Edwaldo Bianchini

# MATEMÁTICA BIANCHINI

6º ano

MANUAL DO PROFESSOR

Componente curricular:
MATEMÁTICA

MODERNA

Edwaldo Bianchini

Licenciado em Ciências pela Universidade da Associação de Ensino
de Ribeirão Preto, com habilitação em Matemática pela Faculdade de Filosofia,
Ciências e Letras do Sagrado Coração de Jesus, Bauru (SP).
Professor de Matemática da rede pública de ensino do estado de São Paulo,
no ensino fundamental e médio, por 25 anos.

# MATEMÁTICA BIANCHINI

6º ano

**Componente curricular: MATEMÁTICA**

## MANUAL DO PROFESSOR

8ª edição

São Paulo, 2015

MODERNA

**Coordenação editorial:** Mara Regina Garcia Gay
**Edição de texto:** Enrico Briese Casentini, Maria Cecília da Silva Veridiano, Pedro Almeida do Amaral Cortez, Cármen Matricardi, José Joelson Pimentel de Almeida
**Assistência editorial:** Izabel Batista Bueno, Marcos Gasparetto de Oliveira
**Preparação de texto:** ReCriar editorial
**Gerência de *design* e produção gráfica:** Sandra Botelho de Carvalho Homma
**Coordenação de *design* e produção gráfica:** Everson de Paula
**Suporte administrativo editorial:** Maria de Lourdes Rodrigues (coord.)
**Projeto gráfico:** Everson de Paula, Adriano Moreno Barbosa
**Capa:** Everson de Paula
*Foto*: Visitante posando para foto em exposição de Kurt Wenner, durante Artphoria 2013, em Ciputra Artpenuer Center, Jakarta, Indonesia, dez. 2013
© Kurt Wenner/Agung Kuncahya B/Xinhua/Zuma Press/Glow Images
**Coordenação de arte:** Patricia Costa, Wilson Gazzoni Agostinho
**Edição de arte:** Estúdio Anexo
**Editoração eletrônica:** Estúdio Anexo
**Edição de infografia:** William Taciro, Alexandre Santana de Paula
**Ilustrações de vinhetas:** Adriano Moreno Barbosa
**Coordenação de revisão:** Adriana Bairrada
**Revisão:** Afonso N. Lopes, Cecília Setsuko Oku, Rita de Cássia Sam, Sandra Brazil
**Coordenação de pesquisa iconográfica:** Luciano Baneza Gabarron
**Pesquisa iconográfica:** Carol Böck, Fernanda Siwiec, Marcia Sato
**Coordenação de *bureau*:** Américo Jesus
**Tratamento de imagens:** Arleth Rodrigues, Bureau São Paulo, Fabio N. Precendo, Marina M. Buzzinaro, Resolução Arte e Imagem
**Pré-impressão:** Alexandre Petreca, Everton L. de Oliveira Silva, Fabio N. Precendo, Hélio P. de Souza Filho, Marcio H. Kamoto, Rubens M. Rodrigues, Vitória Sousa
**Coordenação de produção industrial:** Viviane Pavani
**Impressão e acabamento:**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**
**(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

Bianchini, Edwaldo

Matemática Bianchini / Edwaldo Bianchini. —
8. ed. — São Paulo : Moderna, 2015.

Obra em 4 v. para alunos de 6º ao 9º ano.
Bibliografia.

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Título.

15-02025 CDD-372.7

**Índice para catálogo sistemático:**
1. Matemática : Ensino fundamental 372.7



**EDITORA MODERNA LTDA.**
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Vendas e Atendimento: Tel. (0_ _11) 2602-5510
Fax (0_ _11) 2790-1501
www.moderna.com.br
2015
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

# APRESENTAÇÃO

**Caro estudante,**

Este livro foi feito especialmente para você.

Ele foi pensado, escrito e organizado com o objetivo de facilitar sua aprendizagem e, também, ajudá-lo a ver como a Matemática está presente em tudo o que acontece à sua volta.

Aqui você vai encontrar exemplos de situações que permitem perceber que a Matemática faz parte do seu dia a dia.

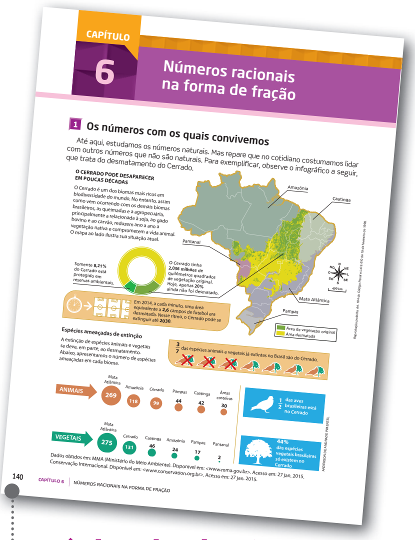
Leia com atenção as explicações teóricas, para acompanhar as aulas e resolver os exercícios.

Faça deste livro um parceiro em sua vida escolar!

***O autor***

# CONHEÇA SEU LIVRO

A estrutura de cada capítulo é muito simples, pois permite encontrar com facilidade os assuntos fundamentais, os exemplos, as séries de exercícios e as seções enriquecedoras.


CAPÍTULO 6 Números racionais na forma de fração

1 Os números com os quais convivemos

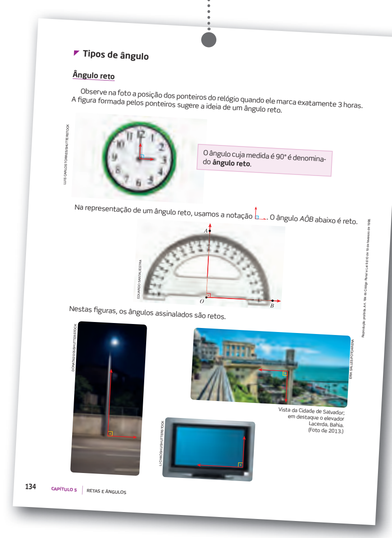
## Página de abertura

O tema do capítulo é introduzido por meio de vários recursos, tais como textos com situações do dia a dia, imagens do cotidiano, História da Matemática etc.

## Página de conteúdo

Contém a teoria explicada com linguagem clara e objetiva, apoiada por exemplos e ilustrações cuidadosamente elaborados para ajudar o entendimento da teoria.

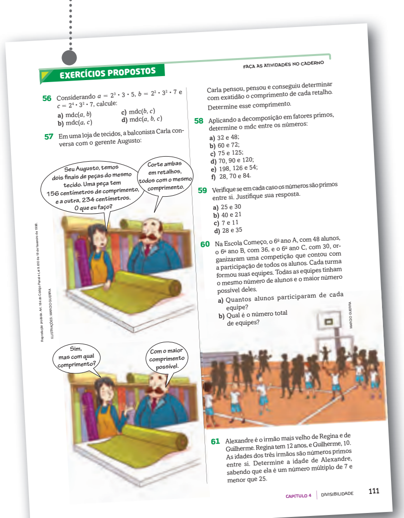

2 Um pouco de história

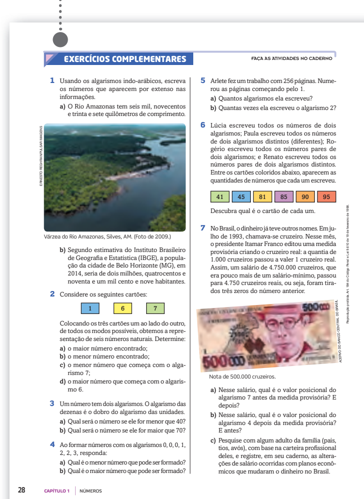

Tipos de ângulo

Ângulo reto

## Exercícios

O livro apresenta uma variedade de exercícios (de aplicação, de exploração, de sistematização, de aprofundamento), organizados segundo o grau de dificuldade.


EXERCÍCIOS PROPOSTOS

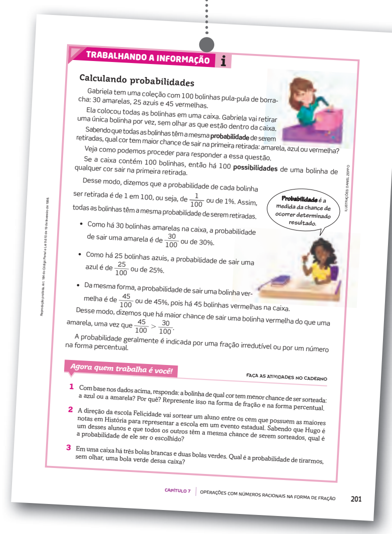

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

## Para saber mais

Esta seção apresenta, entre outras coisas, textos sobre a Geometria e a História da Matemática para enriquecer e aprofundar diversos conteúdos matemáticos.

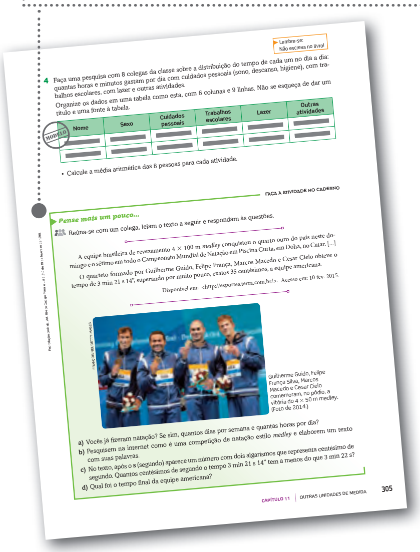
## Trabalhando a informação

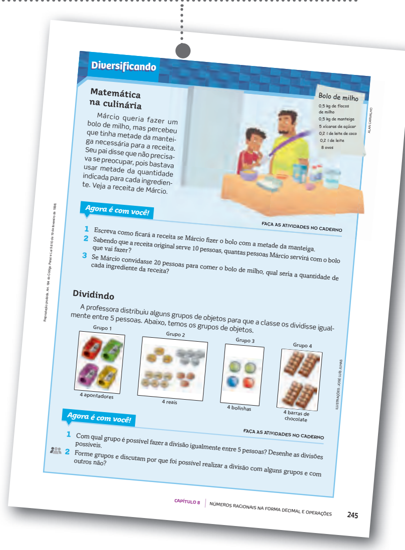
Esta seção permite que o aluno, além de atividades interdisciplinares, trabalhe a informação organizada em diferentes linguagens.



## Atividades especiais

Estas seções apresentam atividades e objetivos diferentes. **Pense mais um pouco...** propõe atividades desafiadoras. **Diversificando** propõe ao aluno que entre em contato com atividades que envolvam temas variados.





Há, ainda atividades de **Calculadora** e de **Cálculo Mental**, além de atividades que podem ser feitas em **dupla** ou em **grupo**.

# SUMÁRIO

## CAPÍTULO 3 Estudando figuras geométricas



## CAPÍTULO 4 Divisibilidade



## CAPÍTULO 5 Retas e ângulos

## CAPÍTULO 8 Números racionais na forma decimal e operações



## CAPÍTULO 9 Polígonos e poliedros

# CAPÍTULO 1 Números

## 1 Para que servem os números?


FOTO: JULIAN FINNEY/GETTY IMAGES
ILUSTRAÇÃO: CLAUDIO CHIYO

Em julho de 2013, na França, o brasileiro Alan Fonteles tornou-se campeão mundial dos 100 m na categoria dos biamputados, com o tempo de 10s80.



Ao observar o mundo que nos cerca, percebemos que é difícil encontrar uma situação que não esteja direta ou indiretamente relacionada com números.

Na situação acima, os números são empregados para:

- **contar**, por exemplo, quantos atletas participaram da prova, quantos atletas foram premiados ou quantas pessoas assistiram à corrida;
- **medir**, por exemplo, a distância percorrida ou o tempo total para completar a prova;
- **codificar**, por exemplo, o número de inscrição dos atletas;
- **ordenar**, por exemplo, quem chegou em primeiro, em segundo ou em quarto lugar.

Hoje, contamos e registramos quaisquer quantidades com símbolos e regras estabelecidos, mas isso nem sempre foi assim. Na Antiguidade, os seres humanos utilizavam muitas formas para contar e registrar quantidades.

Com a ajuda da Arqueologia, ciência que estuda os costumes e a cultura de povos antigos por meio dos vestígios (artefatos, monumentos, fósseis) que eles deixaram, em muitas escavações foram encontradas marcas em paredes de cavernas, em ossos de animais e em gravetos que sugerem formas primitivas de contagem.

Sem dúvida, podemos dizer que a ideia de número acompanha a humanidade desde a Antiguidade.

O osso de Ishango é uma ferramenta que data do Paleolítico Superior, aproximadamente entre 18000 e 20000 a.C. Esse objeto consiste em um longo osso castanho (a fíbula de um babuíno) que tem um pedaço pontiagudo de quartzo incrustado em uma de suas extremidades, possivelmente utilizado para gravar ou escrever.



## 2 Sistemas de numeração

Demorou muito para chegarmos à escrita numérica que empregamos atualmente. Os povos substituíram as antigas formas de registro por símbolos e regras que pudessem representar os números. A esse conjunto de símbolos e regras chamamos de **sistema de numeração**.

Algumas civilizações antigas criaram seus próprios sistemas de numeração. No quadro abaixo, é possível comparar a escrita de 1 a 10, em alguns desses sistemas, com a escrita que você conhece.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Sistema egípcio** | \| | \|\| | \|\|\| | \|\|\|\| | \|\|\|<br>\|\| | \|\|\|<br>\|\|\| | \|\|\|\|<br>\|\|\| | \|\|\|\|<br>\|\|\|\| | \|\|\|<br>\|\|\|<br>\|\|\| | ∩ |
| **Sistema babilônico** | 𒁹 | 𒁹𒁹 | 𒁹𒁹𒁹 | 𒁹𒁹<br>𒁹𒁹 | 𒁹𒁹𒁹<br>𒁹𒁹 | 𒁹𒁹𒁹<br>𒁹𒁹𒁹 | 𒁹𒁹𒁹𒁹<br>𒁹𒁹𒁹 | 𒁹𒁹𒁹𒁹<br>𒁹𒁹𒁹𒁹 | 𒁹𒁹𒁹𒁹𒁹<br>𒁹𒁹𒁹𒁹 | 𒌋 |
| **Sistema romano** | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X |
| **Sistema chinês** | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 十 |
| **Sistema maia** | • | •• | ••• | •••• | — | •<br>— | ••<br>— | •••<br>— | ••••<br>— | —<br>— |
| **Nosso sistema** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |



Vamos conhecer um pouco mais sobre alguns desses sistemas de numeração.

### Sistema egípcio de numeração

Observe mais alguns símbolos desse sistema e os valores que eles representam.

| haste | calcanhar | corda enrolada | flor de lótus | dedo indicador | peixe ou girino | homem ajoelhado |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 𓏺 | 𓎆 | 𓍢 | 𓆼 | 𓂭 | 𓆐 | 𓁨 |
| **1** | **10** | **100** | **1.000** | **10.000** | **100.000** | **1.000.000** |

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO

Para esse sistema, deviam ser obedecidas as seguintes regras:

- cada símbolo podia ser repetido até nove vezes;
- a ordem de escrita dos símbolos não era importante, pois seus valores eram somados.

Veja alguns exemplos.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 23 | 110 | 432 | 1.666 | 3.210 |

ADILSON SECCO

## Sistema babilônico de numeração

GIANNI DAGLI ORTI/CORBIS/LATINSTOCK

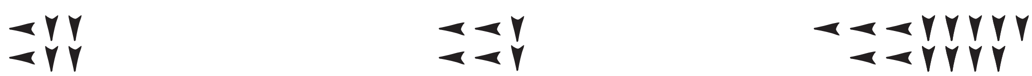
Tábua (datada de 1800 a.C. a 1600 a.C.) com escrita cuneiforme da antiga Mesopotâmia.

Os símbolos usados nesse sistema, conhecidos por símbolos cuneiformes graças à forma de cunha, eram impressos com estiletes em placas de barro que, após a impressão, eram cozidas.

Nesse sistema, também existiam algumas regras a serem seguidas:

- o cravo (𒁹) podia ser repetido até nove vezes para representar números de 1 a 9;
- a asna (𒌋) representava o número dez e podia ser repetida até cinco vezes.

Veja alguns exemplos.



$\underbrace{2 \times 10 \quad 4 \times 1}_{24}$ $\qquad$ $\underbrace{4 \times 10 \quad 2 \times 1}_{42}$ $\qquad$ $\underbrace{5 \times 10 \quad 9 \times 1}_{59}$

Com esses dois símbolos, é possível representar até o número 59. Para quantidades maiores que 59, contava-se em grupos de 60, com os símbolos separados por um espaço, uma vez que a posição dos símbolos era importante.

Veja alguns exemplos.

$\underbrace{1 \times 60 \quad 24}_{84}$ $\qquad$ $\underbrace{2 \times 60 \quad 42}_{162}$ $\qquad$ $\underbrace{1 \times 60 \quad 1 \times 1}_{61}$ $\qquad$ $\underbrace{1 \times 60 \quad 1 \times 10}_{70}$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO

Muitas escritas babilônicas deixaram dúvidas, pois 𒁹 podia representar 1 ou 60. Hoje, as pessoas que se dedicam a estudar a História da Matemática, nesses casos, levam em consideração o contexto dos documentos para decifrar a quantidade.

## Sistema romano de numeração

A representação de números adotada pelos romanos foi, durante muitos séculos, a mais praticada na Europa. Essa representação era feita por meio de letras do próprio alfabeto romano.

O quadro abaixo mostra os símbolos empregados no sistema romano e seus respectivos valores no nosso sistema de numeração.

| I | V | X | L | C | D | M |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | 1.000 |

No sistema de numeração romano, para representar um número, cada letra é escrita uma ao lado da outra, obedecendo às seguintes regras:

- Quando uma letra é escrita à direita de outra, de valor igual ou maior, adicionam-se os valores.
  Veja alguns exemplos.

  **a)** VII = 5 + 2 = 7
  **b)** XV = 10 + 5 = 15
  **c)** XX = 10 + 10 = 20
  **d)** CLXXI = 100 + 50 + 10 + 10 + 1 = 171

- Somente as letras I, X, C e M podem ser repetidas, seguidamente, até três vezes.
  Veja alguns exemplos.

  **a)** III = 3
  **b)** XXX = 30
  **c)** XXI = 21
  **d)** CC = 200
  **e)** CCCXXIII = 323
  **f)** MM = 2.000

  A repetição das letras V, L e D não ocorre, pois VV, LL, DD e VVV, por exemplo, têm como representação X, C, M e XV, respectivamente.

- Quando uma das letras I, X ou C é escrita à esquerda de outra de maior valor, subtrai-se o respectivo valor (de I, X ou C) nas seguintes condições:
  - ♦ I só pode aparecer antes de V ou de X.
  - ♦ X só pode aparecer antes de L ou de C.
  - ♦ C só pode aparecer antes de D ou de M.

  Veja alguns exemplos.

  **a)** IV = 5 − 1 = 4
  **b)** IX = 10 − 1 = 9
  **c)** XL = 50 − 10 = 40
  **d)** XC = 100 − 10 = 90
  **e)** CD = 500 − 100 = 400
  **f)** CM = 1.000 − 100 = 900

- Quando um traço é colocado sobre uma letra, significa que o valor dessa letra deve ser multiplicado por 1.000; dois traços indicam que o valor deve ser multiplicado por 1.000.000.
  Exemplos:

  **a)** $\overline{\text{V}} = 5 \times 1.000 = 5.000$
  **b)** $\overline{\text{IX}} = 9 \times 1.000 = 9.000$
  **c)** $\overline{\text{LX}} = 60 \times 1.000 = 60.000$
  **d)** $\overline{\overline{\text{XXI}}} = 21 \times 1.000.000 = 21.000.000$

Observe algumas situações atuais nas quais ainda aparece a numeração romana:

SOMKIAT19/SHUTTERSTOCK

JACEK/KINO



JACEK/KINO

Explore com os alunos os números representados no sistema de numeração romano que aparecem nas fotos. Peça a eles que deem outros exemplos.

**1** Escreva três situações do dia a dia que expressem números. Depois, troque esses textos com um colega para que cada um possa escrever os números do outro usando os sistemas de numeração dos egípcios, dos babilônios e dos romanos.

**2** Escreva no caderno os números das frases a seguir no nosso sistema de numeração.

**a)** A altura do Coliseu é, aproximadamente,  metros.

GUIDO ALBERTO ROSSI/AGF/ PHOTONONSTOP/AFP

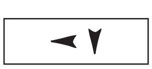
Localizado no centro arqueológico da cidade de Roma, o Coliseu é um dos maiores anfiteatros do mundo. (Foto de 2011.)

**b)** Na construção da pirâmide Quéops, foram utilizados  blocos de pedra.

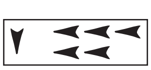
DUDAREV MIKHAIL/SHUTTERSTOCK

A grande pirâmide Quéops é a maior e a mais antiga das pirâmides de Gizé, no Egito. (Foto de 2009.)

**3** Reproduza no caderno as fichas a seguir e pinte da mesma cor aquelas que têm números iguais.

**a)** 

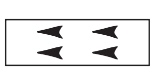
**b)** 

**c)** 

**d)** 

**e)** 

**f)** 

**g)** 

**h)** 

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO

**4** Escreva no sistema de numeração romano:

**a)** a data de seu nascimento (dia/mês/ano);
**b)** a data de hoje (dia/mês/ano);
**c)** a data da proclamação da República no Brasil (dia/mês/ano).

**5** No texto abaixo, o jornalista faz uma brincadeira. Escrevendo como se a faixa do presidente da República pudesse falar, ele cita o decreto que a instituiu, com a escrita da época. Leia o texto e escreva os números que aparecem nele usando o sistema de numeração romano.

**Com a palavra, a Faixa**

Faixa presidencial. (Foto de 2010.)

DIDA SAMPAIO/ESTADÃO CONTEÚDO

[...] Antes que alguém cometa a deselegância de perguntar, vou logo dizendo: tenho 100 anos, recém-completados essa semana. Qual o problema? Sou mais jovem que o Niemeyer. Está na minha certidão de nascimento: Decreto nº 2.299, de 21 de dezembro de 1910. Faço saber que o Congresso Nacional decretou e eu sancciono a resolução seguinte: Art. 1º. Como distinctivo de seu cargo o Presidente da Republica usará, a tiracollo, da direita para a esquerda, uma faixa de seda com as cores nacionaes, ostentando o escudo da Republica bordado a ouro. A faixa, cuja largura será de 15 centimetros, terminará em franjas de ouro de 10 centimetros de largo e supportará, pendente do porto de cruzamento das suas extremidades, uma medalha, de ouro, mostrando no verso o mesmo escudo de que falla o artigo anterior e no anverso o dístico – Presidencia da Republica do Brazil. Assina o marechal Hermes Rodrigues da Fonseca, na data do 88º ano da Independência e 21º da proclamação da República. Já que esticamos a prosa, vou falar um pouco mais de mim. A medalha que eu tenho é de ouro 18 quilates, cravejada com 21 brilhantes – o número de toques de canhão disparados em honra aos chefes de Estado. [...]

Fonte: Ivan Marsiglia. *O Estado de S. Paulo*, São Paulo, 25 dez. 2010. Disponível em: <www.estadao.com.br>. Acesso em: 5 jan. 2015.

**Pense mais um pouco...**

Reproduza no caderno cada arranjo aqui apresentado com palitos de fósforo. Depois, em cada item, mude a posição de apenas um palito de modo que a igualdade se torne verdadeira e registre-a.

a) 


XX + II = XXII ou XIX + II = XXI

b) 


XIV − VII = VII

c) 


XXVII − XXI = VI

ILUSTRAÇÕES: ENAGIO COELHO

## Sistema de numeração indo-arábico

Na região ocupada hoje pelo Paquistão, onde se encontra o vale do Rio Indo, vive, há milhares de anos, o povo indiano. Foi esse povo que criou o sistema de numeração que adotamos atualmente.

Esse sistema passou a ser conhecido como **sistema de numeração indo-arábico** (**indo**, em reconhecimento ao povo que criou o sistema, e **arábico**, em homenagem ao povo árabe, que o aperfeiçoou e o divulgou pela Europa).

