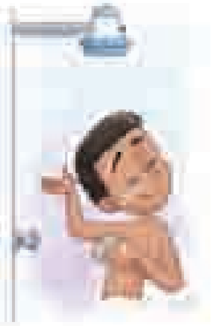
Como economizar água no dia a dia

Mantenha a torneira fechada enquanto escova os dentes. A economia obtida com essa medida é de 11,5 litros (casa) e 79 litros (apartamento).

Comente com os alunos que, devido à pressão da água, o consumo é maior em edifícios e apartamentos.

Use a vassoura para varrer a calçada, não a mangueira, pois o desperdício chega a 279 litros a cada 15 minutos.

Tome banhos de no máximo 5 minutos, mantendo o registro fechado ao se ensaboar. A economia é de 90 litros (casa) e 162 litros (apartamento).



Regue as plantas com um regador ou mangueira com esguicho--revólver, pela manhã ou à noite para evitar a evaporação. A economia é de 96 litros.

Mantenha a torneira fechada ao ensaboar a louça. A economia é de 97 litros (casa) e 223 litros (apartamento). Faça o mesmo quando desfolhar verduras e hortaliças, descascar frutas e legumes, cortar aves, carnes, peixes etc.

Ao lavar roupas no tanque, mantenha a torneira fechada enquanto ensaboa e esfrega a roupa, pois a cada 15 minutos aberta o gasto de água é de 270 litros (o dobro de água gasta em um ciclo completo de lavagem em uma máquina com capacidade de 5 kg).

GEORGE TUTUMI

Dados obtidos em: <http://site.sabesp.com.br/uploads/file/bonus/GUARDIAO_DICAS_A4_CAPITAL_E_INTERIOR_web.pdf>. Acesso em: 25 fev. 2015.

2 Quilograma

Observe as situações a seguir.

GEORGE TUTUMI

Andreia comprou 350 gramas de presunto.

EDUARDO FRANCISCO

Lucas verificou em uma balança que estava com 54 quilogramas.

GEORGE TUTUMI

Pedro comprou um veículo de 1150 quilogramas de massa.

Massa é a quantidade de matéria de um corpo.

O grama (g) e o quilograma (kg) são as unidades mais usadas para medir a massa de um corpo.

A unidade padrão de medida de massa no SI é o **quilograma**. Na prática, porém, usamos o grama como unidade de referência para obter seus múltiplos e submúltiplos.

GEORGE TUTUMI

1 quilograma é o mesmo que 1000 gramas.

1 kg = 1000 g

A milésima parte do grama é o miligrama (mg).

1 mg = 0,001 g

ou

1 g = 1000 mg

Observação

A palavra *grama*, empregada no sentido de "unidade de medida de massa de um corpo", é um substantivo masculino. Por isso, ao escrever e pronunciar essa unidade, seus múltiplos e submúltiplos, devemos fazer a concordância corretamente.

Exemplos

- 2 kg → Lemos: "dois quilogramas".
- 500 mg → Lemos: "quinhentos miligramas".
- 801 g → Lemos: "oitocentos e um gramas".

Lendo e aprendendo

A balança

A balança é o instrumento utilizado para medir a massa de um corpo.
Veja alguns tipos de balança:

ENCIKTAT/SHUTTERSTOCK

balança de cozinha comum

SANAPADH/ALAMY/GLOW IMAGES

balança de cozinha eletrônica

MATHOM/SHUTTERSTOCK

balança pediátrica eletrônica

Observe o quadro abaixo, que apresenta os múltiplos e submúltiplos do grama que fazem parte do SI.

	Quadro de unidades de medida de massa						
	Múltiplos			Unidade de referência	Submúltiplos		
Unidade	quilograma	hectograma	decagrama	**grama**	decigrama	centigrama	miligrama
Símbolo	kg	hg	dag	**g**	dg	cg	mg
Relação com o grama	1 000 g	100 g	10 g	**1 g**	0,1 g	0,01 g	0,001 g

Cada unidade de medida de massa equivale a 10 vezes a unidade imediatamente inferior.

Exemplos

- 1 dag = 10 g
- 1 g = 10 dg

Outras unidades de medida de massa são usadas no dia a dia:

- A arroba (símbolo: @) é utilizada para medir massa de carne bovina e de algodão. Uma arroba equivale a 15 kg.
- A tonelada (símbolo: t é utilizada para medir grandes massas. Uma tonelada equivale a 1 000 kg.
- O quilate é utilizado para medir a massa de metais e de pedras preciosas. Um quilate equivale a 0,2 g.

Conversão de unidades

Sabemos que 1 kg corresponde a 1 000 g.

Assim, para converter em grama uma medida expressa em quilograma, multiplicamos essa medida por 1 000; já para converter em quilograma uma medida expressa em grama, dividimos essa medida por 1 000.

Exemplos

- Transforme 8,5 kg em g.
  8,5 kg = 8 500 g (8,5 × 1 000 = 8 500)
- Transforme 750 g em kg.
  750 g = 0,75 kg (750 : 1 000 = 0,75)

ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

1 Identifique e registre no caderno a massa dos produtos abaixo em quilograma.

JUNIOR ROZZO

açúcar: 1 kg; café: 0,50 kg; feijão: 0,38 kg

2 Indique, no caderno, a melhor unidade para expressar a massa de:

a)  g

VLAD09/SHUTTERSTOCK

b)  kg

TATIANA POPOVA/ SHUTTERSTOCK

c)  t

CEM CANBAY/ AGE FOTOSTOCK/ KEYSTONE BRASIL

3 Uma caminhoneta tem massa igual a 800 quilogramas. Após receber quatro caixas iguais, passa a ter massa igual a uma tonelada. Qual é a massa de cada uma dessas caixas? 50 kg

HYPNOTYPE/SHUTTERSTOCK

4 Copie, no caderno, os itens abaixo substituindo cada ■ pelo número adequado.

a) 104 g = ■ kg 0,104

b) 8,5 g = ■ mg 8 500

c) 1 500 mg = ■ g 1,5

d) 11,4 kg = ■ g 11 400

e) 8,6 t = ■ kg 8 600

f) 15 000 kg = ■ t 15

5 Mariana foi à feira e comprou 4 kg de maçã a R$ 1,60 o quilograma e 3,5 kg de laranja a R$ 0,80 o quilograma. Quanto ela gastou? R$ 9,20

6 Oscar dividiu um queijo de 1 kg em oito partes iguais. Qual é a massa, em grama, de cada uma dessas partes? 125 g

Lembre-se:
Não escreva no livro!

7 Para fazer um bolo são necessários 280 gramas de farinha de trigo. Quantos quilogramas de farinha de trigo são necessários para fazer cinco bolos? 1,4 kg

SEA WAVE/SHUTTERSTOCK

8 Quantos gramas tem um diamante de 26 quilates? 5,2 g

9 Quantos litros há em quinhentos decímetros cúbicos? 500 ℓ

10 A parte interna de um *freezer* horizontal mede: 1,6 m de comprimento, 60 cm de largura e $\frac{1}{2}$ m de altura. Qual é a capacidade do *freezer* em litro? 480 ℓ

EDUARDO FRANCISCO

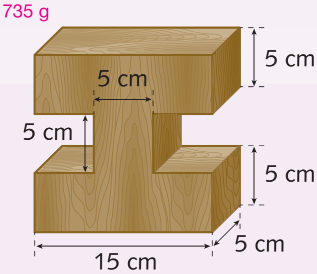
11 Uma vasilha tem capacidade de 20 ℓ e está vazia. Colocam-se 17,5 ℓ e mais uma pedra na vasilha, enchendo-a até a borda. Calcule o volume dessa pedra, em decímetro cúbico. 2,5 dm^3

12 Um petroleiro transporta 60 000 toneladas. Quantos barris de 120 kg podem ser enchidos com o petróleo transportado por esse petroleiro? 500 000 barris

RALF GOSCH/SHUTTERSTOCK

DESAFIO

A peça de madeira tem massa de 0,84 g por centímetro cúbico. Qual é sua massa total? 735 g



LUIZ RUBIO

Lendo e aprendendo

Peso bruto, peso líquido e tara

Veja o significado destas denominações:

- **peso bruto:** massa de um produto com a sua embalagem.
- **peso líquido:** massa de um produto sem a sua embalagem.
- **tara:** massa da embalagem de um produto.

A balança rodoviária é utilizada para medir a massa de caminhões. Para calcular o peso líquido da carga, desconta-se a massa do caminhão do valor indicado na balança rodoviária.

O peso líquido de um caminhão com carga medido em balança rodoviária corresponde à massa do produto transportado. A tara é a massa do caminhão vazio.

JEAN PIERRE COPITET/BIOSPHOTO/AFP

Caminhão durante pesagem em balança rodoviária.

Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Faça as atividades no caderno.

Revisitando

1 Qual é a unidade padrão de capacidade estudada neste capítulo? Qual é sua relação com o decímetro cúbico (dm^3)? A unidade padrão de capacidade é o litro (ℓ). Vimos que $1\ \ell = 1\ dm^3$.

2 Uma caixa tem formato de paralelepípedo e capacidade de 1 000 ℓ. Quais podem ser suas dimensões, em metro? Dê pelo menos dois exemplos. Pode ter, por exemplo, $1\ m \times 1\ m \times 1\ m$ ou, ainda, $1\ m \times 0{,}5\ m \times 2\ m$.

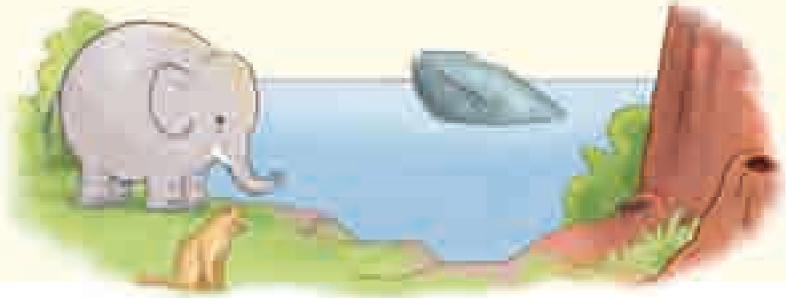
3 Qual é a unidade de medida mais adequada para determinar a massa de cada animal listado abaixo: tonelada, quilograma, grama ou miligrama?

a) Elefante. t

b) Gato. kg

c) Formiga. mg

d) Baleia. t



GEORGE TUTUMI

Aplicando

1 **(OBM)** Numa loja de ferragens, vários produtos são vendidos pelo peso. Um prego, três parafusos e dois ganchos pesam 24 g. Dois pregos, cinco parafusos e quatro ganchos pesam 44 g. Juquinha comprou 12 pregos, 32 parafusos e 24 ganchos. Quanto pesou sua compra? alternativa d

a) 200 g

b) 208 g

c) 256 g

d) 272 g

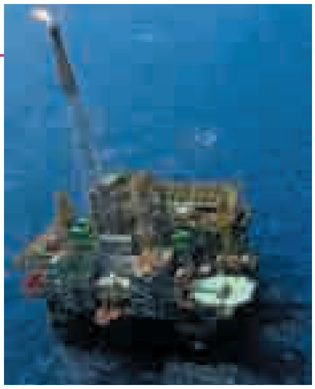
e) 280 g

2 Uma indústria farmacêutica importou 10 frascos, de 5 ℓ cada, de uma vacina. Pretende revender essa vacina em frascos de 20 mℓ. Quantos frascos serão necessários para acondicionar toda a vacina? 2 500 frascos

3 A caixa-d'água de uma casa tem a forma de um cubo de aresta 12 dm e está cheia. Supondo que, nessa casa, o consumo diário de água seja de 432 litros, quantos dias serão necessários para esvaziar a caixa-d'água? 4 dias

4 Paulo despejou o conteúdo de uma garrafa de 1,5 ℓ de refrigerante em um recipiente de forma cúbica de 1 dm de aresta. Quantos mililitros transbordaram? 500 mℓ

5 Em uma plataforma da bacia de Campos, no estado do Rio de Janeiro, são produzidos 75 000 ℓ de petróleo por dia. Quantos barris de 100 ℓ podem ser enchidos nessa plataforma, por dia? 750 barris



WILTON JUNIOR/ESTADÃO CONTEÚDO

Plataforma de Campos (RJ), em novembro de 2007.

6 De um depósito com 240 litros de água foi retirado $\frac{1}{2}$ do total e, depois, $\frac{1}{3}$ do que sobrou no depósito. Com o restante da água encheram-se garrafas de $\frac{1}{2}$ litro. Determine quantas garrafas foram obtidas. 160 garrafas

DESAFIO

Um laboratório importa 50 ℓ de uma vacina concentrada. Em seguida, dilui o medicamento em 670 ℓ de água destilada e o armazena em ampolas de 2 mℓ cada uma. Quantas ampolas são necessárias para armazenar toda a vacina diluída? 360 000 ampolas

7 Uma piscina tem a forma que lembra um paralelepípedo retangular e mede 5 m de comprimento, 4 m de largura e 3 m de profundidade. Outra piscina, com o mesmo formato e a mesma capacidade, tem o dobro da medida do comprimento e a metade da medida da largura da primeira. Determine a profundidade da segunda piscina. 3 m

8 Jéssica distribuiu 900 g de balas em 20 saquinhos. Qual é a massa de cada saquinho, em miligrama? 45 000 mg

9 A que fração da tonelada correspondem 15 kg? $\frac{3}{200}$

10 Com 1 t de manteiga, quantas embalagens de 200 g (peso líquido) podemos preencher? 5 000 embalagens


V777999/SHUTTERSTOCK

11 **(Enem)**

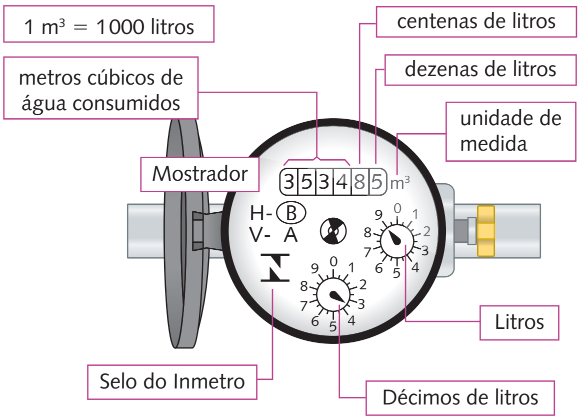
> **Café no Brasil**
> O consumo atingiu o maior nível da história no ano passado: os brasileiros beberam o equivalente a 331 bilhões de xícaras.
> *Veja*, ed. 2 158, 31 mar. 2010.

Considere que a xícara citada na notícia seja equivalente a, aproximadamente, 120 mℓ de café. Suponha que em 2010 os brasileiros bebam ainda mais café, aumentando o consumo em $\frac{1}{5}$ do que foi consumido no ano anterior.

De acordo com essas informações, qual a previsão mais aproximada para o consumo de café em 2010? alternativa e

a) 8 bilhões de litros
b) 16 bilhões de litros
c) 32 bilhões de litros
d) 40 bilhões de litros
e) 48 bilhões de litros

12 **(Enem)** Os hidrômetros são marcadores de consumo de água em residências e estabelecimentos comerciais. Existem vários modelos de mostradores de hidrômetros, sendo que alguns deles possuem uma combinação de um mostrador e dois relógios de ponteiro. O número formado pelos quatro primeiros algarismos do mostrador fornece o consumo em m^3, e os dois últimos algarismos representam, respectivamente, as centenas e dezenas de litros de água consumidos. Um dos relógios de ponteiros indica a quantidade em litros, e o outro, em décimos de litros, conforme ilustrados na figura a seguir.



LUIZ RUBIO

Disponível em: <www.aguasdearacoiaba.com.br> (adaptado).

Considerando as informações indicadas na figura, o consumo total de água registrado nesse hidrômetro, em litros, é igual a: alternativa d

a) 3 534,85
b) 3 544,20
c) 3 534 850,00
d) 3 534 859,35
e) 3 534 850,39

DESAFIO

A embalagem de um remédio contém 50 comprimidos. Determine, em grama, a massa do conjunto embalagem mais comprimidos, sabendo que cada comprimido tem 250 mg e a embalagem vazia corresponde a 50 g. 62,5 g

RESPOSTAS

Capítulo 1

Página 17

1 **a)** Cd **c)** O
b) M **d)** C

4 **a)** I, V, X, L, C, D e M
b) I, X, C e M
c) Não, pois XL vale 40 e LX, 60.
d) Seu valor é multiplicado por 1 000.

5 1 912: MCMXII
2 001: MMI
23: XXIII
55: LV
49: XLIX

Página 23

1 **a)** 36 **d)** 284
b) 257 **e)** 3 518
c) 7 009 **f)** 2 910

2 **a)** 753 **c)** 10 070
b) 8 560 **d)** 2 600 098

3 268, 286, 628, 682, 826 e 862

4 base 100

5 base 60

6 **a)** duas décadas e dois anos
b) cinco décadas
c) seis décadas e nove anos

7 **a)** duas semanas e um dia
b) oito semanas
c) 31 semanas

8 **a)** 578
b) 7 895
c) 25 438
d) 508 503

9 **a)** quatro **c)** 6
b) 9 **d)** duas

10 **a)** 3 598
b) 3 000
c) 30 000

11 176 limões

12 375 pontos

Página 28

1 **a)** zero
b) 1
c) sim
d) 1 999

2 **a)** 601 e 599
b) 1 002 e 1 000
c) 8 021 e 8 019
d) 50 001 e 49 999

3 **a)** 14, 15 e 16
b) 98, 99 e 100
c) 697, 698 e 699
d) 1 119, 1 120 e 1 121

4 **a)** 997
b) 10 002
c) 81; 978

5 29

6 999, 1 001 e 1 003

Página 30

1 458, 485, 548, 584, 845 e 854; maior: 854; menor: 458

2 **a)** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
b) 10, 11, 12, 13, ...
c) 13, 14, 15, 16
d) 12, 13, 14, 15, 16, 17
e) 16, 17, 18, 19, 20, 21

3 Paulo

Página 31

2 **a)** 2
b) 4
c) 5

3 **a)** C **c)** A
b) D **d)** E

4 alternativas **b**, **c**, **d** e **f**

5 **a)** C = 34; D = 37
b) F = 14; I = 32

7 **a)** 26
b) 17
c) 46 e 87, respectivamente

8 28 horas extras

9 391 algarismos

10 1 392 algarismos

11 144 páginas

Página 34

1 **a)** trezentos e quarenta e cinco
b) mil, seiscentos e setenta e nove
c) oito mil, novecentos e cinquenta
d) oitocentos e quinze mil e duzentos
e) dezoito milhões, quinhentos e quarenta mil e trinta e cinco
f) noventa e cinco milhões, treze mil e seiscentos

2 **a)** 12 106
b) 912 300
c) 1 010 013
d) 90 016 008
e) 2 012 100 000

3 sete milhões, seiscentos e cinquenta e quatro mil, trezentos e vinte e um

4 Energia: oitenta e seis reais
Telefone: cento e vinte e sete reais
Aluguel: quatrocentos e quinze reais
Condomínio: cento e sessenta e nove reais

5 145 000 000: cento e quarenta e cinco milhões
67 000 000: sessenta e sete milhões
Tiranossauro Rex

6 **a)** cinco bi
b) quarenta e dois mi

7 **a)** • Vidro e plástico
• Papel

Página 35 – Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Aplicando

2 1876: MDCCCLXXVI
1879 = MDCCCLXXIX

3 **a)** Antecessor: 518, sucessor: 520
b) Antecessor: 998, sucessor: 1 000
c) 1 002
d) 456, 465, 546, 564, 645, 654

5 **a)** 1 234
b) 4 321
c) 24

6 R$ 894,00

Desafio: 308 páginas

7 **a)** 15
b) 20

8 **a)** 10 503
b) 7 000 071

9 seiscentos e dezessete milhões, sessenta e cinco mil, trezentos e vinte

10 **a)** 800; 8 000
b) 4; 0

11 340 000

12 **a)** outubro
b) sábado

Desafio: alternativa **e**

13 **a)** novecentos e vinte e quatro mil, quinhentos e onze
b) cento e sessenta mil
c) duzentos e dois milhões, setecentos e sessenta e oito mil
d) nove trilhões, quatrocentos e sessenta bilhões e oitocentos milhões

14 **a)** São Paulo, Minas Gerais, Rio de Janeiro
b) Bahia
c) 15 126 371

15 17 005 000 090

16 **a)** 64 321
b) 12 346
c) 64 132
d) 43 216

17 alternativa **b**

Capítulo 2

Página 42

1 **a)** 16 351
b) 2 370
c) 9 710

2 **a)** 16 681
b) não
c) Júlio

3 **a)** 263 km
b) 288 km

4 576 773 quilômetros quadrados

5 **a)** 20 840 684
b) 5 477 823

6 64 anos

7 2 664

8 1 650

9 É impossível, uma vez que quatro números ímpares adicionados sempre vão dar um número par.

Página 44

1 **a)** 80
b) 80

2 **a)** 80
b) 60

3 900, pois as parcelas não foram alteradas.

Página 45

1 **a)** 103
b) 57
c) Não tem solução nos naturais.
d) 183
e) Não tem solução nos naturais.
f) 4 667
- Uma subtração em $\mathbb{N}$ só pode ser efetuada quando o minuendo é maior ou igual ao subtraendo.

2 **a)** zero
b) 2
c) não

3 32 anos

4 **a)** 57 603 **c)** 38 583
b) 51 055 **d)** 11 111

6 R$ 275,00

7 **a)** 160 **c)** 873
b) 709 **d)** 2 156

8 170 anos; 17 décadas

9 sim

10 A = 8, B = 5 e C = 2

Página 47

1 609 pontos

2 **a)** 4 887
b) 45

3 35 unidades

4 **a)** 2; 8
b) 4; 2

5 **a)** 1 503
b) 4 828

6 2 308

8 30

Página 49

1 **a)** 8 **d)** 4
b) 53 **e)** 317
c) 6 **f)** 10

2 **a)** $8 - 3 + 4 - (5 - 1) = 5$
b) $15 - (8 + 7) + 8 = 8$
c) $9 - 8 + 7 - 6 + 3 = 5$
d) $35 + 15 - (20 + 18) = 12$
e) $19 - (8 + 5) - (4 - 3) = 5$
f) $200 - (120 + 80) +$
$+ 70 - (20 + 50) = 0$

3 15

4 **a)** $(180 + 45) - (210 - 107) = 122$
b) $(315 - 285) + 72 = 102$

5 480

Página 53

1 **a)** $4 \cdot 8$ **d)** $6 \cdot 9$
b) $5 \cdot 4$ **e)** $4 \cdot a$
c) $3 \cdot 1$ **f)** $5 \cdot 0$

2 multiplicação; fatores; 432

3 25 tijolos

4 **a)** 560 **d)** 21 538
b) 8 055 **e)** 18 717
c) 85 850 **f)** 55 165

5 **a)** 84 vagas
b) 80 automóveis

6 **a)** 170 **e)** 0
b) 8 500 **f)** 59 000
c) 0 **g)** 10 430
d) 174 000 **h)** 750 000
- Para multiplicar um número por 10, 100, 1 000, ..., basta acrescentar à direita desse número um, dois, três, ... zeros. Observamos também que, se um dos fatores da multiplicação for zero, o produto também será zero.

7 **a)** 400 **c)** 48
b) 1 500 **d)** 85

8 4 914

9 4 140 litros

10 395 metros

11 320 quilômetros

12 **a)** 555
b) 666
c) 777
d) 888
- 99 900

13 111 000 litros

14 6 formas diferentes

15 Bruno pode se vestir de 24 maneiras diferentes.

16 5 500

Página 57

1 **a)** 60; comutativa
b) 60; elemento neutro
c) 300; associativa

2 370; comutativa

3 **a)** 120 **d)** 2 600
b) 75 000 **e)** 3 700
c) 13 700

4 distributiva; 510

5 **a)** 1
b) elemento neutro

6 **a)** $5 \cdot 8 + 5 \cdot 2$
b) $9 \cdot 8 - 9 \cdot 3$
c) $2 \cdot 15 + 8 \cdot 15$
d) $8 \cdot 4 - 3 \cdot 4$
e) $10 \cdot 20 + 10 \cdot 30$
f) $12 \cdot 15 - 12 \cdot 6$

7 **a)** verdadeira; comutativa
b) verdadeira; associativa

8 **b)** $5 \cdot 9 + 5 \cdot 4 = 45 + 20 = 65$

Página 58

1 **a)** 64 caixas
b) 18 peixes
c) 60 reais

2 **a)** 24
b) zero

3 **a)** 13 **d)** 106
b) 23 **e)** 36
c) 5 **f)** 1 254

4 **a)** 5 **c)** 5
b) 50 **d)** 10

5 80 metros quadrados

6 1 018 caixas

7 500 segundos

Página 59

1 a) 29 b) 44 c) 27 d) 28 e) 72 f) 1 g) 17

2 a) $6 + [(6 - 6) \cdot 6] = 6$
b) $[(6 \cdot 6) + 6] : 6 = 7$
c) $(6 \cdot 6) + (6 : 6) = 37$ ou $(6 : 6) + (6 \cdot 6) = 37$
d) $[(6 + 6) \cdot 6] + 6 = 78$
e) $(6 \cdot 6 \cdot 6) - 6 = 210$

Página 61

1 a) 2 e 7 b) 3 e 12 c) 56 e 36 d) 58 e 90 e) 178 e 90 f) 65 e 27

2 a) 3 b) 53 c) 110 d) 6 e) 65 f) 15

3 $528 - 132 = 396$; $396 - 132 = 264$; $264 - 132 = 132$; $132 - 132 = 0$. Logo, o número 132 cabe exatamente 4 vezes no número 528.