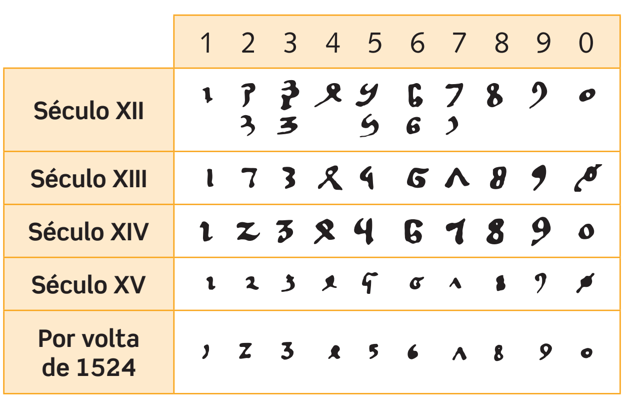
Com o passar do tempo, os símbolos criados pelos indianos para a escrita de números sofreram várias modificações até chegar à representação atual — 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 —, composta de dez símbolos denominados **algarismos indo-arábicos**.

Observe no quadro a seguir como alguns sinais que já foram usados para escrever os algarismos indo-arábicos foram se modificando:

REGIÃO DO RIO INDO


Elaborado a partir de: Graça Maria Lemos Ferreira. *Atlas geográfico*: espaço mundial. 4. ed. rev. e ampl. São Paulo: Moderna, 2013. p. 97.

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL




**Fonte:** Georges Ifrah. *Os números*: a história de uma grande invenção. Trad. Sylvia Taborda. 10. ed. São Paulo: Globo, 2001. p. 310.

ILUSTRAÇÃO: ADILSON SECCO

Essas modificações podem ser explicadas pelo fato de, naquela época, os livros serem escritos manualmente e, portanto, dependiam da caligrafia de seus autores. Com a invenção da imprensa moderna na Europa, por volta de 1450, os algarismos começaram a ser finalmente padronizados.

O sistema de numeração indo-arábico é um **sistema posicional**. Isso porque um mesmo algarismo tem valores diferentes para cada posição que ocupa no número.

Considere, por exemplo, os números 52 e 25.

- No número 52, o algarismo 5 vale 5 dezenas ou 50 unidades ($5 \times 10$), enquanto em 25 ele vale 5 unidades ($5 \times 1$).
- No número 25, o algarismo 2 vale 2 dezenas ou 20 unidades ($2 \times 10$), enquanto em 52 ele vale 2 unidades ($2 \times 1$).

No número 2.378, temos:

- o valor posicional do algarismo 8 é 8;
- o valor posicional do algarismo 7 é 70;
- o valor posicional do algarismo 3 é 300;
- o valor posicional do algarismo 2 é 2.000.

Lendo da direita para a esquerda, o primeiro algarismo de um número é chamado algarismo de 1ª ordem; o segundo, algarismo de 2ª ordem; o terceiro, algarismo de 3ª ordem; e assim por diante. Isso ocorre porque:

- cada unidade de 2ª ordem vale **dez vezes** uma unidade de 1ª ordem;
- cada unidade de 3ª ordem vale **dez vezes** uma unidade de 2ª ordem;
- cada unidade de 4ª ordem vale **dez vezes** uma unidade de 3ª ordem; e assim por diante.

No número 4.527, por exemplo, temos:

4.527

algarismo de 1ª ordem $\rightarrow 7$

algarismo de 2ª ordem $\rightarrow 2 \times 10 = 20$

algarismo de 3ª ordem $\rightarrow 5 \times 10 \times 10 = 500$

algarismo de 4ª ordem $\rightarrow 4 \times 10 \times 10 \times 10 = 4.000$

ou seja: $4.527 = 7 + 20 + 500 + 4.000$

Como cada dez unidades de uma ordem forma uma unidade da ordem imediatamente superior, o sistema de numeração indo-arábico tem **base dez**. Por isso, esse sistema também é chamado de **sistema de numeração decimal**.

Assim, o sistema de numeração em quase todo o mundo atual é uma combinação de quatro características fundamentais:

- Tem **base dez**, ou seja, cada dez unidades de uma ordem forma uma unidade da ordem imediatamente superior.
- Utiliza apenas **dez símbolos**, chamados de **algarismos**:

  0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9

- É um **sistema posicional**, isto é, um mesmo símbolo representa quantidades diferentes, dependendo da posição em que se encontra no número.
- Possui um símbolo para representar o **zero**.

**6** No número 5.757, determine:

a) o valor posicional do algarismo 7 de 1ª or-dem e o valor posicional do algarismo 7 de 3ª ordem;  Valor posicional do algarismo 5 de 2ª or-dem e o valor posicional do – algarismo 5 de 4ª ordem.

**7** Determine o valor posicional do algarismo 3 nos seguintes números:

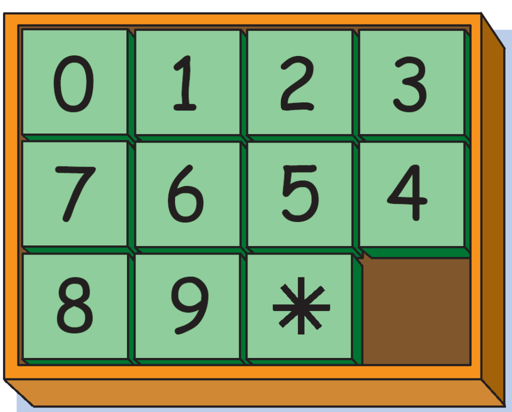
**a)** 3.765
**b)** 32.000.000
**c)** 52.300.000.000
**d)** 3.120.000.000

**8** Usando os algarismos 2, 3, 4 e 5, escreva números de quatro algarismos de modo que obtenha:

**a)** o menor número;
**b)** o maior número;
**c)** o maior número de algarismos diferentes;
**d)** o menor número de algarismos diferentes.

**9** Determine o menor e o maior número de três algarismos diferentes que se pode escrever com os algarismos 0, 5, 6, 8 e 9.

**10** Reúna-se com um colega e vejam o brinquedo que Débora ganhou:





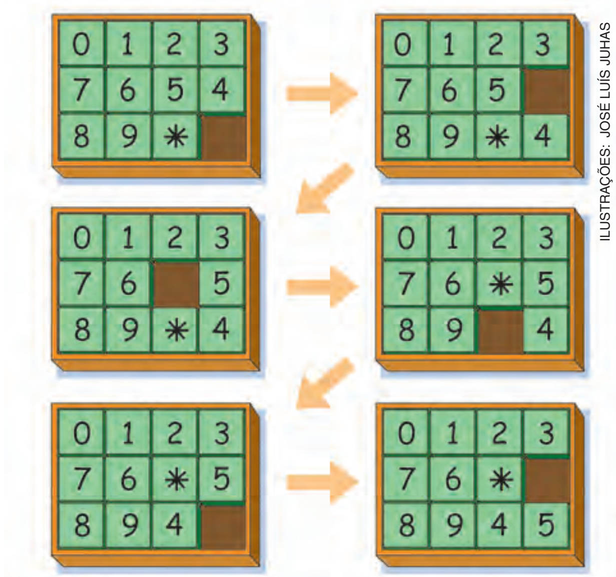

Que número vocês leem em cada linha?

Nesse brinquedo, as dez fichas numeradas e a ficha  só podem ser deslocadas para ocupar a casa que estiver vazia, sem pular ficha, e andar de cada vez só uma posição de acordo com os comandos: direita (→), esquerda (←), baixo (↓) e cima (↑). Além do tabuleiro, o brinquedo tem cartelas com diferentes sequências de comandos.

Débora escolheu a cartela

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ↓ | → | ↑ | ← | ↓ |

e aplicou esses comandos a partir da disposição inicial, fazendo o tabuleiro ficar assim:






Após essas mudanças no tabuleiro, temos os números 123, 76 e 8.945.

a) Considerando os números das linhas do tabuleiro, respondam:
- Qual é o valor posicional do 5 e do 4 na disposição inicial? E na final?
- Qual é o valor posicional do 7, do 6, do 8, do 9 e do 1 na disposição inicial? E na final?

b) Partindo da disposição inicial, apliquem os comandos da cartela

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | → | → | → | ↑ | ↑ |

e descubram quais são os números que ficaram em cada linha.

**c)** Agora, cada um deve desenhar um tabuleiro, inventar uma disposição para as fichas, criar uma cartela com seis comandos e passar para o outro descobrir que números ficaram nas linhas após a aplicação de todos os comandos.

## PARA SABER MAIS +

### Utilizando outros agrupamentos

"Tique-taque, tique-taque. Relógios de parede, de pulso, de bolso, de pilha etc. Nos dias de hoje, somando os modelos novos e os antigos, caros e baratos, simples e complexos, são produzidos cerca de um bilhão de relógios por ano, em todo o mundo! [...] Olhando para um modelo tradicional, vemos que o movimento dos ponteiros tem uma *direção* (sempre para direita) e que esse movimento obedece a *ritmos* bem definidos (os segundos, os minutos e as horas). Você já deve ter estudado que precisamos de 60 segundos para formar um minuto (o ritmo do ponteiro maior), da mesma forma como precisamos de 60 minutos para formar uma hora (o ritmo do ponteiro menor). Para completar um dia inteiro, isto é, 24 horas, é preciso que o ponteiro menor percorra duas vezes (12 + 12) a sequência das horas.

Como os ponteiros de um relógio, todos os fenômenos que começam num ponto e a eles retornam, repetindo o seu movimento, formam o que chamamos *ciclos*: a sucessão do dia e da noite, as fases da Lua (crescente, cheia, minguante, nova), as estações do ano (primavera, verão, outono, inverno). [...] esses ciclos, observados na natureza, ajudaram os homens a contar a *duração* do tempo, criando medidas como o dia de 24 horas, o mês de 30 dias e o ano de 365 dias. Eles também fizeram com que muitas pessoas, em diferentes épocas e lugares, acreditassem que os acontecimentos de suas vidas e os acontecimentos da história dos povos também pudessem se repetir, exatamente como os fenômenos observados na natureza."

**Fonte:** TURAZZI, Maria Inez; GABRIEL, Carmen Teresa. *Tempo e história*. São Paulo: Moderna, 2000.

Enquanto no sistema de numeração decimal os agrupamentos são feitos sempre de 10 em 10, existem certas medidas, como as de tempo, em que são usados outros agrupamentos, como é o caso dos minutos e dos segundos.



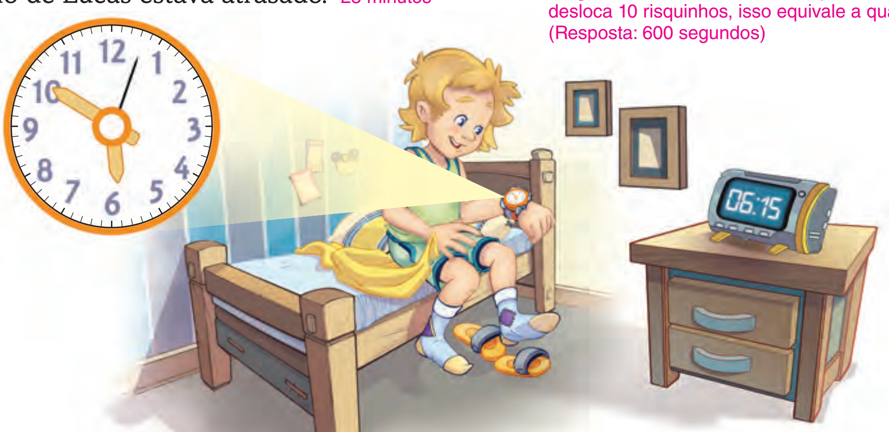
### *Agora é com você!*

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Em um relógio analógico (de ponteiros), cada vez que o ponteiro dos segundos dá uma volta completa, 60 segundos se passaram; o ponteiro dos minutos se movimenta de um risquinho para outro. Cada vez que o ponteiro dos minutos dá uma volta completa, 60 minutos se passaram; o ponteiro das horas se movimenta de um número para outro, indicando que mais uma hora se passou.

Ao acordar, Lucas lembrou que seu relógio de pulso estava atrasado em relação ao relógio digital do despertador. Veja abaixo o que marcava cada relógio e descubra em quantos minutos o relógio de Lucas estava atrasado. 25 minutos

Pergunte aos alunos: "Quando o ponteiro dos minutos se desloca 10 risquinhos, isso equivale a quantos segundos?" (Resposta: 600 segundos)




ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

***Pense mais um pouco...***

Qual é o menor número de flechas que você deve atirar no alvo mostrado ao lado para marcar 2.523 pontos? E para marcar 5.223 pontos? 12; 12


ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

## Leitura e escrita de um número no sistema de numeração indo-arábico

Na escrita de um número no sistema indo-arábico, os algarismos são separados em classes e cada classe é dividida em três ordens. Com isso, facilitam-se a leitura e a escrita do número.

Observe as quatro primeiras classes e suas ordens:

| 4ª classe (bilhões) | | | 3ª classe (milhões) | | | 2ª classe (milhares) | | | 1ª classe (unidades simples) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12ª ordem | 11ª ordem | 10ª ordem | 9ª ordem | 8ª ordem | 7ª ordem | 6ª ordem | 5ª ordem | 4ª ordem | 3ª ordem | 2ª ordem | 1ª ordem |
| centenas de bilhão | dezenas de bilhão | unidades de bilhão | centenas de milhão | dezenas de milhão | unidades de milhão | centenas de milhar | dezenas de milhar | unidades de milhar | centenas | dezenas | unidades |

Veja, nos exemplos a seguir, como são lidos os números destacados. Observe também como é a decomposição (a separação em classes e ordens) de cada um deles.

**a)** No ano de 2013, foram matriculados no Brasil **5.635.164** alunos em classes do Ensino Fundamental. (Dados obtidos em: <portal.inep.gov.br>. Acesso em: 5 jan. 2015.)

| Milhões | | | Milhares | | | Unidades simples | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | D | U | C | D | U | C | D | U |
| | | 5 | 6 | 3 | 5 | 1 | 6 | 4 |

5.635.164 (lemos: “cinco milhões, seiscentos e trinta e cinco mil, cento e sessenta e quatro”)

$5.635.164 = 5 \times 1.000.000 + 6 \times 100.000 + 3 \times 10.000 + 5 \times 1.000 + 1 \times 100 +$
$+ 6 \times 10 + 4$

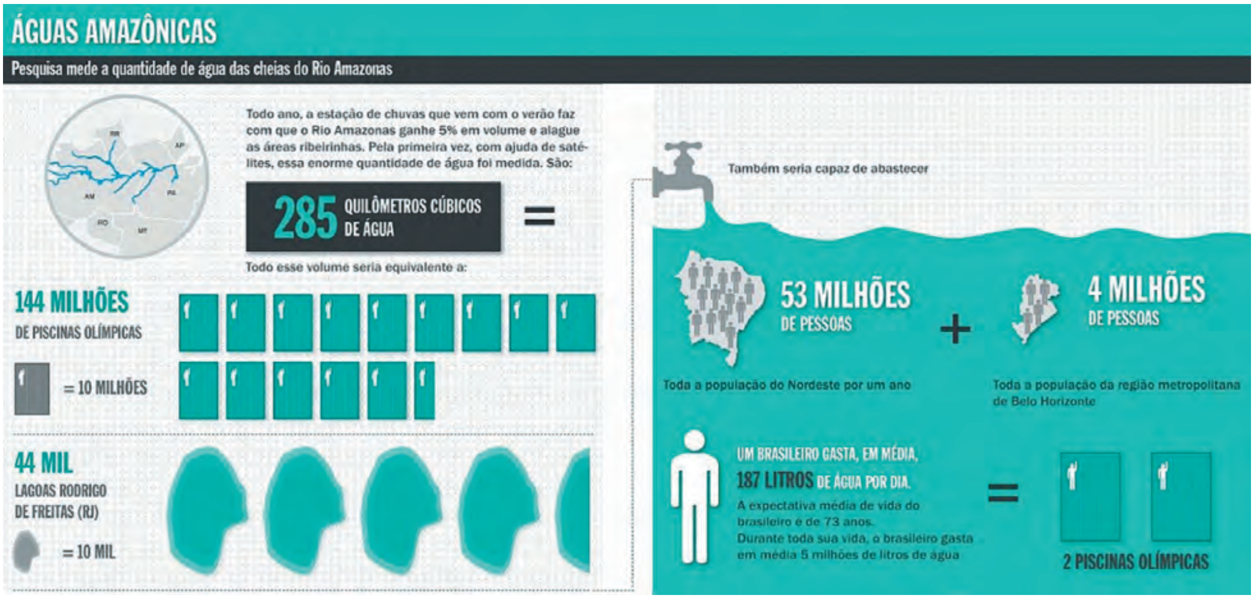
**b)** A população mundial pode chegar a **12.300.000.000** de pessoas em 2100. (Dados obtidos em: <www.oglobo.globo.com>. Acesso em: 5 jan. 2015.)

| Bilhões | | | Milhões | | | Milhares | | | Unidades simples | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | D | U | C | D | U | C | D | U | C | D | U |
| | 1 | 2 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

12.300.000.000 (lemos: “doze bilhões e trezentos milhões”)

$12.300.000.000 = 1 \times 10.000.000.000 + 2 \times 1.000.000.000 + 3 \times 100.000.000$

Observe alguns números que você costuma ver nos meios de comunicação.



LUCIANA MARTINS SOUZA/ABRIL COMUNICAÇÕES S/A

Infográfico publicado pela *Veja Online* em julho de 2010.

Geralmente é assim que recebemos informações numéricas da imprensa escrita. Vamos escrever alguns dos números que aparecem nessas informações com todos os seus algarismos:

- 44 mil = 44.000
- 53 milhões = 53.000.000

Note que a forma mista (que mistura quantidades escritas em algarismos com quantidades escritas em palavras), além de economizar espaço, torna a leitura mais fácil para a maioria das pessoas.

Outras vezes as indicações numéricas vêm escritas assim:


*Folha de S.Paulo*, São Paulo, 14 ago. 2014.


Disponível em: <g1.globo.com>. Acesso em: 7 mar. 2015.

ILUSTRAÇÕES: ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

Observe que, na informação da esquerda, a palavra milhão foi substituída por **mi** e, na da direita, a palavra bilhão foi substituída por **bi**. Essas informações assinalam que:

- foi inaugurada, na região de Ribeirão Preto, uma usina de geração de energia a partir do biogás. O investimento foi de 15 milhões de reais;
- o impacto econômico dos feriados nacionais na economia de Santa Catarina será de 1 bilhão de reais, segundo estimativa divulgada pelo Ministério do Turismo.

11. a) quarenta e três milhões, seiscentos e sessenta e três mil seiscentos e setenta e dois
b) quatrocentos e oitenta e oito mil e setenta e dois
c) um mil setecentos e noventa e quatro

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**11** Escreva por extenso os números destacados nas informações a seguir. No ano de 2012:

**a)** o estado mais populoso do Brasil era São Paulo, com **43.663.672** habitantes;

**b)** o estado menos populoso do Brasil era Roraima, com **488.072** habitantes;

**c)** a região brasileira com maior número de municípios era a Nordeste, com **1.794**.

**12** Use as palavras *mil*, *milhão* (ou *milhões*) ou *bilhão* (ou *bilhões*) para escrever os números em destaque.

a) Analistas das mudanças climáticas mundiais estimam que, por volta de 2080, **1.000.000** de pessoas sofrerão de fome e sede no planeta.

b) As praias dos rios Araguaia e Tocantins (TO) atraem todos os anos cerca de **100.000** turistas de todo o país.

c) Estima-se que, até 2050, nosso planeta terá **9.000.000.000** de habitantes.

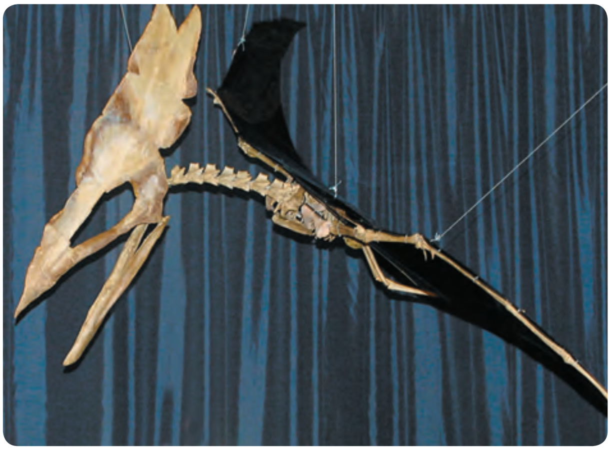
**13** Quantias em documentos (cheques, recibos de compra e venda etc.) também devem ser escritas por extenso, pois assim não podem ser alteradas. Escreva por extenso a quantia indicada no recibo abaixo.


ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

**14** Represente os números em destaque escrevendo-os apenas com algarismos.

**a)** O diamante chamado "The Blue" será leiloado em Genebra por um valor entre US$ **21 milhões** e US$ **25 milhões**.

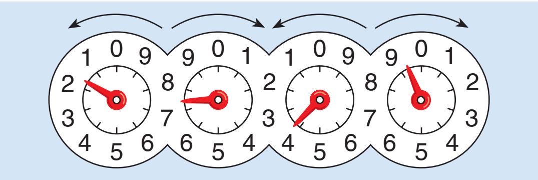
**b)** Na chapada do Araripe, Ceará, foram encontrados fósseis de répteis voadores que viveram cerca de **110 milhões** de anos atrás.



ZULMAIR ROCHA/FOLHAPRESS

Fóssil do réptil voador *Thalassodromeus sethi*, com 4,5 m de envergadura, que viveu na região do Araripe.

**15** Na figura abaixo, veja um medidor de consumo de energia elétrica. Quando o ponteiro está entre 0 e 9 (ou entre 9 e 0), ele indica o 9. Entre outros dois algarismos, sempre indica o de menor valor.

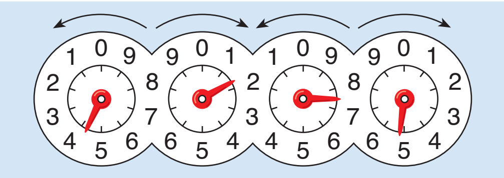


| milhar | centena | dezena | unidade |
|---|---|---|---|
| 1 | 7 | 3 | 9 |

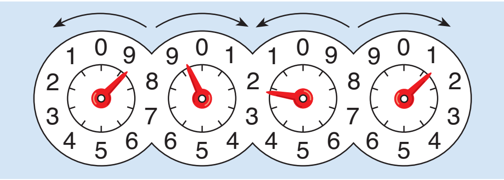
O medidor acima mostra o número 1.739.

Determine o número indicado nos medidores a seguir.

**a)**



**b)**



ILUSTRAÇÕES: PAULO MANZI

**16** Reproduza em seu caderno o registro do medidor de energia elétrica de onde você mora e escreva esse número por extenso.

**17** Você já conhece as quatro primeiras classes numéricas (unidades simples, milhares, milhões e bilhões) e suas ordens. As 5ª, 6ª, 7ª classes e assim por diante também recebem nomes, que são, respectivamente, trilhões, quatrilhões, quintilhões etc.

Escreva em seu caderno como se leem os números destacados no texto a seguir.

As distâncias entre as estrelas, os planetas etc. são muito grandes. Para medir essas distâncias astronômicas, foi criado o **ano-luz** (distância que a luz percorre, no vácuo, em um ano). A luz percorre, no vácuo, **300.000** quilômetros em um segundo e, em um ano, aproximadamente **9.500.000.000.000** de quilômetros.

A Via Láctea é uma galáxia espiral, em cuja periferia está localizado o nosso sistema solar. A distância de uma ponta a outra dessa galáxia é de **100.000** anos-luz, ou seja, aproximadamente **950.000.000.000.000.000** de quilômetros.

## 3 Números naturais

Quando desejamos saber quantos objetos ou pessoas há em um grupo, estamos diante de uma situação de contagem.




ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

Quantos jogadores formam um time titular de futebol? O número associado à resposta dessa questão é o 11.

Quantos brasileiros pisaram no solo da Lua no século passado? A resposta é nenhum. O número associado a essa situação é o zero.

Números como esses, que expressam o resultado de uma contagem, são chamados de **números naturais**. Em ordem crescente, os números naturais formam a seguinte sequência:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...

Essa sequência constitui o **conjunto dos números naturais**, cuja indicação é:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...\}$$

Em relação à sequência dos números naturais, podemos dizer que:

- Todo número natural tem um **sucessor**. O sucessor de um número natural é obtido somando-se 1 a esse número. Veja alguns exemplos.

  **a)** O sucessor de 4 é 5, pois $4 + 1 = 5$.

  **b)** O sucessor de 10 é 11, pois $10 + 1 = 11$.

- A sequência dos números naturais é **infinita**. Portanto, não existe o maior número natural, pois, qualquer que seja ele, sempre haverá um número sucessor.
- Todo número natural, com exceção do zero, tem um **antecessor**. O antecessor de um número natural é obtido subtraindo-se 1 desse número. Veja alguns exemplos.

  **a)** O antecessor de 8 é 7, pois $8 - 1 = 7$. **b)** O antecessor de 1 é zero, pois $1 - 1 = 0$.
- O zero é o menor dos números naturais.
- Dois ou mais números naturais em que um é sucessor ou antecessor do outro são chamados de **números consecutivos**. Veja alguns exemplos.

  **a)** 5 e 6 **b)** 2, 3 e 4 **c)** 20, 21 e 22 **d)** 59, 60, 61 e 62

## Comparando números naturais

O quadro a seguir mostra o número de alunos das quatro turmas do 6º ano da Escola Jotabê.

| **Turma** | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| **Número de alunos** | 42 | 38 | 40 | 38 |

Vamos estabelecer algumas relações entre os números de alunos de cada turma.

- O número de alunos da turma A é maior que o número de alunos da B. Escreve-se: $42 > 38$.
- O número de alunos da turma D é menor que o número de alunos da C. Escreve-se: $38 < 40$.
- O número de alunos da turma A é diferente do número de alunos da D. Escreve-se: $42 \neq 38$.
- O número de alunos da turma B é igual ao número de alunos da D. Escreve-se: $38 = 38$.



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**18** Discuta em grupo e responda às questões a seguir.

a) Que número natural não é sucessor de nenhum outro?

b) O sucessor de um número natural é maior ou menor do que esse número? E o antecessor de um número natural?

c) Na sequência dos números naturais 0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., o sucessor de um número fica à esquerda ou à direita desse número? E o antecessor de um número?

**19** Determine:

**a)** o antecessor e o sucessor de 49;

**b)** o sucessor do sucessor de 100;

**c)** o antecessor do antecessor de 1.201.

**20** Na recepção de um laboratório, os pacientes preferenciais têm senha com dois algarismos; os pacientes agendados têm senha com três algarismos; e os demais têm senha com quatro algarismos.

ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

a) Mariana acabou de pegar a senha, qual será a senha do próximo paciente preferencial? Qual foi a senha anterior?

b) Dirceu agendou seu exame. Qual foi a senha do agendamento que o antecedeu? E a senha que o sucedeu?

c) Que senha de quatro algarismos sucederá à do painel? Qual a antecedeu?

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**21** Determine a sequência de números indicada em cada caso.

**a)** Números naturais maiores que 5.

b) Números naturais menores ou iguais a 5.

c) Números naturais maiores que 5 e menores que 10.

**d)** Números naturais entre 5 e 10.

**e)** Números naturais de 5 a 10.

**22** São dados três números naturais e consecutivos. O menor desses números é 508. Qual é o maior deles?

**23** Qual é o número natural que antecede o menor número de três algarismos? E qual sucede o maior número natural de quatro algarismos?

**24** Paulo comprou as três plaquinhas que formam o número da casa dele.


ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

a) Que número pode ter a casa de Paulo?

b) Para qual desses números a casa de Paulo estaria mais próxima do início da rua?

**c)** Para qual número a casa de Paulo estaria mais próxima do final da rua?

**d)** Qual é o sucessor do número da casa dele? Esse número coincide com o da casa de seu vizinho?

**e)** O número de sua casa é sucessor ou antecessor do número da casa de algum colega de sua classe?



FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## *Pense mais um pouco...*

Reúna-se com um colega e considerem os três problemas a seguir.

**1.** Em um livro de História, o capítulo sobre expansões marítimas começa na página 38 e termina na página 53. Quantas páginas tem esse capítulo?

**2.** Quantos algarismos são usados para escrever os números naturais de 1 a 150?

**3.** Analisem as resoluções de Juliana e Alberto para os problemas 1 e 2.

**a)** Para resolver o problema 1, Juliana subtraiu 38 de 53, encontrando 15 como resposta. A resposta de Juliana está correta? Expliquem.

**b)** Alberto resolveu o problema 2 da seguinte maneira:

$$\underbrace{1, 2, 3, ..., 9}_{\textbf{números de um algarismo}} \qquad \underbrace{10, 11, 12, ..., 99}_{\textbf{números de dois algarismos}} \qquad \underbrace{100, 101, 102, ..., 150}_{\textbf{números de três algarismos}}$$

De 1 a 9 são 9 números de um algarismo $\longrightarrow 9 \times 1 = 9$

De 10 a 99 são 89 números de dois algarismos $\longrightarrow 89 \times 2 = 178$ +

De 100 a 150 são 50 números de três algarismos $\longrightarrow 50 \times 3 = 150$

337

Logo, para escrever os números de 1 a 150 utilizam-se 337 algarismos.

Ao resolver o problema dessa maneira, Alberto cometeu alguns erros. Que erros foram esses?

**4.** Agora, resolvam o problema a seguir explicando os procedimentos empregados.

Ao fazer uma pesquisa na internet, Ana precisa imprimir algumas páginas de um documento. Sabendo que o assunto de interesse de Ana começa na página 37 e termina na página 75, descubram quantas páginas ela precisa imprimir. Em seguida, calculem quantos algarismos são necessários para numerar essas páginas.

# TRABALHANDO A INFORMAÇÃO i

## Construindo tabelas


Frente e verso da Medalha Fields. (Foto de 2007.)

STEFAN ZACHOW - INTERNATIONAL MATHEMATICAL UNION, BERLIM

Artur Ávila foi o primeiro matemático brasileiro a ganhar a Medalha Fields, o prêmio mais importante dessa área, geralmente comparado ao Prêmio Nobel.

A Medalha Internacional de Descobrimentos Proeminentes em Matemática, conhecida popularmente como Medalha Fields, é concedida a dois, três ou quatro matemáticos com idade máxima de 40 anos.

Artur Ávila, primeiro brasileiro a ser condecorado com a Medalha Fields. (Foto de 2011.)

ANDRE VALENTIM/ABRIL COMUNICAÇÕES S/A

Desde que foi instituída pelo matemático canadense John Charles Fields, em 1936, essa medalha tem sido entregue a cada quatro anos a jovens matemáticos que tenham grandes destaques em suas pesquisas.

Em 2014, três outros matemáticos também foram premiados: a iraniana Maryam Mirzakhani, a primeira mulher condecorada, o canandense Manjul Bhargava e o austríaco Martin Hairer.

A iraniana Maryam Mirzakhani é a primeira mulher a ganhar uma Medalha Fields. (Foto de 2014.)

LEE YOUNG HO/POOL/SIPA USA/ AP PHOTO/GLOW IMAGES

De maneira aleatória, as Medalhas Fields distribuídas até 2014 estão listadas abaixo, de acordo com os países de naturalidade dos condecorados.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| EUA | Bélgica | Noruega | França | EUA | Reino Unido | EUA |
| Ucrânia | Finlândia | EUA | Rússia | Itália | França | Rússia |
| Japão | Reino Unido | Suécia | Japão | EUA | Reino Unido | Irã |
| Rússia | França | Rússia | EUA | França | Alemanha | Nova Zelândia |
| França | Rússia | EUA | França | Áustria | Austrália | EUA |
| Canadá | EUA | Japão | África do Sul | Rússia | França | Israel |
| EUA | França | Brasil | EUA | EUA | Bélgica | China |
| Reino Unido | Vietnã | França | Rússia | Reino Unido | Rússia | França |

Observe que essa lista, com dados dispostos aleatoriamente, não oferece uma leitura prática para sabermos quantas Medalhas Fields foram concedidas a cada país. Organizando as informações em uma **tabela**, a análise dos dados será mais fácil. Para isso, inicialmente, podemos percorrer a lista e atribuir um traço para cada vez que o país aparece.

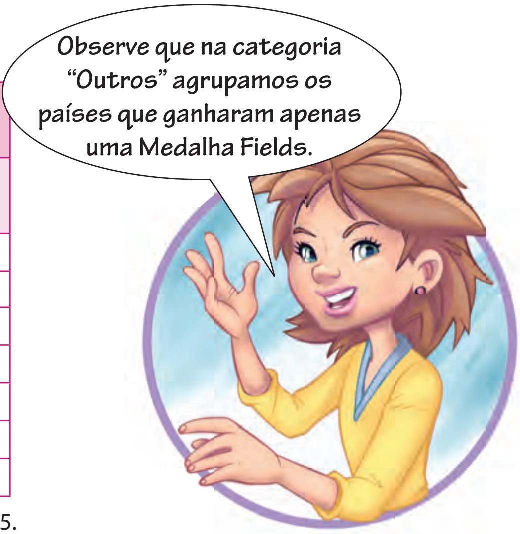

LIGIA DUQUE



Explique aos alunos que o Reino Unido é constituído pela Inglaterra, País de Gales, Escócia e Irlanda do Norte.

| Distribuição de Medalhas Fields por país de naturalidade dos matemáticos premiados até 2014 | |
|---|---|
| **País de naturalidade** | **Quantidade de Medalhas Fields conquistadas** |
| EUA | 12 |
| Bélgica | 2 |
| França | 10 |
| Japão | 3 |
| Reino Unido | 5 |
| Rússia | 8 |
| Outros (16 países) | 16 |

Dados obtidos em: <www.mathunion.org>. Acesso em: 11 jan. 2015.




ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

Essa tabela tem como título **Distribuição de Medalhas Fields por país de naturalidade dos matemáticos premiados até 2014**, além de duas colunas (divisões na vertical) e oito linhas (divisões na horizontal).

Na 1ª linha, são apresentados:

- na coluna da esquerda, o assunto pesquisado (no caso, o **país de naturalidade** dos ganhadores das Medalhas Fields);
- na coluna da direita, o tipo de dado que se relaciona ao assunto (no caso, a **quantidade de Medalhas Fields conquistadas** por país).

Da 2ª à 8ª linha são especificadas:

- na coluna da esquerda, alguns países de naturalidade dos ganhadores e a categoria "outros";
- na coluna da direita, a quantidade de medalhas correspondentes a cada país e a categoria "outros".



## *Agora quem trabalha é você!*

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Cada aluno da classe de Enrico escreveu no quadro sua fruta preferida.


LIGIA DUQUE

Com base nas informações do quadro, construa uma tabela. Não se esqueça de dar um título à tabela e de identificar a categoria dos dados e os dados obtidos. Agora, responda:

**a)** Quantos alunos têm seriguela como fruta preferida? 2

**b)** Qual fruta é apontada como a preferida dos alunos da classe de Enrico? maçã

**c)** Quantos alunos preferem caju a outras frutas? 4

**d)** Qual fruta tem a maior preferência: jabuticaba ou morango? jabuticaba

**2** Faça uma pesquisa com os alunos da classe sobre o animal de estimação preferido e organize os dados obtidos em uma tabela. Compare a tabela construída por você com a de outros colegas. Há diferenças entre as tabelas construídas? Justifique.
Espera-se que os alunos percebam que haverá somente dois tipos de tabela e que essas só se diferenciarão pela disposição dos dados (vertical e horizontal), já que os dados coletados deverão ser os mesmos para todos os alunos.

## EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Usando os algarismos indo-arábicos, escreva os números que aparecem por extenso nas informações.

**a)** O Rio Amazonas tem seis mil, novecentos e trinta e sete quilômetros de comprimento.

ERNESTO REGHRAN/PULSAR IMAGENS

Várzea do Rio Amazonas, Silves, AM. (Foto de 2009.)

**b)** Segundo estimativa do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a população da cidade de Belo Horizonte (MG), em 2014, seria de dois milhões, quatrocentos e noventa e um mil cento e nove habitantes.

**2** Considere os seguintes cartões:

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 6 | 7 |

Colocando os três cartões um ao lado do outro, de todos os modos possíveis, obtemos a representação de seis números naturais. Determine:

**a)** o maior número encontrado;

**b)** o menor número encontrado;

c) o menor número que começa com o alga-rismo 7;

d) o maior número que começa com o algarismo 6.

**3** Um número tem dois algarismos. O algarismo das dezenas é o dobro do algarismo das unidades.

**a)** Qual será o número se ele for menor que 40?

**b)** Qual será o número se ele for maior que 70?

**4** Ao formar números com os algarismos 0, 0, 0, 1, 2, 2, 3, responda:

**a)** Qual é o menor número que pode ser formado?

**b)** Qual é o maior número que pode ser formado?

**5** Arlete fez um trabalho com 256 páginas. Numerou as páginas começando pelo 1.

**a)** Quantos algarismos ela escreveu?

**b)** Quantas vezes ela escreveu o algarismo 2?

**6** Lúcia escreveu todos os números de dois algarismos; Paula escreveu todos os números de dois algarismos distintos (diferentes); Rogério escreveu todos os números pares de dois algarismos; e Renato escreveu todos os números pares de dois algarismos distintos. Entre os cartões coloridos abaixo, aparecem as quantidades de números que cada um escreveu.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 41 | 45 | 81 | 85 | 90 | 95 |

Descubra qual é o cartão de cada um.

**7** No Brasil, o dinheiro já teve outros nomes. Em julho de 1993, chamava-se cruzeiro. Nesse mês, o presidente Itamar Franco editou uma medida provisória criando o cruzeiro real: a quantia de 1.000 cruzeiros passou a valer 1 cruzeiro real. Assim, um salário de 4.750.000 cruzeiros, que era pouco mais de um salário-mínimo, passou para 4.750 cruzeiros reais, ou seja, foram tirados três zeros do número anterior.


ACERVO DO BANCO CENTRAL DO BRASIL

Nota de 500.000 cruzeiros.

a) Nesse salário, qual é o valor posicional do algarismo 7 antes da medida provisória? E depois?

b) Nesse salário, qual é o valor posicional do algarismo 4 depois da medida provisória? E antes?

c) Pesquise com algum adulto da família (pais, tios, avós), com base na carteira profissional deles, e registre, em seu caderno, as alterações de salário ocorridas com planos econômicos que mudaram o dinheiro no Brasil.

## Diversificando

### Quando a base é outra

Você já aprendeu que o sistema de numeração que usamos atualmente tem base decimal, ou seja, tem base dez.

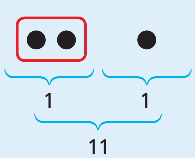
A seguir, vamos ver como funciona um sistema de numeração um pouco diferente do nosso, um sistema de base dois – o **sistema binário**. Por isso, em vez de usar dez símbolos diferentes, esse sistema usa apenas dois símbolos: 0 e 1.

Esse sistema de numeração é amplamente utilizado pelos *hardware* dos computadores, pois operam em níveis lógicos de tensão, associados aos números zero e 1.

Veja no quadro ao lado e nas ilustrações abaixo como escrevemos alguns números nesse sistema.

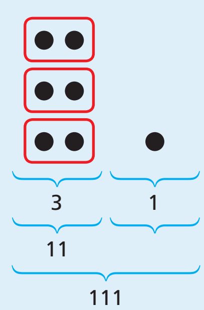
| Números na base 10 | Números na base 2 |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 10 |
| 3 | 11 |
| 4 | 100 |
| 5 | 101 |
| 6 | 110 |
| 7 | 111 |
| 8 | 1000 |
| 9 | 1001 |
| 10 | 1010 |
| 11 | 1011 |
| 12 | 1100 |
| ⋮ | ⋮ |

- Número 3:



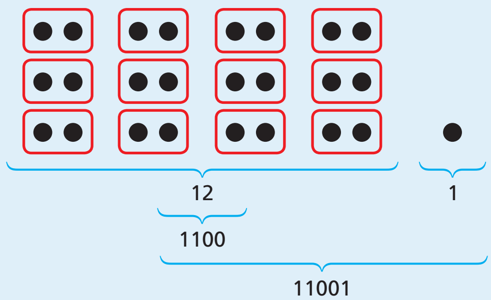

O número 3, na base dez, é escrito como 11, na base dois.

- Número 7:




O número 7, na base dez, é escrito como 111, na base dois.

- Número 25:




O número 25, na base dez, é escrito como 11001, na base dois.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

### Agora é com você!

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

- Escreva os números 20 e 33, que estão na base dez, na base binária.
  20 → 10100; 33 → 100001

Veja o *Suplemento com orientações para o professor.*

CAPÍTULO

# 2 Operações com números naturais

## 1 Adição

Acompanhe a matéria abaixo, que trata da participação do Brasil nos Jogos Paralímpicos.

Esporte | Últimas Notícias | Economia | Entretenimento | Jogos

### Esporte

**A delegação brasileira superou os Jogos Paralímpicos de Pequim, em 2008, e teve desempenho histórico nos Jogos Paralímpicos de Londres, em 2012.**

O Brasil encerrou sua participação nos Jogos Paralímpicos de Londres com o melhor desempenho da sua história ao terminar na sétima posição do quadro geral, com 21 ouros, 14 pratas e 8 bronzes, enquanto a China dominou de forma arrasadora [com 20 medalhas a mais do que nos Jogos Paralímpicos de Pequim, quando conquistou 211 medalhas]. [...]

Chegar entre os sete primeiros foi [...] a meta estabelecida antes das competições pelo Comitê Paralímpico Brasileiro (CPB). [...]

O esporte que mais rendeu títulos foi a natação, com 9 ouros, 3 a mais que o atletismo (6). [...]

O futebol de cinco para cegos também fez história ao conquistar o tricampeonato paralímpico com a vitória na final sobre a França [...], mantendo a invencibilidade do Brasil na modalidade.


BUDA MENDES/LATINCONTENT/GETTY IMAGES

O nadador Daniel Dias encerrou sua participação nos Jogos Paralímpicos de Londres, em 2012, conquistando seis títulos. Ele venceu todas as provas individuais de que participou e quebrou cinco recordes mundiais. (Foto de 2012.)

Disponível em: <new.d24am.com/esportes/londres-2012/brasil-melhor-desempenho-paralimpiadas/68131>. Acesso em: 7 jan. 2015.

ANDRE LUIZ DA SILVA PEREIRA

Baseados no texto da página anterior, podemos descobrir, por exemplo, o total de medalhas conquistadas pelo Brasil nos Jogos Paralímpicos de Londres. Para isso, basta **juntarmos** as quantidades de medalhas de ouro, prata e bronze:

| Medalhas de ouro | | Medalhas de prata | | Medalhas de bronze | | Total de medalhas |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 21 | + | 14 | + | 8 | = | 43 |
| parcelas | | parcelas | | parcelas | | soma |

Portanto, o Brasil conquistou 43 medalhas nos Jogos Paralímpicos de Londres, em 2012.

Na calculadora, fazemos essa adição da seguinte maneira:

2 1 + 1 4 + 8 = 43

NELSON MATSUDA

Com os dados do texto, podemos obter outras informações. Se quisermos saber, por exemplo, a quantidade de medalhas conquistadas pela China nos Jogos Paralímpicos de Londres, devemos **acrescentar** à quantidade de medalhas conquistadas nos Jogos de Pequim (211) a quantidade de medalhas conquistadas **a mais** nos Jogos de Londres (20):

| Quantidade de medalhas conquistadas em Pequim | | Quantidade de medalhas conquistadas a mais em Londres | | Total de medalhas conquistadas em Londres |
|---|---|---|---|---|
| 211 | + | 20 | = | 231 |
| parcelas | | parcelas | | soma |

Em uma calculadora, fazemos essa adição da seguinte maneira:

2 1 1 + 2 0 = 231

NELSON MATSUDA



As ideias de **juntar** e **acrescentar** quantidades estão relacionadas à operação de **adição**.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Uma piscina está com 35.750 litros de água. Colocando-se outros 12.250 litros, ela ficará cheia. Quantos litros de água cabem nessa piscina?

ALAN CARVALHO

**2** Dados dois números naturais, em que um é menor que 3 e o outro é menor que 5, é possível a soma deles ser 6? Justifi que sua resposta com um exemplo.

ALAN CARVALHO

Lembre-se:
Não escreva no livro!

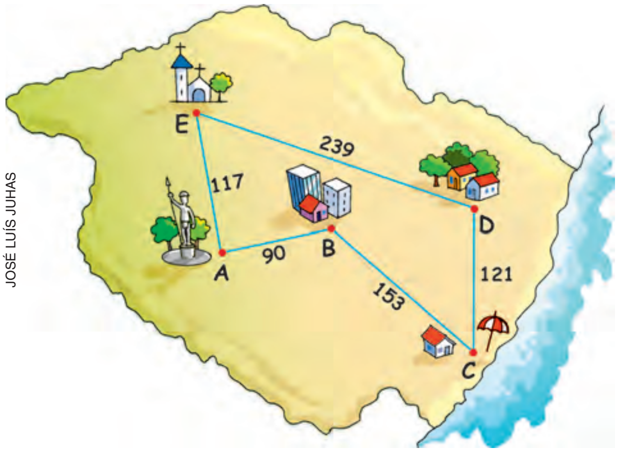
**3** Segundo estimativa do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), em 2014, o estado do Maranhão, sem considerar a capital, São Luís, tinha 5.786.687 habitantes. Quantos habitantes tinha todo o estado do Maranhão, se São Luís tinha 1.064.197 habitantes?

MAURICIO SIMONETTI/PULSAR IMAGENS

Vista aérea da Lagoa Jansen em São Luís, MA. (Foto de 2013.)

**4** No mapa reproduzido abaixo, está representada a distância rodoviária, em quilômetros, entre as cidades A, B, C, D e E.

JOSÉ LUÍS JUHAS




Quantos quilômetros percorre um automóvel que:

**a)** vai de A até D passando por B e C?
**b)** vai de A até D passando por E?
**c)** vai de A até D passando por B e voltando até C?
**d)** vai de B até E passando por D?

**5** É possível que a soma de dois números naturais maiores que 3 seja 7? Justifique sua resposta.

**6** Durante a decisão de um campeonato de futebol, foram realizadas duas partidas. Na primeira, o público pagante foi de 54.321 pessoas, e o não pagante, de 3.895 pessoas. Na segunda partida, a quantidade de pessoas aumentou: os pagantes foram 63.247 pessoas, e os não pagantes, 5.894 pessoas. Use uma calculadora para responder às questões a seguir.

a) Quantas pessoas compareceram à primeira partida? E à segunda?
b) Qual o total de pessoas que assistiram a esses jogos?

**7** A tartaruga Tata foi visitar uma amiga. Andou 3 quilômetros no primeiro dia. Em cada um dos dias seguintes, andou 2 quilômetros a mais do que havia andado no dia anterior. Assim, Tata levou 4 dias para chegar. Descubra a distância, em quilômetros, que Tata percorreu para chegar à casa de sua amiga.

ALAN CARVALHO

**8** Escreva no caderno todos os números com três algarismos distintos usando os algarismos 2, 5 e 7. Use uma calculadora para determinar a soma desses números.

**9** Quero adicionar um número de um algarismo a um número de dois algarismos.

**a)** Para obter a soma 100, que pares de números posso escolher?
**b)** E para obter a soma 108? E para obter a soma 109?

**10** Descubra como determinar a soma 1.893 + 5.794 usando a calculadora, sabendo que a tecla 8 está quebrada.

## PARA SABER MAIS +

### Arredondar para fazer estimativas

Conhecer o valor exato de uma contagem nem sempre é tão importante. Em relação à população de um país, por exemplo, se dissermos que ela é de 169.799.170 ou de 170 milhões, não estaremos mudando a ideia da quantidade de habitantes que queremos passar.