4 33 e 600

5 a) 14 grupos
b) 15 alunos

6 a) zero
b) não existe

7 Deve aparecer uma mensagem de erro, pois não é possível dividir 8 por 0

9 quatro viagens

Página 63 – Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Aplicando

1 7 dias

2 63, 64, 65

3 $1 + 2 = 3$; $4 + 6 = 10$

4 3 680 quilogramas

5 a) 1 024
b) O resultado fica quadruplicado.
c) 3 125

6 19

7 1 865 metros

8 51 milhões de watts

Desafio: 000

9 a) 945
b) 4

10 R$ 385,00

11 600 tijolos

12 R$ 2 060,00

13 R$ 1 600,00

14 114

15 220 mil toneladas

16 R$ 26,00

Desafio: 25

17 tubo: 30 gramas; comprimido: 1 grama

18 alternativa **c**

19 5

20 alternativa **b**

21 não, pois 7 998 333 pessoas é uma quantidade menor que 8 000 000 pessoas

22 $(6 + 6 + 6) : 6 = 3$

23 alternativa **b**

24 alternativa **d**

Desafio: 5 050

Capítulo 3

Página 72

1 a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$
b) $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$
c) $5 \cdot 5 = 25$
d) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$
e) $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$
f) $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$
g) $11 \cdot 11 = 121$
h) 1
i) 17
j) 0
k) 50
l) $20 \cdot 20 = 400$

2 a) nove elevado ao cubo
b) sete elevado ao quadrado
c) dez elevado à quarta potência
d) treze elevado à quinta potência

3 a) 169 b) 256 c) 343 d) 243

4 7

5 a) $6 \cdot 10^5$ b) $45 \cdot 10^5$ c) $8 \cdot 10^9$ d) $87 \cdot 10^2$

6 $2^1 = 2$ e $2^0 = 1$
$3^1 = 3$ e $3^0 = 1$

7 $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000 = 10^3$

8 a) 100^1 b) 80^0

9 a) $9 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 8$
b) $4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10 + 8$
c) $7 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 2$
d) $6 \cdot 10^4$

10 $5^4 = 625$; $5^6 = 15\,625$

11 2^7 bolinhas $= 128$ bolinhas

Página 75

1 a) 8^{12} b) 5^{12} c) 10^3 d) a^{13} e) 8^{m-n} f) 6^6

2 a) 2^{15} b) a^{12} c) 3^0 d) 9^8

3 a) 1 000 000 b) 1 c) 625 d) 1

4 a) $2^5 \cdot 5^2 \cdot 7^2$
b) $2^{12} \cdot 3^3 \cdot 5^6$
c) $m^{15} \cdot n^{16}$
d) $5^2 \cdot 11^4$

5 a) a^9 b) a^{35} c) 5^{27} d) k^{24} e) $10^0 = 1$ f) 9^{108}

6 192; 320

Página 76

1 a) 4 b) 5 c) 8 d) 10

2 a) raiz quadrada de dezesseis
b) raiz cúbica de vinte e sete
c) raiz quadrada de cento e quarenta e quatro
d) raiz quarta de dezesseis
e) raiz quinta de mil e vinte e quatro
f) raiz sexta de quinze mil, seiscentos e vinte e cinco

3 a) 6 b) 5; 5 c) 10 d) 10; 10; 1 000

4 a) 12 b) 11 c) 16 d) 13

5 a) 1 369 b) 2 809 c) 12 321 d) 10 000

Página 77

1 a) 6 b) 7 c) 0 d) 56 e) 6

2 90

3 $(x \cdot 3 + 1) \cdot 3 + x = 9x + 3 + x = 10x + 3$

Página 78 – Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Aplicando

1 157

2 a) 100
b) 196

3 9, 100, 324, 361, 400

4 512; 2 048

5 a) 100 b) 17 c) 18 d) 32 e) 2

6 16

7 a) 25, 36
b) 169, 196, 225

Desafio: 1 806

8 R$ 3 279,00

9 324 azulejos

10 2 304

11 60 litros

12 81^{12}

13 $a = 10$

14 Clóvis: R$ 1 093,00

15 832

16 1 728

17 **a)** 13
b) 8

18 **a)** $3 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 5$
b) $2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 8$
c) $4 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 3$
d) $5 \cdot 10^9 + 5 \cdot 10^8 + 5 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^2$

19 **a)** 21
b) 45
c) 19
d) 14

Desafio: alternativa **a**

Capítulo 4

Página 90

1 **a)** esfera **b)** cone **c)** cilindro **d)** prisma **e)** prisma **f)** pirâmide

2 **a)** Exemplos de respostas: ambos são sólidos geométricos; o prisma é um poliedro e o cilindro é um corpo redondo.
b) Exemplos de respostas: ambos são sólidos geométricos; a pirâmide é um poliedro e o cone é um corpo redondo.

3 **a)** 5 faces, 8 arestas e 5 vértices
b) 6 faces, 12 arestas e 8 vértices

4 esfera

6 256

Página 94

1 não

3 alternativa **c**

5 As vistas são iguais.

6 alternativas **a**, **c** e **d**

8 Não, pois os poliedros regulares têm faces formadas por figuras idênticas.

Página 96 – Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Aplicando

1 alternativa **d**

2 alternativa **a**

3 alternativa **c**

4 alternativa **c**

5 cilindro

6 alternativa **e**

7 alternativa **c**

8 alternativa **c**

Desafio: alternativa **c**

Capítulo 5

Página 102

1 0, 17, 34, 51 e 68

2 **a)** 46, 69, 92 e 115
b) São os quatro primeiros múltiplos de 23, fora o zero e ele próprio.

3 **a)** 56, 63, 70 e 77
b) 160, 176 e 192

4 135 e 144

5 **a)** não **b)** sim **c)** 147 e 504 **d)** 10

6 sim; 3199

Página 105

1 600 é divisível por 12, 15 e 24.

2 **a)** 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 e 30
b) 12, 18 e 24
c) 1 e 5
d) 2, 4, 8, 10, 20 e 40

3 **a)** ele próprio
b) 1
c) sim, com exceção do próprio zero
d) os números ímpares

4 **a)** 998
b) 32, 16 e 8
c) 989

5 43

6 **a)** verdadeira **b)** falsa **c)** verdadeira **d)** falsa **e)** falsa **f)** falsa **g)** verdadeira **h)** verdadeira

9 Não existe.

Página 110

2 **a)** 100 **b)** 102 **c)** 100 **d)** 100 **e)** 102

3 alternativas **b**, **c** e **e**

4 são corretas: **a**, **c**, **d**

5 **a)** não
b) 1, 4 e 7

6 **a)** 995 **b)** 120 **c)** 996

7 1 532, 1 572 e 1 764

8 **a)** 0, 2, 4, 6 e 8 **b)** 0, 3, 6 e 9 **c)** 2 e 6 **d)** 0 e 5 **e)** 0 e 6

9 **a)** 2 **b)** 2 **c)** 5

10 **a)** 9 876 **b)** 9 874 **c)** 9 873 **d)** 9 875

11 999 990

12 444 444 444

13 Adicionar três algarismos iguais é o mesmo que multiplicar o algarismo por 3; logo, encontramos um múltiplo de 3.

15 **a)** 600, 766 e 960; sim
b) 450, 660 e 960; sim

Página 114

1 alternativas **b**, **c**, **d** e **f**

2 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 e 29

3 **a)** $14 = 2 \cdot 7$
b) $35 = 5 \cdot 7$
c) $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$
d) $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$
e) $50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$
f) $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

4 323 não é um número primo, pois é divisível por 1, 17, 19 e 323.

5 9 797

6 163 e 181

Página 116

1 **a)** $2^5 \cdot 3$ **b)** $2^2 \cdot 3^4$ **c)** 2^{10} **d)** $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$ **e)** $2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 41$ **f)** $5^2 \cdot 11 \cdot 13$

2 **a)** 1 400 **b)** 7

3 **a)** 84 **b)** 360 **c)** 112 **d)** 1 078

4 1, 2, 5 e 10

Página 118

1 **a)** 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24
b) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 e 40
c) 1, 2, 4 e 8
d) 8

3 **a)** 50 **b)** 16 **c)** 72 **d)** 20

4 6

5 **a)** 8 **b)** 20 **c)** 10 **d)** 96

6 **a)** Sim, porque mdc (4, 5) = 1.
b) Sim, pois mdc (16, 25) = 1.
c) Não, porque mdc (15, 21) = 3.
d) Não, porque mdc (18, 42) = 6.

7 **a)** 1
b) 1

8 28

9 6

Página 121

1 **a)** 0, 15, 30, 45, 60, ...
b) 0, 20, 40, 60, 80, ...
c) 0, 60, 120, 180, 240, ...
d) 60

3 **a)** 6 **b)** 20 **c)** 45 **d)** 100

4 840

5 **a)** 270 **b)** 720 **c)** 1 320 **d)** 1 500

6 o produto desses números

7 **a)** 360
b) 1 080
c) 1 800
d) 200

8 **a)** 180, 3, 60 e 180
b) 768, 16, 48 e 768
c) 1 331, 11, 121 e 1 331
d) 1 764, 1, 1 764 e 1 764

10 72

Página 122 – Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Aplicando

1 **a)** 136, 200, 104 e 520
b) 300, 216 e 420
c) 440, 2 000 e 11 024

2 **a)** 990
b) 135

3 2

4 **a)** Sim, pois a divisão é exata.
$23 : 23 = 1; 1 \cdot 23 = 23$
b) Sim, pois a divisão é exata.
$0 : 6 = 0; 0 \cdot 6 = 0$
c) Não, pois não existe nenhum número cuja multiplicação por zero dê 18 como resultado.

5 **a)** $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$
b) $2^5 \cdot 5^2 \cdot 7$
c) 2^{12}
d) $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$

6 Não voltará a tomar juntos, pois isso ocorreria após 72 horas, que é o mmc (36, 12, 8); o anti-inflamatório terminará após 56 horas do início do tratamento.

7 49 005

8 181 e 127

9 $2^7 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$

10 Não, pois o fator 5 do número *A* está elevado a um expoente menor que o fator 5 do número *B*.

11 18 minutos

12 **a)** 24 metros
b) 31 partes

13 Utilizando os divisores de 24 (um dia tem 24 horas), não haverá mudança nos horários de um dia para o outro.

14 • alternativa **e**
• alternativa **c**

Desafio: 37 miniaturas

Capítulo 6

Página 129

1 **a)** $\frac{2}{5}$ **c)** $\frac{5}{9}$ **e)** $\frac{18}{36}$
b) $\frac{5}{8}$ **d)** $\frac{4}{8}$ **f)** $\frac{3}{5}$

3 **a)** $\frac{7}{24}; \frac{12}{24}$
b) $\frac{5}{7}; \frac{7}{7}$
c) $\frac{2}{12}; \frac{6}{12}$

4 $\frac{4}{27}; \frac{23}{27}$

Página 130

1 **a)** três sétimos
b) um sexto
c) nove meios
d) cinco nonos
e) dezenove décimos de milésimos
f) três dezessete avos
g) cinco centésimos
h) sete seiscentos avos
i) quinze milésimos

Página 132

1 alternativas **a**, **c** e **d**

2 **a)** 6 **c)** 20 **e)** 4
b) 7 **d)** 1 **f)** 10

3 **a)** $\frac{10}{5}$ **b)** $\frac{30}{6}$ **c)** $\frac{50}{10}$

4 $\frac{30}{30}$

Página 133

1 **a)** $\frac{5}{4}$ **c)** $\frac{21}{9}$
b) $\frac{7}{3}$ **d)** $\frac{7}{10}$

2 **a)** $3\frac{1}{2}$ **b)** $1\frac{3}{5}$ **c)** $3\frac{1}{4}$

3 **a)** $\frac{5}{3}$ **d)** $\frac{29}{6}$
b) $\frac{5}{2}$ **e)** $\frac{8}{3}$
c) $\frac{25}{7}$ **f)** $\frac{16}{5}$

4 **a)** 21 meses
b) 26 meses
c) 66 meses

5 **a)** 36 horas
b) 30 horas

Página 136

2 **a)** $\frac{15}{20}$ **b)** $\frac{2}{12}$ **c)** $\frac{18}{27}$

3 $\frac{25}{35}$

4 **a)** 20 **c)** 5 **e)** 1
b) 18 **d)** 45 **f)** 4

5 $\frac{3}{4}$

Página 137

1 **a)** $\frac{1}{3}$ **c)** $\frac{2}{5}$ **e)** 4
b) $\frac{1}{5}$ **d)** $\frac{3}{10}$ **f)** $\frac{9}{10}$

2 alternativa **d**

3 alternativa **b**

4 **a)** $\frac{1}{8}$ **b)** $\frac{1}{4}$

5 **a)** $\frac{56}{48}$ **b)** $\frac{18}{30}$

Página 140

1 **a)** $\frac{2}{5} < \frac{5}{7}$
b) $5\frac{2}{5} = \frac{27}{5}$
c) $\frac{16}{3} < \frac{14}{2}$
d) $\frac{16}{35} < \frac{1}{2}$

2 **a)** $\frac{17}{4}$ **c)** $\frac{1}{2}$
b) $\frac{7}{3}$ **d)** $\frac{4}{3}$

3 **a)** $\frac{7}{10} < \frac{7}{8} < \frac{7}{5} < \frac{7}{3}$
b) $\frac{1}{8} < \frac{2}{15} < \frac{7}{20} < \frac{11}{12}$

5 Luís

6 Pedro

Página 142

1 **a)** 13 litros
b) 39 litros

2 **a)** 9 **b)** 136 **c)** 161

3 150 000 litros

4 1 750 quilogramas

5 70 metros

6 27 volumes

Página 144

1 **a)** $\frac{7}{9}$ **g)** $\frac{207}{110}$
b) $\frac{1}{2}$ **h)** $\frac{31}{30}$
c) $\frac{19}{20}$ **i)** $\frac{65}{9}$
d) $\frac{31}{72}$ **j)** $\frac{7}{12}$
e) $\frac{97}{70}$ **k)** $\frac{123}{40}$
f) $\frac{1}{5}$ **l)** $\frac{114}{35}$

2 $\frac{158}{35}$

3 $\frac{7}{4}$ litro $= 1\frac{3}{4}$ litro

4 a) 9
b) 11

5 30

6 $\frac{4}{9}$

7 $\frac{19}{35}$

8 56 litros

Página 147

1 a) $\frac{6}{7}$ f) 1
b) $\frac{48}{7}$ g) $\frac{1}{3}$
c) 16 h) 0
d) $\frac{7}{12}$ i) $\frac{7}{3}$
e) $\frac{3}{5}$ j) $\frac{9}{4}$

2 a) 9 quilogramas
b) 28

3 a) $\frac{7}{5}$ b) $\frac{5}{4}$

4 1 800 litros

5 a) $\frac{3}{7}$ c) $\frac{3}{40}$
b) 1 d) $\frac{1}{4}$

6 30 laranjas

7 Não, pois R\$ 3 000,00 + + R\$ 2 000,00 + R\$ 1 500,00 = = R\$ 6 500,00, mais do que o total a ser dividido.
$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12}$

Página 150

1 a) 8 c) $\frac{1}{6}$ e) 25
b) 160 d) $\frac{1}{8}$ f) $\frac{3}{40}$

2 $\frac{1}{4}$

3 40 copos

4 a) $\frac{10}{21}$ b) 25 c) $\frac{5}{7}$

5 $\frac{2}{15}$

Página 151

1 a) $\frac{9}{25}$ c) $\frac{8}{3}$ e) $\frac{49}{4}$
b) $\frac{1}{16}$ d) $\frac{8}{27}$ f) 1

2 a) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{1}{9}$ e) $\frac{5}{4}$
b) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{7}{10}$ f) $\frac{12}{13}$

Página 152

1 a) $\frac{29}{24}$ d) $\frac{167}{45}$ g) $\frac{49}{12}$
b) $\frac{33}{8}$ e) $\frac{14}{15}$ h) $\frac{2}{5}$
c) $\frac{143}{60}$ f) $\frac{3}{140}$

2 a) $\frac{25}{27}$ c) $\frac{21}{25}$ e) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{343}{90}$ d) $\frac{27}{50}$ f) $\frac{7}{4}$

Página 154 – Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Aplicando

1 $\frac{1}{4}$

2 $\frac{3}{8}$

3 $\frac{32}{35}$

5 Não, pois as partes em que a figura foi dividida não são iguais.

6 a) $\frac{7}{8} > \frac{5}{6} > \frac{3}{4}$
b) $3 > 2\frac{1}{4} > \frac{11}{5}$

7 $\frac{37}{111}$

8 a) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{25}$ e) $\frac{41}{64}$
b) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{5}$ f) $\frac{5}{7}$

9 $\frac{2}{3}$

10 $\frac{37}{45}$

11 a) 15 c) 9
b) 65 d) 12

12 10 alunos

13 20 quilômetros

14 185 pessoas

15 a) $\frac{44}{110}$
b) $\frac{18}{42}$

16 Não, pois: $\frac{4}{5} = \frac{20}{25}$ e $\frac{20}{25} > \frac{8}{25}$

17 $\frac{17}{24}$

18 154

19 $\frac{3}{5}$

20 105 minutos

21 $\frac{11}{30}$

22 $\frac{7}{12}$; $\frac{5}{12}$

23 2 500

24 840 quilômetros

25 R\$ 1 260,00

26 840 sacas

27 a) $\frac{49}{12}$ c) $\frac{9}{2}$
b) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{19}{8}$

28 a) 336
b) $\frac{3}{14}$
c) 480
d) $\frac{1}{7}$

29 a) $\frac{4}{3}$
b) 24

31 $\frac{1}{16}$

32 a) 0
b) $\frac{59}{24}$

33 R\$ 360 000,00

34 312 quilômetros

35 21

36 R\$ 105,00

37 40 quilômetros

38 alternativa **c**

Capítulo 7

Página 166

1 a) sete décimos
b) trezentos e dezessete milésimos
c) cinco inteiros e sessenta e nove centésimos
d) vinte e oito centésimos
e) sete inteiros e trinta e oito milésimos
f) oito milésimos

2 a) 7,6
b) 0,0036
c) 0,78
d) 12,6
e) 20,4
f) 0,645
g) 0,79

3 a) $\frac{76}{100} = \frac{19}{25}$
b) $\frac{25}{1\,000} = \frac{1}{40}$
c) $\frac{127}{10}$
d) $\frac{1\,722}{100} = \frac{861}{51}$
e) $\frac{5\,006}{100} = \frac{2\,503}{50}$
f) $\frac{19}{1\,000}$

4 a) 25 décimos
b) 50 décimos
c) 3 unidades

5 $\frac{1}{25}$; $\frac{1}{4}$

Página 167

1 a) ≠ c) ≠ e) =
b) = d) = f) ≠

2 a) sete unidades
b) 60 centésimos

3 a) < c) >
b) > d) <

4 a) 0,07 < 0,75 < 0,8
b) 1,197 < 2,3 < 2,35
c) 3,1416 < 3,143 < 3,2

5 a) 3,8 > 3,08 > 0,38
b) 2,2 > 2,14 > 2
c) 6,13 > 1,36 > 0,36

6 Pedro = 2,13 metros;
Léo = 2,04 metros;
Jorge = 2 metros;
Paulo = 1,83 metro;
Ivo = 1,79 metro

Página 169

1 a) 4,4 f) 1,4322
b) 22,716 g) 0,006
c) 21,326 h) 0,955
d) 10 i) 8,524
e) 2,8 j) 4,412

2 2,375 litros

3 0,04 metro

4 5,86 metros

Página 170

1 a) 8,4 f) 0,64
b) 10 g) 2,268
c) 0,001 h) 0,9
d) 24,576 i) 0,000032
e) 6,25 j) 0,16

2 b) 368,9. Ao multiplicar por 100, a vírgula é deslocada duas casas para a direita.

3 a) 7,28
b) 48,024

4 a) 10,76 c) 0,284
b) 0,058 d) 3,9

5 0,045

6 a) 7,006652
b) 0,49

7 139,7 centímetros

8 1 430 metros

9 a) 63,2 e) 12
b) 6 702 f) 90
c) 0,05 g) 90
d) 314,5 h) 121 400

10 3,8775

11 R$ 16,62

12 R$ 130,52

13 a) 0,222222222
b) 0,444444444
c) 0,555555555
• 0,72

14 678 metros quadrados

15 a) 0,008 e) 0,49
b) 1,44 f) 0,216
c) 1 g) 0,0081
d) 2,744 h) 0,00001

Página 175

1 a) 2,42 f) 1,5
b) 1,1 g) 40
c) 0,05 h) 5
d) 1,5 i) 12,38
e) 11,25 j) 36,04
• sim

2 a embalagem de 1,5 litro;
R$ 3,50 : 1,25 = R$ 2,80 e
R$ 3,90 : 1,50 = R$ 2,60

3 b) 0,5674. Ao dividir por 100, a vírgula é deslocada duas casas para a esquerda.

4 a) 0,376 e) 0,56
b) 0,006 f) 0,0382
c) 0,0002 g) 0,0906
d) 1,524 h) 5,764

5 880 embalagens

6 a) 80
b) 800
c) 8 000
• Resposta possível: dividir por 0,1; 0,01 e 0,001 equivale a multiplicar por 10, 100 e 1 000, respectivamente.

7 R$ 90,30; R$ 9,70; R$ 3,20

8 a) 32 b) 2 000

10 a) gasolina: 181 litros;
etanol: 212 litros
b) gasolina: 5,52 quilômetros por litro; etanol: 4,72 quilômetros por litro
c) gasolina: R$ 0,63; etanol: R$ 0,55
d) etanol

Página 178

1 a) 0,4 d) 0,36
b) 0,375 e) 7
c) 0,25 f) 800
• Sim, pois as divisões têm resto zero.

2 a) 0,826
b) 2,352
c) 2,380

3 a) 0,333...; período: 3
b) 0,1818...; período: 18
c) 5,1555...; período: 5
d) 171,111...; período: 1

Página 179

1 a) 1,85 d) 4,6
b) 40 e) 0,8
c) 2,8 f) 21,6

2 a) 18,6

3 a) Sim, diminuirá o valor de 1 pacote de biscoito.
b) Não, o total é R$ 25,34.
c) Tirando um iogurte, o total fica R$ 23,50 e o troco é R$ 1,50.

4 6,12

5 R$ 0,25

Página 180 – Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Aplicando

1 a) 0,45
b) 0,01

2 a) 5,14
b) 3,16

3 251,40 metros

4 a) 7,23 > 7,2 > 7,198
b) 0,042 > 0,04 > 0,039
c) 1,121 > 1,112 > 1,1035

5 a) 0,002
b) 30,49
c) 0,0625
d) 4,664

6 0,0001

7 8

8 76,5 quilowatts-hora

9 18 viagens

10 a) 25,6 gramas
b) 8 pães

11 5,25

12 R$ 4,40

13 15,656

14 alternativa **a**

15 alternativa **e**

16 alternativa **a**

17 32,3 e 23,2

Capítulo 8

Página 188

1 Exemplos de explicações:
- **a)** 10 em cada 100 alunos de uma escola não têm animal de estimação.
- **b)** 19 em cada 100 livros da biblioteca precisam ser catalogados.
- **c)** 51 em cada 100 pessoas da população brasileira são mulheres.

3 **a)** $\frac{50}{100}$; 50%
b) $\frac{75}{100}$; 75%
c) $\frac{100}{100}$; 100%

4 **a)** $\frac{40}{100}$; 40%
b) $\frac{70}{100}$; 70%
c) $\frac{75}{100}$; 75%
d) $\frac{85}{100}$; 85%

5 **a)** $\frac{6}{25}$ **c)** $\frac{18}{25}$
b) $\frac{1}{2}$ **d)** $\frac{7}{5}$

6 70%

7 Odontologia: 15%; Turismo: 25%

8 **a)** 100
b) verde: $\frac{42}{100}$; azul: $\frac{18}{100}$;
amarela: $\frac{40}{100}$
c) verde: $\frac{21}{50}$; azul: $\frac{9}{50}$;
amarela: $\frac{2}{5}$
d) verde: 42%; azul: 18%;
amarela: 40%

9 25%

10 **a)** 75% **c)** 80%
b) 50% **d)** 12 anos

Página 193

1 **a)** 14 laranjas
b) 360 alunos
c) R$ 900,00
d) 300 tijolos

2 R$ 2 400,00

4 14 gols

5 R$ 600,00

6 198 lugares

7 **a)** 10 200 **c)** 6,3
b) 33,288 **d)** 120

8 **a)** R$ 360,00
b) R$ 1 560,00

9 R$ 422,40

10 177,87 bilhões de litros

11 R$ 90,00

Página 196

1
chocolate — chocolate, morango, baunilha
morango — chocolate, morango, baunilha
baunilha — chocolate, morango, baunilha

2 24 números

4 $0 + 6$; $1 + 5$; $2 + 4$; $3 + 3$; $4 + 2$; $5 + 1$; $6 + 0$

6 24 opções

Página 201

4 **a)** 2,2 trilhões de dólares
b) 2 vezes
c) 3 900 bilhões de dólares

Página 203 – Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Aplicando

1 R$ 13,80

2 5 000 entrevistados

3 R$ 136,00

4 R$ 489,60

5 R$ 368,00, R$ 199,80 e R$ 828,80

Desafio: 28%

6 **a)** 8 **b)** 60 **c)** 500

7 480

8 R$ 400,00

9 soma 5: nos quatro casos ($1 + 4$, $2 + 3$, $3 + 2$, $4 + 1$); soma 10: em apenas um caso ($4 + 6$)

10 2 milhões de eleitores

11 R$ 350,00

13 **a)** abril; 4 641 milhões
b) junho; 675 milhões de saldo

Desafio: 5%

14 **a)** 27
b) 13
c) 58

15 **a)** setembro
b) dezembro
c) 28 000

16 alternativa e

Desafio: **a)** 40 quilômetros
b) Ele ficou parado.
c) 140 quilômetros

Capítulo 9

Página 210

1 Não é diferente; é a mesma reta.

2 **a)** reta **d)** plano
b) plano **e)** reta
c) ponto

4 sim; sim; infinitas

6 seis retas

Página 212

1 **a)** $\overrightarrow{AB}$ **c)** $\overrightarrow{EF}$
b) $\overrightarrow{CD}$ **d)** $\overrightarrow{MN}$

2 **a)** $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$
b) ponto O

3 **a)** $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$
b) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$

5 **a)** med $(\overline{AB}) = 2u$
b) med $(\overline{CD}) = 4u$
c) med $(\overline{EF}) = 3u$

6 **a)** $7u$
b) $7u$
c) $4u$
d) $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$

7 $\overline{AB} \cong \overline{EF} \cong \overline{DC} \cong \overline{HG}$;
$\overline{AE} \cong \overline{BF} \cong \overline{CG} \cong \overline{DH}$

8 $\overline{AB} \cong \overline{GH}$; $\overline{EF} \cong \overline{IJ} \cong \overline{KL}$;
$\overline{CD} \cong \overline{MN}$

9 **a)** $2x$, $2y$ e $2z$
b) $3x$, $3y$ e $3z$
c) $4x$, $4y$ e $4z$

10 10 segmentos de reta: $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$ e $\overline{DE}$

Página 217

1 **a)** ângulo: $A\hat{O}B$; lados: $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$
b) ângulo: $A\hat{B}C$; lados: $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$

2 **a)** raso
b) agudo
c) reto

3 **a)** $C\hat{O}D$
b) O
c) $\overrightarrow{OC}$ e $\overrightarrow{OD}$

4 Os dois ângulos têm a mesma medida.

5 **a)** $A\hat{B}C$, $C\hat{B}D$ e $A\hat{B}D$
b) $R\hat{S}T$, $S\hat{T}R$ e $S\hat{R}T$

6 ângulos retos: $A\hat{B}C$ e $A\hat{D}C$;
ângulo agudo: $B\hat{C}D$;
ângulo obtuso: $B\hat{A}D$

7 **a)** 60°, 90° e 30°
b) 45°, 90° e 45°

8 med $(A\hat{O}B) = 20°$ e
med $(O\hat{A}B) = 80°$

Pagina 221

1 paralelas: *r* e *s*;
concorrentes: *r* e *u*, *s* e *u*, *p* e *q*

2 **a)** verdadeira
b) falsa
c) verdadeira

Página 225

1 **a)** fechada simples
b) aberta não simples
c) aberta simples
d) fechada não simples

2 **a)** convexo
b) convexo
c) não convexo
d) não convexo

3 **a)** falsa
b) verdadeira
c) verdadeira

4 alternativa **b**

5 **a)** quadrilátero *ABCD*;
lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$;
vértices: *A*, *B*, *C*, *D*;
ângulos internos: $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$, $\widehat{D}$;
diagonais: $\overline{AC}$, $\overline{BD}$
b) hexágono: *ABCDEF*;
lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FA}$;
vértices: *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*;
ângulos internos: $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$, $\widehat{D}$, $\widehat{E}$, $\widehat{F}$;
diagonais: $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CE}$, $\overline{CF}$, $\overline{DF}$

6 pentágono; não convexo
heptágono; convexo
octógono; não convexo
hexágono; não convexo

Página 227

1 **a)** $\triangle ABC$; equilátero
b) $\triangle GHI$; escaleno
c) $\triangle MNO$; isósceles
d) $\triangle DEF$; isósceles
e) $\triangle JKL$; isósceles
f) $\triangle PQR$; escaleno

2 **a)** obtusângulo
b) retângulo
c) acutângulo
d) acutângulo

4 **a)** $\triangle ABC$; $\triangle ABD$; $\triangle ACD$
b) $\triangle EFH$; $\triangle EGH$; $\triangle EGI$; $\triangle GHI$
c) $\triangle JNK$; $\triangle KLN$; $\triangle JKM$; $\triangle LMN$; $\triangle JMN$; $\triangle KLM$; $\triangle JKL$; $\triangle JNL$

5 **a)** verdadeira
b) verdadeira
c) falsa
d) verdadeira

6 $\triangle AEB$ e $\triangle BEC$; $\triangle CED$ e $\triangle DEA$; $\triangle ABC$ e $\triangle BCD$; $\triangle CDA$ e $\triangle DAB$

Página 230

1 **a)** paralelogramo
b) trapézio

2 **a)** losango **c)** quadrado
b) retângulo **d)** losango

3 • item **c**

4 **a)** quadrado
b) paralelogramo

5 **a)** Exemplos de resposta: triângulos e quadriláteros.
b) Exemplos de resposta: triângulos retângulos, paralelogramos (quadrados e retângulos) e trapézios retângulos.