Nesse caso, dizemos que o número 169.799.170 foi **arredondado** para 170 milhões.

É importante saber arredondar números, pois, em muitas situações do dia a dia, isso nos ajuda a fazer uma estimativa do resultado que queremos.

Arredondar um número significa trocá-lo por outro mais próximo de uma ordem escolhida. Por exemplo, ao comprar três produtos que custam 41, 28 e 19 reais, podemos arredondar esses números para 40, 30 e 20. Assim, é possível saber mais facilmente que o total a pagar é um valor próximo de 90 reais.

Para arredondar um número para determinada ordem, deve-se observar o primeiro algarismo que está à direita do algarismo da ordem escolhida: se for 0, 1, 2, 3 ou 4, mantém-se a ordem; se for 5, 6, 7, 8 ou 9, soma-se 1 ao algarismo da ordem escolhida.

Veja alguns exemplos de arredondamentos.

**a)** Arredondar para a dezena mais próxima:
$36 \rightarrow 40$ $183 \rightarrow 180$
$75 \rightarrow 80$ $552 \rightarrow 550$

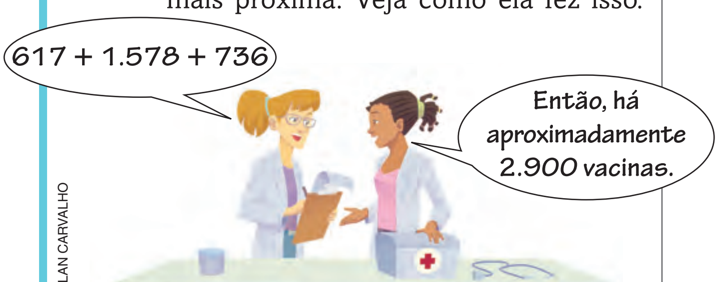
**b)** Arredondar para a centena mais próxima:
$236 \rightarrow 200$ $5.418 \rightarrow 5.400$
$657 \rightarrow 700$ $7.873 \rightarrow 7.900$

**c)** Arredondar para o milhar mais próximo:
$5.982 \rightarrow 6.000$ $37.539 \rightarrow 38.000$
$24.157 \rightarrow 24.000$ $44.499 \rightarrow 44.000$

### *Agora é com você!*

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

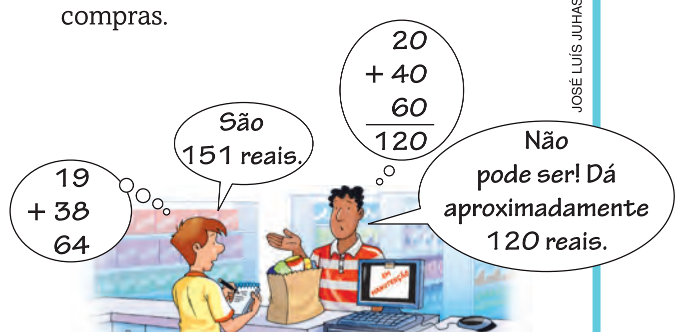
**1** Em um posto de saúde, a enfermeira pediu a uma auxiliar que contasse quantas vacinas contra a gripe ainda havia nas três caixas. A auxiliar contou as vacinas de cada caixa e anotou em um papel:
617 + 1.578 + 736
Para ter uma ideia do total de vacinas, a enfermeira fez um cálculo mental, arredondando as parcelas para a centena mais próxima. Veja como ela fez isso.




ALAN CARVALHO

Faça como a enfermeira e verifique se o cálculo que ela fez está correto.

**2** Em uma loja, Lúcio fez uma estimativa para saber quanto deveria pagar por suas compras.




JOSÉ LUÍS JUHAS

**a)** O que Lúcio fez para perceber o engano do vendedor?
**b)** Qual foi o valor da compra dele?
**c)** Quando você precisa comprar algumas coisas, costuma fazer uma estimativa do valor total antes de pagar? Seus pais costumam fazer isso? Você acha esse procedimento importante? Por quê?

## Propriedades da adição

A propriedade do fechamento não foi considerada aqui porque não estamos realizando um estudo axiomático da teoria dos conjuntos.

Considere a adição: $10 + 35 = 45$

Trocando-se a ordem das parcelas, a soma obtida também é 45, ou seja:

$$\underbrace{10 + 35}_{45} = \underbrace{35 + 10}_{45}$$

A ordem das parcelas não alterou a soma. Isso sempre ocorre quando adicionamos dois números naturais quaisquer. Trata-se da **propriedade comutativa da adição**, enunciada a seguir.

> Em uma adição de dois números naturais, a ordem das parcelas não altera a soma.

Veja mais alguns exemplos.

**a)** $20 + 400 = 400 + 20$

**b)** $130 + 500 = 500 + 130$

Agora, observe dois modos de efetuar a adição $5 + 3 + 7$.

**1º modo**

Efetua-se a adição das duas primeiras parcelas e adiciona-se ao resultado obtido a terceira parcela.

$$5 + 3 + 7 =$$
$$= 8 + 7 =$$
$$= 15$$

**2º modo**

Efetua-se a adição das duas últimas parcelas e adiciona-se ao resultado obtido a primeira parcela.

$$5 + 3 + 7 =$$
$$= 5 + 10 =$$
$$= 15$$

Ao associar as parcelas de modos diferentes, não houve alteração na soma. Esse fato sempre ocorre quando adicionamos três ou mais números naturais quaisquer. Trata-se da **propriedade associativa da adição**, enunciada a seguir.

> Em uma adição de três ou mais números naturais quaisquer, podemos associar as parcelas de modos diferentes sem alterar a soma.

Observe mais alguns exemplos.

**a)** $2 + 37 + 8 =$

$$= 37 + 8 + 2 =$$
$$= 37 + 10 =$$
$$= 47$$

**b)** $9 + 26 + 21 + 34 =$

$$= 9 + 21 + 26 + 34 =$$
$$= 30 + 60 =$$
$$= 90$$

Agora, considere as seguintes adições:

- $5 + 0 = 0 + 5 = 5$
- $0 + 7 = 7 + 0 = 7$
- $53 + 0 = 0 + 53 = 53$
- $0 + 129 = 129 + 0 = 129$

Note que em todas essas adições há um número (o zero) que, em qualquer posição, não influi no resultado. Esse número é o **elemento neutro** da adição. A adição de um número natural qualquer com zero (ou vice-versa) é o próprio número. Trata-se de mais uma propriedade da adição: a **existência do elemento neutro**, enunciada a seguir.

O zero é o elemento neutro da adição.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO



**11** Efetue mentalmente estas adições. Para facilitar o cálculo, utilize as propriedades comutativa e associativa da adição. Registre no caderno como você fez.

**a)** $73 + 15 + 5$
**b)** $20 + 13 + 7$
**c)** $18 + 12 + 61$
**d)** $28 + 17 + 12$
**e)** $15 + 0 + 5 + 9$
**f)** $43 + 51 + 27$
**g)** $32 + 18 + 16 + 64$
**h)** $17 + 74 + 23 + 16$

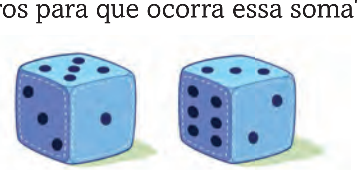
**12** Para calcular mentalmente, Mônica usa a decomposição dos números. Veja como ela faz:

JOSÉ LUÍS JUHAS

$32 + 25 + 41 =$
$= (30 + 20 + 40) + (2 + 5 + 1) =$
$= 90 + 8 =$
$= 98$

Refaça os cálculos da atividade anterior aplicando a estratégia de Mônica.

**13** Tatiana jogou dois dados, obtendo uma soma de 9 pontos. Quais são os possíveis pares de números para que ocorra essa soma?



CLAUDIO CHIYO

**14** Bruno mora em Uberlândia e vai viajar para Aracaju. Ele terá que percorrer 1.837 quilômetros de carro. No painel do carro há um instrumento chamado hodômetro, que marca quantos quilômetros o veículo já percorreu. No início da viagem o hodômetro marcava 18.540 quilômetros. Antes de partir Bruno colocou óleo no motor, e com esse óleo poderá percorrer mais 5.000 quilômetros.

EDSON GRANDISOLI/PULSAR IMAGENS

Ponte Construtor João Alves, Aracaju, SE. (Foto de 2011.)

a) Que número marcará o hodômetro quando Bruno chegar a Aracaju?
b) Durante a estadia em Aracaju, Bruno supõe que vai percorrer cerca de 1.400 quilômetros. Quanto deverá marcar o hodômetro quando ele iniciar a volta para casa?
c) Bruno deverá trocar o óleo do motor novamente antes de chegar a Uberlândia?

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**15** Patrícia foi, com seu pai, comprar material escolar. Durante as compras, ela foi conferindo e anotando os preços. Veja a lista de Patrícia:


ALAN CARVALHO

O pai de Patrícia disse que não podia gastar mais que 60 reais. Ao ouvir isso, ela fez as contas mentalmente e disse que poderia levar a calculadora, que custa 3 reais, pois ainda sobrariam 7 reais.

$$9 + 14 + 21 + 6$$

$$30 + 20 = 50$$

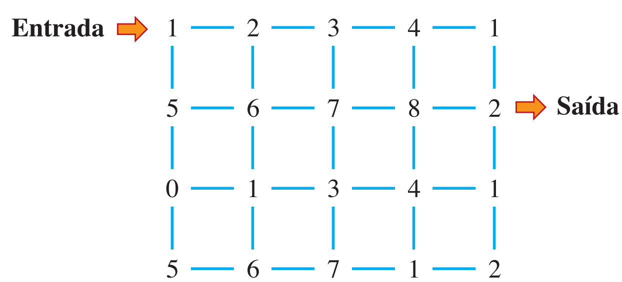
O cálculo que Patrícia realizou está correto? Explique por que ela pode fazer o cálculo dessa maneira.

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

***Pense mais um pouco...***

Estude os vários caminhos possíveis para que você, ao entrar pelo lugar indicado, consiga chegar até a saída.

Você deve seguir pelas linhas azuis e pode andar em todas as direções, exceto voltar por onde veio. Ao passar por um número, você deve adicioná-lo ao total que já tem. Você só pode sair pelo lugar indicado quando a soma obtida for 37.




NELSON MATSUDA

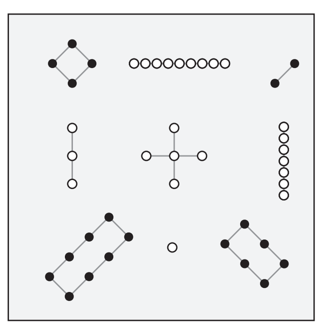
Descubra um caminho possível e indique-o pelos números que serão colocados na ordem de percurso.

## PARA SABER MAIS +

### Quadrado mágico

Quadrado mágico é um quadrado dividido em 4, 9, 16, 25, ... quadradinhos ocupados por números diferentes cuja soma dos números de qualquer linha, coluna ou diagonal possui um mesmo valor, que se chama **soma mágica**.

Tem-se notícia desses quadrados desde a Antiguidade. Os orientais acreditavam que os quadrados mágicos eram amuletos e que os protegiam de certas moléstias. Os chineses chamavam o quadrado de ***lo-shu***, e o que aparece acima é datado de 2850 a.C. Ao lado dele você encontra a transcrição para algarismos indo-arábicos.



| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

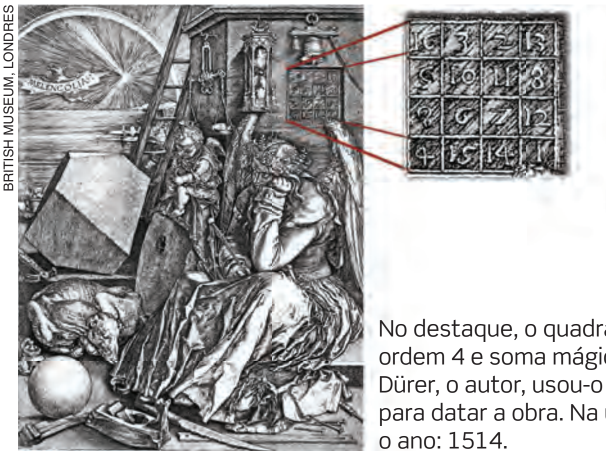
NELSON MATSUDA

Quadrado mágico de origem chinesa. Nele, as bolinhas brancas representam os números ímpares, e as bolinhas pretas, os números pares.

Esse é um quadrado mágico de ordem 3 (três linhas e três colunas), em que aparecem os números naturais de 1 a 9, cuja soma mágica é 15.

Com o passar do tempo, os quadrados mágicos ficaram conhecidos no Ocidente, tornando-se muito populares no século XVI. A presença do quadrado mágico nesse período mostrou-se tão significativa que o pintor alemão Albrecht Dürer (1471-1528) o relatou em *Melancolia*, uma gravura de 1514.

BRITISH MUSEUM, LONDRES




No destaque, o quadrado mágico de ordem 4 e soma mágica 34. Albrecht Dürer, o autor, usou-o como estratagema para datar a obra. Na última linha, vê-se o ano: 1514.



Alguns quadrados mágicos apresentam propriedades diferenciadas.

O quadrado **hipermágico** é aquele que pode ser decomposto em vários quadrados mágicos.

O quadrado abaixo é hipermágico de ordem 9 e soma mágica 369. Ele pode ser decomposto em 9 quadrados mágicos de ordem 3.

**4.** resposta possível:

| | | |
|---|---|---|
| 5 | 4 | 9 |
| 10 | 6 | 2 |
| 3 | 8 | 7 |

Espera-se que os alunos percebam que 18 é 3 a mais do que 15, soma mágica do quadrado do exercício **2**; logo, o quadrado mágico procurado pode ser obtido somando-se 1 a cada elemento do quadrado do exercício **2**.

ALAN CARVALHO

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 71 | 64 | 69 | 8 | 1 | 6 | 53 | 46 | 51 |
| 66 | 68 | 70 | 3 | 5 | 7 | 48 | 50 | 52 |
| 67 | 72 | 65 | 4 | 9 | 2 | 49 | 54 | 47 |
| 26 | 19 | 24 | 44 | 37 | 42 | 62 | 55 | 60 |
| 21 | 23 | 25 | 39 | 41 | 43 | 57 | 59 | 61 |
| 22 | 27 | 20 | 40 | 45 | 38 | 58 | 63 | 56 |
| 35 | 28 | 33 | 80 | 73 | 78 | 17 | 10 | 15 |
| 30 | 32 | 34 | 75 | 77 | 79 | 12 | 14 | 16 |
| 31 | 36 | 29 | 76 | 81 | 74 | 13 | 18 | 11 |

## Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Determine a soma mágica de cada um dos quadrados mágicos de ordem 3 obtidos a partir do quadrado hipermágico citado.

**2** Some 12 a cada número do quadrado mágico ao lado e verifique se o quadrado obtido ainda é mágico. Quanto aumentou a soma mágica?

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 3 | 8 |
| 9 | 5 | 1 |
| 2 | 7 | 6 |

NELSON MATSUDA

**3** Sabendo que, ao somar um mesmo número $x$ a cada número de um quadrado mágico, fazemos a soma mágica aumentar 3 unidades, qual é o número $x$ somado?

**4** Usando os números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10, construa um quadrado mágico de soma 18.

# 2 Subtração

Acompanhe estas situações.

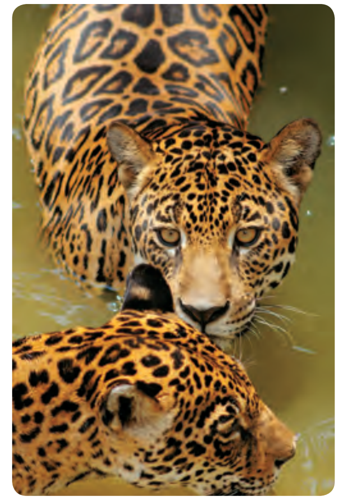
## *Situação 1*

Em apenas 20 anos, a população de onças-pintadas caiu 90% no Parque Nacional do Iguaçu (ParNa), em Foz do Iguaçu (PR), área que protege uma riquíssima biodiversidade da fauna e flora brasileiras. Segundo o Instituto para a Conservação dos Carnívoros Neotropicais (Pró-carnívoros), que trabalha com o monitoramento da espécie no Parque, as onças-pintadas foram reduzidas de 100 indivíduos para 20 indivíduos. [...]

Entre as ameaças para garantir a espécie viva na reserva, o Instituto aponta a falta de investimentos em estrutura e fiscalização, a caça predatória e de retaliação e a possibilidade de reabertura da Estrada do Colono.

Na Mata Atlântica, a estimativa é de que existam apenas 250 onças-pintadas, maior felino do continente americano e maior predador terrestre do Brasil. A perda do hábitat natural da espécie em razão do desmatamento para dar lugar a atividades agropecuárias ou pastagens nativas é crítica para o animal.

Disponível em: <www.wwf.org.br>. Acesso em: 14 jan. 2015.


FABIO COLOMBINI

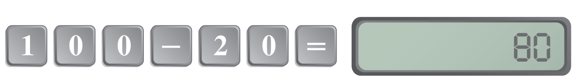
Onças-pintadas, Manaus, AM.

Com os dados obtidos no texto acima, é possível descobrir quanto diminuiu a população de onças-pintadas do Parque Nacional do Iguaçu em 20 anos. Para isso, devemos **tirar** do total de indivíduos que existiam há 20 anos o total de indivíduos que existem hoje.

| Total de indivíduos há 20 anos | | Total de indivíduos atualmente | | Redução do total de indivíduos |
|---|---|---|---|---|
| ↓ | | ↓ | | ↓ |
| 100 | − | 20 | = | 80 |
| ↑ | | ↑ | | ↑ |
| **minuendo** | | **subtraendo** | | **diferença ou resto** |

Logo, foram reduzidas 80 onças-pintadas.

Em uma calculadora, fazemos essa subtração da seguinte maneira:



NELSON MATSUDA

## *Situação 2*

**Oceanos abrigam a maior diversidade da Terra**

O Registro Mundial de Espécies Marinhas é um banco de dados com a listagem dos seres conhecidos nos oceanos. Por enquanto, a lista soma 218.461 espécies catalogadas, de um total de 227.758 conhecidas.

Dados obtidos em: <www.marinespecies.org>. Acesso em: 14 jan. 2015.


VLAD61/SHUTTERSTOCK

Colônia de corais em um recife.

Com as informações extraídas do texto, é possível descobrir quantas espécies o Registro Mundial de Espécies Marinhas ainda tem de catalogar para **completar** seu banco de dados. Para isso, devemos subtrair do total de espécies conhecidas o número de espécies já catalogadas:

| Total de espécies conhecidas | | Número de espécies catalogadas | | Espécies que falta catalogar |
|---|---|---|---|---|
| ↓ | | ↓ | | ↓ |
| 227.758 | – | 218.461 | = | 9.297 |
| ↑ | | ↑ | | ↑ |
| **minuendo** | | **subtraendo** | | **diferença ou resto** |

Portanto, o Registro Mundial de Espécies Marinhas ainda tem de catalogar 9.297 espécies.

Em uma calculadora, fazemos essa subtração da seguinte maneira:


NELSON MATSUDA

## *Situação 3*

### A fome no mundo

Segundo o relatório da Organização das Nações Unidas para a Alimentação e a Agricultura (FAO), em 1992, 1.014 milhões de pessoas passavam fome no mundo. Nos últimos anos, esse número vem diminuindo. Em 2014, 805 milhões de pessoas passavam fome.

Observe na tabela abaixo esses valores, distribuídos por regiões em desenvolvimento.

TON KOENE/VISUALS UNLIMITED/CORBIS/LATINSTOCK

Distribuição de alimentos em um hospital na República Centro-Africana. (Foto de 2013.)

**População com fome (em milhões)**

| Ano \ Regiões em desenvolvimento | África | Ásia | América Latina e Caribe | Oceania |
|---|---|---|---|---|
| **1992** | 182 | 742 | 68 | 1 |
| **2014** | 226 | 525 | 37 | 1 |

Dados obtidos em: <www.fao.org>. Acesso em: 14 jan. 2015.

Para calcular quanto diminuiu a quantidade, em milhões, de pessoas com fome no mundo entre 1992 e 2014, devemos **comparar** a quantidade relativa a 2014 com a quantidade relativa a 1992. Para isso, subtraímos a quantidade menor da maior.

| Milhões de pessoas com fome em 1992 | | Milhões de pessoas com fome em 2014 | | Redução do total de pessoas com fome (em milhões) |
|---|---|---|---|---|
| ↓ | | ↓ | | ↓ |
| 1.014 | – | 805 | = | 209 |
| ↑ | | ↑ | | ↑ |
| **minuendo** | | **subtraendo** | | **diferença ou resto** |

Portanto, entre 1992 e 2014, a quantidade de pessoas com fome no mundo diminuiu em 209 milhões.

Em uma calculadora, fazemos essa subtração da seguinte maneira:


NELSON MATSUDA

As ideias de **tirar**, **completar** ou **comparar** estão relacionadas à subtração.

## 3 Adição e subtração

Observe as operações a seguir:

| 35 | − | 10 | = | 25 | | 25 | + | 10 | = | 35 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **minuendo** | | **subtraendo** | | **diferença** | | | | | | |

Considerando os termos dessa subtração, percebemos que ao somar a diferença com o subtraendo obtemos o minuendo. Podemos verificar se uma dessas operações está correta por meio da outra.

Veja mais alguns exemplos.

**a)** 60 − 20 = 40, porque 40 + 20 = 60,
e 40 + 20 = 60, porque 60 − 20 = 40 ou porque 60 − 40 = 20.

**b)** 125 − 32 = 93, porque 93 + 32 = 125,
e 93 + 32 = 125, porque 125 − 32 = 93 ou porque 125 − 93 = 32.

Portanto, as sentenças 60 − 20 = 40 e 40 + 20 = 60 são equivalentes, assim como as sentenças 125 − 32 = 93 e 93 + 32 = 125. Dizemos, então, que a adição e a subtração são **operações inversas**.



### EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**16** Considere a tabela "População com fome" da página anterior. Com o auxílio de uma calculadora, descubra a diferença, em milhões, entre as populações com fome de 1992 e 2014 na Ásia e na América Latina e Caribe.

**17** Cristina saiu de casa com 5 notas de 10 reais, 3 moedas de 1 real e 2 notas de 2 reais. Gastou 35 reais.

**a)** Quanto dinheiro sobrou?

**b)** De que maneira Cristina pôde pagar a conta sem que tenha recebido troco?

**18** Use uma calculadora para determinar a diferença entre 67.185 e 31.846. Em seguida, verifique se você acertou, efetuando a operação inversa.

**19** Efetue as subtrações e associe a cada uma delas a adição correspondente.

**a)** 5.812 − 4.815

**b)** 72.368 − 25.586

**20** Efetue a adição 416 + 209 e associe a ela as duas subtrações correspondentes.

**21** Nem sempre é possível efetuar uma subtração de dois números naturais. Nas subtrações indicadas abaixo, anote em seu caderno o resultado daquelas que podem ser realizadas.

**a)** 206 − 48
**b)** 116 − 116
**c)** 54 − 75
**d)** 91 − 91
**e)** 13 − 23
**f)** 67 − 49

**22** Quando é possível efetuar uma subtração de dois números naturais?

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**23** Podemos dizer que para a subtração vale a propriedade comutativa? Dê um exemplo que justifiquesuaresposta.

**24** Bruna conseguiu 27 figurinhas com seu amigo. Ela já tinha 173 figurinhas em seu álbum e queria saber com quantas ficou. Para isso, ela fez a seguinte adição:


ALAN CARVALHO

Discuta com um colega como Bruna resolveu o problema. Você conhece outra maneira de calcular o número de figurinhas? Explique como você resolveria.

**25** Em uma subtração, a diferença é 26. Se aumentarmos 10 unidades no subtraendo, qual será o valor da nova diferença? O que acontece se o minuendo aumentar em 4 unidades? E se o minuendo e o subtraendo aumentarem em 9 unidades?

**26** Ao fazer uma limonada, coloquei 100 gramas de açúcar. Experimentei e não gostei. Coloquei, então, mais 50 gramas. Experimentei novamente e ainda não estava bom. Resolvi acrescentar 250 gramas de açúcar. A limonada ficou gostosa, mas muito doce. Cheguei à conclusão de que o último acréscimo de açúcar deveria ter sido de apenas 150 gramas.

a) Quantos gramas de açúcar coloquei no total?

b) Quantos gramas coloquei a mais que o ideal?


ALAN CARVALHO

**27** Lembrando que a adição e a subtração são operações inversas, descubra que número natural cada etiqueta (▭) esconde.

**a)** ▭ − 12 = 20
**b)** ▭ + 36 = 75
**c)** ▭ − 15 = 25
**d)** ▭ + 98 = 231

**28** De um número natural $x$ de três algarismos quero subtrair um número de dois algarismos e obter outro número natural de um algarismo.

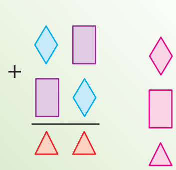
**a)** Se $x$ for 100, que números posso escolher?
**b)** E se $x$ for 108?
**c)** E se $x$ for 109?

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

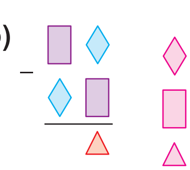
***Pense mais um pouco...***

Descubra, em cada item, o valor de ◇, ▯ e △, sabendo que representam, nessa ordem, números consecutivos formados por um algarismo.

**a)**



**b)**



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

## TRABALHANDO A INFORMAÇÃO i

# Interpretando um gráfico de colunas

## Os planetas e suas luas

**Luas** ou **satélites naturais** são corpos celestiais que orbitam os planetas, inclusive planetas anões, como é o caso de Plutão, que possui uma lua. Entre todas, a nossa Lua, satélite natural da Terra, é, sem dúvida, a mais conhecida.

Dos planetas do Sistema Solar, apenas dois não possuem satélites naturais: Vênus e Mercúrio.

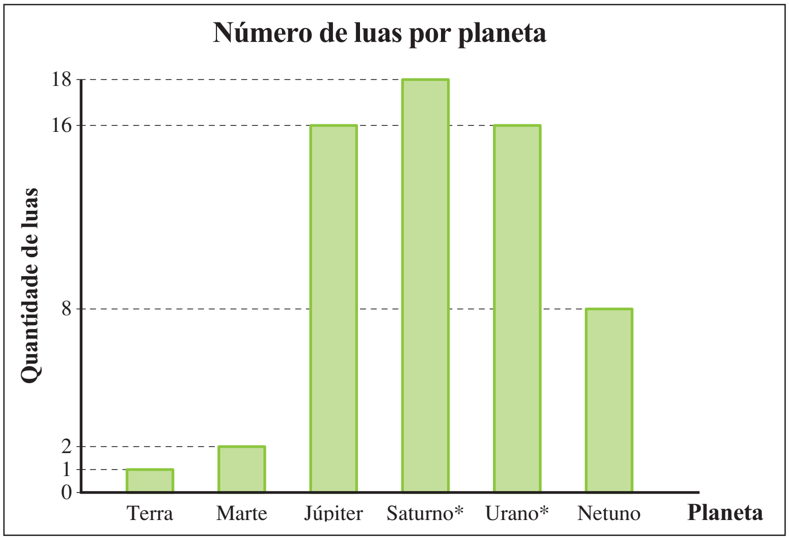

STSCI/AURA/ESA/HUBBLE HERITAGE TEAM/NASA

Luas de Júpiter. Imagem obtida pelo telescópio Hubble. (Foto de 2015.)


QUAOAR/SHUTTERSTOCK

A Lua, satélite da Terra, é uma das mais notáveis do Sistema Solar. (Foto de 2013.)

Veja no gráfico abaixo a quantidade de satélites naturais dos demais planetas da Via Láctea.



ADILSON SECCO

Dados obtidos em: *Scientif American*. Edição Especial 2013. p. 2-3.

Essa figura é um exemplo de **gráfico de colunas**.

A primeira coluna, da esquerda para a direita, de altura 1, representa a quantidade de luas do planeta Terra: 1 lua. A segunda coluna, de altura 2, representa a quantidade de luas do planeta Marte: 2 luas. E assim por diante.

Observe que as colunas referentes a Saturno e Urano possuem alturas 18 e 16, respectivamente. Isso significa que esses planetas possuem essas quantidades de luas. Os asteriscos (*) chamam a atenção para uma informação. Nesse caso, assinalam que a quantidade de luas desses planetas ainda não está totalmente conhecida, uma vez que esses números representam o mínimo de luas que eles possuem – é possível que haja mais!

Então, em um gráfico desse tipo, a altura de cada coluna corresponde à quantidade de vezes que a informação pesquisada foi observada naquele evento.

Em um gráfico de colunas, pode-se perceber rapidamente as colunas mais altas e as mais baixas, ou seja, as que representam maior ou menor número de observações segundo os dados em estudo.

Para fazer uma boa interpretação de um gráfico, precisamos estabelecer comparações entre os dados apresentados e, às vezes, realizar alguns cálculos.

## *Agora quem trabalha é você!*

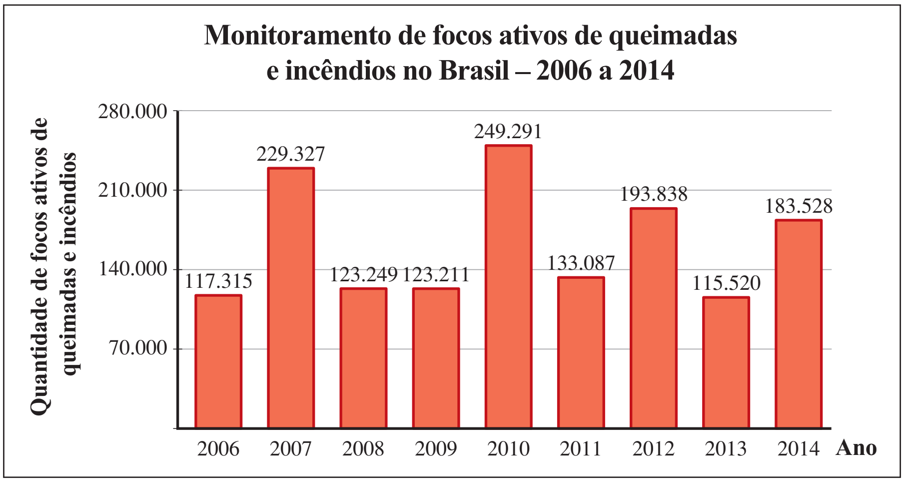
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Com base no gráfico de colunas da página anterior, faça mais algumas interpretações.

**a)** Quantas luas o planeta Netuno tem a mais que Marte?

**b)** Quantas luas os planetas do Sistema Solar, excluindo Vênus e Mercúrio, têm no total?

**2** Observe o gráfico abaixo e responda às questões.




ADILSON SECCO

Dados obtidos em: Inpe – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2012. Portal do Monitoramento de Queimadas e Incêndios. Disponível em: <www.inpe.br/queimadas>. Acesso em: 15 jan. 2015.

O gráfico apresenta a quantidade de focos ativos detectados por um satélite de referência, ou seja, os dados coletados diariamente por um mesmo satélite ao longo dos anos.

a) Em qual desses anos o número de focos ativos foi maior? Quantos focos?

b) Em qual ano o número de focos ativos de queimadas foi menor? Quantos focos?

c) Qual foi a redução na quantidade de focos ativos de queimadas entre os anos de 2010 e 2014?

**d)** Em qual ano ocorreu o maior aumento na quantidade de focos ativos de queimada em relação ao ano anterior? Arredonde para a milhar mais próxima e calcule mentalmente esse aumento.

RICARDO FUNARI/BRAZIL PHOTOS/GETTY IMAGES

Vista aérea de uma queimada ocorrida na Floresta Amazônica. (Foto de 2014.)

## Adicionando e subtraindo mentalmente

Considere o número 25. Ele pode ser decomposto em parcelas de várias formas. Veja algumas delas:

$\boxed{25 = 12 + 13}$ $\boxed{25 = 10 + 15}$ $\boxed{25 = 8 + 7 + 10}$

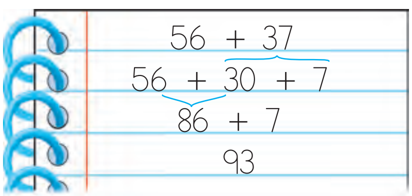
Outra maneira de decompor o número 25 é separando o maior número de dezenas das unidades. Observe:

$\boxed{25 = 2 \text{ dezenas} + 5 \text{ unidades} = 20 + 5}$

Essa forma de decompor um número ajuda no cálculo mental de algumas operações.

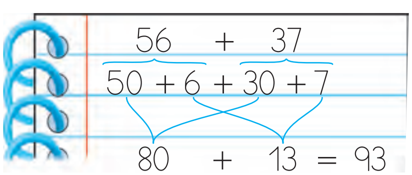
Veja algumas estratégias para fazer o cálculo mentalmente.

**a)** Cálculo de 56 + 37, decompondo 37 em dezenas e unidades.



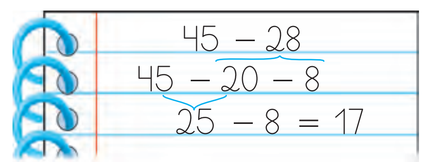

JOSÉ LUÍS JUHAS

**b)** Para calcular 56 + 37, podemos também decompor os dois números em dezenas e unidades.




JOSÉ LUÍS JUHAS

**c)** Cálculo de 45 − 28, fazendo 45 − 20 = 25 e 25 − 8 = 17.




JOSÉ LUÍS JUHAS

**d)** Para calcular 45 − 28, também podemos usar a ideia de completar quantidades.

- 28 para 30 faltam 2.
- 30 para 45 faltam 15.
- 2 + 15 = 17

Assim, 45 − 28 = 17.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**29** Calcule mentalmente as operações e depois registre como você fez o cálculo. Em seguida, reúna-se com um colega e comparem os procedimentos usados.

| | |
|---|---|
| **a)** 14 + 67 | **e)** 42 − 14 |
| **b)** 74 + 28 | **f)** 72 − 56 |
| **c)** 39 + 42 | **g)** 85 − 26 |
| **d)** 77 + 23 | **h)** 95 − 36 |

**30** Calcule: 12 + 25 + 18 + 15.

Agora, calcule: (12 + 18) + (25 + 15).

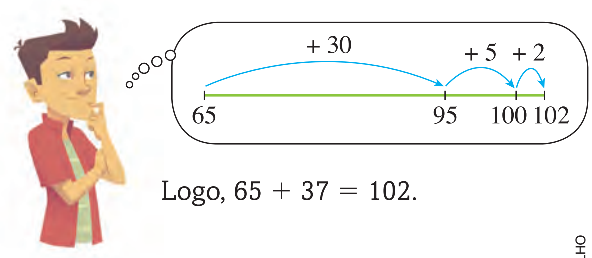
Para você, qual das duas formas utilizadas é a mais simples? Por quê?

**31** Resolva mentalmente as adições a seguir da maneira mais simples.

| | |
|---|---|
| **a)** 11 + 37 + 9 | **c)** 54 + 23 + 7 |
| **b)** 20 + 10 + 76 | **d)** 43 + 21 + 7 + 56 + 4 |

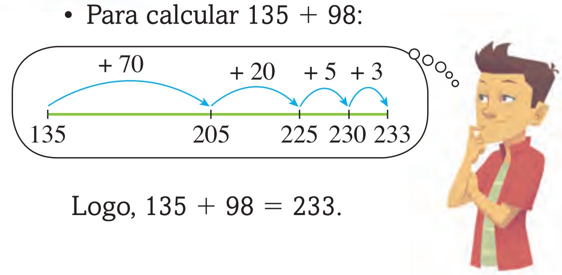
**32** João imagina “saltos” em uma reta numérica para calcular mentalmente o resultado de adições. Observe.

- Para calcular 65 + 37:




Logo, 65 + 37 = 102.

- Para calcular 135 + 98:




Logo, 135 + 98 = 233.

ILUSTRAÇÕES: ALAN CARVALHO

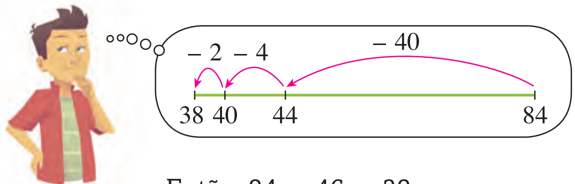
Lembre-se:
Não escreva no livro!

Agora, calcule mentalmente o resultado das adições imaginando "saltos" em uma reta numérica. Os "saltos" podem ser de 10 em 10, de 20 em 20, de 100 em 100 etc. e também apenas com as unidades. Em seguida, registre em seu caderno e verifique o resultado.

**a)** 49 + 27
**b)** 86 + 76
**c)** 125 + 148
**d)** 225 + 143

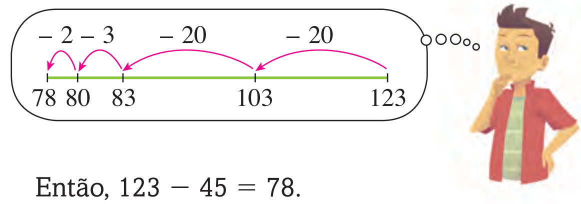
**33** João também sabe subtrair mentalmente imaginando "saltos" em uma reta numérica. Observe.

- Para calcular 84 − 46:




Então, 84 − 46 = 38.

- Para calcular 123 − 45:




Então, 123 − 45 = 78.

Agora, calcule mentalmente o resultado das subtrações imaginando "saltos" em uma reta numérica. Os "saltos" podem ser de 10 em 10, de 20 em 20, de 100 em 100 etc. e os saltos podem ser também apenas com as unidades. Em seguida, faça o registro em seu caderno e verifique o resultado.

**a)** 57 − 18
**b)** 65 − 37
**c)** 74 − 68
**d)** 196 − 103
**e)** 346 − 150
**f )** 550 − 206

ILUSTRAÇÕES: ALAN CARVALHO



FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

***Pense mais um pouco...***

Para adicionar dois números usando o quadro ao lado, basta fixar um número na primeira linha e um segundo na primeira coluna: na intersecção da linha com a coluna, obtemos a soma desses números.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

ADILSON SECCO

Como exemplo, se adicionarmos o número 4, que está na linha (horizontal), e o número 5, que está na coluna (vertical), vamos obter soma 9, que está no cruzamento das duas.

Agora, faça o que se pede nas questões a seguir.

1. Com base no quadro, construa um novo, em que seja possível calcular 9 + 8. Quantas linhas e colunas o novo quadro terá?
2. Se colocarmos mais 5 linhas e 5 colunas no quadro anterior, continuando a sequência, seria possível encontrar o número 23 como resultado da soma de dois números? Explique.

## Expressões numéricas com adições e subtrações

Considere a situação a seguir.

Na segunda-feira, uma hamburgueria tinha em estoque 200 unidades de pães para hambúrguer. Nesse dia, foram vendidos 85 hambúrgueres. No dia seguinte, foram vendidos mais 98 hambúrgueres. Como o estoque estava acabando, o gerente da hamburgueria comprou outros 120 pães. Com quantos pães a hamburgueria iniciou o trabalho na quarta-feira dessa semana?

ALAN CARVALHO

Podemos representar todos os passos da situação da seguinte maneira:

$$200 - 85 - 98 + 120$$

Essa sequência de operações é um exemplo de **expressão numérica**. Ela pode ser representada por um único número, obtido quando efetuamos as operações.

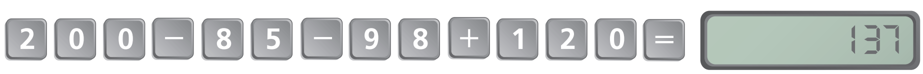
Vamos calcular o valor da expressão numérica da situação apresentada:

$$200 - 85 - 98 + 120 =$$
$$= 115 - 98 + 120 =$$
$$= 17 + 120 = 137$$

Portanto, a hamburgueria iniciou o trabalho na quarta-feira com 137 pães.

Note que para determinar o valor de uma expressão numérica que envolve adições e subtrações, efetuamos essas operações na ordem em que aparecem.

Em uma calculadora, fazemos esse cálculo da seguinte maneira:




NELSON MATSUDA

## Os sinais de associação em uma expressão numérica

Existem expressões numéricas que apresentam sinais de associação:

( ) parênteses [ ] colchetes { } chaves

Para exemplificar, observe estas expressões:

**a)** $(12 - 5) + 3$ **b)** $12 - (5 + 3)$

Veja que a posição dos parênteses é diferente nas duas expressões. Vamos calculá-las.

**a)** $(12 - 5) + 3 =$
$= 7 + 3 = 10$

**b)** $12 - (5 + 3) =$
$= 12 - 8 = 4$

Repare que, por causa da posição dos parênteses, os valores das duas expressões foram diferentes. Por isso, a posição dos parênteses e dos demais sinais de associação é muito importante, pois a presença desses sinais indica que devemos resolver as operações neles contidas seguindo uma ordem: primeiro, efetuam-se as operações entre parênteses; depois, as operações entre colchetes; finalmente, aquelas que estão entre chaves.

Veja mais alguns exemplos.

**a)** $2 + 5 + [7 - (3 - 1)] =$
$= 2 + 5 + [7 - 2] =$
$= 2 + 5 + 5 =$
$= 7 + 5 = 12$

**b)** $[2 + (5 + 7) - 3] - 1 =$
$= [2 + 12 - 3] - 1 =$
$= [14 - 3] - 1 =$
$= 11 - 1 = 10$

**c)** $2 + [5 + (7 - 3) - 1] =$
$= 2 + [5 + 4 - 1] =$
$= 2 + [9 - 1] =$
$= 2 + 8 = 10$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**34** Um número natural é expresso por:

(9 + 14) − (5 − 2).

a) Qual é o valor do antecessor do sucessor desse número?

b) Qual é o valor do sucessor do antecessor desse número?

**35** Calcule o valor das expressões numéricas.

**a)** 36 − 5 + 12 + 10

**b)** 36 − (5 + 12) − 10

**c)** 36 − (12 + 10 − 15)

**d)** (36 − 5) − (12 + 10)

**36** Se Carlos tivesse mais 8 reais, poderia comprar um sorvete por 1 real, um sanduíche por 8 reais e ainda lhe sobraria 1 real. Quantos reais Carlos tem?

**37** Na caixa de entrada de seu *e-mail*, Pedro acumulou 650 mensagens e deletou 288 delas. Dias depois, entraram 740 novas mensagens, e ele apagou 1.000 mensagens.

a) Determine a expressão que corresponde a essa situação.

b) Quantas mensagens ficaram na caixa de entrada de Pedro?

**38** Um alpinista, depois de subir 455 metros de uma montanha, subiu mais 325 metros, porém escorregou e desceu 18 metros. Depois, ele tornou a subir 406 metros.

**a)** Determine a expressão correspondente a essa situação.

**b)** Qual é o valor dessa expressão?

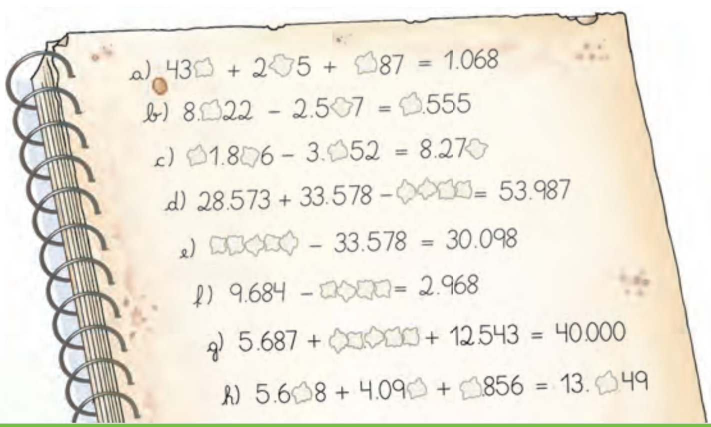
**c)** A que altura se encontra nosso alpinista?

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

***Pense mais um pouco...***

Nos pertences de seu tio, Giovana achou um velho caderno com exercícios. Mas veja o que as traças fizeram!

Descubra as contas que havia no caderno do tio de Giovana e escreva-as em seu caderno.




JOSÉ LUÍS JUHAS



## 4 Multiplicação

Acompanhe as situações a seguir.

### *Situação 1*

Bruna comprou um sofá. Ela vai pagar esse sofá em 10 parcelas de 230 reais cada uma. Qual será o valor total que Bruna pagará pelo sofá?

Podemos resolver esse problema usando uma adição de 10 **parcelas iguais**. Observe:


ALAN CARVALHO

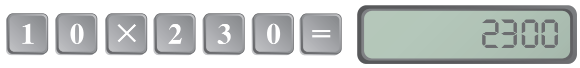
$$\underbrace{230 + 230 + 230 + 230 + 230 + 230 + 230 + 230 + 230 + 230}_{\textbf{parcelas}} = 2.300$$

Ou

$$\underbrace{10 \times 230}_{\text{fatores}} = \underbrace{2.300}_{\text{produto}}$$

Logo, Bruna pagará 2.300 reais pelo sofá.

Em uma calculadora, fazemos esse cálculo da seguinte maneira:




NELSON MATSUDA

## *Situação 2*

Edna fez empadinhas para sua festa de aniversário e as distribuiu em uma bandeja, como na foto ao lado. Quantas empadinhas há nessa bandeja?

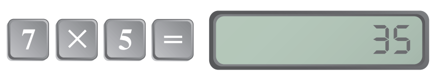
BETO CELLI

Para saber quantas empadinhas há na bandeja, não é necessário contá-las uma a uma. Como elas estão dispostas em uma **formação retangular**, com 7 fileiras de 5 empadinhas, basta efetuar a seguinte operação:

$$\underbrace{7 \times 5}_{\text{fatores}} = \underbrace{35}_{\text{produto}}$$

Logo, há 35 empadinhas na bandeja.

Em uma calculadora, fazemos esse cálculo da seguinte maneira:




NELSON MATSUDA

## *Situação 3*

Ana e suas amigas estavam estudando juntas. Para o lanche da tarde, a mãe de Ana preparou lanches naturais e suco de laranja. Sabendo que para fazer 1 copo de suco ela precisa de 3 laranjas, quantas laranjas ela usará para fazer 4 copos de suco?

ALAN CARVALHO

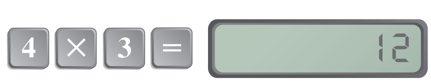
Se, para 1 copo, a mãe de Ana precisa de 3 laranjas, para 4 copos temos:

| | **Quantidade de copos** | | **Quantidade de laranjas** |
|---|---|---|---|
| | 1 | | 3 |
| $\times 4$ | 4 | $\times 4$ | 12 |

Portanto, para fazer 4 copos de suco de laranja, a mãe de Ana precisa de 12 laranjas.

Nesse exemplo, está presente a ideia de **proporção**.

Em uma calculadora, fazemos esse cálculo da seguinte maneira:




NELSON MATSUDA

As ideias de **adição de parcelas iguais**, **formação retangular** e **proporção** estão relacionadas à multiplicação.

## OBSERVAÇÕES

- Podemos indicar uma multiplicação substituindo o sinal de vezes (×) por um ponto (·).
  Veja alguns exemplos.
  **a)** 13 × 5 ou 13 · 5 **b)** 4 × 5 ou 4 · 5
- O resultado de 2 vezes um número é chamado de **dobro**.
- O resultado de 3 vezes um número é chamado de **triplo**.
- O resultado de 4 vezes um número é chamado de **quádruplo**.
  Assim:
  - O dobro de 9 é 2 × 9, isto é, 18.
  - O triplo de 14 é 3 × 14, isto é, 42.
  - O quádruplo de 18 é 72 (4 × 18).

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO



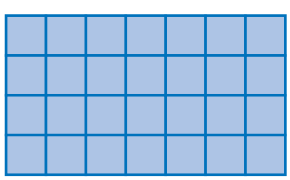
**39** Em uma plantação, existem 118 ruas com 84 pés de abacaxi em cada uma.