Página 233

1 **a)** $r = 1$ centímetro; $d = 2$ centímetros
b) $r = 2$ centímetros; $d = 4$ centímetros

3 O círculo tem uma região interna limitada por uma circunferência. A circunferência é apenas uma linha.

4 **a)** 10 centímetros
b) 8 centímetros

Página 234 – Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Aplicando

1 **a)** *A*, *B*, *C* e *M*
b) *r*, *s* e *t*
c) *C*
d) *M*
e) As retas são concorrentes.

3 180°

4 **a)** concorrentes oblíquas
b) paralelas
c) concorrentes perpendiculares

6 360 graus

7 **a)** 8*u* **c)** 4*u*
b) 6*u* **d)** 4*u*

9 circunferência

10 alternativa **b**

Capítulo 10

Página 243

1 **a)** metro
b) quilômetro
c) centímetro
d) centímetro

2 **a)** 6 cm **b)** 60 mm

3 10,16 cm

4 reta *AB*: 5 cm; 50 mm
reta *CD*: 3,5 cm; 35 mm
reta *EF*: 6,5 cm; 65 mm

5 **a)** 80 **c)** 7
b) 12 000 **d)** 0,95

6 **a)** 15 000 m **c)** 65 cm
b) 3 800 mm **d)** 5 km

7 305,4 km

8 485 cm

Página 245

1 **a)** 80 mm **b)** 66 mm

2 52 cm

3 336 mm

4 5 m

Página 247

1 19 h 20 min; 23 h 10 min; 2 h 40 min; 9 h 55 min

2 7 h 15 min ou 19 h 15 min;
4 h 15 min ou 16 h 15 min;
3 h 25 min ou 15 h 25 min;
8 h 30 min ou 20 h 30 min

3 **a)** 3 600 s **b)** 86 400 s

4 **a)** 30 min
b) 15 min
c) 45 min

6 4 h 30 min

7 9 h 50 min

8 12 h 15 min

9 2 h 10 s

10 5 min

11 20 h 5 min

Página 249 – Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Aplicando

1 102 cm

2 18 cm

3 100 passos

4 50 km

5 2 000 pregos

6 204,6 cm

7 780 m

8 22,4 m

9 **a)** 120 min **c)** 30 min
b) 900 segundos **d)** 45 min

10 11 h 40 min

11 2 h 45 min

12 alternativa **a**

13 alternativa **c**

14 alternativa **a**

Desafio: 1,5 cm

15 alternativa **d**

16 alternativa **b**

17 alternativa **e**

18 alternativa **c**

Desafio: Terminou às 2 h 1 min do dia seguinte.

Capítulo 11

Página 259

1 22■; 44◣
16■; 32◣
30■; 60◣
36■; 72◣
34■; 68◣

2 20 cm²; 21 cm²

3 quarto 1: 24 m²
quarto 2: 24 m²
WC 1: 12 m²
WC 2: 6 m²
varanda: 12 m²
sala: 28 m²
cozinha: 20 m²

4 **a)** 50 000 **b)** 87 600 **c)** 0,3 **d)** 1,54 **e)** 3 500 **f)** 5

5 9,05 m²

6 quadradinho: 1 m²
depósito azul: 30 m²
depósito laranja: 18 m²
depósito amarelo: 40 m²

7 **a)** 150 000 **b)** 500 **c)** 12 **d)** 193 600 **e)** 10 **f)** 1,6

8 238 000 m²

9 400 alqueires do norte

10 96 800 m²

11 400 000 m²

Página 261

1 **a)** 1 600 cm²
b) 13,5 m²
c) 12 m²
d) 12 cm²

2 160 cm²

3 400 cm²

4 360 cm²

5 1 200

6 **a)** 10 m; 100 dm
b) 1 dam²; 100 m²; 10 000 dm²
c) Multiplicaria por 100; dividiria por 100.

7 **a)** 12 m²
b) 400 cm²
c) 300 peças de cerâmica

8 151,20 m²

9 **a)** 66 m²
b) 23 cm²

Página 265

1 **a)** 8■ **b)** 18■ **c)** 10■ **d)** 14■

2 **a)** 24■ **b)** 20■ **c)** 18■ **d)** 14■
- Logo, o bloco do item **a** tem maior volume.

4 **a)** 18 000 **b)** 6,5 **c)** 0,75 **d)** 840 **e)** 3 150 **f)** 8 437,2

5 0,02 m³

6 630 000 dm³

Página 267

1 216 m³

2 64 dm³

3 1 000 cubinhos

4 15,625 cm³

5 204 m³

6 **a)** 288 m³ **b)** 270 m³ **c)** 24 640 m³ **d)** 10 500 m³

7 28 cm³

8 0,024 m³

9 9 m

10 13 824 cm³

11 **a)** 26 m³
b) 26 000 litros

Página 269 – Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Aplicando

1 84,5 cm²

2 20,16 ha

3 200 dúzias

4 225 m²

5 10,5 cm²

Desafio: R$ 154 000,00

6 alternativa **d**

7 **a)** 61,25 m²
b) 7 290 m²

8 2 300 azulejos

9 12 m

10 1 300 cm²

11 **a)** 156 m²
b) 35 m²
c) 35 m²
d) 10 m²
e) 30 m²
f) 42 m²
g) Porque não foi considerada a área de circulação, que corresponde a 4 m².

12 1 500

13 **a)** 1 536 ladrilhos
b) R$ 1 228,80

14 alternativa **b**

15 27 dias

16 alternativa **d**

17 2 400 cm³

Desafio: 8 vezes

18 alternativa **c**

19 320 caixinhas

Desafio: 4 800 dm³

Capítulo 12

Página 276

1 5

2 **a)** 1 000 **b)** 1 500 **c)** 500 **d)** 250

3 8 ℓ

4 42 ℓ

5 250 ℓ

6 30

Página 280

1 açúcar: 1 kg;
café: 0,50 kg;
feijão: 0,38 kg

2 **a)** g
b) kg
c) t

3 50 kg

4 **a)** 0,104 **b)** 8 500 **c)** 1,5 **d)** 11 400 **e)** 8 600 **f)** 15

5 R$ 9,20

6 125 g

7 1,4 kg

8 5,2 g

9 500 ℓ

10 480 ℓ

11 2,5 dm³

12 500 000 barris

Desafio: 735 g

Página 282 – Trabalhando os conhecimentos adquiridos

Aplicando

1 alternativa **d**

2 2 500 frascos

3 4 dias

4 500 mℓ

5 750 barris

6 160 garrafas

Desafio: 360 000 ampolas

7 3 m

8 45 000 mg

9 $\frac{3}{200}$

10 5 000 embalagens

11 alternativa **e**

12 alternativa **d**

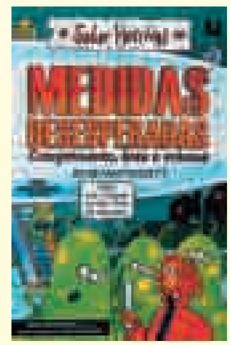
Desafio: 62,5 g

Em busca dos números perdidos

Michael Thomson
São Paulo: Melhoramentos, 2011.

Onde estarão os números? Lendo essa história e participando dela, você vai descobrir o que aconteceu com os números e quem foi o culpado pelo seu sumiço. Suspense, aventura e questões desafiadoras para o leitor solucionar prendem a atenção do início ao fim.

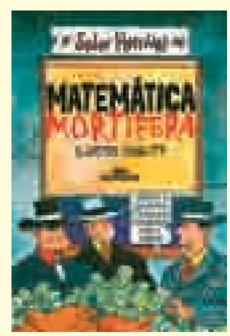
Medidas desesperadas: comprimento, área e volume



Kjartan Poskitt
São Paulo: Melhoramentos, 2006.

O autor utiliza uma linguagem diferente e bem-humorada para abordar os conteúdos matemáticos. Por meio de uma proposta criativa e instigante, que facilita a aprendizagem de assuntos vistos na escola e também fora dela, o leitor aprende e se diverte. Com esse jeito especial de explorar as ideias matemáticas, o autor apresenta medidas antigas e atuais, além de área, perímetro, volume, ângulos e figuras geométricas.

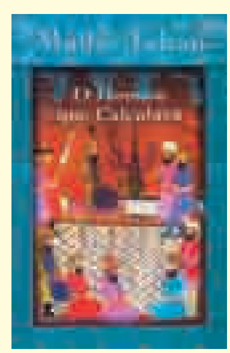
Matemática mortífera



Kjartan Poskitt
São Paulo: Melhoramentos, 2010.

Nessa obra, o autor, mais uma vez, explora o universo da Matemática de maneira divertida e irreverente. Os personagens Jimmy Dedão, Charlie Serra de Cadeia e seus amigos gângsteres vivem situações que mostram como a Matemática pode ser realmente mortífera. Lendo esse livro, você pode aprender muito sobre potenciação, semelhança de triângulos, simetria e muitos outros assuntos matemáticos. Vai conhecer ainda alguns matemáticos famosos que foram realmente durões.

O homem que calculava



Malba Tahan
Rio de Janeiro: Record, 2003.

Malba Tahan era o pseudônimo usado pelo professor Júlio César de Mello e Souza, apaixonado por Matemática, autor de vários livros de contos e lendas orientais e criador do personagem Beremiz Samir, "o homem que calculava". O livro narra as aventuras de Beremiz, vividas durante uma viagem a Bagdá, e suas habilidades matemáticas para resolver situações aparentemente sem solução, que, muitas vezes, livram o sábio e seu amigo da morte certa. Um livro fundamental e divertido para todos os leitores.

BIBLIOGRAFIA

Almanaque Abril 2013: Brasil. São Paulo: Abril, 2013.

Asger Aaboe. *Episódios da história antiga da Matemática*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.

Bernard H. Gundlach. *Números e numerais*. São Paulo: Atual, 2005. (Tópicos de história da Matemática para uso em sala)

Brasil. Ministério da Educação. *Parâmetros curriculares nacionais*: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

Brian Bolt. *Actividades matemáticas*. Lisboa: Gradiva, 1991.

Carl Benjamim Boyer. *História da Matemática*. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher; Edusp, 2010.

Constance Kamii. *Reinventando a Aritmética*: implicações da teoria de Piaget. Campinas: Papirus, 1995.

Delia Lerner Zunino. *A Matemática na escola*: aqui e agora. Porto Alegre: Artes Médicas, 2003.

Dicionário Enciclopédico Tudo. São Paulo: Nova Cultural, 1979.

Dione Lucchesi de Carvalho. *Metodologia do ensino da Matemática*. São Paulo: Cortez, 2009.

Elon Lages Lima. *Meu professor de Matemática e outras histórias*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004.

Ernesto Rosa Neto. *Didática da Matemática*. São Paulo: Ática, 2010.

George Polya. *A arte de resolver problemas*. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

Georges Ifrah. *História universal dos algarismos*. Trad. Alberto Munõz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

________. *Os números*: a história de uma grande invenção. Rio de Janeiro: Globo, 1998.

Howard Eves. *Introdução à história da Matemática*. Campinas: Unicamp, 2004.

Luiz Márcio Imenes. *A numeração indo-arábica*. São Paulo: Scipione, 1990. (Coleção Vivendo a Matemática)

Luiz Roberto Dante. *Didática da resolução de problemas de Matemática*. São Paulo: Ática, 2002.

Luzia Faraco Ramos. *O que fazer primeiro?* São Paulo: Ática, 2001. (Coleção A descoberta da Matemática)

Malba Tahan. *As maravilhas da Matemática*. Rio de Janeiro: Bloch, 1987.

________. *Matemática divertida e curiosa*. Rio de Janeiro: Record, 2012.

________. *O homem que calculava*. Rio de Janeiro: Record, 2001.

Maria Cristina S. A. Maranhão. *Matemática*. São Paulo: Cortez, 1994.

Marilia Centurión. *Conteúdo e metodologia da Matemática*: números e operações. São Paulo: Scipione, 1998.

Martin Gardner. *Matemática, magia e mistério*. Trad. Jorge Lima. Lisboa: Gradiva, 1991.

Milton Zaro. *Matemática experimental*. São Paulo: Ática, 1996.

Oscar Guelli. *Contando a história da Matemática*. São Paulo: Ática, 1999.

Paul Karlson. *A magia dos números*. Porto Alegre: Globo, 1961.

Pierre Berloquin. *100 jogos geométricos*. Lisboa: Gradiva, 2005.

Revista do Professor de Matemática. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática.

Rômulo C. Lins; Joaquim Gimenez. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 1997.

LISTA DE SIGLAS

Enem: Exame Nacional do Ensino Médio

OBM: Olimpíada Brasileira de Matemática

Obmep: Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

Saresp: Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo

Suplemento com orientações para o professor

6º ano

Sumário

Orientações gerais

Orientações para o desenvolvimento dos capítulos

Orientações gerais

APRESENTAÇÃO

Professor

Esta coleção tem como objetivo principal servir de apoio didático para suas aulas. No Guia Didático (Manual do Professor) você encontra algumas reflexões sobre o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática na Escola Básica.

Observe que falamos de "ensino e de aprendizagem", separadamente, sem o hífen muitas vezes utilizado: ensino-aprendizagem. Entendemos que são processos que se articulam, mas são distintos – processo de ensino + processo de aprendizagem. O ensino pode ocorrer sem que ocorra a aprendizagem e a aprendizagem pode ocorrer sem que ocorra o ensino. Na escola, buscamos sempre que esses dois processos andem juntos, se completem, e esse pressuposto guia a organização desta coleção. Lembramos você, professor, que a escolha do livro didático é muito importante, e que deve ser feita sempre a partir do conhecimento de sua realidade escolar. E já que escolheu trabalhar com esta coleção, queremos ajudá-lo a atingir seus objetivos didáticos, valorizando sua autonomia didática na organização e gestão de suas aulas.

Com isso, o papel do professor – seu papel – é de fundamental importância. E nosso papel, oferecendo esta coleção como ferramenta de trabalho, é fomentar situações que lhe permitam sempre enriquecer suas aulas e, em consequência, favorecer as condições de aprendizagem dos seus alunos.

Neste guia trataremos de aspectos da abordagem dos conteúdos, do uso de calculadoras e *softwares*, mas também do uso de materiais concretos, sempre no intuito de enriquecer a gama de materiais didáticos disponíveis. Um tópico importante para reflexão é a avaliação da aprendizagem: vamos articular os objetivos gerais da aprendizagem com a ideia de avaliação e os possíveis instrumentos a serem utilizados. Apresentaremos também sugestões de leituras que permitirão a você, professor, aprofundar-se em suas reflexões.

O professor é o grande mediador na relação entre o aluno e a Matemática escolar: ele planeja, organiza, elabora as situações de aprendizagem, faz a gestão dessas situações, sempre buscando que seus alunos construam conhecimentos que lhes ajudarão em situações presentes e futuras, tanto no âmbito escolar como em suas vidas fora dos muros da escola. Não podemos esquecer também que o objetivo da aprendizagem escolar é a formação humana integral e que por esse motivo é necessário também levar em consideração a vida pessoal e profissional dos alunos. Ferreira (2006)[1] defende que a escola deve promover o desenvolvimento humano, conectando todos os conhecimentos, sejam de ordem cotidiana, sejam de ordem científica. Na organização desta coleção, tanto na parte destinada ao aluno como na parte específica para o professor, assumimos também essa defesa.

Para construir este Guia Didático, visando auxiliar na utilização desta coleção, baseamo-nos nos princípios da Educação Matemática, que é uma área que estuda os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, ou seja, partimos da compreensão de que a Matemática feita pelos matemáticos é diferente da matemática a ser trabalhada na escola.

1 FERREIRA, L. R. Matemática Escolar: conceitos do cotidiano na vida profissional. In: *ZETETIKÉ*, v. 14, n. 26. jul./dez. FE/Unicamp. 2006.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2012)[2], os estudos feitos no campo da Educação Matemática têm como perspectiva "o desenvolvimento de conhecimentos e práticas pedagógicas que contribuam para uma formação mais integral, humana e crítica do aluno e do professor" (p. 4). Nesse sentido, esta coleção visa tal formação e considera que não se pode confundir a aplicação de algoritmos com o fazer matemático, pois a Matemática vai muito além. Dessa forma, apresentamos a Matemática escolar de forma que o aluno possa crescer em sua aprendizagem, aprender a pensar matematicamente, resolver problemas diversos, mas sempre no espectro da Matemática escolar.

Neste guia, convidamos você a refletir conosco sobre o "como trabalhar" com os conteúdos da Matemática escolar selecionados para cada ano das séries finais do Ensino Fundamental.

OBJETIVOS GERAIS DA COLEÇÃO

Ao escolhermos e organizarmos os conteúdos a serem abordados ao longo dos quatro anos desse ciclo escolar, tivemos a preocupação de proporcionar aos alunos as melhores condições para construção dos conhecimentos matemáticos esperados para essa faixa de escolaridade. Pautamo-nos nos objetivos estabelecidos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998)[3], que pode ser consultado a qualquer momento por todos os que se interessam e se preocupam com o ensino e a aprendizagem nessa área do saber.

Dentre os objetivos gerais para o Ensino Fundamental, anunciados nos PCN, destacamos três deles:

- utilizar as diferentes linguagens – verbal, musical, matemática, gráfica, plástica e corporal – como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar as produções culturais e usufruir delas, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação;
- saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos;
- questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação.

Fundamentados nesses objetivos (sem esquecer os demais, logicamente) e nos anunciados para cada ciclo do Ensino Fundamental, adotamos nesta coleção, o objetivo principal de desenvolver as competências necessárias para a aprendizagem da Matemática e para a formação integral do aluno, tal como abordamos na apresentação da obra. Para isso, buscamos construir elementos que permitam desenvolver o pensamento e o raciocínio matemático, construindo habilidades para a resolução de problemas, para a comunicação matemática e para a análise críticas de situações diversas do cotidiano.

ORGANIZAÇÃO

Esta coleção é organizada em quatro volumes, que são dispostos em capítulos e tópicos. O tema do capítulo, apresentado em página dupla, permite ao professor provocar questionamentos sobre o que será desenvolvido, por meio de associações com situações da realidade.

2 FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3ª. edição revisada. Campinas: Editores Associados, 2012.

3 BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF. 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>.

A abertura de cada capítulo sempre traz uma proposta de questionamento no quadro "É hora de observar e discutir". Em seguida, o capítulo apresenta a seção "Trocando ideias", na qual o tema é abordado por meio de exemplos de aplicação, com contextos de situações da realidade como também da própria matemática.

Essa forma de primeiro contato com o conteúdo a ser trabalhado permite ao professor inserir atividades diversas a cada capítulo: pesquisas, jogos, entre outras opções. É também uma oportunidade para desencadear um debate com os alunos, visando identificar os conhecimentos prévios para que estes sejam o ponto de partida para a construção de novos saberes.

Um exemplo é a abordagem das operações com números naturais: os alunos já possuem algum conhecimento construído ao longo dos anos anteriores e, retomá-los, permite ao professor fazer um trabalho mais significativo para o aluno.

Após a abertura e a seção "Trocando ideias", seguem os tópicos, que desenvolverão o conteúdo organizado de forma que o aluno aprenda paulatinamente. O número de tópicos varia a cada capítulo. Nesses tópicos são apresentados definições, propriedades, exemplos e situações que permitem maior detalhamento, para em seguida propor as atividades a serem resolvidas pelos alunos. Em alguns tópicos, são apresentadas também as seções "Lendo e aprendendo" e "Um pouco de história", com o objetivo de enriquecer a aprendizagem.

Os capítulos são finalizados com atividades que permitem ao aluno um aprofundamento – "Trabalhando os conhecimentos adquiridos". A seção "Resolvendo em equipe" traz um problema a ser resolvido pelos alunos organizados em grupos, com orientação para as etapas de resolução: interpretação e identificação de dados, plano de resolução, resolução, verificação, apresentação.

O trabalho em equipe é muito importante sob diversos pontos de vista: permite ao aluno aprender pela troca com os colegas; explicitar seus conhecimentos e dúvidas, facilitando a ação do professor, validar o raciocínio construído por meio do diálogo com os colegas da equipe. Além disso, saber trabalhar em equipe é uma competência exigida nas mais diversas profissões de diferentes áreas.

O uso de tecnologias é uma prerrogativa do professor e uma realidade no mundo de hoje. Algumas atividades propostas na coleção orientam para o uso de calculadoras. É importante que os alunos se apropriem de seu uso, utilizando-as como ferramenta para descoberta de estratégias na resolução das atividades propostas – estratégias distintas daquelas apresentadas na coleção. Valoriza-se assim também o desenvolvimento da criatividade, entre outras habilidades e competências visadas ao longo da vida escolar do aluno.

MATEMÁTICA ESCOLAR

Usualmente lemos ou escutamos frases como "aprender matemática é importante para o desenvolvimento do raciocínio", e outras com os mesmos pressupostos. Realmente, essa é uma verdade, que, para ser compreendida, precisa ser mais bem analisada. Em pesquisa realizada, Maciel (2009)[4] comprova a importância da Matemática na formação do cidadão. A autora afirma:

> *Desse estudo concluiu-se que o ensino da Matemática é um dos elementos fundamentais para a formação social e intelectual do aluno, fazendo deste um ser humano dotado de conhecimento, possuidor da capacidade de evoluir culturalmente, se tratando de um cidadão apto e preparado para lidar com as mudanças da sociedade. Assim sendo imprescindível o desenvolvimento da autonomia, da criticidade, da criatividade e da capacidade de argumentação, assim se comprovou a importância do ensino da Matemática como componente curricular. (p. 1)*

4 MACIEL, M. V. A importância do ensino da Matemática na formação do cidadão. In: *Revista da Graduação*. EdiPUCRS. 2009. Disponível em: <http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/graduacao/article/view/6058>. Acesso em: maio 2015.

A Matemática escolar difere da Matemática acadêmica pelo grau de profundidade da abordagem: a Matemática feita pelos matemáticos tem características que não se adequam às atividades para descoberta e aprendizagem. O conhecimento matemático passa, assim, por transformações que resultam em um conjunto de saberes escolares, acessíveis aos alunos. É o que Chevallard (1991)[5] chama de transposição didática: toda transformação sofrida por um saber para que este se adapte a uma instituição (nesse caso, a escola).

Tais transformações são demandadas e trabalhadas pelos que concebem currículos e propostas curriculares, pelas instituições de ensino, pelos autores de livros didáticos, pela sociedade, pelos pais etc. Os resultados são apresentados nas propostas curriculares, nos livros didáticos, e são trabalhados pelos professores em sua sala de aula, completando o ciclo de transformações: de saber científico a saber ensinado.

Os conteúdos abordados nesta coleção encaixam-se nessa perspectiva: fazem parte do conjunto de conteúdos da Matemática escolar, da Matemática a ser aprendida pelos alunos durante sua escolaridade, sem perder de vista o saber de referência, ou seja, a Matemática em sua dimensão de saber científico.

APRESENTAÇÃO DA PROPOSTA DIDÁTICA

A Matemática trabalhada no Ensino Fundamental não tem um fim em si mesma: além de aprofundar e sistematizar aprendizagens anteriores, abre também as portas para novas aprendizagens, considerando as diversas áreas do saber, contribuindo para o desenvolvimento intelectual do aluno. O conhecimento matemático é, assim, o objeto de estudo nas aulas de Matemática, para que possa ser a ferramenta de trabalho tanto na resolução de problemas matemáticos como na construção de novos conhecimentos oriundos tanto da ciência como do cotidiano.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil 1998) afirmam que "a seleção de conteúdos a serem trabalhados pode se dar numa perspectiva mais ampla, ao procurar identificá-los como formas e saberes culturais cuja assimilação é essencial para que produza novos conhecimentos" (p. 49). Consideram-se aqui conceitos, procedimentos e atitudes.

Nesta coleção, a seleção dos conteúdos foi feita nessa perspectiva, e as abordagens propostas pressupõem desenvolvimento de atitudes importantes na formação do aluno. Escolhemos abordar conceitos e procedimentos (seleção e abordagem) tanto como forma de aprofundamento, de revisita aos conhecimentos prévios dos alunos, como iniciando a construção de novos conhecimentos a serem consolidados em anos posteriores de escolaridade.

O professor pode acrescentar atividades, questionamentos, de modo a atender as especificidades de suas turmas: o livro didático nunca pode ser uma amarra para o professor, deve ser um facilitador de seu trabalho. O Guia Didático traz diversas sugestões que o professor poderá ou não utilizar, sempre a partir do conhecimento de seus alunos e do currículo da escola. A busca é e será sempre por um aprendizado não mecanizado, um aprendizado que permita a construção de significados e, portanto, de articulações entre conteúdos, áreas da Matemática e de outras áreas do conhecimento.