**a)** Para obter o número de pés de abacaxi, podemos fazer uma operação. Que operação é essa?
**b)** Que nome damos aos números 118 e 84 nessa operação? E ao resultado?
**c)** Quantos pés de abacaxi há nessa plantação?

**40** Represente cada adição com uma multiplicação.

**a)** 5 + 5 + 5 + 5
**b)** 2 + 2 + 2 + 2 + 2
**c)** 7 + 7 + 7
**d)** $a + a$

**41** Observe a figura abaixo.



NELSON MATSUDA

Considerando essa figura, escreva:

**a)** a soma de 4 parcelas iguais que fornece o número de quadradinhos;
**b)** a soma de 7 parcelas iguais que fornece o número de quadradinhos;
**c)** o produto de dois fatores que também fornece o número de quadradinhos.

**42** Larissa mora no 13º andar, e os dois elevadores do prédio quebraram. De um pavimento a outro, são 18 degraus de escada. Quantos degraus Larissa terá de subir para chegar em casa, vindo do apartamento de sua amiga, que mora no 4º andar do mesmo prédio?

**43** Em uma multiplicação, um dos fatores é zero. Qual é o produto?

**44** Calcule mentalmente:

**a)** 5 × 10
**b)** 32 × 100
**c)** 74 × 1.000
**d)** 42 × 10.000

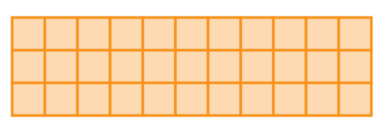
**45** Continue calculando mentalmente:

**a)** 25 × 2
**b)** 25 × 200
**c)** 5 × 60
**d)** 5 × 600
**e)** 8 × 9
**f)** 80 × 90

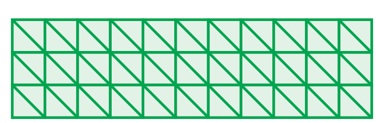
**46** Nosso coração bate, em média, 70 vezes por minuto. Quantas batidas nosso coração dá em 1 dia? Lembre-se de que 1 hora é o mesmo que 60 minutos.

**47** Responda às questões.

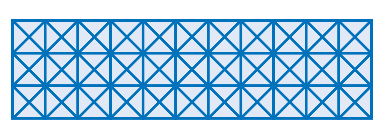
**a)** Quantos □ existem na figura abaixo?



**b)** Quantos ◺ e ◹ existem na figura?



**c)** Quantos △, ◁, ▽, ▷ existem?



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

> Lembre-se:
> Não escreva no livro!

**48** Leia as especificações que há no rótulo de uma embalagem de um suco de uva. Depois, faça o que se pede.

| Suco de uva enlatado ou engarrafado | |
|---|---|
| **Quantidade** | **1 copo** |
| Água (mℓ) | 168 |
| Quilocalorias | 155 |
| Proteína (g) | 1 |
| Gordura (g) | Traços* |
| Carboidrato (g) | 38 |
| Cálcio (mg) | 23 |
| Potássio (mg) | 334 |
| Vitamina A (UI) | 20 |

* Nesse contexto, o termo *traços* significa quantidade mínima, algo que não se consegue quantificar.

**a)** Sabendo que essa embalagem contém 4 copos, copie a tabela acrescentando, à direita, uma coluna com os valores referentes ao total do conteúdo do recipiente.

**b)** Consta também no rótulo a informação de que, para cada porção de suco, devem ser acrescentadas 3 porções de água e açúcar a gosto. Quantos copos de água devo usar para preparar todo o suco de uma embalagem? Quantas colheres de açúcar? Quantos copos de suco é possível preparar?

**c)** Pesquise embalagens de produtos alimentícios e verifique se há informações que possibilitem calcular o total de consumo de cada um de seus componentes.

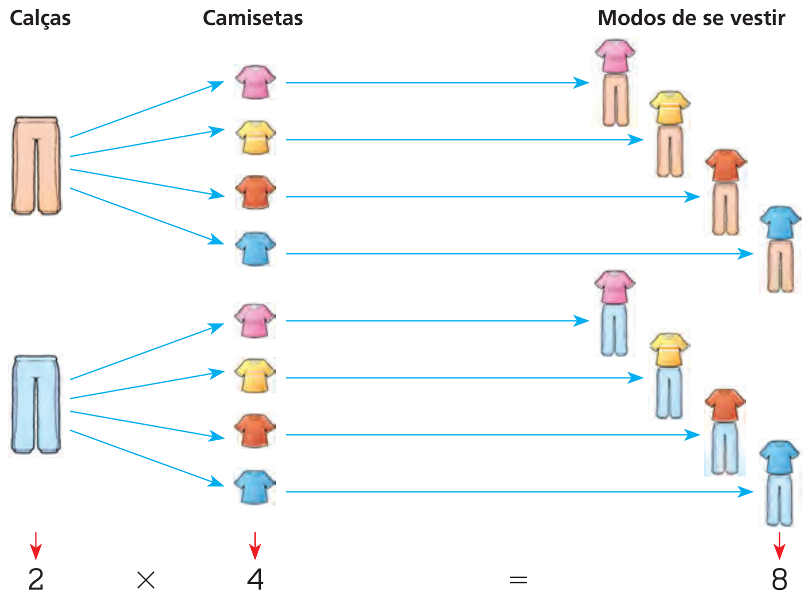
## Outra ideia associada à multiplicação

Considere as situações a seguir.

### *Situação 1*

Bia tem duas calças de agasalho e quatro camisetas para treinar atletismo. De quantos modos diferentes ela pode se vestir para ir aos treinos?

Veja como podemos **combinar** essas peças:




Observe que basta multiplicar 2 por 4 para encontrar o número de opções de vestimenta ($2 \times 4 = 8$). O número 2 representa as duas possíveis escolhas de calças, e o número 4, as quatro possíveis escolhas de camisetas. Logo, existem 8 possibilidades diferentes para Bia se vestir.

Esse tipo de esquema, que leva à resposta de problemas envolvendo um raciocínio multiplicativo, é chamado de **árvore das possibilidades**.

ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS

## *Situação 2*

Na lanchonete da escola de Manoela, são oferecidas três opções de sanduíche (natural, frango e queijo), duas opções de suco (laranja e uva) e três opções de doce (brigadeiro, cajuzinho e bicho de pé). Quantas são as possibilidades de Manoela escolher seu lanche, sabendo que ela vai comprar um sanduíche, um suco e um doce?


ALAN CARVALHO

Vamos representar as opções no esquema a seguir.

| **Opções de sanduíche** | **Opções de suco** | **Opções de doce** | **Possibilidades** |
|---|---|---|---|
| Sanduíche natural (**SN**) | Suco de laranja (**SL**) | Brigadeiro (**B**) | **SN**, **SL** e **B** |
| | | Cajuzinho (**C**) | **SN**, **SL** e **C** |
| | | Bicho de pé (**BP**) | **SN**, **SL** e **BP** |
| | Suco de uva (**SU**) | Brigadeiro (**B**) | **SN**, **SU** e **B** |
| | | Cajuzinho (**C**) | **SN**, **SU** e **C** |
| | | Bicho de pé (**BP**) | **SN**, **SU** e **BP** |
| Sanduíche de frango (**SF**) | Suco de laranja (**SL**) | Brigadeiro (**B**) | **SF**, **SL** e **B** |
| | | Cajuzinho (**C**) | **SF**, **SL** e **C** |
| | | Bicho de pé (**BP**) | **SF**, **SL** e **BP** |
| | Suco de uva (**SU**) | Brigadeiro (**B**) | **SF**, **SU** e **B** |
| | | Cajuzinho (**C**) | **SF**, **SU** e **C** |
| | | Bicho de pé (**BP**) | **SF**, **SU** e **BP** |
| Sanduíche de queijo (**SQ**) | Suco de laranja (**SL**) | Brigadeiro (**B**) | **SQ**, **SL** e **B** |
| | | Cajuzinho (**C**) | **SQ**, **SL** e **C** |
| | | Bicho de pé (**BP**) | **SQ**, **SL** e **BP** |
| | Suco de uva (**SU**) | Brigadeiro (**B**) | **SQ**, **SU** e **B** |
| | | Cajuzinho (**C**) | **SQ**, **SU** e **C** |
| | | Bicho de pé (**BP**) | **SQ**, **SU** e **BP** |
| 3 | 2 | 3 | 18 |

$$3 \times 2 \times 3 = 18$$

Nesse caso, basta fazer uma multiplicação para encontrar quantas possibilidades Manoela tem de escolher seu lanche. Observe:

| **opções de sanduíche** | | **opções de suco** | | **opções de doce** | | **número de possibilidades** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ↓ | | ↓ | | ↓ | | ↓ |
| 3 | × | 2 | × | 3 | = | 18 |

Logo, Manoela tem 18 possibilidades de escolher seu lanche.

Um esquema como esse é um instrumento útil para descrever todas as possibilidades de um evento, porém é inadequado quando a quantidade de opções e de itens é grande.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**49** Em um cinema, é possível comprar pipoca doce ou salgada em pacotes pequeno, médio ou grande. Quantas são as possibilidades para a compra de um pacote de pipoca nesse cinema?

SHAIITH/SHUTTERSTOCK

**50** Rafael lança um dado e uma moeda ao mesmo tempo e observa as faces voltadas para cima. De quantos modos diferentes essas faces po-dem aparecer?

**51** Tenho três lápis de cor nas cores azul, amarelo e verde. Desejo pintar três faixas numa figura com essas três cores, usando uma cor para cada faixa, conforme mostra a figura abaixo.

NELSON MATSUDA

De quantas maneiras poderei fazê-lo? Desenhe todas as possibilidades.

**52** De quantas maneiras posso calçar meus pés tendo três pares de tênis e cinco pares de meias diferentes?

**53** Para fazer o trajeto de sua casa até a escola, Luciana tem de tomar duas conduções. Nem sempre ela usa os mesmos meios de transporte. Na primeira parte do percurso, Luciana toma trem ou ônibus; na segunda parte, metrô ou ônibus. De quantos modos diferentes Luciana pode fazer o trajeto de sua casa até a escola?

**54** Em uma lanchonete há 3 tipos de sanduíche, 2 tipos de suco e 2 tipos de sobremesa.


ALAN CARVALHO

**a)** De quantas maneiras diferentes pode-se fazer um lanche nessa lanchonete escolhendo 1 sanduíche, 1 suco e 1 doce?

**b)** Qual é a possibilidade de lanche mais barata?

**55** Lucas está brincando com duas moedas. Ele observa a face que ficara virada para cima: cara ou coroa. Ao lançar duas moedas ao mesmo tempo, que faces poderá obter?

FOTOS: ACERVO DO BANCO CENTRAL DO BRASIL

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

***Pense mais um pouco...***

De quantas maneiras diferentes posso pintar as faixas de uma bandeira de 4 listras, usando, sem repetir, as cores verde, azul, vermelho e amarelo? Veja uma das possibilidades na bandeira ao lado. 24

JOSÉ LUÍS JUHAS

## PARA SABER MAIS +

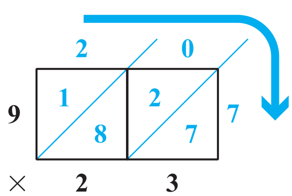
### Multiplicação hindu

Os hindus desenvolveram vários métodos para resolver seus problemas.

Para multiplicar dois números, possuíam um método conhecido por vários nomes: "multiplicação em gelosia", "em célula", "em grade" ou "quadrilateral".

Vamos efetuar algumas multiplicações aplicando esse método.

- $9 \times 23$




Produtos parciais:

$9 \times 3 = 27$

$9 \times 2 = 18$

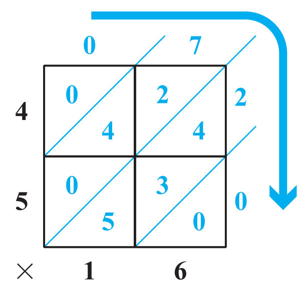
Observe que o fator 9 está localizado à esquerda e o fator 23, abaixo, com os produtos parciais 27 e 18, ocupando as células interiores.

Os dígitos das fileiras diagonais são adicionados da direita para a esquerda ($7 + 0 = 7$; $8 + 2 = 10$; $1 + 1 = 2$). O produto 207 acima, deve ser lido indo da esquerda para a direita.

Assim: $9 \times 23 = 207$

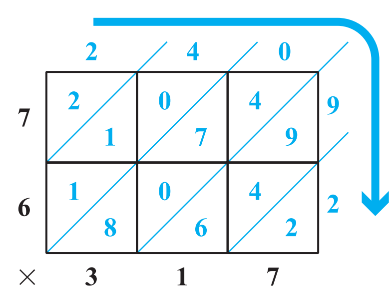
- $45 \times 16$

Procedendo da mesma forma que o exemplo anterior, obtemos:




Assim: $45 \times 16 = 720$

O método utilizado pelos hindus funciona com multiplicações entre números com qualquer quantidade de algarismos. Observe:




$76 \times 317 = 24.092$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO

#### *Agora é com você!*

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Aplicando o método hindu de multiplicação, calcule:

**a)** $37 \times 43$ **b)** $18 \times 532$ **c)** $125 \times 9.046$

**2** Escreva dois números e faça a multiplicação entre eles, usando o método hindu e o algoritmo tradicional. Agora, responda: qual deles você acha mais fácil? Explique.

## Propriedades da multiplicação

Considere a multiplicação: $18 \times 2 = 36$

Trocando-se a ordem dos fatores, o produto obtido também é 36. Observe:

$$\underbrace{18 \times 2}_{36} = \underbrace{2 \times 18}_{36}$$

A ordem dos fatores não alterou o produto. Isso sempre ocorre quando multiplicamos dois números naturais quaisquer. Trata-se da **propriedade comutativa da multiplicação**.

> Em uma multiplicação de dois números naturais, a ordem dos fatores não altera o produto.

Veja outros exemplos.

**a)** $24 \times 2 = 2 \times 24 = 48$

**b)** $20 \times 98 = 98 \times 20 = 1.960$

Agora, observe dois modos de efetuar o produto $2 \times 5 \times 3$.

**1º modo**

Efetua-se a multiplicação dos dois primeiros fatores e depois multiplica-se esse resultado pelo terceiro fator.

$$(2 \times 5) \times 3 =$$
$$= 10 \times 3 =$$
$$= 30$$

**2º modo**

Efetua-se a multiplicação dos dois últimos fatores e multiplica-se o primeiro fator pelo resultado obtido.

$$2 \times (5 \times 3) =$$
$$= 2 \times 15 =$$
$$= 30$$

Ao associar os fatores de modos diferentes, o produto não se alterou. Esse fato sempre ocorre quando multiplicamos três ou mais números naturais quaisquer. Trata-se da **propriedade associativa da multiplicação**.

> Em uma multiplicação de três ou mais números naturais quaisquer, podemos associar os fatores de modos diferentes sem alterar o produto.

Observe mais alguns exemplos.

**a)** $2 \times 18 \times 5 =$

$= 2 \times 5 \times 18 =$

$= 10 \times 18 =$

$= 180$

**b)** $25 \times 34 \times 4 =$

$= 25 \times 4 \times 34 =$

$= 100 \times 34 =$

$= 3.400$

Agora, considere as seguintes multiplicações:

- $1 \times 18 = 18 \times 1 = 18$
- $22 \times 1 = 1 \times 22 = 22$
- $1 \times 327 = 327 \times 1 = 327$

Note que em todas essas multiplicações há um número (o **1**), que, em qualquer posição, não influi no resultado. Esse número é o **elemento neutro** da multiplicação. A multiplicação de um número natural qualquer por 1 (ou vice-versa) é o próprio número. Trata-se de mais uma propriedade da multiplicação: a **existência do elemento neutro**.

> O número 1 é o elemento neutro da multiplicação.

**56** O produto $12 \cdot 15 \cdot 2$ fica mais fácil de ser resolvido assim:

$$12 \cdot (15 \cdot 2) = 12 \cdot 30 = 360$$

Em seu caderno, mostre o modo mais fácil de calcular os seguintes produtos:

**a)** $36 \cdot 25 \cdot 4$
**b)** $5 \cdot 45 \cdot 2$
**c)** $9 \cdot 8 \cdot 5$

**57** Efetue os produtos aplicando as propriedades da multiplicação.

**a)** $2 \times 17 \times 5$
**b)** $2 \times 15 \times 36$
**c)** $18 \times 5 \times 4$
**d)** $2 \times 38 \times 5$
**e)** $25 \times 137 \times 4$
**f)** $12 \times 0 \times 1$
**g)** $14 \times 20 \times 10$
**h)** $12 \times 1 \times 10$
**i)** $8 \times 21 \times 5$
**j)** $75 \times 1 \times 4$

**58** Uma impressora faz 12 cópias por minuto. Uma outra imprime o triplo de cópias dos mesmos impressos em um minuto. Quantas cópias a segunda impressora faz em 15 minutos?

**59** A loja de roupas de Bruna vendeu 84 peças de roupas em outubro. Em novembro, vendeu o dobro e, em dezembro, o triplo das vendas de novembro. Quantas peças de roupa foram vendidas nesse trimestre?

**60** Fábio tem 32 bolinhas de gude, Fernando tem o dobro das bolinhas de gude de Fábio, Joaquim tem o triplo das bolinhas de gude de Fernando e Francisco tem o quádruplo das bolinhas de gude de Joaquim. Quantas bolinhas de gude tem cada um?

ALAN CARVALHO

**61** A calculadora de Fernando está com as teclas 6 e 8 quebradas. Para calcular o resultado da operação $16 \times 4.802$, ele apertou a seguinte sequência de teclas:

2 × 2 × 4 × 2 × 2 4 0 1 =

NELSON MATSUDA

**a)** O cálculo de Fernando está correto?
**b)** Redija um texto explicando como Fernando pensou para resolver esse problema.
**c)** Existe uma forma de calcular o resultado dessa operação apertando-se um número menor de teclas? Justifique sua resposta.
**d)** Há uma maneira de fazer esse cálculo trocando-se uma operação de multiplicação por uma adição? Dê um exemplo.

## A propriedade distributiva

Para entender a propriedade distributiva da multiplicação, vamos considerar as situações a seguir.

### *Situação 1*

Maria é florista. Ela prepara suas mudas de girassol em pequenos vasos. Para atender a uma encomenda, Maria organizou os vasos sobre duas placas retangulares, conforme mostra a figura abaixo.

$3 \times 4 = 12$ $\qquad$ $3 \times 5 = 15$

ALAN CARVALHO

Quantos vasos de girassol foram vendidos nessa encomenda?

Calculando o número de vasos sobre cada placa e adicionando os resultados, temos:

$$3 \times 4 + 3 \times 5 = 12 + 15 = 27$$

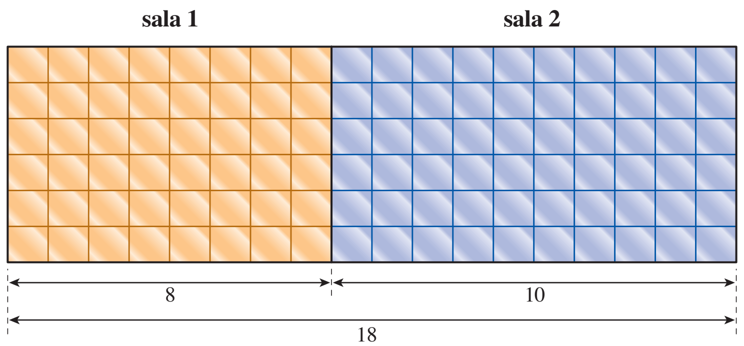
Contando como se fosse uma placa única, podemos escrever:

$$3 \times (4 + 5) = 3 \times 9 = 27$$

Logo, $3 \times (4 + 5)$ é o mesmo que $3 \times 4 + 3 \times 5$.
Portanto, foram vendidos 27 vasos de girassol.

## *Situação 2*

A figura a seguir representa o piso de duas salas. Quantas lajotas foram usadas nesses pisos?






O número de lajotas da sala 1 é obtido calculando-se $6 \times 8$, e o número de lajotas da sala 2, calculando-se $6 \times 10$.
Como o número total de lajotas é igual ao número de lajotas da sala 1 mais o número de lajotas da sala 2, temos:

$$6 \times 18 = 6 \times (8 + 10) = 6 \times 8 + 6 \times 10 = 48 + 60 = 108$$

Logo, foram usadas 108 lajotas.
Assim, a multiplicação foi distribuída pelas parcelas de uma adição e, depois, os resultados foram somados, isto é, foi aplicada a **propriedade distributiva da multiplicação** em relação à adição.
Essa propriedade também pode ser aplicada em relação à subtração, como nos exemplos a seguir.

**a)** $5 \times (8 - 6) = 5 \times 8 - 5 \times 6$

**b)** $3 \times (5 - 3) = 3 \times 5 - 3 \times 3$

**c)** $(8 - 6) \times 3 = 8 \times 3 - 6 \times 3$

**d)** $(25 - 13) \times 19 = 25 \times 19 - 13 \times 19$

Observe nos exemplos abaixo como a propriedade distributiva pode ajudar a realizar cálculos mais rápidos ou mentalmente.

**a)** $5 \times 154 = 5 \times (100 + 50 + 4) = 500 + 250 + 20 = 770$

**b)** $998 \times 8 = (1.000 - 2) \times 8 = 8.000 - 16 = 7.984$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**62** Calcule aplicando em cada caso a propriedade distributiva da multiplicação.

**a)** $8 \times (9 + 4)$
**b)** $10 \times (7 - 2)$
**c)** $(4 + 6) \times 3$
**d)** $4 \times (6 - 2)$
**e)** $(8 - 3) \times 8$
**f)** $(10 - 4) \times 8$

**63** Uma baleia-azul adulta pode pesar tanto quanto 26 elefantes africanos adultos, que têm aproximadamente 5.000 quilogramas cada um. Calcule quant os quilogramas tem uma baleia-azul aproximadamente.

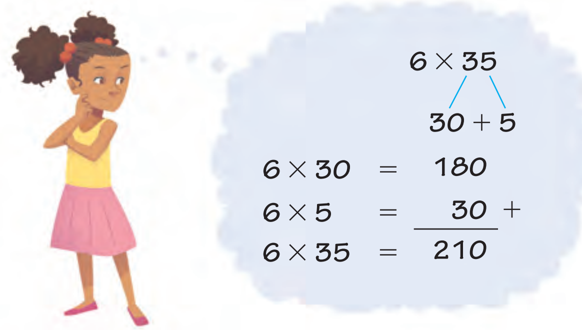
SCIENCE FACTION/GETTY IMAGES

A baleia-azul, o maior animal do planeta, pode ser encontrada em todos os oceanos do mundo.

**64** Descubra as sentenças falsas e corrija-as tornando-as verdadeiras.

**a)** $6 \cdot 1 = 6$
**b)** Se $a$ é um número natural, então $5 \cdot a = a \cdot 5$.
**c)** $6 \cdot (7 + 4) = 6 \cdot 7 + 6 \cdot 4$
**d)** $10 \cdot (x + 1) = 10 \cdot x$
**e)** $5 \cdot 0 = 5$

**65** Maria usa a decomposição para calcular mentalmente o resultado da multiplicação $6 \times 35$. Observe.




ALAN CARVALHO

Calcule mentalmente o resultado das multiplicações a seguir, imaginando que um dos fatores é decomposto em dezenas e unidades.

**a)** $5 \cdot 15$
**b)** $7 \cdot 42$
**c)** $3 \cdot 25$
**d)** $4 \cdot 13$
**e)** $7 \cdot 93$
**f)** $6 \cdot 58$



## Expressões numéricas com multiplicações

Considere a situação a seguir.

Leandro grava em DVDs todos os trabalhos que faz no computador. Ao verificar que só tinha 2 DVDs novos, ele se apressou em comprar 3 tubos com 10 DVDs cada um. Com quantos DVDs novos, Leandro ficou?