5 CHEVALLARD, Y.; JOHSUA, M-A. *La transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, 1991.

6º ano	7º ano	8º ano	9º ano
Capítulo 1 – Números naturais e sistemas de numeração Sistemas de numeração Sistema de numeração decimal Os números naturais Igualdade e desigualdade A reta numérica e os números naturais Leitura e escrita de um número natural	**Capítulo 1 –** Números inteiros Números inteiros Reta numérica Módulo de um número inteiro Números opostos ou simétricos Comparação de números inteiros Adição de números inteiros Subtração de números inteiros Multiplicação de números inteiros Divisão exata de números inteiros Potenciação em que a base é um número inteiro Raiz quadrada exata de números inteiros Expressões numéricas	**Capítulo 1 –** Números reais Números naturais, números inteiros e números racionais Números irracionais Números reais	**Capítulo 1 –** Potenciação e radicais Potência de um número real com expoente inteiro Raiz enésima de um número real Simplificação de radicais Radicais semelhantes Adição e subtração de radicais Multiplicação de radicais Divisão de radicais Potenciação e radiciação de radicais
Capítulo 2 – Operações com números naturais Adição com números naturais Algumas propriedades da adição Subtração com números naturais Relação fundamental da subtração Expressões numéricas com adições e subtrações Multiplicação com números naturais Algumas propriedades da multiplicação Divisão exata com números naturais Expressões numéricas com as quatro operações Divisão não exata	**Capítulo 2 –** Números racionais Números racionais Representação dos números racionais na reta numérica Módulo de um número racional Oposto de um número racional Comparação de números racionais Adição e subtração de números racionais Multiplicação de números racionais Divisão de números racionais Potenciação de números racionais Raiz quadrada de números racionais Expressões numéricas	**Capítulo 2 –** Potenciação e radiciação de números reais Potenciação Radiciação	**Capítulo 2 –** Equações do 2º grau Equação do 2º grau com uma incógnita Raiz de uma equação do 2º grau Resolução de equações do 2º grau Relações entre as raízes e os coeficientes de uma equação do 2º grau Resolução de problemas Sistemas de equações

Números e operações

Álgebra

Geometria

Tratamento da informação

Grandezas e medidas

6º ano	7º ano	8º ano	9º ano
Capítulo 3 – Outras operações com números naturais Potenciação com números naturais Propriedades da potenciação Radiciação de números naturais Expressões numéricas com números naturais	**Capítulo 3 –** Expressões algébricas e sentenças matemáticas Expressões algébricas Valor numérico de uma expressão algébrica Termos algébricos Sentenças matemáticas	**Capítulo 3 –** Monômios e polinômios Expressões algébricas Monômio Adição e subtração de monômios Multiplicação de monômios Divisão de monômios Potenciação de monômios Polinômio Adição de polinômios Subtração de polinômios Multiplicação de polinômios Divisão de polinômios	**Capítulo 3 –** Função afim Ideia de função Representação gráfica de uma função Função afim
Capítulo 4 – Figuras geométricas espaciais Sólidos geométricos Poliedros Corpos redondos Planificação da superfície de sólidos geométricos Vistas	**Capítulo 4 –** Equações do 1º grau com uma incógnita Equações Raiz de uma equação Resolução de equações do 1º grau com uma incógnita Resolução de problemas	**Capítulo 4 –** Produtos notáveis e fatoração Produtos notáveis Fatoração	**Capítulo 4 –** Funções quadráticas Função quadrática Gráfico de uma função quadrática Ponto de mínimo e ponto de máximo de uma função quadrática
Capítulo 5 – Múltiplos e divisores Múltiplos de um número natural Divisores de um número natural Critérios de divisibilidade Número 1, números primos e números compostos Decomposição em fatores primos Máximo divisor comum (mdc) Mínimo múltiplo comum (mmc)	**Capítulo 5 –** Inequações do 1º grau com uma incógnita Desigualdades Inequações equivalentes Resolução de uma inequação do 1º grau	**Capítulo 5 –** Retas e ângulos Retas Segmento de reta Ângulo Ângulos formados por duas retas cortadas por uma transversal	**Capítulo 5 –** Estatística e probabilidade Processo estatístico Construção de gráficos Determinação de parâmetros Probabilidade

Números e operações

Álgebra

Geometria

Tratamento da informação

Grandezas e medidas

6º ano	7º ano	8º ano	9º ano
Capítulo 6 – Frações A ideia de número fracionário Leitura de frações Comparando frações com o inteiro Número misto Frações equivalentes Simplificação de frações Comparação de frações Fração de uma quantidade Adição e subtração de frações Multiplicação de frações Divisão de frações Potenciação e raiz quadrada de frações Expressões numéricas	**Capítulo 6 –** Ângulos O ângulo e seus elementos Medida de ângulo Transformação de unidades Operações com medidas de ângulos Ângulos congruentes Ângulos adjacentes Bissetriz de um ângulo Ângulos complementares Ângulos suplementares Ângulos opostos pelo vértice	**Capítulo 6 –** Polígonos e simetria Polígonos Diagonais de um polígono Ângulos internos e ângulos externos de um polígono Simetria	**Capítulo 6 –** Segmentos proporcionais e semelhança Razão entre segmentos e segmentos proporcionais Teorema de Tales Teorema da bissetriz interna Semelhança Triângulos semelhantes Homotetia
Capítulo 7 – Números decimais Décimos, centésimos e milésimos Leitura dos números decimais Comparação de números decimais Adição e subtração com números decimais Multiplicação com números decimais Divisão com números decimais Decimais exatos e dízimas periódicas Expressões numéricas com números decimais	**Capítulo 7 –** Razão Razão Razão entre grandezas de mesma natureza Razão entre grandezas de naturezas diferentes	**Capítulo 7 –** Frações algébricas e equações fracionárias Frações algébricas Simplificação de fração algébrica Redução de frações algébricas ao mesmo denominador Adição e subtração de frações algébricas Multiplicação de frações algébricas Divisão de frações algébricas Equações fracionárias	**Capítulo 7 –** Relações métricas em um triângulo retângulo e razões trigonométricas Projeções ortogonais Triângulo retângulo Teorema de Pitágoras e aplicações Razões trigonométricas no triângulo retângulo As razões trigonométricas de 30°, 45° e 60° Tabela de razões trigonométricas Resolução de problemas
Capítulo 8 – Porcentagem, possibilidades e Estatística Porcentagem Cálculo do número de possibilidades Estatística	**Capítulo 8 –** Probabilidade e Estatística O que é probabilidade? Cálculo de probabilidades Estatística Média aritmética simples, média aritmética ponderada, mediana e moda	**Capítulo 8 –** Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas Par ordenado Equação do 1º grau com duas incógnitas Sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas Resolução de sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas Solução gráfica de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas	**Capítulo 8 –** Circunferência, arcos e relações métricas O comprimento da circunferência Medida de um arco de circunferência Relações métricas em uma circunferência

6º ano	7º ano	8º ano	9º ano
Capítulo 9 – Figuras geométricas planas Representação de ponto, reta e plano Semirreta e segmento de reta Ângulos Posições entre duas retas no plano Polígonos Triângulos Quadriláteros Circunferência e círculo	**Capítulo 9** – Proporção Proporção Propriedade fundamental das proporções Sequências de números diretamente proporcionais Sequências de números inversamente proporcionais	**Capítulo 9** – Estatística e probabilidade Estatística Gráficos de segmentos e de barras Gráfico de setores Cartograma e pictograma Probabilidade	**Capítulo 9** – Polígonos regulares Polígonos Polígonos regulares Relações métricas nos polígonos regulares
Capítulo 10 – Medidas de comprimento e de tempo Metro Conversão de unidades Perímetro de um polígono Horas, minutos e segundos	**Capítulo 10** – Grandezas e regra de três Grandezas proporcionais Regra de três simples Regra de três composta	**Capítulo 10** – Triângulos Triângulo Classificação de triângulos Cevianas notáveis Casos de congruência de triângulos Soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo Propriedades dos triângulos isósceles Propriedades dos triângulos retângulos	**Capítulo 10** – Área de figuras planas Área Área do retângulo, do quadrado e do paralelogramo Área do triângulo Área do trapézio e do losango Área de um polígono regular Área do círculo
Capítulo 11 – Medidas de superfície e de volume Metro quadrado Área do retângulo e área do quadrado Metro cúbico Volume do paralelepípedo e do cubo	**Capítulo 11** – Porcentagem e juro simples Porcentagem Cálculo de acréscimos e descontos Juro simples	**Capítulo 11** – Quadriláteros Quadriláteros Soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero convexo Paralelogramos Trapézios	**Capítulo 11** – Matemática comercial e financeira Operações sobre mercadorias Juro simples Juro composto
Capítulo 12 – Medidas de capacidade e de massa Litro Quilograma		**Capítulo 12** – Circunferência e círculo Circunferência e círculo Posições de um ponto em relação a uma circunferência Posições de uma reta em relação a uma circunferência Posições relativas de duas circunferências Segmentos tangentes Arco de circunferência e ângulo central Ângulo inscrito	

- Números e operações
- Álgebra
- Geometria
- Tratamento da informação
- Grandezas e medidas

No que se refere aos conteúdos relacionados ao bloco de conhecimentos **Números e Operações**, espera-se que o aluno perceba seus diferentes usos e significados ao longo de sua escolaridade, ampliando o conhecimento construído em anos anteriores. As operações e suas propriedades são trabalhadas de forma gradativa, a cada conjunto numérico abordado: naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais.

A apresentação dos conteúdos se inicia sobre a abordagem dos sistemas de numeração, para depois apresentar o sistema de numeração decimal e o conjunto dos números naturais. A partir daí, apresentam-se os demais conteúdos, sistematicamente e sem que cada tópico ou capítulo esgote o conteúdo. O objetivo principal é a atribuição de significados: o cálculo é importante, mas a compreensão dos resultados obtidos na resolução de um problema, ou mesmo ao final de um procedimento, deve ser a meta principal do processo de ensino e de aprendizagem.

Os PCN de Matemática para o terceiro e quarto ciclos (Brasil, 1998), orientam para que

> *O trabalho com os conteúdos relacionados aos números e as operações deve privilegiar atividades que possibilitem ampliar o sentido numérico e a compreensão do significado das operações, ou seja, atividades que permitam estabelecer e reconhecer relações entre os diferentes tipos de números e entre as diferentes operações. (p. 95-96)*

Nossa opção pela atribuição de significados se reflete não apenas ao longo dos capítulos, mas também nas orientações didáticas presentes na parte específica deste manual.

O campo da **Álgebra** é abordado a partir do volume destinado ao 7º ano, buscando uma articulação com o campo de Números e Operações: inicia-se com as expressões algébricas. Ao longo dos quatro anos finais do Ensino Fundamental, a Álgebra caracteriza-se como um espaço bastante significativo para o desenvolvimento dos processos de abstração e de generalização, o que é assinalado nos PCN.

Nesse aspecto, destaca-se a importância de que o ensino dos conteúdos desse bloco não se limite à repetição de algoritmos. É necessário que o aluno desenvolva ferramentas para resolver problemas: os exercícios de fixação são importantes, mas não devem se constituir em abordagem principal.

A formalização excessiva também é evitada ao longo desta coleção: a construção dos conhecimentos se faz paulatinamente. Assim, os primeiros contatos com a Álgebra acontecem no 7º ano (nesta coleção) e, assim como para os demais blocos de conteúdo, os temas não se esgotam, de forma a contribuir com o amadurecimento dos alunos para que, ao terem contato com a formalização, possam atribuir significados a ela.

Os PCN apresentam (p. 116) uma síntese com os significados da Álgebra a serem desenvolvidos nos ciclos finais do Ensino Fundamental:

Álgebra no Ensino Fundamental

Dimensões da Álgebra	Aritmética Generalizada	Funcional	Equações	Estrutural
Uso das letras	Letras como generalizações do modelo aritmético	Letras como variáveis para expressar relações e funções	Letras como incógnitas	Letras como símbolo abstrato
Conteúdos (conceitos e procedimentos)	Propriedades das operações generalizações de padrões aritméticos	Variações de grandezas	Resoluções de equações	Cálculo algébrico Obtenção de expressões equivalentes

A percepção de padrões contribui bastante para a compreensão dos procedimentos, por exemplo, para a operação entre monômios, entre polinômios, para o desenvolvimento de expressões algébricas, para o trabalho com as funções: a introdução das letras como variável, como incógnita ou como símbolo pode ser trabalhada a partir da observação de padrões, antes que se apresentem os algoritmos.

A utilização de calculadoras, planilhas e *softwares* para o ensino da Matemática também favorece a construção de significados: a construção de gráficos, por exemplo, pode ser extremamente favorecida pelo uso de ambiente computacional.

O papel da **Geometria** é fundamental na construção do conhecimento matemático pelo aluno. O conhecimento nessa área é trabalhado desde os primeiros anos de escolaridade, e se aprofunda no Ensino Fundamental II, em uma articulação desejável entre a Geometria Plana e a Geometria Espacial. A utilização de *softwares* e de materiais concretos permite facilitar a compreensão pelo recurso da visualização, da manipulação das figuras geométricas, permite avançar no estudo do espaço, das formas, das grandezas relacionadas e suas medidas. As construções com régua e compasso ampliam e aprofundam as relações construídas pelos alunos.

Nesse contexto se insere a abordagem das transformações geométricas, do estudo das vistas e da percepção espacial, dos deslocamentos no plano e sistema cartesiano. A resolução de problemas é um cenário potencial para essa abordagem. Os primeiros passos na argumentação e na demonstração são dados também nesse cenário da Geometria. No entanto, deve-se evitar ainda nessa fase de escolaridade o excesso de formalização: a construção do pensamento geométrico é um processo não linear, que está em constante crescimento ao longo da vida escolar do aluno.

O campo designado por **Tratamento da Informação** é bastante propício ao desenvolvimento de atividades lúdicas e de atividades que trabalhem profundamente com a criticidade dos alunos: são trabalhadas no Ensino Fundamental algumas ferramentas que auxiliam na compreensão de notícias, de dados fornecidos pelas diversas mídias, de dados referentes à vida cotidiana pessoal do aluno e da família. Amplia-se, assim, um cenário de construção da cidadania.

A coleta de dados e sua organização em gráficos e tabelas são uma etapa anunciada pelas pesquisas na área como fundamental para que os alunos aprendam a mobilizar correta e adequadamente seus conhecimentos para análise estatística desses dados coletados. O objetivo será sempre responder a um questionamento por meio da análise desses dados.

Aprofunda-se também a discussão que permite distinguir o aleatório do determinístico. Nesse sentido, o estudo da probabilidade por meio de experimentações e simulações é bastante favorecido. O professor tem a possibilidade de utilizar tanto materiais concretos (jogos ou mesmo materiais construídos com os alunos, que possam ser utilizados para realização de sorteios aleatórios e simulações) como *softwares* livres (por exemplo, o GeoGebra). O objetivo deve ser a construção de estimativas plausíveis para resultados de experimentos aleatórios.

A leitura estatística e probabilística dos fatos que nos cercam fornece importantes elementos para decisões no campo pessoal, nutricional, de investimentos, de segurança, de confiabilidade em processos de qualidade, em processos de pesquisa de opinião, entre muitas outras. A percepção e a apreensão da variação dos dados coletados nos diversos contextos que se quer analisar são objetivos centrais no estudo dos conteúdos ligados ao Tratamento da Informação.

Os conteúdos relacionados ao campo das **Grandezas e Medidas** podem ser abordados em articulação com os demais campos da Matemática escolar. Contextos ligados ao cotidiano do aluno fornecem elementos para que o professor possa trabalhar tais conteúdos em sala de aula, sem desvincular a Matemática da realidade do aluno. A compreensão das diversas grandezas e das medidas que se associam, destacando a discussão sobre as mudanças de unidades e os efeitos de tais mudanças na análise dos resultados observados na resolução das atividades propostas, é fundamental para a aprendizagem conceitual da Matemática. Nesse sentido, destaca-se o papel do trabalho com os instrumentos de medida.

Os PCN destacam o importante papel do estudo das Grandezas e Medidas, uma vez que favorece articulações "intra" e "extra" Matemática. Destacam sua utilização em contextos diversos e que permitirão que sejam retomados, discutidos e ampliados procedimentos de medidas, discutindo a comparação com padrões determinados – geométricos ou não:

> *(...) Além disso, como as medidas quantificam grandezas do mundo físico e são essenciais para a interpretação deste, as possibilidades de integração com as outras áreas são bastante claras, como Ciências Naturais (utilização de bússolas e noções de densidade, velocidade, temperatura, entre outras) e Geografia (utilização de escalas, coordenadas geográficas, mapas etc.). As medidas também são necessárias para melhor compreensão de fenômenos sociais e políticos, como movimentos migratórios, questões ambientais, distribuição de renda, políticas públicas de saúde e educação, consumo, orçamento, ou seja, questões relacionadas aos Temas Transversais. (p. 128)*

A UTILIZAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A abordagem de episódios da História da Matemática permite aos alunos a percepção de que a Matemática não é uma ciência pronta e acabada. Ela se desenvolveu ao longo do tempo e ainda está em desenvolvimento. Pequenos textos que trazem informações sobre fatos e pessoas ligadas ao seu desenvolvimento permitem ao professor promover discussões e sugerir pesquisas aos alunos, com objetivo de ampliar os horizontes da aprendizagem matemática.

Por exemplo, no estudo de conteúdos da Geometria, o desenvolvimento de pesquisas que permitam conhecer elementos sobre sua história, sobre os locais nos quais a Geometria se desenvolveu, sobre as características sociais, geográficas, pode contribuir para a compreensão do contexto no qual o objeto matemático em estudo se desenvolveu.

A aprendizagem matemática tem, assim, como ferramenta didática disponível, a história da Matemática, junto à resolução de problemas à modelagem. Não cabe ao livro didático fazer um estudo aprofundado da história, mas sim promover elementos que servirão como ponto de partida para complementação e aprofundamento dos conteúdos abordados.

AS TECNOLOGIAS E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

A utilização das diversas tecnologias de aprendizagem na aula de Matemática permite uma expansão das oportunidades de construção de conhecimento. Particularmente citando a calculadora e os *softwares* para aprendizagem da Matemática, que permitem a ampliação na busca de novas estratégias para resolução de problemas.

> *A utilização e a exploração de aplicativos e/ou softwares computacionais em Matemática podem desafiar o aluno a pensar sobre o que está sendo feito e, ao mesmo tempo, levá-lo a articular os significados e as conjecturas sobre os meios utilizados e os resultados obtidos, conduzindo-o a uma mudança de paradigma com relação ao estudo, na qual as propriedades matemáticas, as técnicas, as ideias e as heurísticas passem a ser objeto de estudo. (AGUIAR, 2008, p. 64)*[6]

A prontidão para a atuação profissional compreende o conhecimento de diversas tecnologias e linguagens, e a escola é um dos ambientes mais propícios para a construção de tal conhecimento. Não cabe ao Ensino Fundamental o preparo de mão de obra especializada, como podemos encontrar nos PCN. No entanto, "é papel da escola desenvolver uma educação que não dissocie escola

6 AGUIAR, E. V. B. As novas tecnologias e o ensino-aprendizagem. In: *VÉRTICES*, v. 10, n. 1/3, jan./dez. 2008. Disponível em: <www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/artigos/outros/Aguiar_Rosane.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

e sociedade, conhecimento e trabalho, e que coloque o aluno ante desafios que lhe permitam desenvolver atitudes de responsabilidade, compromisso, crítica, satisfação e reconhecimento de seus direitos e deveres". (p. 27).

AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM

A avaliação é um momento fundamental no processo de ensino. Ela é um instrumento norteador do trabalho docente: "O que avaliar? Como avaliar?".

Esses questionamentos permitem ao professor identificar possíveis dificuldades dos alunos, podendo construir atividades para sua superação. A avaliação permite rever e redesenhar os caminhos para que a aprendizagem seja alcançada: e não vamos confundir a atribuição de uma nota com o acompanhamento do processo de aprendizagem visado.

Faz-se necessário o conhecimento dos alunos, de suas características relativas à aprendizagem matemática. É preciso identificar elementos que permitam ao professor estabelecer e reavaliar metas, processos, planejar atividades adequadas para a introdução, para o aprofundamento e para a avaliação da aprendizagem desses alunos. Cada um deles tem seu próprio ritmo que deve ser considerado: o tempo didático e o tempo cronológico não correm da mesma forma, o que muitas vezes explica dificuldades detectadas.

Não se trata de individualizar o ensino, mas de buscar as melhores formas de fazer a gestão das situações de aprendizagem e, em paralelo, das situações de avaliação. Estas acontecem continuamente, a cada aula, a cada momento.

Vários são os instrumentos que permitem ao professor obter as informações necessárias para o melhor planejamento, assim como atender à necessidade de quantificação da aprendizagem: atribuir uma nota ou um conceito. Destaca-se a importância da utilização de vários instrumentos simultaneamente, de forma a melhorar as oportunidades para que o aluno mostre efetivamente o que aprendeu (ou não aprendeu e precisa ser retomado pelo professor). Por exemplo: provas, relatórios, autoavaliação, trabalhos em equipe etc.

Cabe ao professor, a partir do conhecimento de suas turmas, escolher os instrumentos mais adequados aos objetivos fixados em seu plano de ensino. Algumas dessas medidas são subjetivas, mas os critérios a serem utilizados devem ser explicitados aos alunos.

Busca-se assim "uma proposta de avaliação flexível, contínua e formativa, identificando os principais problemas que interferem na obtenção de resultados, despertando o interesse dos alunos em relação à aplicação prática dos conhecimentos matemáticos adquiridos, bem como interpretar as informações coletadas na pesquisa de campo". (OLIVEIRA, 2012, p. 2)[7]

Destaca-se a necessidade de não limitar a avaliação aos aspectos cognitivos, uma vez que a formação do aluno deve ser a mais completa: aspectos comportamentais, atitudinais, também são considerados. Lembramos que um objetivo a ser fixado é o de uma educação democrática, inclusiva, e a avaliação tem papel fundamental nesse processo.

Para a elaboração do plano de avaliação, deve-se considerar os objetivos anunciados para cada unidade e o objetivo geral do ensino da Matemática em cada um dos níveis de escolaridade. Uma listagem desses objetivos permite sua operacionalização e, a partir daí, escolhem-se os melhores instrumentos.

7 OLIVEIRA J. C. G. *Os novos paradigmas para uma avaliação do ensino matemático*. Disponível em: <www.uems.br/eventos/semana2012/arquivos/49_2012-09-28_15-29-18.pdf>. Acesso em: 10 abr. 2015.

Veja a seguir uma sugestão de listagem, que considera não apenas os aspectos cognitivos específicos, mas também os atitudinais. Observe que a construção da autonomia é um objetivo perene, que acompanha toda a formação do aluno.

Meu aluno é capaz de:

- “enfrentar” a resolução do problema;
- entender o contexto das atividades propostas;
- compreender o texto das atividades propostas;
- explicitar o problema com suas palavras;
- selecionar dados da questão de forma autônoma;
- fazer uso adequado de calculadora e outros materiais de forma a buscar soluções para o que é proposto de forma autônoma;
- resolver o problema;
- verificar se a solução é adequada;
- trabalhar em grupo de forma colaborativa;
- trabalhar individualmente com autonomia;
- utilizar corretamente a linguagem matemática.

É importante também lembrar que uma leitura dos Parâmetros Curriculares Nacionais auxilia na listagem dos objetivos tanto cognitivos como atitudinais.

FORMAÇÃO DO PROFESSOR — SUGESTÕES DE LEITURA E *SITES*

A. Sugestões de leitura:

BARBEIRO, Eulália da Conceição. *A aprendizagem das equações do 1º grau a uma incógnita: uma análise dos erros e das dificuldades de alunos de 7º ano de escolaridade*. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/8318/1/ulfpie043292_tm.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

BERNAL, Márcia Maria. *Estudo do objeto proporção: elementos de sua organização matemática como objeto a ensinar e como objeto ensinado*. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/86993/205628.pdf?sequence=1>. Acesso em: 29 maio 2015.

BORRALHO, A.; BARBOSA, Elsa. *Pensamento algébrico e exploração de padrões*. Disponível em: <www.apm.pt/files/_Cd_Borralho_Barbosa_4a5752d698ac2.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

________. CABRITA, I.; PALHARES, P.; VALE, I. *Os padrões no ensino e aprendizagem da álgebra*. Disponível em: <https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/1416/1/Padr%C3%B5es%20Caminha.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

BRANCO, Neusa Cristina Vicente. *O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico*. Disponível em: <repositorio.ul.pt/bitstream/10451/1197/1/17737_ULFC086729_TM.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

CAMPOS, Tania M. M.; SOUZA, Vera Helena G. de. *Resolução de desigualdades com uma incógnita: uma análise de erros*. Disponível em: <www.fisem.org/www/union/revistas/2008/14/Union_014_007.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

COLLARES, Bruno Marques; LIMA, Diego Fontoura. *Por que inverter o sinal da desigualdade em uma inequação?* Disponível em: <www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem/cnem/principal/re/PDF/RE38.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; ALMOULOUD, Saddo Ag; SILVA, Maria José Ferreira da. *O desenvolvimento do letramento estatístico a partir do uso do GeoGebra: um estudo com professores de Matemática*. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p246/23464>. Acesso em: 29 maio 2015.

_______. *Desenvolvimento do pensamento estatístico e sua articulação com a mobilização de registros de representação semiótica*. Disponível em: <www.redalyc.org/pdf/2912/291222099009.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

DAMBROS, Vanessa de Fátima Custódio; ARAÚJO, Viviane Raupp Nunes de. *O ensino de equações do primeiro grau: a busca pela superação da tricotomia entre aritmética, álgebra e geometria*. Disponível em: <www.portalanpedsul.com.br/admin/uploads/2010/Educacao_em_Ciencias_e_Matematica/Trabalho/08_00_14_O_ENSINO_DE_EQUACOES_DO_PRIMEIRO_GRAU__A_BUSCA_PELA_SUPERACAO_DA_TRICOTOMIA_ENTRE_ARITMETICA,_ALGEBRA_E_GEOMETRIA.PDF>. Acesso em: 29 maio 2015.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. *Pensamento aritmético e pensamento algébrico no Ensino Fundamental*. Disponível em: <http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/ed_4/MC/MC_Groenwald_Claudia.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

HUMMES, Viviane Beatriz; NOTARE, Marcia Rodrigues. *Aprendizagem significativa de equações do 1º grau: um estudo de caso com alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental*. Disponível em: <file:///C:/Users/User/Downloads/420-2348-1-PB.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

JÚNIOR, Dárcio Costa Nogueira. *Ensino de razão e proporção na perspectiva curricular da rede*. Disponível em: <www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/CC/T8_CC1664.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

LIMA, Duílio Tavares de. *Fichas temáticas: resolvendo equações do 1º grau*. Disponível em: <www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf?PHPSESSID=5b59a548f19a92caf50a35dc8b2fb0d4>. Acesso em: 29 maio 2015.

LOPES, Celi Aparecida Espasadin. *A probabilidade e a estatística no currículo de Matemática do Ensino Fundamental Brasileiro*. Disponível em: <www.ime.unicamp.br/lem/publica/ce_lopes/prob_est.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

_______; MEIRELLES, Elaine. *Estocástica nas séries iniciais*. Disponível em: <www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/m_cur/mc02_b.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

MAGALHÃES, Adil Ferreira. *Uma sequência de atividades para ensinar (e aprender) inequações*. Disponível em: <www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/produtos_2013/Adil%20Ferreira.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

MALAGUTI, Pedro Luiz; BALDIN, Yuriko. *Os números inteiros no Ensino Fundamental*. Disponível em: <www.dm.ufscar.br/profs/dplm/osnumerosinteiros.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

MANGILI, Leonardo Milioli. *Os jogos e os números inteiros*. Disponível em: <www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/000031/00003194.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

MARTINI, Grasiela. *Estratégias de trabalho para a aprendizagem de operações com números inteiros*. Disponível em: <www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/29143/000775907.pdf?sequence=1>. Acesso em: 29 maio 2015.

MATA-PEREIRA, Joana; PONTE, João Pedro da. *Desenvolvendo o raciocínio matemático: generalização e justificação no estudo das inequações*. Disponível em: <http://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2014.021>. Acesso em: 29 maio 2015.