Podemos descobrir a resposta calculando o valor da expressão: $2 + 3 \times 10$

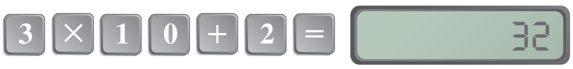
ALAN CARVALHO

Note que não podemos somar 2 DVDs com 3 tubos. Devemos, primeiro, efetuar a multiplicação de 3 por 10, encontrando a quantidade de DVDs que há nos 3 tubos e, depois, somar o resultado com os 2 DVDs que Leandro já tinha. Observe.

$$2 + \underbrace{3 \times 10} = 2 + 30 = 32$$

Portanto, Leandro ficou com 32 DVDs.

Em uma calculadora, convém **efetuar** essas operações da seguinte maneira:




NELSON MATSUDA

Em toda expressão numérica, precisamos seguir determinada ordem para efetuar as operações. A multiplicação é resolvida **sempre** antes das adições e das subtrações. Caso haja sinais de associação (parênteses, colchetes ou chaves), devemos resolver primeiro as operações neles contidas.

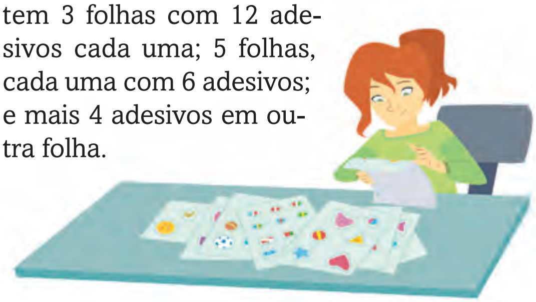
## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**66** Determine o valor das expressões abaixo.

**a)** $3 + 5 \times 6$
**b)** $12 \times 3 - 4 \times 5$
**c)** $5 \times 6 - 10$
**d)** $14 \times 5 + 10 \times 7$
**e)** $8 \times 9 - 3 \times 4$
**f)** $8 \times (9 - 3) \times 4$

**67** Silvana está colecionando adesivos. Ela tem 3 folhas com 12 adesivos cada uma; 5 folhas, cada uma com 6 adesivos; e mais 4 adesivos em outra folha.



ALAN CARVALHO

**a)** Determine a expressão que representa o número de adesivos de Silvana.
**b)** Quantos adesivos Silvana tem?

**68** Um florista precisa fazer 30 arranjos de flores: 28 pequenos e 2 grandes. Cada arranjo grande contém 8 rosas vermelhas e 4 amarelas, e cada arranjo pequeno, 3 rosas vermelhas e 2 amarelas.

**a)** Escreva uma expressão que represente a quantidade total de rosas que o florista precisa comprar.
**b)** Quantas rosas vermelhas o florista precisa comprar? E quantas amarelas?

**69** Brigite lançou o seguinte desafio a Bruno:


JOSÉ LUÍS JUHAS

Bruno pensou um pouco e apresentou esta expressão: $(7 - 3) \times [(7 - 3) + (7 - 3)]$.

**a)** Bruno acertou?
**b)** Usando os números 3 e 7, invente uma expressão que tenha como resultado 24.

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

### *Pense mais um pouco...*

Pense em números de três algarismos. Usando uma calculadora, multiplique esses números por 1.001. Registre cada multiplicação com o resultado obtido.

Agora, observando o que aconteceu com os produtos, calcule mentalmente:

**a)** $356 \times 1.001$
**b)** $499 \times 1.001$

# 5 Divisão

Acompanhe as situações a seguir.

### *Situação 1*

Em uma gincana promovida pelo Colégio Aprender, os alunos arrecadaram 840 latas de leite em pó, que foram doadas a instituições assistenciais. Para a doação, as latas de leite foram embaladas em caixas contendo 30 latas cada uma.


ALAN CARVALHO

Para saber quantas caixas foram necessárias para embalar todas as latas, devemos procurar o número que multiplicado por 30 resulte em 840.

Ao fazer isso, estamos realizando uma operação chamada **divisão**.

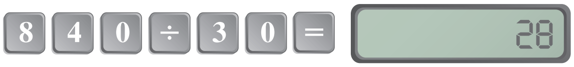
O número procurado é 28, pois: $28 \times 30 = 840$

Vamos montar a divisão que nos dá esse resultado:

$$840 : 30 = 28$$

Logo, foram necessárias 28 caixas.

Em uma calculadora, fazemos essa divisão da seguinte maneira:

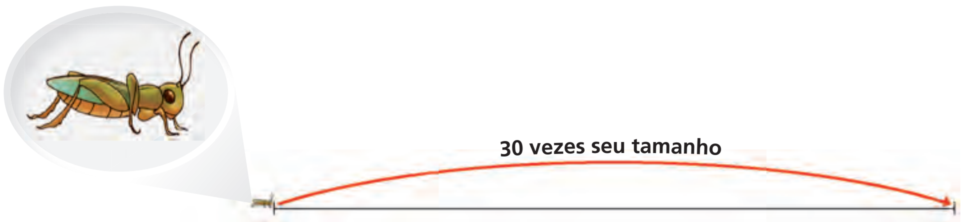



NELSON MATSUDA

Nesse problema, ao dividir o total de latas de leite pela quantidade que cabe em cada caixa, estamos fazendo uma repartição em partes iguais, uma **distribuição equitativa** do total de latas de leite.

### *Situação 2*

Os grilos são grandes saltadores. Um grilo chega a saltar uma distância de 90 centímetros, o que corresponde a 30 vezes seu tamanho.




JOSÉ LUÍS JUHAS

De acordo com as informações apresentadas, qual seria o comprimento do grilo?

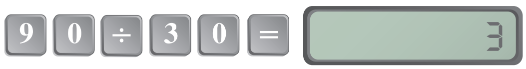
Para saber o comprimento do grilo, devemos fazer a seguinte divisão:

$$90 : 30 = 3$$

Ao efetuar essa divisão, estamos calculando **quantas vezes** o número 30 cabe em 90. Essa é a ideia de **medida**, também associada a uma divisão.

Logo, de acordo com as informações apresentadas, o comprimento do grilo é 3 cm.

Em uma calculadora, fazemos essa divisão da seguinte maneira:




NELSON MATSUDA

As ideias de **distribuição equitativa** (repartição em partes iguais) ou de **medida** (quantas vezes uma quantidade cabe em outra) estão relacionadas à divisão.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

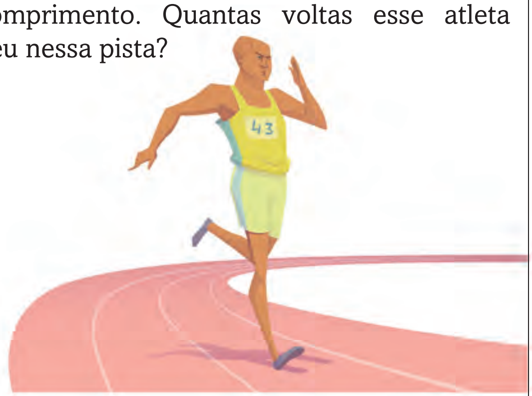
**70** Uma granja tem 1.944 ovos de codorna que devem ser acondicionados em caixas contendo 36 ovos cada uma. Quantas caixas serão necessárias para acondicionar todos os ovos?

**71** Qual é o valor de:

**a)** $7 \cdot 39$? E de $273 : 7$? E de $273 : 39$?
**b)** $12 \cdot 26$? E de $312 : 26$? E de $312 : 12$?
**c)** $22 \cdot 31$? E de $682 : 22$? E de $682 : 31$?
**d)** $15 \cdot 123$? E de $1.845 : 15$? E de $1.845 : 123$?

**72** Na produção de 800 carros iguais, foram usados 1.003.200 parafusos. Quantos parafusos tem cada carro desse modelo?

**73** Um atleta percorreu 10.000 metros dando voltas em uma pista circular de 400 metros de comprimento. Quantas voltas esse atleta deu nessa pista?




ALAN CARVALHO

**74** Para percorrer 352 quilômetros, um carro consumiu 32 litros de gasolina. Viajando nas mesmas condições, quantos litros esse carro vai gastar para percorrer 451 quilômetros?

**75** Ao entrar em um elevador, Pedro leu uma placa que informava a capacidade do elevador.


ALAN CARVALHO

Quantos quilogramas, em média, o engenheiro que projetou esse elevador estimou para cada uma das 13 pessoas?

**76** Em uma festa de aniversário, foram preparados 3 saquinhos de doce para cada uma das 45 crianças convidadas. Entretanto, 5 delas não compareceram.

**a)** Quantos saquinhos de doce haviam sido preparados?
**b)** Tendo em vista que 5 crianças não compareceram, quantos saquinhos de doce sobraram?
**c)** É possível dar um saquinho de doce a mais para cada uma das crianças presentes? Se não, quantos saquinhos a mais deveriam ter sido preparados para que fosse possível dar a cada criança 4 saquinhos?

## Propriedade fundamental da divisão

Um centro esportivo municipal tinha 225 bolas de basquete para distribuir igualmente entre as 27 escolas de basquete mantidas pela prefeitura. Feita a distribuição, o responsável percebeu que foram dadas 8 bolas a cada escola e ainda sobraram 9 bolas:

$$\begin{array}{lrll} \text{dividendo} \longrightarrow & 225 & \underline{|\,27} & \longleftarrow \text{divisor} \\ \text{resto} \longrightarrow & 9 & \phantom{|}\,8 & \longleftarrow \text{quociente} \end{array}$$

Veja a igualdade que podemos escrever com os termos da divisão.

$$\underset{\text{dividendo}}{\underset{\uparrow}{225}} = \underset{\text{quociente}}{\underset{\uparrow}{8}} \times \underset{\text{divisor}}{\underset{\uparrow}{27}} + \underset{\text{resto}}{\underset{\uparrow}{9}}$$

Observe outros exemplos.

**a)** $\begin{array}{r|l} 457 & \underline{12} \\ 97 & 38 \\ 1 & \end{array} \longrightarrow 457 = 38 \times 12 + 1$

**b)** $\begin{array}{r|l} 126 & \underline{3} \\ 06 & 42 \\ 0 & \end{array} \longrightarrow 126 = 42 \times 3 + 0$

Essa é a **propriedade fundamental da divisão**, que podemos escrever assim:

$$\boxed{\text{dividendo} = \text{quociente} \times \text{divisor} + \text{resto}}$$

### OBSERVAÇÕES

- **Não existe divisão por zero**. Por exemplo, é impossível dividir 3 por zero, pois não existe um número que multiplicado por zero dê 3.
- Dizemos que uma divisão entre dois números naturais é **exata** quando o resto é zero.
  Exemplo: $\begin{array}{r|l} 28 & \underline{2} \\ 08 & 14 \\ \mathbf{0} & \end{array}$
- Dizemos que uma divisão é **não exata** quando o resto é diferente de zero.
  Exemplo: $\begin{array}{r|l} 247 & \underline{4} \\ 07 & 61 \\ \mathbf{3} & \end{array}$
- O **resto de uma divisão** entre dois números naturais **sempre é menor que o divisor**.
  Veja alguns exemplos:

  $\begin{array}{r|l} 29 & \underline{3} \\ 2 & 9 \end{array}$ $\quad 2 < 3$

  $\begin{array}{r|l} 70 & \underline{14} \\ 0 & 5 \end{array}$ $\quad 0 < 14$

  $\begin{array}{r|l} 13 & \underline{15} \\ 13 & 0 \end{array}$ $\quad 13 < 15$
- Em uma divisão exata, temos: dividendo = quociente × divisor.
  Assim, dizemos que a divisão exata e a multiplicação são operações inversas.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**77** Multiplique 34 por 56. Agora divida o produto obtido por 34. O que aconteceu?

**78** Pense em um número natural diferente de zero. Dê, se existir, o quociente e o resto na divisão:

**a)** de 0 por esse número;
**b)** desse número por zero;
**c)** desse número por 1;
**d)** desse número por ele mesmo.

**79** Determine o número que falta em cada sentença abaixo.

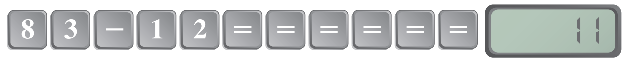
**a)** $52 \times 43 + \bullet = 2.257$
**b)** $\bullet \times 32 + 4 = 580$
**c)** $75 \times 28 + 15 = \bullet$
**d)** $26 \times \bullet + 3 = 341$

**80** Dividindo 42 por 6, o quociente é 7 e o resto é zero. Somando 1 ao dividendo e tornando a dividir por 6, o quociente continua sendo 7 e o resto passa a ser 1. Qual é o maior número que podemos somar a 42 para que a divisão por 6 continue tendo quociente 7?

**81** Qual é o número que dividido por 32 tem por quociente 21 e o resto é o maior possível?

**82** O resto de uma divisão é 8 e é o maior resto possível; o quociente é igual ao divisor. Determine o dividendo.

**83** A tecla ∶ da calculadora de Ivo quebrou. Para saber quantas dúzias há em uma caixa com 83 laranjas, ele teclou:




NELSON MATSUDA

Ele contou 6 toques na tecla = até aparecer no visor um número menor que 12. Concluiu que na caixa havia 6 dúzias e ainda restavam 11 laranjas. Com o auxílio de uma calculadora, faça o mesmo para efetuar as divisões e registre os resultados parciais (após cada toque da tecla =), o quociente e o resto.

**a)** $43 : 12$
**b)** $270 : 49$
**c)** $720 : 94$
**d)** $161 : 23$

**84** Veja como Ana fez para dividir 46 por 8:

*46 : 8*
*5 × 8 = 40*
*6 × 8 = 48*
*46 é maior que 40 e é menor que 48.*
*Logo, 46 : 8 = 5 e restam 6.*

ALAN CARVALHO

Calcule mentalmente as divisões abaixo, identificando para cada uma delas o quociente e o resto.

**a)** $29 : 3$
**b)** $41 : 7$
**c)** $66 : 8$
**d)** $83 : 9$



## Dividindo mentalmente

Decompor um número separando no dividendo as centenas das dezenas ajuda no cálculo mental de divisões. Como exemplo, vamos efetuar $236 : 4$.

- Para facilitar, separamos 236 em duas parcelas:

$$236 = 200 + 36$$

- Dividimos as parcelas por 4 e somamos os resultados:

$$200 : 4 = 50 \quad \text{e} \quad 36 : 4 = 9 \longrightarrow 50 + 9 = 59$$

- Portanto: $236 : 4 = 59$

Podemos indicar esses cálculos da seguinte forma:

$$236 : 4 = (200 + 36) : 4 = (200 : 4) + (36 : 4) = 50 + 9 = 59$$

Outro modo de calcular mentalmente o quociente é decompondo o divisor em fatores.

Por exemplo, para efetuar a divisão de 90 por 6, o número 6 pode ser decomposto da seguinte maneira: $6 = 2 \cdot 3$.

Para dividir 90 por 6, dividimos 90 por um desses fatores e, depois, dividimos o resultado obtido pelo outro fator:

$$90 : 2 = 45 \quad \text{e} \quad 45 : 3 = 15$$

Então:

$$90 : 6 = 90 : (2 \cdot 3) = (90 : 2) : 3 = 45 : 3 = 15$$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**85** Calcule mentalmente estas divisões e registre como você fez os cálculos.

**a)** 108 : 4 **c)** 312 : 6 **e)** 530 : 5
**b)** 309 : 3 **d)** 448 : 8 **f)** 981 : 9

**86** Reúna-se com um colega e escolham ao acaso seis números naturais que terminem em 0, 00 ou 000. Depois, dividam esses números por 10 e escrevam uma regra para efetuar mentalmente a divisão de números naturais, que terminem em zero, por 10.

**87** Reúna-se com um colega e escolham ao acaso seis números naturais que terminem em 0 ou 5.

**a)** Dividam esses números por 5.
**b)** Multipliquem os números escolhidos por 2 e dividam os resultados por 10.
**c)** Comparem as respostas do item **a** com as do item **b** e escrevam uma regra para efetuar mentalmente a divisão por 5 de um número natural terminado em 0 ou 5.

**88** Leia o trecho extraído de uma matéria sobre padrão oficial de numeração de roupas.

No Brasil, a primeira numeração oficial das peças de roupas é bem recente. O manual da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) saiu em 1995, definindo os tamanhos máximos e mínimos de cada peça masculina, feminina e infantil. As numerações levam em conta os contornos do tórax, busto, pescoço, cintura, além da altura da pessoa.

No caso das camisas sociais masculinas, por exemplo, o tamanho em centímetros do perímetro do pescoço corresponde ao tamanho da peça. Se o pescoço mede 39 centímetros, então a camisa deve ser tamanho 39. Já com paletós, considera-se o tamanho do tórax. Se a caixa torácica mede 96 centímetros, o terno ou o paletó devem ser o 48 – exatamente a metade. Algumas confecções, contudo, preferem o sistema PP-P-M-G-GG, muito comum nos Estados Unidos, que oferece menos opções de numeração.

Fonte: *Mundo Estranho*. São Paulo: Abril, ano 7, n. 9, set. 2008, p. 38.

Copie os quadros e complete-os tentando fazer mentalmente os cálculos.

CLAUDIO CHIYO

Ternos, paletós, camisetas, camisas polo e pulôveres: metade da medida do toráx em centímetros.

| Tamanho | | Tórax |
|---|---|---|
| PP | | 76 |
| | | 80 |
| P | | 84 |
| | | 88 |
| M | | 92 |
| | 48 | 96 |
| G | | 100 |
| | | 104 |
| GG | | 108 |
| | 56 | 112 |

CLAUDIO CHIYO

Calças e bermudas: metade da medida da cintura em centímetros.

| Tamanho | | Cintura |
|---|---|---|
| PP | | 68 |
| | 36 | 72 |
| P | | 76 |
| | | 80 |
| M | | 84 |
| | 44 | 88 |
| G | | 92 |
| | 48 | 96 |
| GG | | 100 |
| | | 104 |

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

### *Pense mais um pouco...*

Invente as operações solicitadas a seguir e registre o que você pensou. Depois, reúna-se com um colega e, com uma calculadora, cada um confere o que o outro fez.

**a)** Uma adição cujo resultado seja 3.240.
**b)** Uma multiplicação cujo resultado seja 5.730.
**c)** Uma subtração cujo resultado seja 14.270.
**d)** Uma divisão exata cujo resultado seja 450.

# 6 Expressões numéricas envolvendo as quatro operações

Em expressões numéricas que envolvem as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), devemos efetuar essas operações na seguinte ordem:

- primeiro, efetuamos as multiplicações e as divisões na ordem em que aparecem;
- depois, efetuamos as adições e as subtrações, também na ordem em que aparecem.

Nas expressões numéricas com sinais de associação (parênteses, colchetes e chaves), resolvemos primeiro as operações neles contidas. Veja alguns exemplos:

**a)** $12 + 15 : 3 =$

$= 12 + 5 = 17$

**b)** $20 : 4 + 3 \times 2 - 15 : 5 =$

$= 5 \quad + \quad 6 \quad - \quad 3 \quad =$

$= 11 - 3 = 8$

**c)** $48 - \{28 - 4 \times [3 \times (40 : 5 - 3) : (17 - 3 \times 4)]\} =$

$= 48 - \{28 - 4 \times [3 \times (8 - 3) : (17 - 12)]\} =$

$= 48 - \{28 - 4 \times [3 \times 5 : 5]\} =$

$= 48 - \{28 - 4 \times [15 : 5]\} =$

$= 48 - \{28 - 4 \times 3\} =$

$= 48 - \{28 - 12\} =$

$= 48 - 16 = 32$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**89** A expressão $64 : 8 : 4 : 2$ pode ter diferentes resultados, dependendo do lugar onde são colocados os parênteses. Coloque os parênteses para que ela tenha estes resultados:

**a)** 4 **b)** 16

**90** O quadro mostra uma correspondência entre letras e números.

| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |

| N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |

Associando o valor de cada expressão abaixo à letra correspondente no quadro, você vai descobrir uma palavra. Qual é essa palavra?

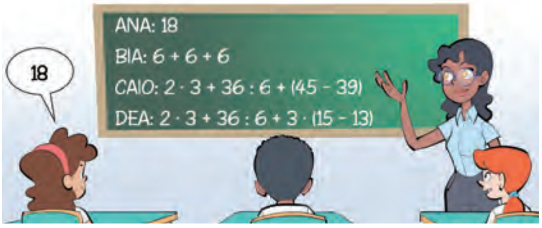
**a)** $21 - (32 - 25)$
**b)** $44 - (4 \times 9 - 25) - 12$
**c)** $61 - (54 - 24 : 4)$
**d)** $25 - \{20 + [18 - (13 + 10 : 2)]\}$
**e)** $69 - [26 + (67 - 42)]$
**f)** $4 + [(55 - 2 \times 9) - (40 : 2 + 6)]$

**91** Daniel deseja comprar uma caminhonete que custa à vista 35.000 reais. No pagamento a prazo, seu preço passa a ser 43.850 reais, sendo 6.000 reais de entrada mais 50 prestações iguais. Sabendo que Daniel vai comprar a prazo, determine:

**a)** uma expressão numérica que dê o valor de cada prestação;
**b)** o valor de cada prestação;
**c)** a diferença entre o preço à vista e o total a prazo.

**92** A professora foi anotando no quadro de giz o que cada aluno da fileira da janela falava.

Todos falavam o mesmo número, mas, à medida que cada um o substituía por uma expressão, aumentavam as operações.




CLAUDIO CHIYO

Copie a expressão de Dea, substituindo os números 36 e 15 por expressões numéricas com valores 36 e 15, respectivamente. Depois, troque sua nova expressão com um colega para que cada um efetue todas as operações indicadas e chegue ao número que Ana falou.

# 7 Potenciação

Acompanhe a situação a seguir.

Um grupo de amigos participará de um passeio ecológico. Cada um deverá usar um crachá no qual consta seu nome. Caio se encarregou de preparar os crachás. Para isso, elaborou as seguintes etapas: cortou uma folha de papel sulfite ao meio; cortou cada uma das duas partes ao meio; cortou novamente cada uma das partes ao meio e, mais uma vez, cortou cada uma das partes ao meio. Com isso, obteve exatamente o número necessário de crachás.


ALAN CARVALHO

Quantos crachás Caio fez?

Para calcular o número de crachás, podemos efetuar a multiplicação $2 \times 2 \times 2 \times 2$, na qual os quatro fatores são iguais a 2. Logo, são 16 crachás.

Ao efetuar uma multiplicação de fatores iguais, estamos realizando uma operação chamada **potenciação**.

Observe:

**número de vezes que o fator se repete**

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$$

**fator que se repete**

Considerando o exemplo dado, temos:

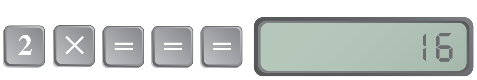
**expoente**

$$2^4 = 16$$

**base** **potência**

(lemos $\mathbf{2^4}$ assim: "dois elevado à quarta potência" ou "dois elevado à quarta").

Em uma calculadora, efetuamos essa potência da seguinte maneira:



NELSON MATSUDA

Veja outros exemplos.

**a)** $3^4 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{\text{4 fatores}} = 81$

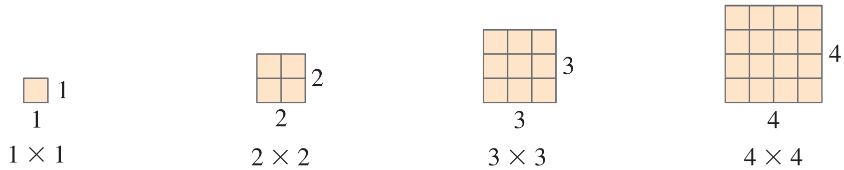
**b)** $10^3 = \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10}_{\text{3 fatores}} = 1.000$

**c)** $0^5 = \underbrace{0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0}_{\text{5 fatores}} = 0$

**d)** $1^6 = \underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}_{\text{6 fatores}} = 1$

## Quadrado de um número

As potências de expoente 2 podem ser representadas geometricamente. Veja:



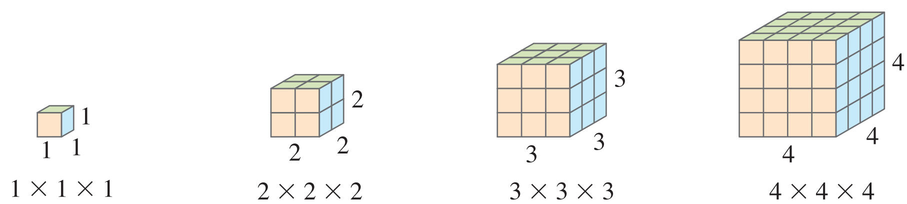

NELSON MATSUDA

Pela associação com essas figuras, as potências de expoente 2 recebem nomes especiais:

- $\mathbf{1^2}$: “um ao quadrado” ou “quadrado de um”.
- $\mathbf{2^2}$: “dois ao quadrado” ou “quadrado de dois”.
- $\mathbf{3^2}$: “três ao quadrado” ou “quadrado de três”.
- $\mathbf{4^2}$: “quatro ao quadrado” ou “quadrado de quatro”.