MEGID, M. A. B. A. Construindo Matemática na Sala de Aula: uma Experiência com os Números Inteiros. In: FIORENTINI, D. & MIORIM, M. A. (Org.) *Por trás da porta, que Matemática acontece?* Campinas: Editora Gráfica FE/Unicamp – Cempem, 2001, p. 144-187.

MENEGAT, Maristela Ferrari. *Uma nova forma de ensinar razão e proporcionalidade*. Disponível em: <www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/31572/000783440.pdf?...1>. Acesso em: 29 maio 2015.

MIYASAKI, Dirce Mayumi. *Modelagem matemática e educação ambiental: possibilidades para o Ensino Fundamental*. Disponível em: <www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/359-4.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

NETO, Francisco Tavares da Rocha. *Dificuldades na aprendizagem operatória de números inteiros no Ensino Fundamental*. Disponível em: <www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/1440/1/2010_dis_ftrneto.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa.; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. *Álgebra e pensamento algébrico através da resolução de problemas*. Disponível em: <www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/artigos/1318.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

POMMER, Wagner M. *Diversas abordagens das regras de sinais nas operações elementares em* $\mathbb{Z}$. Disponível em: <www.uems.br/eventos/encontromatematica/arquivos/44_2012-08-26_18-35-53.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

SCHMITIZ, Ilda; SCHNEIDER, Deborah Sandra Leal Guimarães. *A leitura de mundo através da estocástica: um olhar crítico da realidade, através da mídia e das tecnologias*. Disponível em: <www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_ilda_schmitz.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

SILVA, Ana Claudia da. *Dificuldades de aprendizagem na resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau*. Disponível em: <www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12008/AnaClaudiadaSilvaPetronilo.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

SILVA, Maria José Ferreira da. *As concepções de números fracionários*. Disponível em: <www.mat.ufrgs.br/~vclotilde/disciplinas/html/def_mat_concepfracoes1.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

_______; ALMOULOUD, Saddo Ag. *As operações com números racionais e seus significados a partir da concepção parte – todo*. Disponível em: <www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2105/1830>. Acesso em: 29 maio 2015.

SOUZA, Leandro de Oliveira; LOPES, Celi Aparecida Espasadin. *O ensino de estocástica por meio de simulação virtual*. Disponível em: <www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/artigos/1021.pdf>. Acesso em: 29 maio 2015.

B. *Sites*

- Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM): <www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/>.
- Sociedade Brasileira de Matemática (SBM): <http://www.sbm.org.br/>.
- Portal do Professor – MEC: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/index.html>.
- Centro de Referência em Educação Mário Covas: <www.crmariocovas.sp.gov.br/>.

C. Laboratórios de Educação Matemática (fonte: <www.leoakio.com/laboratorio-de-matematica.html>.)

- UFRJ - LIMC - Laboratório de Pesquisa e Desenvolvimento em Ensino de Matemática e Ciências: <http://limc.ufrj.br/>.
- UFF - Conteúdos Digitais para o ensino e a aprendizagem de Matemática e Estatística: <www.uff.br/cdme>.
- UFF - LEG - Laboratório de Ensino de Geometria: <www.uff.br/leg/>.

- UFF - LABEM - Laboratório de Educação Matemática: <www.uff.br/labem/>.
- UFSC - LEMAT - Laboratório de Estudos de Matemática e Tecnologias: <http://mtm.ufsc.br/lemat/Lemat.html>.
- Unesp LEM - Laboratório de Ensino de Matemática - Rio Claro: <www.rc.unesp.br/igce/pgem/gfp/lem/>.
- Unesp/IBILCE - Laboratório de Matemática - Ribeirão Preto: <www.mat.ibilce.unesp.br/laboratorio/>.
- USP - LEM - Laboratório de Ensino de Matemática: <www.ime.usp.br/lem/>.
- Feusp - Laboratório de Matemática: <www2.fe.usp.br/~labmat/>.
- UFU - LeMat - Laboratório de Matemática: <www.matematica.facip.ufu.br/laboratorio.html>.
- UFG - LEMAT – Laboratório de Educação Matemática: <www.mat.ufg.br/lemat/>.
- FURB - LMF - Laboratório de Matemática: <www.furb.br/lmf>.
- Unijuí - RS - Laboratório Virtual de Matemática: <www.projetos.unijui.edu.br/matematica/>.
- UFPE - PE - Laboratório de Ensino da Matemática: <www.dmat.ufpe.br/extensao/sala_de_jogos.htm>.

Além desses *links*, diversas revistas sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática são disponíveis para acesso livre, *on-line*. Por exemplo, no Portal do Professor, o *link* <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/materiais.html> permite acessar artigos, livros, periódicos, entre outros recursos. Basta buscar por publicações relativas à Matemática: na busca pela ferramenta de pesquisa no- *site* você terá como resultado diversos *links* para ajudá-lo com materiais, leituras etc.

No *site* da SBEM, você tem acesso à *Educação Matemática em Revista* <www.sbembrasil.org.br/revista/index.php/emr>, contendo artigos destinados ao professor que ensina Matemática nos diversos níveis de escolaridade. Também tem acesso ao anúncio dos eventos organizados.

No *site* da SBM, você tem acesso ao *link* para a *Revista do Professor de Matemática* <www.rpm.org.br/>, para a revista *Professor de Matemática OnLine* <http://pmo.sbm.org.br/pmo-h.html> e outras publicações.

D. Programas de Pós-graduação *Stricto Sensu* (Mestrado e Doutorado): com essa lista, o professor pode se informar sobre possibilidades de mestrado e/ou doutorado em áreas afins ao ensino e à aprendizagem da Matemática.

A lista com os programas recomendados e reconhecidos pela CAPES pode ser encontrada no *site* <http://conteudoweb.capes.gov.br/conteudoweb/ProjetoRelacaoCursosServlet?acao=pesquisarIes&codigoArea=90200000&descricaoArea=&descricaoAreaConhecimento=ENSINO&descricaoAreaAvaliacao=ENSINO#>.

PROGRAMA	IES	UF
CIÊNCIA TECNOLOGIA E EDUCAÇÃO	CEFET/RJ	RJ
CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO	IFSUL	RS
DOCÊNCIA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS	UFPA	PA
DOCÊNCIA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA	UNESP/BAU	SP
EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E FORMAÇÃO DE PROFESSORES	UESB	BA

PROGRAMA	IES	UF
EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA	UFSC	SC
EDUCAÇÃO E SAÚDE NA INFÂNCIA E ADOLESCÊNCIA	UNIFESP	SP
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS	UESC	BA
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	IFES	ES
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA	UFPR	PR
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UFG	GO
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UFPE	PE
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UFRRJ	RJ
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	PUC/RS	RS
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - UFMT - UFPA - UEA	UFMT	MT
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS	UFPA	PA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	UESC	BA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	UFJF	MG
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	UFOP	MG
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	UFMS	MS
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	USS	RJ
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	UNESP/RC	SP
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	PUC/SP	SP
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	UNIBAN	SP
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ENSINO DE FÍSICA	UFSM	RS
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA	UFPE	PE
EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E A MATEMÁTICA	UEM	PR
EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	IFG	GO
ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	UEPB	PB
ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	UEL	PR
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UFAC	AC
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UFAL	AL
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UFAM	AM
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UFC	CE
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	IFCE	CE
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UFMA	MA
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UFU	MG
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UEPB	PB
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	CEFET/RJ	RJ
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UFRN	RN
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UFPEL	RS
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UCS	RS

PROGRAMA	IES	UF
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	FUPF	RS
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	ULBRA	RS
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UNIFRA	RS
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	FUFSE	SE
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UNICSUL	SP
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	IFSP	SP
ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS	UNIVATES	RS
ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS	UFSCAR	SP
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA	UFRN	RN
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA	UNICENTRO	PR
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA	FURB	SC
ENSINO DE MATEMÁTICA	UFRJ	RJ
ENSINO DE MATEMÁTICA	UFRGS	RS
ENSINO EM EDUCAÇÃO BÁSICA	UERJ	RJ
ENSINO NA EDUCAÇÃO BÁSICA	UFES	ES
ENSINO NA EDUCAÇÃO BÁSICA	UFG	GO
ENSINO TECNOLÓGICO	IFAM	AM
ENSINO, HISTÓRIA E FILOSOFIA DAS CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UFABC	SP
FORMAÇÃO CIENTÍFICA, EDUCACIONAL E TECNOLÓGICA	UTFPR	PR
FORMAÇÃO DOCENTE INTERDISCIPLINAR	UNESPAR	PR
MULTIUNIDADES EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UNICAMP	SP
PRÁTICAS DE EDUCAÇÃO BÁSICA	CPII	RJ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	UNIFRA	RS

Além desses, temos hoje no Brasil um mestrado profissional oferecido pela Sociedade Brasileira de Matemática, modalidade semipresencial.

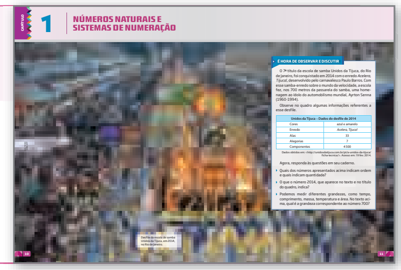
Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT): www.profmat-sbm.org.br/	SBM	RJ

Outra possibilidade de formação para o professor de Matemática vem nos cursos de especialização, com pelo menos 360 horas, e que podem ser desenvolvidos presencialmente ou em modalidade a distância (mas com avaliações presenciais, de acordo com a legislação brasileira). Você pode buscar os cursos oferecidos em sua região. A informação é facilmente obtida na internet.

Orientações para o desenvolvimento dos capítulos

CAPÍTULO 1

Números naturais e sistemas de numeração



Conteúdos abordados

Sistemas de numeração (incluindo egípcio e romano); sistema de numeração decimal; números naturais; ordenação de números naturais; localização de números naturais na reta numérica; leitura e escrita de um número natural.

Objetivos

- Identificar a classificação de números apresentados em determinada situação/determinado contexto.
- Identificar e representar números utilizando diferentes formas/registros, como a escrita cuneiforme (sistema egípcio), a escrita literal (sistema romano) e o código de barras.
- Identificar os usos e as propriedades dos números naturais.
- Ordenar números naturais.
- Localizar os números naturais na reta numérica.
- Reconhecer e utilizar sistemas de numeração posicionais ou não.

Orientações

Os números naturais estão presentes na vida das pessoas desde os primeiros anos de escolaridade. Assim, ao abordar esse conteúdo no 6º ano, é importante identificar o que os alunos conhecem ou se lembram do que foi aprendido nos anos anteriores para garantir a oportunidade de reforçar conteúdos que não tenham ficado claros e motivar os alunos com problemas desafiadores.

A situação apresentada na página de abertura desse capítulo oferece a oportunidade para esse diagnóstico, pois o contexto de escolas de samba do Rio de Janeiro não é estranho aos alunos de qualquer região brasileira. Pode-se iniciar a discussão perguntando quem gosta de Carnaval e registrando a quantidade de alunos que responderam afirmativamente. Pode-se perguntar também se alguém já saiu em algum bloco de Carnaval de rua e solicitar aos alunos que ordenem as escolas ou os blocos de que mais gostam (retomando os números ordinais).

Após a discussão, é possível planejar a abordagem do conteúdo desse capítulo com base nos conhecimentos anteriores dos alunos, passando, assim, para a resolução das atividades propostas na página de abertura. Os alunos podem fazer essas atividades em grupos e apresentar os resultados para os demais colegas da classe, o que propicia a discussão e a sistematização das funções dos números de acordo com as categorias apresentadas na **página 12**.

Na abordagem dos sistemas de numeração egípcio e romano, pode-se desafiar os alunos a comparar esses sistemas e a criar um sistema novo e compartilhá-lo. Eles devem perceber que a simples escrita ou a representação de um número não consiste em um sistema de numeração. É importante discutir padrões nessas representações, sem, contudo, abordar aspectos formais não adequados ao nível de escolaridade. Assim, as atividades referentes a esse tópico (nas **páginas 17** e **18**) podem ser propostas em articulação com desafios que demandem observação de regularidades, identificação de padrões e explicitação de ideias tanto oralmente como na forma escrita. A utilização de desafios facilita a compreensão do conceito de sistema de numeração.

O sistema de numeração decimal possibilita a discussão sobre o valor posicional. Pode-se sugerir aos alunos a construção de um ábaco. Assim, eles poderão realizar as atividades propostas nesse tópico por meio de manipulação desse material.

Como construir um ábaco com seus alunos

Pode-se construir um ábaco em aula com os seguintes materiais: uma caixa de ovos (pode-se cortar e deixar apenas uma fileira da base da caixa com seis gomos) para a base; seis palitos de madeira; argolas ou tampas de garrafa PET com furo no centro da base para passar pelos palitos.

Deve-se marcar na caixa de ovos as posições nas quais os palitos serão fixados, correspondendo cada uma a uma posição (unidade, dezena etc.). Em seguida, posicionam-se os palitos (verificar a necessidade de utilizar cola para fixá-los ou se a altura da base os manterá fixos durante a manipulação). Se se optar pela utilização das tampas de garrafa PET, todas devem ter o mesmo tamanho e preferencialmente a mesma cor, a fim de facilitar a compreensão dos alunos. As tampas precisam ser perfuradas, o que pode dificultar a construção do ábaco pelos alunos, por isso, prefira usar argolas.

O ábaco está pronto para uso!

As peças (tampas ou argolas) utilizadas no ábaco construído podem ajudar na resolução de problemas envolvendo mudança de base. Ao abordar o texto da seção *Lendo e aprendendo* da **página 23**, pode-se desafiar os alunos a expressar um número dado (número de peças do ábaco) em diferentes bases.

É possível, por exemplo, solicitar aos alunos que agrupem 20 peças em grupos de 2 (base 2), de 4, de 5 ou de 10. Esse tipo de atividade facilita a compreensão do procedimento usual para mudança de base: divisões sucessivas. Assim, para escrever 270 na base 8 (muito utilizada na computação), é preciso dividir 270 em grupo de 8:

$$\begin{array}{r|l} 270 & 8 \\ \cline{2-2} 6 & 33 \;\big|\; 8 \\ & \;1 \quad\; 4 \end{array} \qquad 270 = 416_8$$

Esse tópico também possibilita a familiarização dos alunos com calculadoras simples: número de dígitos, maior número que se pode representar no visor com algarismos iguais, com algarismos distintos etc.

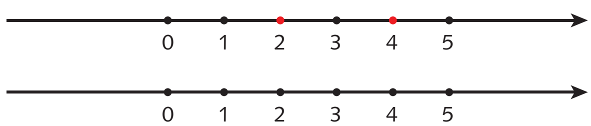
O estudo dos números naturais (tópico 3) tem início com a apresentação desse conjunto e da ideia de antecessor e sucessor de um número. É importante que os alunos percebam a diferença entre número, numeral e algarismo, abordada na **página 28**. Pode-se utilizar os diferentes sistemas de numeração estudados para distinguir número (a quantidade que se quer representar) de numeral (a representação dessa quantidade). O número doze, por exemplo, pode ser representado como 12 (sistema indo-arábico), XII (sistema romano) ou ∩|| (sistema egípcio). Pode-se perguntar aos alunos: "Que outras formas vocês sugerem para representar o número doze?".

Ao comentar o problema proposto no item **a** da atividade 4 da **página 28** ("Qual é o antecessor do maior número natural par de três algarismos?"), é possível solicitar aos alunos que representem o número 997 nos sistemas romano, egípcio e indo-arábico, reforçando a ideia de numeral e distinguindo-a de algarismo e de número.

Os exercícios propostos nesse tópico reforçam a ideia de antecessor e sucessor; os últimos articulam essas noções com a de paridade.

O tópico 4, que trata de igualdade e desigualdade (ordenação dos números naturais), retoma a comparação entre números, possivelmente abordada em anos anteriores. Em complemento às atividades propostas, pode-se pedir aos alunos que redijam um problema que trate da comparação entre números e da contagem de números entre dois outros números naturais e que os apresente aos colegas, a fim de valorizar a maneira de se comunicar matematicamente, tanto oralmente como na forma escrita.

O posicionamento dos números naturais na reta numérica complementa as formas de comparação entre eles, possibilitando a articulação do assunto com o que foi abordado nos tópicos anteriores: localização do antecessor e do sucessor de um número na reta numérica, contagem do número de valores entre dois números. Pode-se perguntar aos alunos, por exemplo, quantos números existem entre dois números pares sucessivos e entre dois números naturais sucessivos.

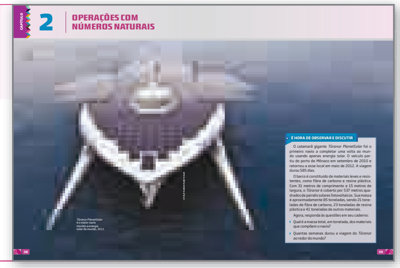


LUIZ RUBIO

Espaço para anotações do professor

CAPÍTULO 2

Operações com números naturais



Conteúdos abordados

Adição com números naturais; algumas propriedades da adição; subtração com números naturais; relação fundamental da subtração; expressões numéricas com adições e subtrações; multiplicação com números naturais; algumas propriedades da multiplicação; divisão exata com números naturais; expressões numéricas com as quatro operações; divisão não exata.

Objetivos

- Compreender a importância das operações com números naturais na resolução de diversos problemas do dia a dia.
- Conhecer os significados da adição: juntar, unir e acrescentar quantidades.
- Aplicar as propriedades da adição como recurso para facilitar a resolução de problemas.
- Conhecer os significados da subtração, como comparar e completar.
- Aplicar a relação fundamental da subtração na resolução de problemas.
- Conhecer os significados da multiplicação: adição de parcelas iguais, número de possibilidade e coeficiente de proporcionalidade (valor a ser multiplicado na busca de equivalência de quantidades).
- Aplicar as propriedades da multiplicação como recurso para facilitar a resolução de problemas.
- Conhecer os significados da divisão: repartição e comparação entre quantidades.
- Aplicar a relação fundamental da divisão na resolução de problemas.
- Resolver problemas com expressões numéricas que envolvam adição, subtração, multiplicação e divisão.

Orientações

Nesse capítulo são abordadas as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais. Como essas operações já foram trabalhadas no Ensino Fundamental I, é importante saber o que os alunos lembram ou conhecem sobre elas para planejar o tipo de abordagem, o tempo, as atividades e a avaliação, de forma que os alunos se sintam desafiados em cada etapa da aprendizagem.

Para compreender bem a situação apresentada nas páginas de abertura do capítulo, que fornece um contexto bastante interessante à abordagem das operações com números naturais, os alunos precisam conhecer os termos empregados. Pode-se propor aos alunos a construção de um glossário com palavras ou expressões sugeridas por eles. A construção coletiva de um glossário é uma atividade muito interessante para o desenvolvimento de atitudes colaborativas.

Discutir os significados de cada uma das operações é uma etapa muito importante para a aprendizagem. Nesse sentido, o uso de tecnologias permite que o foco principal do processo de ensino e de aprendizagem permaneça no conceito, em vez de ficar nos algoritmos ou nos procedimentos. Os alunos aprendem e/ou relembram o algoritmo, mas a preocupação maior é com os significados. Compreendendo o significado dessas operações, eles poderão utilizá-las na resolução de problemas. Se souberem apenas o algoritmo referente a uma operação, não conseguirão reconhecer quando e como utilizá-la.

A situação apresentada na página de abertura do capítulo possibilita a discussão citada anteriormente: envolve a utilização da adição, multiplicação, subtração e divisão em um contexto de discussão energética, com a utilização de uma embarcação movida a energia solar. Essa situação possibilita também discutir aspectos para o desenvolvimento da criticidade. Pode-se conduzir a discussão propondo aos alunos as seguintes questões: "Quais são as vantagens e as desvantagens de se utilizar um meio de transporte movido a energia solar?"; "Que outros usos pode ter energia solar?"; "Que outros tipos de energia não poluem o meio ambiente?". O debate sobre o impacto do uso de combustíveis é muito atual e presente em todas as esferas da sociedade.

Podem-se acrescentar duas questões às propostas nesta abertura de capítulo:

- Se cada painel solar fotovoltaico gera, em uma hora de sol, aproximadamente 140 watts (supondo determinada característica do painel, como existem nas lâmpadas), qual é a quantidade de energia gerada em um período de 12 horas de sol? Para responder a essa pergunta, considera-se a adição de 12 parcelas iguais a 140, ou seja, 12×140.
- Quantas toneladas a mais de outros materiais, em relação à quantidade de fibra de carbono, foram utilizadas na construção do *Tûranor*? Para responder a essa pergunta, subtraímos a quantidade de fibra de carbono da massa relativa aos outros materiais, conforme a indicação do texto: $41 - 21 = 20$. Portanto, foram utilizadas 20 toneladas a mais de outros materiais.

Na seção *Trocando ideias* (**página 40**), é introduzido o trabalho com as operações com números naturais. A atividade proposta pode ser complementada de forma que os alunos percebam melhor as ideias exploradas pela explicitação da estratégia de resolução construída. Ao comentar a questão proposta no item d,solicite aos alunos que expliquem como chegaram à resposta "moto" e pensem em outra estratégia para determinar o brinquedo que poderia ser comprado. Esse tipo de questionamento permite que eles explicitem os procedimentos e escolham em razão do significado atribuído às operações envolvidas. O mesmo vale para o item e.

Esse capítulo é organizado em tópicos, em que cada tópico é destinado a um tema específico. As atividades propostas em cada tópico contemplam os conteúdos ali desenvolvidos. Cumprem, assim, os objetivos referentes à familiarização, permitindo aos alunos identificar a operação ou a propriedade a ser empregada na resolução em razão dos significados atribuídos às operações com números naturais. Dessa forma, é importante que esses significados sejam discutidos no momento de correção e de sistematização.

Na atividade 7 da **página 42**, os alunos podem ser incentivados a explicitar todas as seis possibilidades: 345, 354, 435, 453, 543, 534.

Na atividade 10 da **página 46** pode-se organizar os alunos em grupos e solicitar a cada grupo que crie um criptograma a ser decifrado por outra equipe da classe. Essa atividade que envolve criptografia, oferece ao professor uma oportunidade de explorar a observação de padrões e regularidades. Para continuar o trabalho com essa habilidade, pode ser proposta a atividade a seguir:

- Nas quatro primeiras linhas abaixo são apresentadas quatro palavras escritas de forma usual. Nas linhas seguintes, as duas primeiras palavras estão escritas de maneira criptografada. Obtenha a forma criptografada da terceira e da quarta palavra.

AMOR
ESCOLA
FUNDAMENTAL
UNIFICADO
DPRU
HVFROD
?
?

A terceira palavra criptografada é IXQGDPHQWDO e a quarta é XQLILFDGR.

A seção *Lendo e aprendendo* da **página 49** traz uma breve orientação para que os alunos utilizem a função de memória de uma calculadora. No planejamento da atividade, certifique-se de que haja calculadoras como material didático: os alunos podem levar a própria calculadora ou a escola pode fornecê-las para utilização na sala de aula. Vale lembrar que o celular, nos dias de hoje, faz parte do cotidiano dos alunos. Assim, pode-se conversar com os pais e com a escola para que o uso de celular seja planejado e possa ser liberado nas aulas, desde que no aplicativo "Calculadora".

O cálculo mental pode ser incentivado em diversas atividades, além das destacadas com o ícone . Na atividade 4 da **página 57**, pode-se solicitar aos alunos que façam o cálculo mentalmente utilizando a propriedade distributiva, destacando, assim, uma aplicação possível para essa propriedade.

A seção *Resolvendo em equipe* da **página 62** traz um quadro com um "roteiro" para resolução de problemas. Esse roteiro pode ser utilizado na resolução das atividades propostas nas páginas anteriores. Pode-se discutir com os alunos cada uma das etapas propostas e a organização dos procedimentos – não algorítmicos – para a resolução de problemas. As atividades propostas no item Aplicando da seção *Trabalhando os conhecimentos adquiridos* (**páginas 63** a **65**) podem ser resolvidas com o auxílio desse roteiro.

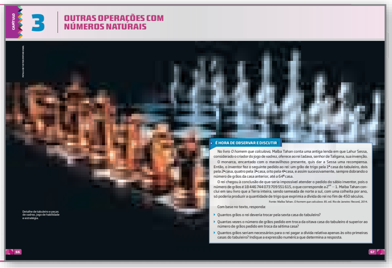
Nesse item são propostos 24 atividades numeradas e 3 *Desafios* sobre os conteúdos do capítulo, sem a segmentação por tópico. Trata-se de uma prática importante para a aprendizagem de Matemática: envolve o reconhecimento da operação ou propriedade a ser utilizada, assim como a articulação entre operações e propriedades.

Nos momentos de socialização de estratégias e resultados, assim como nos momentos de sistematização, é importante observar se os alunos utilizam corretamente a linguagem matemática ao longo da resolução e na explicitação da resposta ao problema proposto.

Espaço para anotações do professor

CAPÍTULO 3

Outras operações com números naturais



Conteúdos abordados

Potenciação em $\mathbb{N}$ e suas propriedades; radiação em $\mathbb{N}$; expressões numéricas (envolvendo adição e subtração, multiplicação e divisão, potenciação e radiciação).

Objetivos

- Conhecer os significados da potenciação.
- Aplicar as propriedades da potenciação como recurso para facilitar a resolução de problemas.
- Conhecer os significados da radiciação.
- Resolver problemas com expressões numéricas.

Orientações

A potenciação e a radiciação completam o estudo das operações com números naturais. Sua abordagem deve se articular à das demais operações já estudadas. Algumas questões podem ser acrescentadas às propostas na página de abertura a fim de auxiliar os alunos na percepção dos padrões que caracterizam os significados da potenciação. Por exemplo, antes da última questão, pode-se perguntar:

- Quantas vezes o número de grãos pedido em troca da sétima casa é superior ao número de grãos pedido em troca da sexta casa? E se compararmos o número de grãos pedido em troca pela primeira casa com o número de grãos pedido pela segunda casa? Qual deles é metade do outro?
- Qual é a diferença entre o número de grãos pedido em troca da segunda casa e o pedido em troca da primeira casa? E entre o número de grãos pedido em troca da terceira casa e o pedido em troca da quarta casa? E entre o número de grãos pedido em troca da sexta casa e o pedido em troca da sétima casa?
- Existe algum padrão nessa comparação entre o número de grãos correspondente a casas sucessivas? Qual?

As respostas podem ser organizadas em quadros para facilitar as percepções dos padrões:

Casa	Número de grãos		Diferença
1ª	1		
2ª	2	$\times 2$	1
3ª	4	$\times 2$	2
4ª	8	$\times 2$	4
5ª	16	$\times 2$	8
6ª	32	$\times 2$	16
7ª	64	$\times 2$	32
8ª	128	$\times 2$	64

Logo, a comparação sugerida "quantas vezes..." admite um padrão: o número de grãos pedido em troca de cada casa é o dobro do pedido em troca da casa anterior:

Número de grãos correspondente a uma casa	$\rightarrow 2 \cdot$	Número de grãos correspondente à casa seguinte

A comparação pelas diferenças também fornece um padrão interessante: o resultado é sempre igual ao subtraendo.

Para completar essa fase exploratória, pode-se solicitar aos alunos que expressem o número de grãos pedido em troca de uma casa utilizando a multiplicação:

Casa	Número de grãos
1ª	1
2ª	1×2
3ª	$1 \times 2 \times 2$
4ª	$1 \times 2 \times 2 \times 2$
5ª	$1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
6ª	$1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

A atividade sugerida na seção *Trocando ideias* da **página 68** completa a orientação para a percepção da potenciação como um padrão matemático: uma multiplicação em que todos os fatores são iguais.

Na atividade 6 da **página 72**, vê-se que, na sequência das potências de 2, cada potência apresentada em uma linha (a partir da segunda linha) corresponde à metade da potência da linha anterior. Continuando essa sequência de divisões por 2, obtém-se: $2^1 = 2$ e $2^0 = 1$.

Na sequência das potências de 3, cada potência apresentada em uma linha (a partir da segunda linha) corresponde à terça parte da potência da linha anterior. Continuando essa sequência de divisões por 3, obtém-se: $3^1 = 3$ e $3^0 = 1$.

A atividade 10 da **página 72** introduz a necessidade de propriedades. Os alunos podem ser incentivados a observar as tabelas construídas para responder aos itens da página de abertura e comparar os padrões:

$$5^4 = 5^5 \div 5 \text{ e } 5^6 = 5^5 \times 5$$

Antes da atividade 6 da **página 75**, que pode ser realizada em duplas, devem-se observar as funções disponíveis na calculadora dos alunos, determinando as que poderão ser utilizadas na resolução da questão: é uma forma de "padronizar" as ferramentas utilizadas pelos alunos.

O uso da calculadora para abordagem da potenciação precisa ter a característica de facilitador para os cálculos, ou seja, é importante discutir os aspectos conceituais que envolvem o instrumento antes de propor aos alunos que o utilizem.

Para que os alunos percebam nessa atividade a diferença entre as propriedades que devem ser aplicadas para o cálculo de x e y, na correção da atividade pode-se explicitar:

$x = 2^{2^3} = 2^8 = 256$

$y = (2^2)^3 = 2^6 = 64$

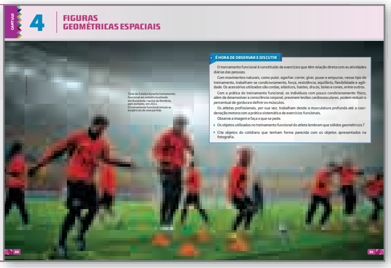
$x - y = 256 - 64 = 192$

$x + y = 256 + 64 = 320$

Para resolver a atividade 3 da **página 77** e o *Desafio* do item Aplicando da seção *Trabalhando os conhecimentos adquiridos* (**página 78**), pode-se retomar o "roteiro" apresentado na seção *Resolvendo em equipe* do capítulo 2 (**página 62**).

CAPÍTULO 4

Figuras geométricas espaciais



Conteúdos abordados

Sólidos geométricos; poliedros; corpos redondos; planificação da superfície de sólidos geométricos; vistas.

Objetivos

- Reconhecer figuras geométricas espaciais na natureza, objetos e construções.
- Identificar um sólido geométrico e seus elementos.
- Classificar os sólidos de acordo com suas características: poliedros (regulares ou não) ou corpos redondos.
- Comparar sólidos por meio do reconhecimento de seus elementos.
- Associar a imagem de um sólido à de uma planificação de sua superfície, quando possível.
- Representar um poliedro por meio de três vistas: frontal, superior ou lateral.

Orientações

As figuras geométricas espaciais estão presentes em nossa vida: os diferentes objetos que nos cercam, sejam da natureza ou criados pelo ser humano, apresentam formas que lembram figuras geométricas espaciais. Podemos dizer que são objetos concretos cujo modelo é uma figura geométrica espacial.

Para iniciar esse capítulo, é importante identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre esse tema, com o qual eles já tiveram contato dentro e fora da escola.

Convém chamar a atenção dos alunos para que observem no dia a dia objetos, naturais ou construídos, cujas formas lembram figuras geométricas espaciais, como uma bola de futebol, um edifício, um tronco de árvore, uma melancia, uma caixa ou uma lata de leite.

A utilização de material concreto é bastante útil para que os alunos avancem no processo de abstração:

Material concreto → Figura geométrica

Pode-se pedir aos alunos que levem à escola objetos como embalagem de creme dental, caixas de bombons, bolas e latas de refrigerante, entre outros, pois a observação e o manuseio desses objetos serão de grande valia para o aprendizado deles.

Por meio da manipulação desses objetos, os alunos poderão perceber, por exemplo, as diferenças entre os corpos redondos e os poliedros. Esses objetos também serão muito úteis no momento de trabalhar com planificação.

É possível também utilizar sabão em pedra para "esculpir" objetos diversos e, assim, iniciar a abordagem desse tema. Pode-se pedir aos alunos que façam tanto modelos de poliedros como modelos de corpos redondos.

Caso seja possível, convém utilizar ferramentas computacionais: existem *softwares* livres para esse trabalho. Pode-se utilizar o laboratório de informática (preferível) ou um computador conectado a um projetor.

Tanto para a utilização do material concreto como para a de *software*, é necessário planejar antecipadamente as atividades a serem desenvolvidas em aula, os materiais necessários e as estratégias. Nesse caso, é interessante organizar os alunos em grupos ou duplas.

Há indicação de diversos *softwares* no *site* da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, disponível em: <www2.mat.ufrgs.br/edumatec/softwares/soft_geometria.php>. Acesso em: 26 abr. 2015.

O *software Poly* é livre e de fácil manipulação. Não há versão do *software* em português, mas há em outras línguas, como o espanhol.

A versão mais recente do *software Geogebra*, que também é livre e de fácil utilização, possibilita a construção e a manipulação de figuras geométricas espaciais. É uma ferramenta bastante interessante de ser explorada pelo professor durante o estudo desse capítulo. Esse programa pode ser obtido em: <http://www.geogebra.org/download>. Acesso em: 26 abr. 2015.

A atividade 1 da **página 90** permite discutir com os alunos a diferença entre o objeto e a figura geométrica que representa, ressaltando as características e as propriedades dessa figura. Por exemplo, no item a, a figura geométrica associada à bola é a esfera, que tem como característica fundamental: "A distância de cada ponto ao centro da esfera é menor ou igual à medida do raio".

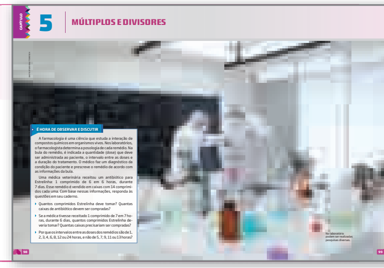
Para a resolução da atividade 2 da **página 90**, pode-se organizar os alunos em grupos e solicitar-lhes que façam uma síntese de semelhanças e diferenças entre os sólidos. Depois, pode-se pedir aos integrantes de cada grupo que apresentem sua síntese aos demais colegas.

Durante a resolução da atividade 7 da **página 94**, os alunos podem ser convidados a construir um dado, marcando cada uma de suas faces conforme a orientação do enunciado. No entanto, é aconselhável que eles não planifiquem o dado na resolução da atividade, pois pode interferir no processo de abstração.

Espaço para anotações do professor

CAPÍTULO 5

Múltiplos e divisores



Conteúdos abordados

Múltiplos de um número natural; divisores de um número natural; critérios de divisibilidade; números primos e números compostos; decomposição em fatores primos; máximo divisor comum (mdc); mínimo múltiplo comum (mmc).

Objetivos

- Determinar/reconhecer os múltiplos e os divisores de um número natural.
- Aplicar os critérios de divisibilidade de um número natural na resolução de problemas.
- Determinar o mdc e o mmc por meio da decomposição em fatores primos.
- Resolver problemas aplicando conhecimentos sobre múltiplos e divisores.

Orientações

O estudo dos números naturais, incluindo o estudo dos múltiplos e dos divisores desses números, é parte da aprendizagem matemática na escola e permite aos alunos a realização de estimativas e cálculos aproximados. Com base nesse estudo, eles podem criar as próprias estratégias para a resolução de problemas envolvendo múltiplos e divisores.

Os questionamentos apresentados na página de abertura propiciam uma primeira abordagem: a familiarização dos alunos com situações em que são necessários os conhecimentos sobre múltiplos e divisores. No entanto, é preciso lembrar que os alunos provavelmente já utilizam esse conhecimento, ainda que de forma intuitiva, em situações do dia a dia. Assim, um diálogo com eles, tendo como base a página de abertura, pode ser bastante eficaz para perceber o que eles conhecem e como utilizam esse conhecimento.

Além disso, todos já estudaram algumas tabuadas nos anos iniciais do Ensino Fundamental para a abordagem da multiplicação e da divisão, e esse conhecimento pode ser retomado. É uma forma de enriquecer contextos e transformar enunciados em desafios que os alunos se sentirão motivados a enfrentar.

A proposta de jogos, como o PIN, também pode ajudar na abordagem do assunto. Para jogar o PIN, inicialmente sorteia-se um número de 1 a 10. Em seguida, solicita-se aos alunos que falem a sequência dos números naturais em ordem crescente, sem, no entanto, citar os “resultados da tabuada” do número sorteado. O primeiro aluno deve começar falando o número 1, o seguinte deve falar o número 2 (no caso de o número sorteado não ter sido o 2) e assim sucessivamente. Se o número da sequência for um múltiplo do número sorteado, o aluno da vez deve dizer “PIN”, sem falar qual é o número que está sendo substituído por essa palavra. A cada erro, elimina-se o aluno que errou e sorteia-se um novo número para recomeçar o jogo.

Na internet, é possível encontrar diversos jogos envolvendo múltiplos e divisores que, se explorados pelo professor de maneira cuidadosa, crítica e planejada, também contribuem para o aprendizado dos alunos. Um exemplo é o *Jogo dos Múltiplos e Divisores*, que pode ser encontrado em: <http://www.rpedu.pintoricardo.com/jogos/Mult_Div/mult_divisores_2.html>. Acesso em: 26 abr. 2015.

A construção de um glossário pelos alunos é uma atividade que sempre pode ser incentivada. Na seção *Trocando ideias* da **página 100**, solicita-se aos alunos que busquem o significado das palavras *múltiplo* e *divisor*. Outras palavras – sequência, padrão e as que forem de interesse dos alunos e importantes para o desenvolvimento do conteúdo e para a resolução de problemas – podem ser acrescentadas a essa busca.

Na atividade 2 da **página 102**, propõe-se a utilização de calculadora para a observação de uma regularidade: a utilização da tecla =. O uso da calculadora pode ser incentivado para a busca de outras regularidades e de padrões relativos aos múltiplos e aos divisores de um número. Ao evitar fornecer a forma de utilização para os alunos, abre-se a oportunidade para que eles busquem as próprias estratégias e, assim, construam seu conhecimento matemático de maneira sólida. Logicamente, a busca de novas estratégias não se aplica apenas ao uso de calculadora, mas também à construção dos mais diversos procedimentos matemáticos.

A seção *Lendo e aprendendo* da **página 104** traz um pequeno texto sobre números perfeitos. Pode-se solicitar aos alunos uma pesquisa na internet sobre outros tipos de números, como os números amigos: dois números são "amigos" se cada um deles é igual à soma dos divisores próprios do outro.

Ao abordar a divisibilidade, é importante discutir com os alunos os significados envolvidos, como "o que é ser um divisor" e "como reconhecer um divisor". Dessa forma, a aprendizagem dos critérios de divisibilidade passa a ser consequência dessa abordagem, sem que se torne um conjunto de regras a ser decoradas. É sempre mais interessante para os alunos a resolução de problemas do que a aplicação de regras preestabelecidas. Na exploração desses critérios, pode-se também utilizar a calculadora para que os alunos encontrem exemplos e contraexemplos com mais facilidade, mas sem que a calculadora sirva como ferramenta de demonstração desses critérios.

O estudo dos números primos é bastante importante para a construção do conhecimento matemático. A aplicação desses números é feita nos mais diversos problemas do dia a dia. Pode-se solicitar aos alunos que façam uma breve pesquisa sobre o emprego dos números primos em algumas profissões. Após os exercícios de familiarização, que exploram bastante o reconhecimento e a utilização dos números primos na decomposição de um número natural, pode-se solicitar a eles que criem um problema que necessite dessa decomposição para ser resolvido.

Como ferramentas auxiliares para o trabalho com números primos, o professor encontra na internet diferentes jogos. Um exemplo é o *Balão dos números primos* (mostrado abaixo), disponível em: <http://matematicazup.com.br/jogos-de-matematica-balao-dos-numeros-primos/>. Acesso em: 26 abr. 2015.

Na atividade 5 do item Revisitando da seção *Trabalhando os conhecimentos adquiridos* (**página 122**), são propostos problemas cujas respostas os alunos devem justificar. É importante que eles se expressem matematicamente, que saibam explicar seus procedimentos, pois esse é um passo para a aprendizagem da argumentação, uma das habilidades complexas envolvidas no aprendizado de Matemática. Pode-se solicitar a eles que trabalhem em grupos ou em duplas, verbalizando suas explicações e justificativas, para, depois, redigir uma resposta que sintetize as conclusões do grupo ou da dupla.

MARCELO FERBAT/MATEMATICAZUP.COM.BR

CAPÍTULO 6

Frações

Conteúdos abordados

Ideia de números fracionários; leitura de frações; comparação entre a fração e o inteiro: noções de fração própria, fração imprópria e fração aparente; número misto; frações equivalentes e suas propriedades; simplificação de frações e noção de fração irredutível; comparação de frações; fração de uma quantidade; adição e subtração de frações; multiplicação de frações e técnica do cancelamento; divisão de frações; potenciação e raiz quadrada de frações; expressões numéricas envolvendo frações.

Objetivos

- Compreender a ideia de número fracionário, especialmente no que diz respeito à concepção parte-todo e, consequentemente, à importância de operar com esses números na resolução de diversos problemas do dia a dia.
- Conhecer como ler um número fracionário de acordo com o denominador da fração.
- Comparar frações de um inteiro com o próprio inteiro, além de compreender como obter uma fração de um inteiro, para que essas ideias possam ser mobilizadas para a resolução de problemas.
- Compreender o significado de um número misto, a forma correta de lê-lo e o modo de operar com esses números na resolução de problemas.
- Compreender as noções de fração equivalente e de fração irredutível e aplicá-las na realização de operações com frações e na resolução de problemas.
- Analisar as comparações de números fracionários e utilizá-las nas resoluções de problemas.
- Determinar adições, subtrações, multiplicações, divisões, potências e raízes quadradas de números fracionários e mobilizar essas operações para a resolução de problemas.
- Resolver problemas com expressões numéricas que envolvem adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação de números fracionários.

Orientações

Os conteúdos abordados nesse capítulo – relacionados a frações – já foram trabalhados no Ensino Fundamental I; por isso, é importante investigar o que os alunos conhecem a respeito desse tema. O termo “fração” é empregado na primeira página do capítulo, o que pressupõe que os alunos já têm alguma noção do assunto.

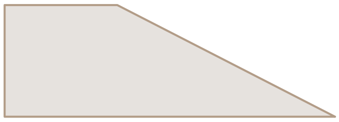
Identificando o que os alunos sabem sobre frações (significados), é possível planejar o tipo de abordagem a ser proposta para o assunto, quanto tempo será dedicado ao estudo do capítulo, que atividades podem ser mais desafiadoras e que instrumentos de avaliação serão mais adequados para analisar os conhecimentos que, de fato, foram construídos.

Com base nos questionamentos propostos na página de abertura, que tem como contexto um quebra-cabeça e cita o projeto Tamar, podem-se propor outras questões que ajudem a identificar os conhecimentos anteriores dos alunos. Por exemplo: "As peças do quebra-cabeça podem ser separadas em três tipos: borda, canto e interior. Represente cada uma dessas peças utilizando números fracionários e depois responda: que fração representam as peças de canto? E as peças de borda?".

Na seção *Trocando ideias* da **página 126**, são apresentadas algumas situações do dia a dia envolvendo números fracionários. Pode-se pedir aos alunos que expliquem como determinar as quantidades indicadas em cada uma dessas situações.

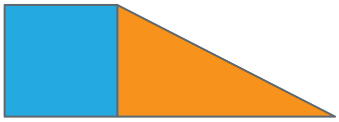
Para ampliar o assunto tratado na seção *Um pouco de história* da **página 129**, pode-se sugerir aos alunos que, em grupos, realizem uma breve pesquisa na internet a respeito da história do desenvolvimento dos números fracionários, buscando, particularmente, compreender o período em que esses números passaram a se tornar presentes no cotidiano das pessoas (isso ocorreu a partir do século XV em razão do desenvolvimento das transações comerciais e da Astronomia, das navegações, da agrimensura etc.). Por meio dessa pesquisa, pode-se discutir a ideia de que as noções matemáticas, em geral, desenvolvem-se em função da necessidade de ferramentas para a interpretação ou a resolução de problemas enfrentados por determinadas pessoas ou grupos.

Desde o início do capítulo, é importante salientar a necessidade de que a ideia de fração como parte de um todo exige que a divisão do inteiro seja feita em partes iguais. Mas iguais em que sentido? As partes devem ser congruentes? Não. Podemos ter divisões em partes iguais, mas não congruentes. A igualdade das partes, no contexto das frações, refere-se às áreas, ou seja, dividir um inteiro em partes iguais significa dividi-lo em partes que tenham a mesma área. Considere, por exemplo, um inteiro representado pela figura a seguir.



LUIZ RUBIO

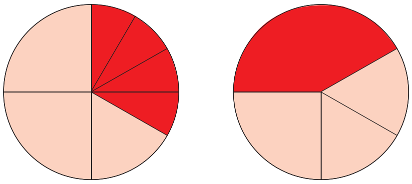
Considere agora a seguinte divisão desse inteiro:



LUIZ RUBIO

As partes azul e laranja não são congruentes, mas podem representar, cada uma delas, metade do inteiro se suas áreas forem iguais. Na questão 5 do item Aplicando da seção *Trabalhando os conhecimentos adquiridos* (**página 155**), esse aspecto é explorado.

Ao tratar da questão da divisão do todo em partes congruentes, é importante o professor incentivar os alunos a refletir sobre o fato de que nem sempre a contagem do número de partes do todo que estão destacadas leva à associação correta de uma figura com um número fracionário. É preciso considerar que, para a determinação do número fracionário correspondente à parte destacada do todo, é necessário que este esteja dividido em partes de mesma área. Essa reflexão pode ser motivada pela apresentação aos alunos das seguintes figuras:



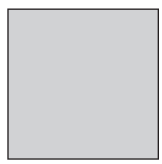
LUIZ RUBIO

Os alunos devem perceber que a parte pintada da primeira figura não pode ser associada à fração $\frac{4}{7}$ e que a parte pintada da segunda figura não pode ser associada à fração $\frac{1}{4}$.

Na atividade 2 da **página 130**, explora-se a conversão entre dois diferentes registros de representação para os números fracionários e é importante que se procure, sempre que possível, trabalhar com esse tipo de situação. A questão das representações é fundamental em Matemática, uma vez que seus objetos de estudo, por serem abstratos, só podem ser acessados por meio de diversas representações. No caso específico dessa atividade, é trabalhada a conversão do registro da língua materna para o registro numérico.

Além de trabalhar com situações como as apresentadas no livro, nas quais são dadas figuras de um inteiro divididas em partes (algumas delas destacadas) para os alunos identificarem a fração do inteiro representada na região destacada, seria interessante propor a eles também atividades em que figuras representassem frações de uma unidade e pedir que representassem a unidade por meio de outra figura. Por exemplo:

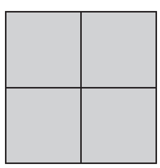
- O quadrado da figura a seguir representa a fração $\frac{4}{7}$ de uma unidade. Desenhe uma figura que represente a unidade correspondente, ou seja, 1 inteiro.



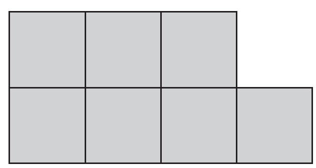
$\frac{4}{7}$ de uma unidade

Resolução:

LUIZ RUBIO



$\frac{4}{7}$ de 1 inteiro

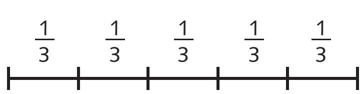


$\frac{7}{7}$ ou 1 inteiro

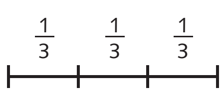
- O segmento da figura a seguir representa $\frac{5}{3}$ de uma unidade. Represente por meio de um outro segmento a unidade correspondente.

Resolução:

LUIZ RUBIO



$\frac{5}{3}$ de 1 inteiro



$\frac{3}{3}$ ou 1 inteiro

A discussão sobre a importância de não se desperdiçar água, proposta na seção *Lendo e aprendendo* da **página 135**, é bastante atual, especialmente para os alunos da região Sudeste do país, e pode ser explorada. Pode-se sugerir aos alunos que, em grupos, façam uma pesquisa e organizem uma coletânea das notícias publicadas pela mídia, em determinado período, a respeito da crise hídrica que afeta o país e interpretem, por meio de frações, as informações apresentadas na forma de porcentagem nessas notícias.

A atividade 4 da **página 137** pode servir de inspiração para que os alunos façam estudos semelhantes ao apresentado no enunciado da questão, considerando outros times de futebol e outras competições. Pode-se pedir aos alunos que torcem para o mesmo time que se agrupem, escolham uma competição estadual ou nacional e façam um estudo relativo às conquistas e derrotas do time. Uma análise desse tipo, além de mobilizar as noções referentes aos números fracionários, objeto de estudo do capítulo, também envolve procedimentos de coleta e tratamento de dados, algo que será fundamental, posteriormente, para trabalhar com ideias do Tratamento da informação.

Ao trabalhar o tópico 7, é importante chamar a atenção dos alunos para o equívoco contido na aplicação, sem o devido cuidado, no contexto dos números fracionários, de conhecimentos trazidos dos números naturais, que pode levá-los a concluir, por exemplo, de forma equivocada que, como $5 > 3$, então $\frac{1}{5} > \frac{1}{3}$. Na atividade 16 do item Aplicando da seção *Trabalhando os conhecimentos adquiridos* (**página 155**), essa discussão é proposta.

Ao abordar a adição e a subtração de frações com denominadores diferentes, é importante, assim como propõe o livro, não enfatizar os procedimentos algorítmicos do tipo "determine o mínimo múltiplo comum dos denominadores das frações e, em seguida, para cada uma das frações, divida esse valor obtido pelo denominador e, então, multiplique o resultado de tal divisão pelo numerador". Se os alunos já tiverem conhecimento prévio desse algoritmo, é importante que compreendam o modo como ele pode ser justificado recorrendo-se à ideia de obter frações equivalentes às dadas, para que tais frações tenham o mesmo denominador. Pode-se, é claro, destacar o fato de que o cálculo do mínimo múltiplo comum dos denominadores das frações dadas é um dos recursos possíveis para a obtenção de frações equivalentes.

Na **página 147**, ao trabalhar com cancelamento, convém explicar aos alunos a relação dessa técnica com a ideia de obtenção de frações equivalentes mais simples. É importante esclarecer que não existe a obrigatoriedade de realizar esse procedimento, a menos que a resposta tenha que ser dada na forma de fração irredutível.

Ao trabalhar com a divisão de frações, uma discussão interessante de ser proposta é a seguinte:

- Se $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$, então posso concluir que $\frac{15}{28} : \frac{5}{7} = \frac{15 : 5}{28 : 7} = \frac{3}{4}$?

  Então, posso fazer $\frac{20}{9} : \frac{10}{3} = \frac{20 : 10}{9 : 3} = \frac{2}{3}$?

  Com certeza pode.

  E se fosse $\frac{15}{28} : \frac{6}{7}$ =? Como fazer de modo análogo ao apresentado acima?
  Nesse caso, como 15 não é divisível por 6, uma saída é transformar as frações em equivalentes de mesmo denominador.

  $$\frac{15}{28} : \frac{6}{7} = \frac{15}{28} : \frac{24}{28} = \frac{15}{24}$$

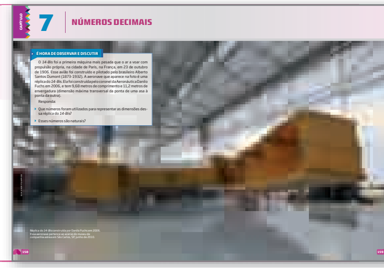
  Tal regra se justifica porque, partindo da regra já conhecida, temos:

  $$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{a \cdot d}{c \cdot b} = \frac{a}{c} \cdot \frac{d}{b} = \frac{a}{c} : \frac{b}{d} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{d}} = \frac{a : c}{b : d}$$

Ao abordar a seção *Resolvendo em equipe* da **página 153**, pode-se propor aos alunos que busquem partituras na internet ou em revistas especializadas de músicas de que gostem. Em seguida, pode-se pedir que analisem as fórmulas de compasso de cada música e procurem compreender os tempos de cada nota presente em um compasso e a fração do tempo do compasso a que corresponde cada nota e a figura que a representa. É sempre interessante explorar as relações existentes entre a Matemática e a música.

CAPÍTULO 7

Números decimais



Conteúdos abordados

Décimos, centésimos e milésimos; leitura dos números decimais; comparação de números decimais; adição e subtração com números decimais; multiplicação com números decimais; divisão com números decimais; decimais exatos e dízimas periódicas; potenciação com números decimais; expressões numéricas com números decimais.

Objetivos

- Compreender a ideia de números decimais e sua relação com a noção de números fracionários e a importância de operar com esses números na resolução de diversos problemas do dia a dia.
- Conhecer a maneira adequada de efetuar a leitura de um número decimal.
- Compreender como representar um número decimal na forma de fração e utilizar esse procedimento na resolução de problemas.
- Estabelecer comparações entre números decimais e mobilizar essas comparações para interpretações e resoluções de problemas.
- Efetuar adições, subtrações, multiplicações, divisões e potenciações com números decimais e mobilizar essas operações para a resolução de problemas.
- Compreender as definições de decimais exatos e de dízimas periódicas e saber mobilizá-las quando necessário.
- Resolver problemas com expressões numéricas que envolvem adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números decimais.

Orientações

Os conteúdos abordados nesse capítulo – números decimais e suas operações – não são totalmente novos para os alunos que já tiveram contato com eles no Ensino Fundamental I. Ressalta-se, então, mais uma vez, a necessidade de investigar aquilo que os alunos lembram ou conhecem a respeito desse tema, para que, dessa forma, possa-se planejar o tipo de abordagem a ser realizada. É importante que ela seja sempre desafiadora para os alunos, para que as atividades possam motivá-los e que eles sejam avaliados da maneira mais adequada em relação à forma de trabalho proposta.

Como a situação de abertura do capítulo faz referência à aviação, talvez seja interessante propor aos alunos que façam uma pequena pesquisa na internet a respeito da importância da Matemática para a aviação, com o intuito de motivá-los para o estudo da Matemática.

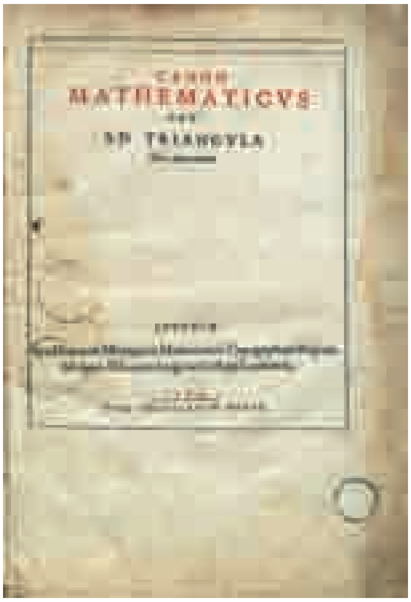
Após os alunos realizarem a pesquisa sobre a importância da Matemática para a aviação, vale a pena comentar com eles que, no ramo da aviação, a compreensão de conceitos matemáticos e a interpretação de gráficos, diagramas e informações numéricas são fundamentais não apenas para o desenvolvimento de novos modelos, mas também para a pilotagem de aeronaves. Como pode ser visto na foto a seguir, o piloto de um avião precisa, constantemente, interpretar as informações (numéricas) que são fornecidas por meio dos instrumentos de navegação. Esse é mais um exemplo da importância de a escola buscar desenvolver, de fato, nos alunos, o raciocínio lógico-matemático e a habilidade para interpretar números, medidas, gráficos, diagramas etc.

VIEW APART/SHUTTERSTOCK

É importante – e a abordagem proposta no livro valoriza esse aspecto – que se deixe clara, desde o princípio da explicação do tema, a estreita relação entre o conteúdo desse capítulo (os números decimais) e aquele trabalhado no capítulo anterior (os números fracionários).

Para aprofundar a discussão proposta na seção *Um pouco da história* da **página 163**, peça aos alunos que, em grupos, realizem uma pesquisa (na internet, por exemplo) a respeito das principais contribuições de François Viète para o desenvolvimento da Matemática, especialmente em relação à introdução da simbologia atualmente empregada nessa ciência.

Abaixo, na imagem da esquerda, está reproduzido o frontispício do livro *Canon mathematicus*, escrito por François Viète em 1579. Nessa, obra, Viète defendia o uso das frações decimais. Na imagem da direita, vê-se o frontispício de *De planis triangulis*, de G. A. Magini. Nesse livro de 1592, Magini empregou a vírgula decimal.



MUSEO GALILEO - ISTITUTO E MUSEO DI STORIA DELLA SCIENZA, ITALIA

THE MUNICH DIGITIZATION CENTER -BAYERISCHE STAATSBIBLIOTHEK, GERMANY

Aproveitando a discussão proposta na seção *Lendo e aprendendo* da **página 164**, pode-se propor aos alunos que busquem medidas de outros atletas da natação que, em razão de sua estrutura física, acabam tendo melhor desempenho no esporte e, com o auxílio do professor e dos colegas, tentem compará-las. Essa atividade pode ser utilizada para introduzir o estudo do tópico 3, que trata dos procedimentos para comparar números decimais.

Pode-se aproveitar a leitura do texto da seção *Lendo e aprendendo* da **página 165**, que trata da utilização de vírgulas ou pontos para separar a parte inteira da parte decimal de um número, para discutir a utilização de pontos em números para outra finalidade: separar suas classes numéricas. Por exemplo: costumamos escrever 5.537.906, e não 5537906. O objetivo principal do uso do ponto nessa notação é facilitar a leitura dos números. Também se pode discutir a inconveniência de adotar essa notação durante a resolução de problemas: o perigo de confundir o ponto de separação de classes numéricas com um ponto de separação de parte inteira e parte decimal ou, ainda, com um sinal de multiplicação e, por isso, nesta Coleção, optamos por separar as classes numéricas com um espaço.

Nas atividades 1, 2, 3 e 5 da **página 166**, exploram-se as mudanças entre registros de representação dos números decimais, em especial da língua materna para o numérico e vice-versa. São contempladas, ainda, nessas atividades mudanças no mesmo registro, como do registro numérico decimal para o registro numérico fracionário. A importância de se trabalhar, em Matemática, com diferentes registros de representação e com modificações em um mesmo registro já foi destacada em outros momentos deste Manual pelo fato de muitos objetos matemáticos, por serem abstratos, só poderem serem acessados por meio de suas diversas representações.

É importante explorar de maneira cuidadosa e com calma o exemplo apresentado na **página 166** e propor outros casos semelhantes a esse, que mostra que $0{,}4 = 0{,}40 = 0{,}400$. Como $4 < 40 < 400$, muitos alunos tendem a pensar que $0{,}400 > 0{,}40 > 0{,}4$, e não que $0{,}4 = 0{,}40 = 0{,}400$. Da mesma maneira, muitos têm dificuldade de perceber, por exemplo, que $3{,}5 > 3{,}21$ (em razão da falta de compreensão de que $3{,}5 = 3{,}50$ e do fato de 21 unidades serem maiores que 5 unidades).

Ao trabalhar as operações com números decimais, deve-se ter o cuidado de fazer com que os alunos percebam claramente que não precisam decorar regras que, na maioria das vezes, não têm significado para eles. Não há necessidade de memorizar a regra segundo a qual, para realizar adições, subtrações ou divisões com números decimais, é preciso "igualar a quantidade de casas decimais" ou, para realizar multiplicações com números decimais, deve-se "contar o número de casas decimais após a vírgula em cada um dos números para descobrir a posição da vírgula no resultado da operação". Recorrer à representação fracionária dos números com os quais se está operando é uma excelente saída para evitar a utilização dessas regras, especialmente na multiplicação e na divisão, que são as operações envolvendo números decimais nas quais os alunos têm mais dificuldades. Por exemplo:

- $1{,}45 \cdot 0{,}003$

  $$1{,}45 \cdot 0{,}003 = \frac{145}{100} \cdot \frac{3}{1\,000} = \frac{145 \cdot 3}{100 \cdot 1\,000} = \frac{435}{100\,000} = 0{,}00435$$

- $32{,}625 : 0{,}03$

  $$32{,}625 : 0{,}03 = \frac{32\,625}{1\,000} : \frac{3}{100} = \frac{32\,625 : 3}{1\,000 : 100} = \frac{10\,875}{10} = 1\,087{,}5$$

Algoritmos "tradicionais", como os da **página 170**, podem ser apresentados, mas não há necessidade alguma de enfatizá-los e exigir que os alunos os memorizem.

Ainda em relação às operações com números decimais, é bastante interessante enfatizar, com cuidado e recorrendo a diversos exemplos, as estratégias apresentadas a partir da **página 174** para efetuar a divisão por um número decimal. Esse é um dos tópicos da Matemática no qual os alunos de Ensino Fundamental apresentam mais dificuldades, e a estratégia de transformar, multiplicando por potências adequadas de 10, o divisor da operação em questão em um número natural pode, se bem explorada e compreendida pelos alunos, auxiliar na minimização dessas dificuldades. Certamente é uma abordagem para a divisão com números decimais muito mais interessante, do ponto de vista didático-pedagógico, do que aquela que privilegia regras sem significados.

As atividades 6 da **página 170** e 3 da **página 175** são interessantes porque possibilitam, por meio da utilização de um recurso tecnológico (a calculadora, no caso), que os alunos façam experimentações, observem regularidades e estabeleçam conjecturas que, posteriormente, poderão ser socializadas com os colegas, discutidas e, então, confirmadas ou refutadas. Esse é um processo bastante importante na atividade matemática, pois permite que os alunos participem ativamente da construção do próprio conhecimento. Atividades desse tipo devem permear o ensino de qualquer conteúdo matemático.

Para resolver diversas atividades propostas ao longo do capítulo, é necessário que os alunos utilizem o raciocínio matemático e aspectos relativos ao conteúdo estudado para analisar problemas com os quais provavelmente vão se deparar, em algum momento, em seu dia a dia. O trabalho com situações desse tipo deve ser valorizado e bastante explorado, uma vez que uma das funções do estudo da Matemática é preparar os alunos para que tenham condições de lidar, de maneira crítica e reflexiva, com diferentes problemas de seu cotidiano.

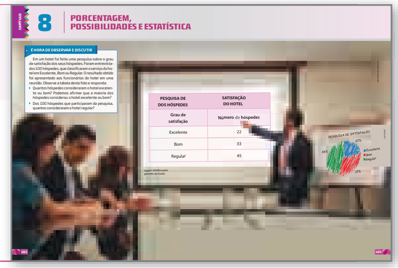
Podem ser citadas as seguintes atividades do capítulo para ilustrar esse comentário: 7, 11, 12 e 14 (**página 171**), 2 e 7 (**página 175**), 9 e 10 (**página 176**), 9, 11, 12 e 15 (**página 181**).

Pode-se aproveitar a questão 9 da **página 176** para solicitar aos alunos que, divididos em grupos, façam comparações entre o poder de compra do real e o de outras moedas de diversos países do mundo. Uma atividade desse tipo, além de familiarizar os alunos com a noção de câmbio, que frequentemente é divulgada na imprensa e com a qual eles precisarão lidar ao realizar viagens internacionais, lhes dará oportunidade de ampliar seus conhecimentos gerais a respeito dos sistemas monetários de diversos países.

Espaço para anotações do professor

CAPÍTULO 8

Porcentagem, possibilidades e Estatística



Conteúdos abordados

Cálculo de porcentagem; cálculo do número de possibilidades; organização de dados em tabelas de dados brutos e em tabelas de distribuição de frequências; construção e leitura de gráficos de barras verticais, de segmentos e de barras horizontais.

Objetivos

- Determinar a porcentagem relativa a um total fixado e determinar o total com base no valor correspondente e uma porcentagem desse total.
- Determinar o número de possibilidades de ocorrência de determinado evento por meio de enumeração simples.
- Construir uma tabela de distribuição de frequências com base nos dados apresentados em um enunciado.
- Construir um gráfico estatístico (de linhas, de barras verticais ou de barras horizontais) com base em uma tabela.
- Ler e interpretar os dados representados em um gráfico.

Orientações

O capítulo apresenta a estatística por meio de um contexto de pesquisa feita em um hotel. Antes de abordar a situação proposta nas páginas de abertura do capítulo, pode-se propor aos alunos uma pesquisa simples, na qual eles devem coletar os dados. Os estudos feitos em grupos de pesquisa no Brasil indicam que, se os próprios alunos coletarem os dados, eles se envolverão muito mais na resolução dos problemas propostos e atribuirão de forma mais "natural" significados aos objetos trabalhados.

Em pesquisas, é possível trabalhar com três dos quatro tipos de variáveis estatísticas: qualitativa nominal, qualitativa ordinal e qualitativa discreta. A discussão sobre as variáveis estatísticas é necessária para que os alunos possam escolher adequadamente o gráfico a ser utilizado para representar um conjunto de dados. O trabalho com as variáveis quantitativas contínuas só será possível após a introdução do conjunto dos números reais.

Pode-se propor aos alunos, por exemplo, uma pesquisa sobre o tema "animais de estimação". Incentive os alunos a formular uma questão de pesquisa de interesse deles. Uma questão possível seria: "Essa turma gosta de animais domésticos?".

Explique aos alunos que uma boa pesquisa procura aprofundar o tema. Assim, não basta perguntar a cada aluno da turma se gosta de animais domésticos, pois não responde completamente à questão proposta. Pode-se, por exemplo, perguntar:

1. Quantas pessoas residem em sua casa?

2. Quantos moradores da casa gostam de animais?

3. Qual é o grau de escolaridade de cada uma dessas pessoas (no caso de crianças, indicar o ano escolar cursado)?

4. Há animais de estimação na residência?

5. Se sim, qual(is)?

Observe que por meio dessas perguntas os alunos terão contato com as variáveis quantitativas discretas (itens 1 e 2), qualitativas nominais (itens 4 e 5) e qualitativas ordinais (item 3). Por meio da discussão coletiva, poderá ser trabalhada a distinção entre estes tipos de variável:

- **Variável quantitativa discreta** – caracteriza resultados de contagem (variável: número de pessoas).
- **Variável qualitativa nominal** – caracteriza qualidades que não revelam a hierarquia entre os elementos observados (variáveis: possuir animais de estimação; tipo de animal de estimação).
- **Variável qualitativa ordinal** – caracteriza qualidades que revelam hierarquia ou ordem entre os elementos observados (variável: grau de escolaridade).

Em seguida, pode-se solicitar aos alunos que coletem os dados e organizem tabelas para que se discutam a ideia de frequências e a necessidade de outros tipos de representação. Os resultados da pesquisa dos alunos podem ser utilizados no estudo de todo o capítulo e mesmo no desenvolvimento de outros capítulos. Ao trabalhar com medidas de comprimento no capítulo 10, por exemplo, podem-se discutir medidas relacionadas aos animais de estimação.

No tópico 1 (**página 185**) desse capítulo é abordada a noção de porcentagem, sem, contudo, limitar-se ao contexto de frequência relativa de uma variável estatística. É necessário estar atento para que todas as possíveis aplicações da porcentagem sejam abordadas e também definir bem a aplicação da porcentagem ao contexto estatístico: "frequência relativa", como exemplifica o texto proposto na seção *Lendo e aprendendo* da **página 187**.

Recomenda-se incentivar os alunos a explicar com suas palavras os significados de porcentagem nas três situações propostas na atividade 1 da **página 188**. As atividades 6 e 7 da **página 189** referem-se à ideia de frequência relativa. Ao propô-las, pode-se solicitar aos alunos que, além dos cálculos solicitados, expliquem o significado do valor obtido. A atividade 9 da **página 189**, por sua vez, proporciona uma oportunidade para a discussão, no âmbito da educação financeira, do papel dos gastos no orçamento doméstico. Pode-se discutir também o custo dos serviços de Pedro em relação ao material utilizado e, com isso, abordar a valorização do trabalho. A oportunidade de discutir elementos da educação financeira também é oferecida nas atividades 8, 9, 10 e 11 da **página 194**.

Na seção *Lendo e aprendendo* das **páginas 190** e **191**, que trata de problemas ecológicos (quebra de equilíbrio do ecossistema pela extinção de espécies), começa-se a abordar os gráficos estatísticos. Antes de citar o gráfico de barras verticais como uma possibilidade de representação, pode-se solicitar aos alunos que forneçam sugestões de representação dos dados contidos no texto sem usar tabelas. Vale lembrar que os alunos já tiveram contato com os gráficos em anos anteriores do Ensino Fundamental e também fora do ambiente escolar – por exemplo, no dia a dia, a mídia divulga diversas notícias usando gráficos estatísticos.

O tópico 2 (**página 195**) aborda o número de possibilidades. É bastante importante trabalhar essa noção para evitar a confusão comum entre possibilidade e probabilidade: o termo *possibilidade* designa a contagem do que pode ocorrer em uma situação; *probabilidade*, por sua vez, designa uma medida da incerteza da ocorrência de cada uma das possibilidades. As duas situações apresentadas na **página 195** permitem essa distinção, embora a probabilidade não tenha sido explicitamente citada. Pode-se solicitar aos alunos que expliquem todas as possibilidades enumeradas nessas situações, perguntando-lhes, por exemplo: “Na situação 1, o que tem maior chance de ser formado: um número par ou um número ímpar?”.

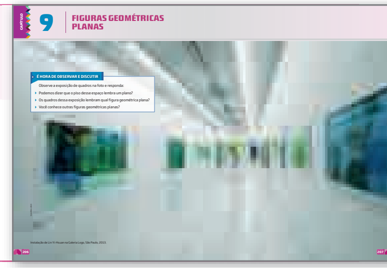
O tópico 3 (**página 196**) aborda a estatística desde a apresentação do processo estatístico até os primeiros gráficos. Nesse item, pode-se retomar a pesquisa feita pelos alunos no início do estudo do capítulo, discutindo cada uma das etapas. Ao enfocar os gráficos, deve-se destacar a importância da utilização correta da escala, para que se possa representar adequadamente os dados.

A atividade 2 do item Aplicando da seção *Trabalhando os conhecimentos adquiridos* (**página 203**) traz um gráfico de setores no qual os alunos devem buscar os elementos para responder à questão proposta. Converse com eles para identificar o que sabem desse tipo de gráfico, já que o estudo de ângulos e setores circulares ainda não foi realizado.

Espaço para anotações do professor

CAPÍTULO 9

Figuras geométricas planas



Conteúdos abordados

Representação de pontos, reta e plano; semirreta e segmento de reta; ângulos; posições entre duas retas no plano; polígonos; triângulos; quadriláteros; circunferência e círculo.

Objetivos

- Compreender as noções de ponto, reta e plano e como representar esses elementos e mobilizá-los para a resolução de problemas.
- Compreender as noções de semirreta e de segmento de reta e como representar esses elementos e utilizá-los para resolver problemas.
- Compreender o que significa medir um segmento de reta, como realizar esse processo e como classificar segmentos que possuem medidas iguais em uma mesma unidade.
- Compreender a noção de ângulo, determinar a medida de um ângulo, construir um ângulo com o auxílio de um transferidor e classificar ângulos em razão de suas medidas, utilizando essas ideias para resolver problemas.
- Analisar as possíveis posições entre duas retas no plano e as nomenclaturas adotadas em cada um dos casos.
- Aprender a utilizar régua e esquadro para construir, geometricamente, retas paralelas e retas perpendiculares.
- Compreender a noção de linha poligonal, aprender a classificar as linhas poligonais em abertas ou fechadas e em simples ou não simples e, com base nessas ideias, compreender a noção de polígonos e classificá-los em convexos ou não convexos.
- Analisar os elementos de um polígono (lados, vértices, ângulos internos, diagonais), compreender como classificar um polígono em razão de seu número de lados e o que significa dizer que um polígono é regular, utilizando essas ideias na resolução de problemas.
- Compreender a noção de triângulos, classificá-los em relação às medidas de seus ângulos internos e em relação às medidas de seus lados e utilizar essas ideias para resolver problemas.
- Compreender a noção de quadriláteros, analisando dois tipos específicos (paralelogramos e trapézios), conhecer as características de alguns paralelogramos (o retângulo, o quadrado e o losango) e utilizar essas ideias na resolução de problemas.
- Compreender as noções de circunferência e de círculo, os elementos que compõem uma circunferência e como traçar uma circunferência com o compasso, utilizando essas ideias para resolver problemas.

Orientações

Convém trabalhar inicialmente com a situação proposta na abertura do capítulo, que estimula a observação e a identificação de figuras planas, e verificar os conhecimentos que os alunos já possuem a respeito desse tema para desenvolver melhor a abordagem para o estudo do capítulo. Em seguida, deve-se solicitar aos alunos que, em grupos, percorram os diferentes espaços da escola para identificar as diferentes figuras geométricas planas presentes no local.

Ao iniciar o estudo do tópico 1 (**página 209**), é interessante propor a retomada dos significados dos termos: *poliedro*, *vértice*, *aresta* e *face*. Peça aos alunos que expliquem os significados que conhecem para esses termos e, caso não possuam nenhum conhecimento anterior, que pesquisem na internet os significados e as etimologias dessas palavras (se a informação a respeito da origem do termo for relevante para o estudo). É importante que, ao trabalhar com os conceitos introduzidos no tópico 1, os alunos compreendam os significados desses termos.

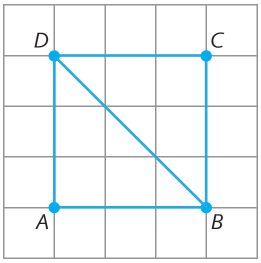
Ao tratar do conteúdo do início da **página 210**, chame a atenção dos alunos para o fato de os planos serem representados com letras do alfabeto grego. Provavelmente a maioria deles não conhece esse alfabeto, o nome que cada uma das letras recebe nem os símbolos que são utilizados para indicá-las. Solicite a eles que façam uma pesquisa a respeito do assunto, uma vez que as letras do alfabeto grego são amplamente empregadas na Matemática.

O quadro a seguir traz as letras que compõem o alfabeto grego em suas formas maiúsculas e minúsculas e também como se pronuncia cada uma delas.

Pronúncia	Minúscula	Maiúscula
alfa	α	Α
beta	β	Β
gama	γ	Γ
delta	δ	Δ
épsilon	ε	Ε
dzeta	ζ	Ζ
eta	η	Η
teta	θ	Θ
iota	ι	Ι
capa	κ	Κ
lâmbda	λ	Λ
mi	μ	Μ

Pronúncia	Minúscula	Maiúscula
ni	ν	Ν
ksi	ζ	Ξ
omicron	ο	Ο
pi	π	Π
rho	ρ	Ρ
sigma	σ	Σ
tau	τ	Τ
upsilon	ϑ	Υ
phi	φ	Φ
khi	χ	Χ
psi	ψ	Ψ
ômega	ω	Ω

Ao tratar da medida de um segmento de reta, é interessante destacar o fato de que, dependendo da unidade de medida considerada, é possível que um segmento “não caiba” um número inteiro ou um número fracionário de vezes em outro segmento. Por exemplo: considere que o segmento $\overline{AB}$ é unidade de medida. O segmento $\overline{AB}$ não cabe um número inteiro ou um número fracionário de vezes no segmento $\overline{DB}$.



LUIZ RUBIO

Esse comentário é relevante porque possibilita que os alunos, desde o momento em que a noção de medir segmentos lhes é apresentada, realizem reflexões que vão prepará-los para, no momento oportuno, compreender as ideias de grandezas comensuráveis, grandezas incomensuráveis e números irracionais.

Ao tratar da noção de segmentos congruentes, pode-se, embora isso não esteja presente no livro, apresentar aos alunos a notação utilizada nesse caso: a afirmação de que o segmento $\overline{AB}$ é congruente com o segmento $\overline{CD}$ pode ser expressa simbolicamente por $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

Atividades como a 7 da **página 213**, nas quais se propõe o trabalho com figuras geométricas planas que constituem uma figura geométrica espacial, são interessantes e devem ser utilizadas para informar aos alunos, desde o início dos trabalhos com os conceitos de Geometria, que a divisão entre Geometria Euclidiana Plana e Geometria Euclidiana Espacial é artificial e não significa que existam duas geometrias diferentes. A Geometria Euclidiana é um corpo único de conhecimentos que, por motivos didáticos e práticos, costuma ser separada em “espacial” e “plana”. No entanto, é importante que os alunos percebam que os conteúdos dessas duas partes dialogam de modo que não é possível separá-los totalmente e, por isso, deve-se estudá-los como se fossem dois assuntos distintos. Levando isso em consideração, na atividade sugerida neste Manual, na qual os alunos devem analisar as figuras geométricas planas nos diferentes ambientes da escola, pode-se incentivá-los a observar as figuras geométricas planas presentes em objetos tridimensionais, como livros, panelas, cestos de lixo, mesas, cadeiras etc.

Ao iniciar o estudo do tópico 3 (**página 214**), que introduz a noção de ângulo, pode-se apresentar aos alunos (ou pedir-lhes que pesquisem) a etimologia dessa palavra. Isso também pode ser feito durante a abordagem do tópico 6 (**página 226**), ao iniciar o estudo dos triângulos, em relação às palavras *equilátero*, *isósceles* e *escaleno*. É importante que os alunos percebam que os termos matemáticos não são palavras estranhas e vazias de significado, e o conhecimento de sua etimologia, em muitos casos, pode contribuir para isso.

Para o desenvolvimento das seções que tratam da utilização de instrumentos do desenho geométrico (como régua, compasso, esquadro e transferidor), é fundamental solicitar antecipadamente aos alunos que levem esses instrumentos para a sala de aula (se a escola não os tiver disponíveis para o uso em qualquer momento). Para a efetiva compreensão dos processos em que são utilizados esses instrumentos (como a medição e a construção de ângulos com o transferidor, a construção de retas paralelas e retas perpendiculares com a régua e o esquadro, o traçado de circunferências e o transporte da medida de segmentos com o compasso), é importante que sejam propostas aos alunos diversas situações em que possam manipulá-los.

Ao abordar o tópico 4 (**página 218**), que trata das posições entre duas retas no plano, peça aos alunos que identifiquem outras situações, além da proposta no livro (envolvendo o traçado das ruas de uma cidade), em que utilizem as noções de retas paralelas, perpendiculares e concorrentes.

Em diversos momentos do capítulo, estabelece-se uma relação entre os elementos da Matemática (especialmente as figuras geométricas planas) e as artes plásticas.

Convém explorar esse aspecto solicitando aos alunos que busquem na internet dados a respeito dos artistas citados (Victor Vasarely, Luiz Sacilotto, Wassily Kandinski, Paul Klee), de suas obras e, principalmente, da presença de formas geométricas nessas obras. Peça a eles também que procurem informações a respeito de outros artistas que utilizam elementos da Geometria em seus trabalhos.

Ainda no contexto da relação entre Matemática e Arte, o capítulo destaca a presença das formas geométricas planas na obra do arquiteto brasileiro Oscar Niemeyer. Ao abordar o assunto, que é tratado na seção *Um pouco de história* da **página 231**, é importante explorar um pouco mais tudo o que foi trabalhado. Para isso, pode-se solicitar aos alunos que pesquisem na internet imagens de obras de Niemeyer não apresentadas no livro e que identifiquem nelas figuras geométricas planas, retas concorrentes, retas perpendiculares e retas paralelas. Pesquisas como essas, além de tornar mais evidentes para os alunos as relações entre a Matemática e outros campos, possibilitam a exploração dos conceitos estudados por outros vieses e contribuem para a aquisição de conhecimentos gerais.

O item a da atividade 5 da **página 227** é bastante importante porque permite que os alunos reflitam a respeito de uma definição matemática. Ao verificar se todo triângulo equilátero também é isósceles, eles são obrigados a analisar o conceito de triângulo isósceles. Um triângulo é denominado isósceles quando apresenta dois lados com medidas iguais. Mas para ser isósceles é necessário que somente dois lados tenham medidas iguais ou os três lados do triângulo podem ter a mesma medida? É fundamental que os alunos sejam incentivados, sempre que possível, a realizar questionamentos como esse a respeito de determinada ideia matemática. Convém valorizar nas aulas questões que exijam esse tipo de reflexão.

Atualmente, não faz sentido questionar a importância de se introduzir, de maneira adequada, os recursos tecnológicos em sala de aula. O *Geogebra* é um *software* dinâmico e gratuito que pode ser facilmente instalado por professores e alunos, com potencialidade de trazer grandes contribuições para os processos de ensino e aprendizagem de Matemática, em especial de Geometria. Recomenda-se, portanto, a utilização desse *software* para explorar ideias trabalhadas ao longo do capítulo, como a construção de retas perpendiculares e de retas paralelas, a medição de ângulos, os polígonos regulares e não regulares e seus elementos (ângulos internos, diagonais, lados) e os elementos da circunferência. O *Geogebra* favorece as experimentações e, consequentemente, o estabelecimento de conjecturas, algo muito importante no processo de construção do conhecimento matemático.

Ao longo do capítulo são propostas algumas atividades que visam ao estabelecimento de conjecturas por meio da observação de regularidades percebidas por meio de diversas situações experimentadas: 3 e 7 da **página 227**, 7 da **página 230**, 3 do item Aplicando da seção *Trabalhando os conhecimentos adquiridos* da **página 234** e 9 e 10 da **página 235**. Atividades como essas se tornam especialmente importantes para a construção do conhecimento matemático quando exploradas com o auxílio de um *software* dinâmico como o *Geogebra*.

A última sugestão para esse capítulo consiste em solicitar uma breve pesquisa, que pode ser feita em grupo pelos alunos, a respeito de Euclides e do desenvolvimento da Geometria na Grécia antiga.

Espaço para anotações do professor

CAPÍTULO 10

Medidas de comprimento e de tempo

Conteúdos abordados

Medidas de comprimento: a unidade padrão (o metro) e seus múltiplos e submúltiplos; conversão de unidades de medida de comprimento; perímetro de um polígono; unidades padrão de medida de tempo: horas, minutos e segundos.

Objetivos

- Compreender as noções de medida de uma grandeza e de unidade de medida.
- Aprender a medir a grandeza comprimento, utilizando para isso sua unidade padrão (o metro), seus múltiplos e submúltiplos utilizando esses conhecimentos na resolução de problemas.
- Compreender as relações existentes entre o metro (unidade padrão de medida de comprimento) e seus múltiplos e submúltiplos e realizar conversões de unidades, utilizando essas ideias para resolver problemas.
- Compreender a noção de perímetro e como determinar a medida do perímetro de um polígono, utilizando essas ideias na resolução de problemas.
- Entender o sistema sexagesimal de medida de tempo e suas aplicações no dia a dia.

Orientações

A seção *Trocando ideias* (**página 238**) traz situações do cotidiano envolvendo medidas de comprimento e de tempo. Pode-se aproveitá-las para verificar quais conhecimentos os alunos já possuem a respeito do assunto. Como tem sido salientado neste Manual, deve-se levar em consideração aquilo que os alunos já sabem a respeito do assunto para não se correr o risco de propor uma abordagem repetitiva e pouco desafiadora para eles. Além disso, embora o objetivo do capítulo seja estudar medidas de comprimento e de tempo, pode-se pedir a eles que, nesse momento inicial, destaquem algumas situações do dia a dia que envolvem medidas de massa, de capacidade, de temperatura, de superfície e de espaço ocupado por um corpo. É preciso que eles tenham clareza, ao deparar com determinada situação, a respeito da grandeza que está em jogo, para que, se precisarem realizar medidas, reconheçam as unidades adequadas a ela.

Ainda na seção *Trocando ideias*, após definir o que significa medir uma grandeza e destacar a necessidade de, para realizar esse processo, considerar uma unidade de medida, proponha aos alunos a exploração dessas ideias por meio de uma atividade como esta:

- Crie uma unidade de medida, dê um nome a ela e meça, utilizando essa unidade, o comprimento de sua carteira escolar. Compare a medida que você obteve com as obtidas pelos colegas.

Esse tipo de atividade é interessante para discutir a necessidade de se adotar uma unidade de medida padrão para determinada grandeza, a fim de que, por exemplo, ao medir a carteira escolar, qualquer pessoa, em qualquer lugar do mundo, obtenha o mesmo valor.

No tópico 2 (**página 241**), ao trabalhar com a conversão de unidades, é importante realizar essas conversões recorrendo apenas às relações existentes entre o metro, seus múltiplos e submúltiplos. Ou seja, as conversões devem ser feitas por meio de multiplicações ou divisões (e deve ficar claro para os alunos o momento de utilizar cada uma dessas operações) por potências de 10. Não devem ser enfatizadas regras sem significado, como: "para converter 4,35 m para a unidade centímetro, deve-se deslocar a vírgula duas casas para a direita" ou "para transformar 324,3 dam em hectômetro, deve-se deslocar a vírgula uma casa para a esquerda". Atenção: "vírgula não anda"! O processo de conversão de unidades não deve ser memorizado por meio de algoritmos, mas compreendido com base na análise daquilo que o fundamenta.

A título de cultura geral, é interessante pedir aos alunos que pesquisem na internet outras unidades de medida de comprimento, além das apresentadas na seção *Lendo e aprendendo* da **página 242**, ainda bastante utilizadas em algumas atividades e em alguns países do mundo. É interessante que eles procurem saber também a correspondência entre cada tipo de unidade pesquisada e o metro. Eles devem compartilhar os resultados das pesquisas com os colegas.

A atividade 1 da **página 243** deve ser bem explorada porque permite aos alunos avaliar a adequação, dependendo da situação considerada, da utilização de múltiplos ou submúltiplos do metro (em especial o quilômetro e o centímetro). Pode-se complementar o que é apresentado no livro perguntando aos alunos, por exemplo, qual unidade é a mais adequada para medir a espessura de um prego, a espessura de uma folha de papel etc.

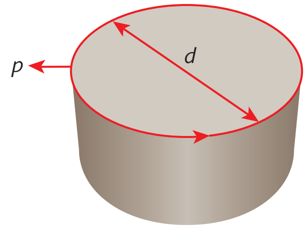
Ao trabalhar com o tópico 3 (**página 244**), pode-se pedir aos alunos que investiguem a etimologia da palavra *perímetro*, para que percebam que a origem do termo revela explicitamente o significado que lhe é dado na Matemática.

Pode-se aproveitar a atividade 5 da **página 245** para realizar com os alunos uma primeira abordagem do número π (pi), ainda que o tratamento possível para esse assunto, no momento, seja incompleto e superficial. Pode-se solicitar a eles que construam, com o auxílio do *software Geogebra*, uma dezena de circunferências com diferentes medidas de raio. Em seguida, eles devem medir os diâmetros e os perímetros das circunferências que construíram e dividir cada perímetro pelo respectivo diâmetro. Pode-se pedir-lhes, então, que analisem os resultados encontrados. Depois que todos tiverem percebido que, independentemente do diâmetro e da medida do perímetro da circunferência, o resultado da divisão do perímetro da circunferência por seu diâmetro é sempre o mesmo, pode-se concluir a atividade dizendo que o número obtido nessa divisão recebe o nome da letra grega pi, cujo símbolo é π.

É importante ressaltar que, mais adiante, os alunos voltarão a trabalhar com esse número e terão mais informações a respeito dele. Uma alternativa ao uso do *Geogebra* para a realização dessa atividade é solicitar aos alunos que meçam os diâmetros e os perímetros de diferentes objetos circulares que podem ser encontrados nos diversos ambientes da escola e, então, com base nessas medidas, façam as análises citadas.

A figura a seguir resume a ideia trabalhada:

O número π



p = perímetro

d = diâmetro

$$\pi = \frac{\text{perímetro}}{\text{diâmetro}}$$

LUIZ RUBIO

Na seção *Lendo e aprendendo* da **página 245**, pode-se solicitar aos alunos que pesquisem (na internet, por exemplo) quais são as unidades de medida empregadas em cada instrumento de medida de comprimento apresentado.

É bastante importante explorar cuidadosamente com os alunos a observação apresentada na **página 247** de que o sistema de medidas de tempo não é decimal (mas sim sexagesimal) e que, portanto, é incorreto escrever 2,4 h para representar 2 h 40 min ou 1,06 h para representar 1 h 06 min etc.

Ao trabalhar com a atividade 1 da **página 247**, que mostra como os relógios digitais marcam o tempo, é importante explicar aos alunos que, embora esses relógios utilizem, por exemplo, a notação 8:30 para representar 8 h 30 min, do ponto de vista matemático essa notação não é considerada adequada. O correto é escrever 8 h 30 min ou, simplesmente, 8h30. A presença da notação *min* para indicar os minutos não é necessária, mas deve constar a notação *h* para indicar as horas.

Recomenda-se também discutir com os alunos a respeito de outras unidades de tempo frequentemente utilizadas no dia a dia, como mês, dia, quinzena, bimestre, trimestre, quadrimestre e semestre. É fundamental que eles conheçam os significados desses termos e saibam utilizá-los quando necessário.

Problemas como os das **páginas 247** e **248** e os do item Aplicando da seção *Trabalhando os conhecimentos adquiridos* das **páginas 249** a **251** devem ser explorados sempre que possível, pois permitem aos alunos mobilizar os conceitos estudados para interpretar e buscar soluções para situações que diversas vezes enfrentarão em seu cotidiano.

Para a resolução das atividades 12, 13, 14 e do *Desafio* da **página 250**, bem como a das de número 15 e 18 e do *Desafio* da **página 251**, pode-se pedir aos alunos que trabalhem em grupos e discutam os resultados obtidos. Essas questões, mais do que as outras propostas no capítulo, envolvem, inicialmente, uma interpretação da situação apresentada e, posteriormente, o desenvolvimento de estratégias para solucioná-la — aspectos importantes da atividade matemática que devem ser sempre valorizados.

Espaço para anotações do professor

CAPÍTULO 11

Medidas de superfície e de volume

Conteúdos abordados

Área (medida de superfície): a unidade padrão (o metro quadrado) e seus múltiplos e submúltiplos; conversão de unidade e medidas agrárias; área de retângulo e área de quadrado; volume (medida do espaço ocupado por um corpo): a unidade padrão (o metro cúbico) e seus múltiplos e submúltiplos; conversão de unidades; volume do paralelepípedo e do cubo.

Objetivos

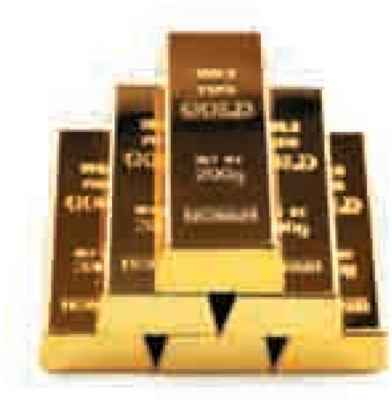
- Aprender a medir a grandeza superfície, utilizando para isso sua unidade padrão (o metro quadrado), seus múltiplos e submúltiplos e aplicando esses conhecimentos na resolução de problemas.
- Compreender as relações entre o metro quadrado (unidade padrão de medida de superfície) e seus múltiplos e submúltiplos para realizar conversões de unidades, utilizando essas ideias para resolver problemas.
- Compreender como determinar a área de um retângulo e a área de um quadrado, utilizando esses conhecimentos na resolução de problemas.
- Aprender a medir a grandeza espaço ocupado por um corpo, obtendo o volume desse corpo, utilizando para isso sua unidade padrão (o metro cúbico), seus múltiplos e submúltiplos e aplicando esses conhecimentos para a resolução de problemas.
- Compreender as relações entre o metro cúbico (a unidade padrão de volume) e seus múltiplos e submúltiplos para realizar conversões de unidades e aplicar essas ideias na resolução de problemas.
- Compreender como determinar o volume de um paralelepípedo e o volume de um cubo, utilizando essas ideias para resolver problemas.

Orientações

Com base na situação apresentada na abertura do capítulo, é preciso identificar os conhecimentos dos alunos a respeito do tema para determinar a maneira mais adequada de desenvolver a abordagem do conteúdo. Pode-se pedir aos alunos que expliquem o que entendem por *área* e *volume*, perguntando a eles, por exemplo: "O que significa medir a superfície de um livro? E o que significa medir o espaço ocupado por uma caixa de suco?".

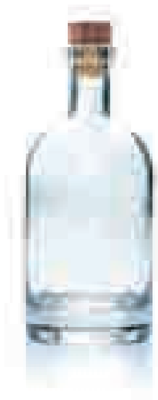
Pode ser interessante também, nessa discussão inicial motivada pela situação de abertura, perguntar aos alunos se os termos *volume* e *capacidade* são sinônimos. A percepção das diferenças entre essas duas noções (que serão estudadas no capítulo 12) deve ficar mais clara para eles. Desde o início do estudo da noção de volume, os alunos devem estar cientes de que objetos possuem volume, mas nem sempre possuem capacidade e, por isso, deve-se tomar o cuidado de não utilizar esses termos como sinônimos. Um cubo maciço de madeira, por exemplo, possui volume, mas não tem capacidade.

As barras de ouro maciças da foto a seguir são outro exemplo de objetos que possuem volume, mas não têm capacidade.



AFRICA STUDIO/SHUTTERSTOCK

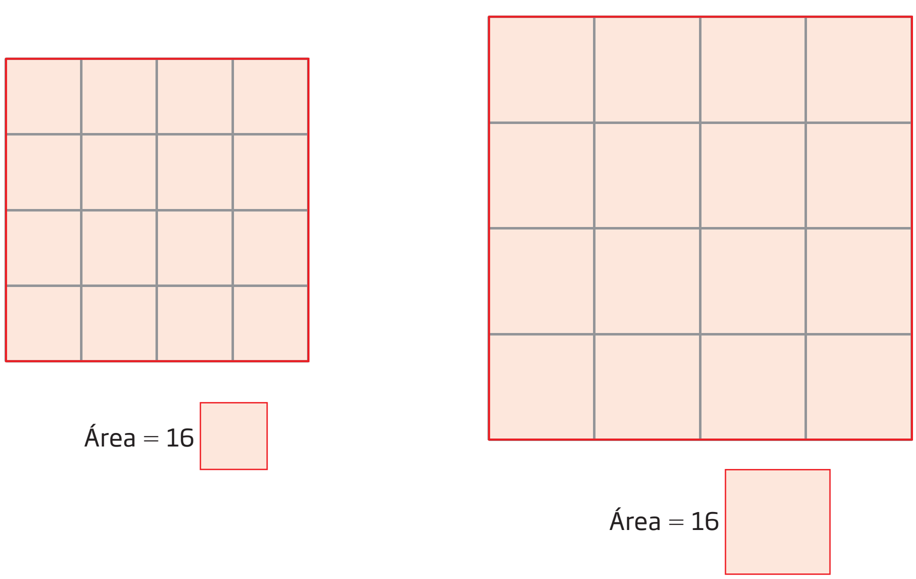
A garrafa a da foto a seguir é um exemplo de objeto que possui volume e também capacidade.



ZERBOR/SHUTTERSTOCK

Ao abordar o tópico 1 (**página 255**), é importante salientar que duas figuras geométricas idênticas podem ter a área expressa de maneira distinta uma da outra se, para efetuar essas medidas, forem utilizadas unidades de medida de superfície diferentes. Isso é enfatizado logo no início do tópico e também na atividade 1 da **página 259**. Da mesma maneira – e isso é explicado no livro –, duas figuras geométricas de mesmo tipo, porém distintas, como dois quadrados, podem ter áreas expressas por números iguais, dependendo das unidades de medida consideradas para medir a superfície de cada uma delas.

Um exemplo: se utilizarmos a medida da superfície do quadradinho de cada figura a seguir como unidade de medida, a figura da esquerda terá área igual a 16 unidades e a figura da direita também terá área igual a 16 unidades. Veja.



LUIZ RUBIO

A importância dessas reflexões a respeito da diferença entre superfície e área (medida da superfície em relação a determinada unidade) é realçada nas instruções ao professor antes da seção *Lendo e aprendendo* da **página 257**.

No trabalho com a conversão do metro quadrado ou do metro cúbico para seus múltiplos ou submúltiplos, nas **páginas 257** e **264**, respectivamente, assim como na conversão de unidades de medidas de comprimento, deve-se recorrer apenas às relações existentes entre as unidades, seus múltiplos e submúltiplos. Essas conversões devem ser feitas por meio de multiplicações ou divisões (e deve ficar claro para os alunos no momento de utilizar cada uma dessas operações) por potências de 10^2 (no caso das medidas de superfície) ou de 10^3 (no caso do cálculo de volume). O processo de conversão de unidades não deve ser memorizado por meio de algoritmos, mas compreendido com base na análise daquilo que o fundamenta. Para que os alunos possam analisar, na mesma situação, as relações entre medidas de comprimento, de superfície e de espaço ocupado por um corpo, podem ser propostas as seguintes atividades:

- A figura abaixo representa uma unidade de volume, o metro cúbico. Responda às questões.

a) Qual é a medida de uma aresta desse cubo?

Resposta: 1 m

b) Qual é a medida de cada segmento em que as arestas foram divididas?

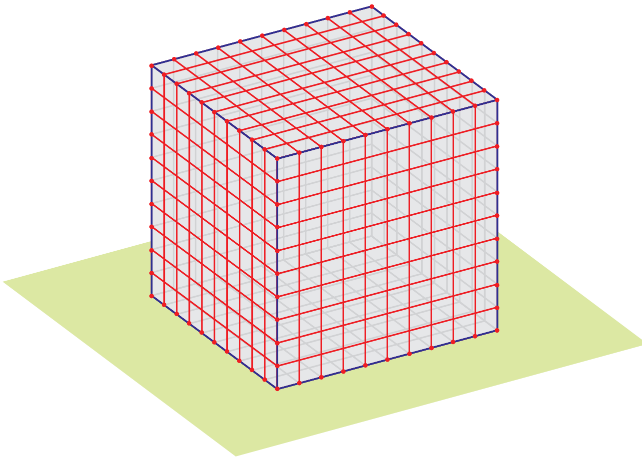
Resposta: 1 dm

c) Qual é a relação entre essas medidas?

Resposta: 1 m = 10 dm e 1 dm = 0,1 m, que é um décimo do metro.

d) Qual é a área de uma face do cubo?

Resposta: 1 m^2



LUIZ RUBIO

Com base nessa atividade, outras podem ser criadas, modificando-se a medida da aresta do cubo e também a unidade segundo a qual a medida é apresentada.

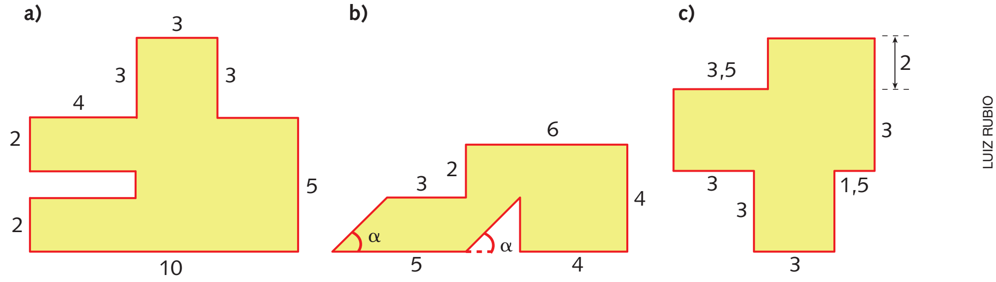
Ao trabalhar com as medidas agrárias, na **página 258**, a título de cultura geral, é interessante pedir aos alunos que façam uma pesquisa na internet a respeito das origens da medida agrária *alqueire* e que compartilhem suas descobertas com os colegas.

Com base no texto da seção *Lendo e aprendendo* da **página 259**, pode-se solicitar aos alunos que, em grupos, façam uma pesquisa a respeito dos parques nacionais existentes em cada uma das cinco regiões brasileiras e verifiquem que porcentagem da área total de cada região está sendo preservada nesses parques. Além disso, pode-se pedir a eles que estabeleçam comparações entre as áreas (ou medidas de superfície) de cada uma das regiões brasileiras e a área (ou medida de superfície) do território nacional. Pode-se perguntar a eles, por exemplo: "Quais são as regiões que apresentam a maior área? E quais são as que apresentam menor área? Que porcentagem do território nacional ocupa cada uma das regiões brasileiras?". Esse trabalho pode ser feito de maneira integrada com o professor de Geografia.

Antes de apresentar aos alunos as generalizações sobre o cálculo da área de um retângulo (multiplicar a medida da base do retângulo pela medida da sua altura) e do volume de um paralelepípedo (multiplicar as medidas do comprimento, da largura e da altura do paralelepípedo), pode-se propor outras atividades, como as das **páginas 259** e **265**, para que observem as regularidades presentes nas situações e cheguem às generalizações desejadas.

Procure sempre explorar situações, como as apresentadas nos itens **c** e **d** da atividade 1 da **página 261**, nas quais os alunos devem decompor a figura dada em outras figuras das quais já saibam calcular a área. Esse é um raciocínio importante em Matemática e precisa ser mobilizado em diferentes problemas com os quais os alunos vão se deparar tanto nas aulas quanto no cotidiano.

A seguir observe outros exemplos de situações que exploram o cálculo da medida de áreas de figuras planas por meio do processo de decomposição dessas figuras:



É importante levar os alunos a refletir sobre o fato de que a área e o perímetro não estão relacionados. Pode haver regiões com mesmo perímetro e áreas diferentes ou regiões com mesma medida de área e perímetros diferentes. Essa discussão pode ser favorecida pela proposição de situações como:

- Desenhe em uma malha quadriculada cinco retângulos que tenham perímetro igual a 20 unidades e complete a tabela a seguir. Considere o lado do quadradinho a unidade de medida de comprimento e a superfície do quadradinho a unidade de área (ou unidade de medida de superfície).

	Comprimento	Largura	Perímetro	Área
Retângulo A			20	
Retângulo B			20	
Retângulo C			20	
Retângulo D			20	
Retângulo E			20	

- Desenhe em uma malha quadriculada quatro retângulos que tenham área igual a 36 unidades e complete a tabela a seguir. Considere o lado do quadradinho a unidade de medida de comprimento e a superfície do quadradinho a unidade de área.

	Comprimento	Largura	Perímetro	Área
Retângulo A				36
Retângulo B				36
Retângulo C				36
Retângulo D				36

O capítulo traz uma série de situações que devem ser exploradas por se assemelharem a problemas com os quais, provavelmente, os alunos vão se deparar no dia a dia. Algumas dessas situações são apresentadas nas seguintes atividades: 5, 8, 10 e 11 da **página 260**, 4, 5, 7 e 8 da **página 262**, 6 da **página 265**, 7, 8, 9, 10 e 11 da **página 267**, *Resolvendo em equipe* da **página 268**, 3, 4, 6, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 e *Desafios* do item Aplicando da seção *Trabalhando os conhecimentos adquiridos* das **páginas 269** a **271**.

O esquema de resolução da situação-problema proposta na seção *Resolvendo em equipe* da **página 268** pode ser explorado constantemente durante as aulas de Matemática. É importante que os alunos, sozinhos ou em grupos, estejam cientes dos procedimentos para interpretar, resolver e verificar a validade da solução encontrada ao trabalhar com um problema matemático.

CAPÍTULO 12

Medidas de capacidade e de massa

Conteúdos abordados

Medidas de capacidade: a unidade padrão (o litro) e seus múltiplos e submúltiplos; conversão de unidades; medidas de massa: a unidade padrão (o quilograma) e seus múltiplos e submúltiplos; conversão de unidades.

Objetivos

- Aprender a medir a grandeza capacidade, utilizando para isso sua unidade padrão (o litro), seus múltiplos e submúltiplos, aplicando esses conhecimentos para a resolução de problemas.
- Compreender as relações entre o litro (unidade padrão de medida de capacidade) e seus múltiplos e submúltiplos para realizar conversões de unidades, utilizando essas ideias para resolver problemas.
- Aprender a medir a grandeza massa, utilizando para isso sua unidade padrão (o quilograma), seus múltiplos e submúltiplos, aplicando esses conhecimentos na resolução de problemas.
- Compreender as relações entre o quilograma (unidade padrão de medida de massa) e seus múltiplos e submúltiplos para, realizar conversões de unidades, utilizando essas ideias para resolver problemas.

Orientações

Como já destacamos diversas vezes neste Manual, é importante, ao iniciar o capítulo, investigar quais são os conhecimentos que os alunos já possuem a respeito do tema que será abordado, para, com base neles, planejar a abordagem adequada, o tempo a ser destinado ao estudo do conteúdo, as atividades a serem desenvolvidas e as formas de avaliar os conhecimentos construídos.

Na seção *Trocando ideias* da **página 274** é proposta uma discussão sobre o significado do termo *capacidade*. É importante que já se tenha iniciado uma reflexão a respeito desse assunto no capítulo 11, uma vez que, conforme já salientado, é fundamental que os alunos tenham, desde o início, clareza a respeito da diferença entre volume e capacidade. Obviamente, no início desse capítulo, que se dedica especificamente ao estudo das grandezas capacidade e massa, a discussão em questão pode ser retomada. Não parece adequado, no entanto, introduzi-la somente nesse momento. Para retomar o que foi trabalhado a respeito desse assunto, pode-se pedir aos alunos que citem exemplos de situações nas quais faz sentido referir-se ao volume de um objeto, mas não à capacidade deste.

É importante solicitar a eles que pesquisem a diferença entre massa e peso e, com base na pesquisa realizada, reflitam a respeito da adequação ou não da declaração: “Eu peso 60 kg”.

Diga a eles que é comum o uso da palavra "peso" como sinônimo de "massa", mas essas palavras têm significados diferentes. De modo simplificado, podemos falar que o peso de um corpo é a força exercida sobre ele pela atração gravitacional da Terra e a massa é a quantidade de matéria presente em um corpo.

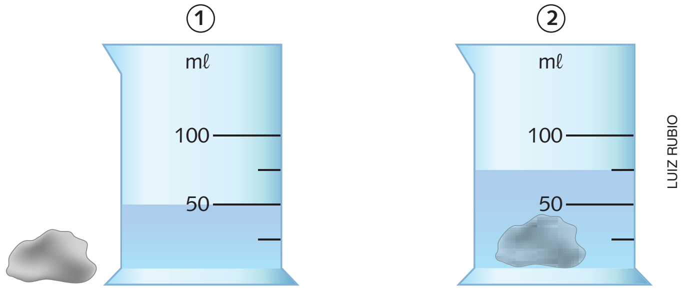
Conforme já destacado ao tratar das conversões de unidades de medidas de comprimento, de superfície e de espaço ocupado (volume), ao trabalhar com as conversões de unidades de medidas de capacidade e de massa, deve-se recorrer apenas às relações entre as unidades, seus múltiplos e submúltiplos. Essas conversões devem ser feitas por meio de multiplicações ou divisões (e deve ficar clara para os alunos a ocasião em que devem utilizar cada uma dessas operações) por potências de 10. Mais uma vez, vale ressaltar que "vírgula não anda" e que o processo de conversão de unidades não deve ser memorizado por meio de algoritmos, mas compreendido por meio de sua fundamentação.

A seção *Lendo e aprendendo* da **página 277** é uma oportunidade para os alunos trabalharem com os conceitos que estão estudando e também para se conscientizarem da necessidade de economizar água. É interessante pedir a eles que investiguem o consumo mensal de água de sua residência, da escola, de hospitais da cidade etc. Os dados obtidos devem ser analisados e discutidos por toda a turma.

As atividades 2 da **página 280** e 3 do item Revisitando da seção *Trabalhando os conhecimentos adquiridos* da **página 282** possibilitam aos alunos refletir a respeito da conveniência de adotar, em determinado contexto, a unidade padrão, um múltiplo ou um submúltiplo dela para indicar a medida de uma grandeza. É fundamental que fique claro para eles como trabalhar com unidades de medida em diferentes situações.

Ao abordar a seção *Lendo e aprendendo* da **página 281**, peça aos alunos que pesquisem outras situações, além da apresentada no livro, nas quais são utilizadas as ideias de peso bruto, peso líquido e tara.

A atividade 11 da **página 281** envolve a determinação do volume de uma pedra de maneira indireta, por meio da variação da capacidade disponível de um recipiente após a pedra ter sido colocada em seu interior. Esse tipo de problema deve ser bem explorado. As figuras a seguir ilustram a ideia presente em situações como a dessa atividade:



Há diversos problemas no capítulo que, por envolverem situações semelhantes àquelas que os alunos possivelmente vivenciarão em seu dia a dia, devem ser bastante explorados: 6 e 7 das **páginas 280** e **281**, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11 e 12 e os *Desafios* do item Aplicando da seção *Trabalhando os conhecimentos adquiridos* das **páginas 282** e **283**.