## Cubo de um número

As potências de expoente 3 também podem ser representadas geometricamente. Veja:




NELSON MATSUDA

Da mesma forma, essas potências recebem nomes especiais:

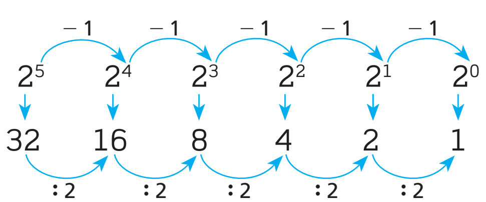
- $\mathbf{1^3}$: “um ao cubo” ou “cubo de um”.
- $\mathbf{2^3}$: “dois ao cubo” ou “cubo de dois”.
- $\mathbf{3^3}$: “três ao cubo” ou “cubo de três”.
- $\mathbf{4^3}$: “quatro ao cubo” ou “cubo de quatro”.

Quando o expoente é 4, 5, 6, ... lemos: “quarta potência”, “quinta potência”, “sexta potência” e assim por diante. Por exemplo:

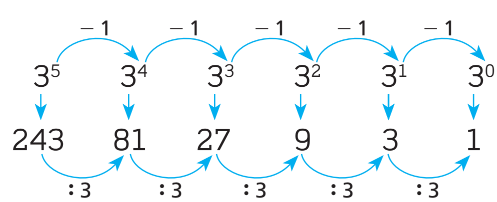
- $9^4$: “nove elevado à quarta potência” ou “nove à quarta”.
- $6^5$: “seis elevado à quinta potência” ou “seis à quinta”.

## Potências de expoente zero, de expoente 1 e de base 10

Observe os esquemas a seguir.




Nas potências de base 2, quando o expoente diminui uma unidade, a potência fica dividida por 2. Note que: $2^1 = 2$ e $2^0 = 1$




Nas potências de base 3, quando o expoente diminui uma unidade, a potência fica dividida por 3. Note que: $3^1 = 3$ e $3^0 = 1$

Isso acontece sempre que a base for diferente de zero.
De modo geral, convencionamos que:

- Toda potência de expoente 1 é igual à base.
- Toda potência de expoente zero e base diferente de zero é igual a 1.

Agora, observe as seguintes potências de base 10:

- $10^1 = 10 \longrightarrow$ **um zero**
- $10^2 = 100 \longrightarrow$ **dois zeros**
- $10^3 = 1.000 \longrightarrow$ **três zeros**

Toda potência de base 10 é igual ao número 1 seguido de tantos zeros quantas forem as unidades do expoente.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO



**93** Escreva no caderno as sentenças a seguir na forma de potência.

**a)** $3 \times 3$
**b)** $7 \times 7 \times 7$
**c)** $9 \times 9 \times 9 \times 9$
**d)** $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$

**94** Indique as potências na forma de produto.

**a)** $10^3$
**b)** $9^2$
**c)** $8^4$
**d)** $6^5$

**95** Como se lê cada potência?

**a)** $4^8$ **b)** $13^3$ **c)** $220^7$

**96** Calcule o valor das potências abaixo.

**a)** $5^3$
**b)** $2^5$
**c)** $3^5$
**d)** $4^5$
**e)** $10^2$
**f)** $10^6$

**97** Qual é o sexto termo da sequência 3, 9, 27, 81, ...?

**98** Por uma estrada, viajava um carro com sete sacos; em cada saco havia sete gatas; e cada gata tinha sete gatinhos. Quantos gatinhos havia nos sacos?

**99** Calcule cada uma das potências a seguir.

**a)** $1^4$
**b)** $12^1$
**c)** $20^1$
**d)** $1.996^0$
**e)** $15^0$
**f)** $100^1$
**g)** $100^0$
**h)** $1^{10}$
**i)** $10^8$
**j)** $0^9$

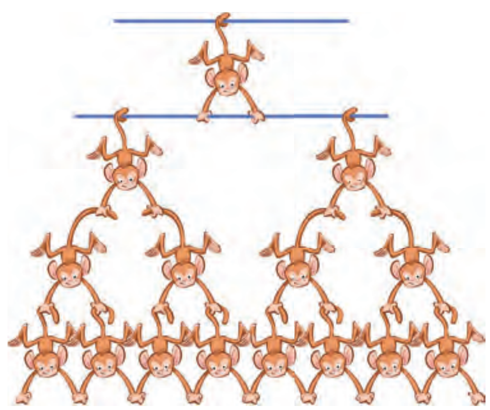
**100** Sabendo que *x* é um número natural, calcule o valor de *x*.

**a)** $6^x = 36$ **b)** $6^x = 6$ **c)** $6^x = 1$

**101** Qual é o número maior:

**a)** $2^3$ ou $3^2$?
**b)** $10^0$ ou $1^{10}$?
**c)** $5^2$ ou $2^5$?
**d)** $1^6$ ou $1^8$?
**e)** $3^4$ ou $4^3$?
**f)** $10^2$ ou $2^{10}$?

**102** Veja o desenho que Marina fez.



CLAUDIO CHIYO

Observe que o número de macacos dobra a cada linha.

1ª linha $\longrightarrow$ 1
2ª linha $\longrightarrow$ 2
3ª linha $\longrightarrow$ $2 \cdot 2$
4ª linha $\longrightarrow$ $2 \cdot 2 \cdot 2$

Suponha que Marina continue desenhando dessa forma – dobrando a cada linha a quantidade de macacos da linha anterior.

a) Qual será o número de macacos da 10ª linha?
b) Represente o número de macacos da 1ª e da 2ª linha por uma potência de base 2.

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

***Pense mais um pouco...***

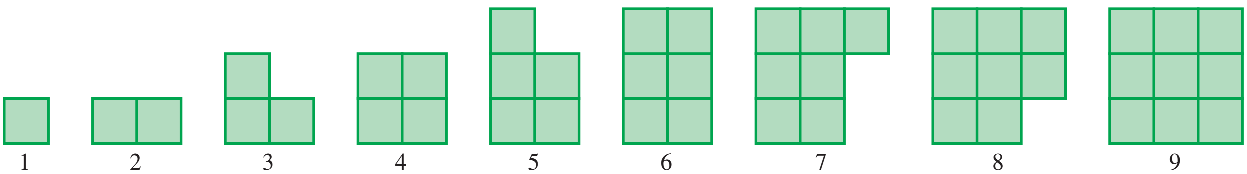
Com o auxílio de uma calculadora, determine as potências a seguir.

**a)** $99^2$ **b)** $999^2$ **c)** $9.999^2$

Observando esses resultados, calcule mentalmente $99.999^2$.

## Números quadrados perfeitos

Observe esta sequência de figuras.




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Veja que, conforme o número de quadradinhos, é possível construir quadrados, como no caso das figuras que possuem 1, 4 e 9 quadradinhos. Nos demais casos, isso não é possível. Quando a quantidade de quadradinhos permite formar um quadrado, o número associado a ele é chamado de **número quadrado perfeito**.

Um número natural é quadrado perfeito quando ele é quadrado de outro número natural.

Observe os números naturais que são quadrados perfeitos de 0 a 100:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 | 100 |
| ↑ | ↑ | ↑ | ↑ | ↑ | ↑ | ↑ | ↑ | ↑ | ↑ | ↑ |
| $0^2$ | $1^2$ | $2^2$ | $3^2$ | $4^2$ | $5^2$ | $6^2$ | $7^2$ | $8^2$ | $9^2$ | $10^2$ |

ALAN CARVALHO

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**103** Descubra os números naturais quadrados perfeitos de 100 a 200.

**104** Considere as centenas: 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800 e 900.

Quais dessas centenas são quadrados per-feitos?

**105** Escreva todos os números de três algarismos distintos formados por 1, 6 e 9. Em seguida, descubra quais desses números são quadrados perfeitos.

**106** Todos os múltiplos de 10 são quadrados perfeitos? Justifique com um exemplo.

# 8 Radiciação

Considere as seguintes questões propostas por Carla e Rodrigo.


ALAN CARVALHO

Para responder a essas questões, usamos a operação inversa da potenciação, chamada **radiciação**, que indicamos pelo símbolo $\sqrt{\ }$.

Na questão proposta por Carla, devemos encontrar a **raiz quadrada** de 25, ou seja, encontrar o número natural que elevado ao quadrado resulte em 25.

A resposta para essa questão é o número 5, porque $5^2 = 25$.

Indicamos que a raiz quadrada de 25 é 5 escrevendo:

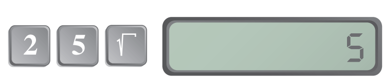
**índice** (indica que a raiz é quadrada) **raiz** (resultado da operação)

$$\sqrt[2]{25} = 5$$

**radicando**

(lemos: “a raiz quadrada de 25 é igual a 5”).

Em uma calculadora, podemos calcular essa raiz quadrada da seguinte maneira:




NELSON MATSUDA

**OBSERVAÇÕES**

- Na indicação da raiz quadrada, não é preciso escrever o índice 2. Assim:
  - $\sqrt[2]{25} = 5$ pode ser indicada por $\sqrt{25} = 5$;
  - $\sqrt[2]{36} = 6$ pode ser indicada por $\sqrt{36} = 6$.
- Apenas os números quadrados perfeitos possuem como raiz quadrada um número natural.

Na questão proposta por Rodrigo, devemos encontrar a **raiz cúbica** de 216, ou seja, encontrar o número que elevado ao cubo resulte em 216.

A resposta para essa questão é o número 6, porque $6^3 = 216$.

Indicamos a raiz cúbica de 216 por:

índice — raiz

$$\sqrt[3]{216} = 6$$

radicando

(lemos: "a raiz cúbica de 216 é igual a 6").

Veja outros exemplos.

**a)** $\sqrt[4]{625} = 5$, porque $5^4 = 625$ (lemos: "a raiz quarta de 625 é igual a 5").

**b)** $\sqrt[5]{243} = 3$, porque $3^5 = 243$ (lemos: "a raiz quinta de 243 é igual a 3").

**c)** $\sqrt[6]{64} = 2$, porque $2^6 = 64$ (lemos: "a raiz sexta de 64 é igual a 2").

***OBSERVAÇÃO***

- Nas calculadoras simples, não há teclas que permitam calcular raízes cúbicas, quartas, quintas e assim por diante.



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**107** Na operação $\sqrt{64} = 8$, pede-se:

**a)** o radicando;
**b)** a raiz;
**c)** o índice.

**108** Justifique as igualdades.

**a)** $\sqrt{100} = 10$
**b)** $\sqrt[3]{343} = 7$
c) $\sqrt[5]{32} = 2$
d) $\sqrt[4]{1} = 1$

**109** Encontre a raiz quadrada dos seguintes números quadrados perfeitos:

**a)** 49
**b)** 81
**c)** 121
**d)** 225

**110** Para cada valor atribuído à letra $a$, calcule $2 \cdot a$, $a^2$ e $\sqrt{a}$.

**a)** $a = 9$
**b)** $a = 25$
**c)** $a = 36$
**d)** $a = 100$

**111** Reúna-se com um colega e, com o auxílio de uma calculadora, descubram primeiro a soma dos quadrados e depois a raiz quadrada da soma de cada item abaixo.


JOSÉ LUÍS JUHAS

**a)** $3^2 + 4^2$
**b)** $6^2 + 8^2$
**c)** $9^2 + 12^2$
**d)** $12^2 + 16^2$
**e)** $5^2 + 12^2$
**f)** $10^2 + 24^2$

***Pense mais um pouco...***

Observe o que acontece:

$$\sqrt{1} = 1$$
$$\sqrt{1 + 2 + 1} = 2$$
$$\sqrt{1 + 2 + 3 + 2 + 1} = 3$$
$$\sqrt{1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1} = 4$$

Agora, sem efetuar a operação, determine qual é a raiz quadrada de:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$ 6

Depois, confira sua resposta com uma calculadora.

## 9 Expressões numéricas com potenciação e radiciação

Se uma expressão numérica possui todas as operações estudadas, devemos seguir esta ordem para calculá-las: primeiro, resolvemos as potências e as raízes (na ordem em que aparecem); depois, resolvemos as multiplicações e as divisões (na ordem em que aparecem); finalmente, resolvemos as adições e as subtrações (também na ordem em que aparecem). Caso haja sinais de associação (parênteses, colchetes, chaves), devemos resolver primeiro as operações neles contidas. Veja alguns exemplos.

**a)** $2^3 \cdot 3 - \sqrt{6 \cdot 8 + 1} =$
$= 8 \cdot 3 - \sqrt{48 + 1} =$
$= 24 - \sqrt{49} =$
$= 24 - 7 = 17$

**b)** $(9 - 3)^2 : \left(2^3 - \sqrt[3]{8}\right) =$
$= 6^2 : (8 - 2) =$
$= 6^2 : 6 =$
$= 36 : 6 = 6$

**c)** $4 \times \sqrt{100} - 6^2 : \sqrt{144} =$
$= 4 \times 10 - 36 : 12 =$
$= 40 - 3 = 37$



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS



**112** Qual é o resultado de $\sqrt{64} + \sqrt{400}$?

**113** Determine o valor de $3 \cdot \sqrt{16} + 2 \cdot \sqrt{441}$.

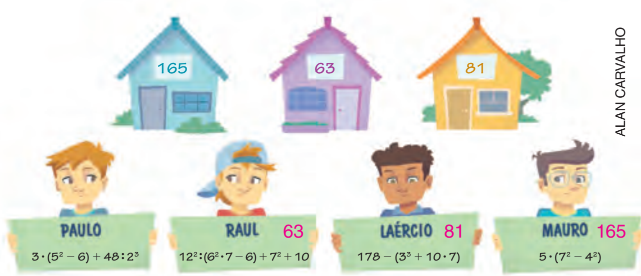
**114** Calcule a raiz quadrada da soma de $5^2$ com $12^2$. Ela é igual à raiz quadrada de $(5 + 12)^2$?

**115** Calcule o valor destas expressões:

**a)** $7 \times 2^3 - 2^2 \times 5$
**b)** $\sqrt{16} \times 3^2 - 6^2 : \sqrt{9}$
**c)** $11^2 - (68 + 7^2)$
**d)** $\sqrt{25} \times \left(\sqrt{196} - 2^3\right)$
**e)** $(2^3 \times 3^2 - 6^2) : [18 : (15 - 3 \times 2^2)]^2$

**116** Na placa que cada menino está carregando, está o nome dele e uma expressão. O valor da expressão indica o número da casa onde cada um mora.

**a)** Quem mora na casa azul?
**b)** Quem mora na casa amarela?
c) Os meninos que moram na mesma casa são irmãos. Paulo é irmão de quem?
d) Qual é a cor da casa em que moram Paulo e seu irmão?




ALAN CARVALHO

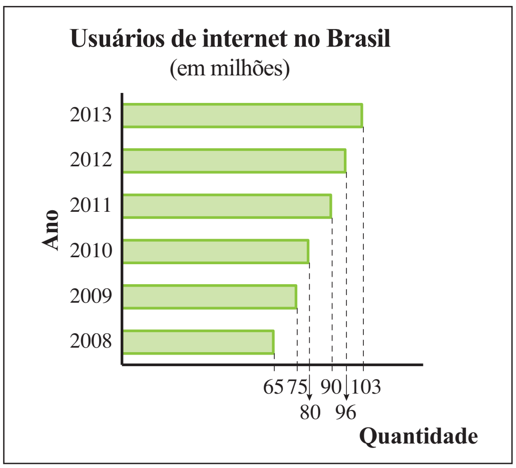
## TRABALHANDO A INFORMAÇÃO i

### Interpretando um gráfico de barras

Para saber o número de pessoas que usam internet no Brasil, pesquisas são realizadas anualmente.

A figura a seguir é um exemplo de **gráfico de barras** e mostra os resultados obtidos em uma dessas pesquisas:

ADILSON SECCO




Dados obtidos em: <www.worldbank.org>. Acesso em: 23 jan. 2015.

Observe que nesse gráfico o comprimento das barras corresponde à quantidade de usuários em cada ano.

A primeira barra, de baixo para cima, representa o número de usuários em 2008 e registra o valor 65. Isso significa que, em 2008, 65 milhões de pessoas residentes no Brasil tinham acesso à internet. A segunda barra representa o número de usuários em 2009 e registra o valor 75; isso significa que, naquele ano, 75 milhões de pessoas foram usuários de internet; e assim por diante. Desse modo fazemos a leitura de um gráfico de barras. O comprimento da barra representa a quantidade de vezes que cada informação foi observada na pesquisa. Por exemplo, o comprimento da barra referente ao ano de 2011 representa 90 milhões de pessoas (informação observada).

Podemos ainda fazer algumas interpretações analisando os dados desse gráfico.

- 2008 foi o ano que apresentou o menor número de usuários de internet.
- O período de 2009 a 2010 apresentou um aumento de 5 milhões de usuários de internet (80 milhões − 75 milhões = = 5 milhões).
- Há uma diferença de 16 milhões de usuários entre a quantidade de usuários apresentada em 2010 e a apresentada em 2012:

  (96 milhões − 80 milhões = = 16 milhões).

### Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Com base no gráfico apresentado anteriormente, responda às questões a seguir.

**a)** Quantos milhões de pessoas eram usuários de internet em 2013?

**b)** Considerando o aumento de usuários de internet que ocorre de um ano para o ano seguinte, qual é o período que apresenta o menor crescimento absoluto?

**c)** De quanto foi esse crescimento?

**d)** Em que ano houve maior número de usuários de internet?

**2** Suponha que em 2014 o número de usuários de internet no Brasil tenha chegado a 115 milhões. Para representar essa informação no gráfico dado, devemos construir uma barra mais larga ou mais comprida do que as outras?

**1** Arredonde mentalmente os números e estime o valor das expressões a seguir.

**a)** 19 + 36 + 21
**b)** 26 + 38 + 84
**c)** 45 + 38 − 15 + 22
**d)** 37 + 91 − 63 − 49
**e)** 55 − 17 + 95 − 33

**2** André coleciona figurinhas. Ele já tem 137. Um dia, ao jogar “bafo” com um amigo, ganhou 48 figurinhas. Quantas figurinhas André tem agora?

JOSÉ LUÍS JUHAS

**3** No caixa do supermercado, dei uma nota de 50 reais para pagar uma compra de 37 reais. O caixa pediu 2 reais para facilitar o troco. Tendo dado a ele os 2 reais, quanto recebi de troco?

**4** De acordo com o *site* www.ibge.gov.br (acesso em: 15 mar. 2015), em 2010 o estado do Amazonas tinha 3.483.985 habitantes, dos quais 1.681.971 não moravam na capital, Manaus. Com o auxílio de uma calculadora, descubra qual era a população de Manaus.

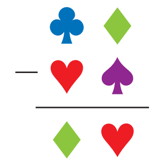
ROGERIO REIS/TYBA

O teatro Amazonas foi inaugurado em 1896 e está localizado no centro de Manaus. (Foto de 2011.)

**5** Qual será a sua idade no final de 2022? Em que ano você terá 33 anos?

**6** A diferença entre dois números é 53. Determine a diferença entre seus sucessores. Justifique sua resposta.

**7** Substitua as figuras pelos algarismos 2, 3, 5 e 7 e encontre a diferença. (Dica: figuras iguais correspondem a algarismos iguais.)



NELSON MATSUDA

**8** A tabela abaixo informa a quantidade de motos produzidas no Brasil no 2º semestre de 2014.

**Produção brasileira de motos**

| Mês | Quantidade |
|---|---|
| julho | 110.652 |
| agosto | 105.747 |
| setembro | 104.845 |
| outubro | 122.841 |
| novembro | 107.332 |
| dezembro | 76.618 |

Dados obtidos em: <www.abraciclo.com.br>. Acesso em: 26 jan. 2015.

Responda:

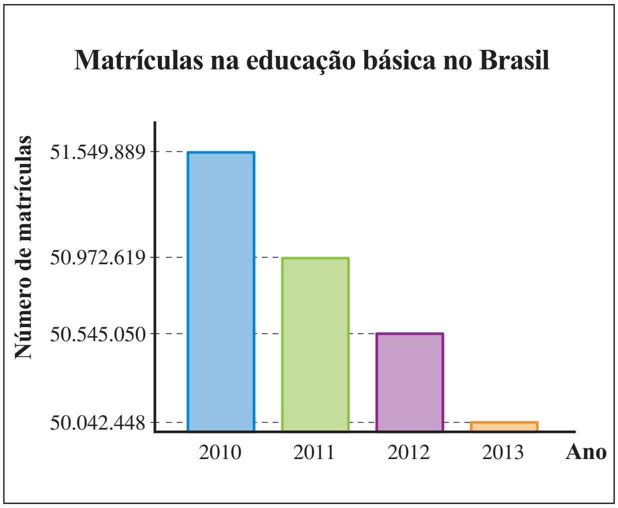
**a)** Qual foi, entre esses meses, o mês de maior produção?
**b)** Qual foi a diferença de produção de motos entre os meses de agosto e dezembro?
**c)** Sabendo que em julho foram produzidas 45.515 motos a mais que em junho, qual foi a produção de motos em junho?

**9** Para pagar um livro de 32 reais e 50 centavos, Paulo usou uma nota de 50 reais. A atendente da livraria, porém, só tinha notas de 10 reais. Não tendo troco, ela pediu a Paulo que facilitasse o troco com moedas. Como Paulo pode ter feito isso?


JOSÉ LUÍS JUHAS

**10** O gráfico a seguir mostra a quantidade de matrículas feitas na Educação Básica no Brasil.

ADILSON SECCO




Dados obtidos em: <www.inep.gov.br>.
Acesso em: 26 jan. 2015.

Com base no gráfico, use uma calculadora para responder a estas questões:

a) Em que ano houve mais alunos matriculados?

b) De quanto foi a diminuição no número de matrículas de 2012 para 2013?

c) Arredonde o número de matrículas para unidade de milhar e calcule a diminuição pedida no item **b**.

**11** No quadro abaixo, estão os resultados que Laura e Guilherme obtiveram para as três expressões a seguir.

**1ª)** 108 + 32 − 50 + 26

**2ª)** 1.725 − 762 + 506 − 1.469

**3ª)** 170 − 34 − 34 − 34 − 34

| | 1ª | 2ª | 3ª |
|---|---|---|---|
| **Laura** | 116 | 0 | 0 |
| **Guilherme** | 126 | 0 | 34 |

**a)** Quais expressões Laura acertou?

**b)** Quais expressões Guilherme errou?

**12** Um número natural é expresso por:

$$9 + (21 - 15) \cdot 2$$

Qual é o valor do sucessor desse número?

**13** Em um restaurante, são gastos mensalmente 46 latas de 1 litro de óleo. Sabendo que o dono do restaurante quer comprar esse óleo em latas de 5 litros, quantas dessas latas ele deve comprar por mês?

**14** Isabel adquiriu um televisor em cores, pagando uma entrada de 180 reais e mais três parcelas de 160 reais. À vista, ela teria pago 595 reais. Qual é a diferença entre o preço a prazo e o preço à vista?

ALAN CARVALHO

**15** Em um tanque havia 2.400 litros de água. Dele foram retirados 12 baldes com 18 litros cada um. Abriu-se, então, uma torneira que derrama 32 litros de água por minuto até que o tanque ficasse totalmente cheio, isto é, com 5.000 litros.

a) Durante quantos minutos a torneira ficou aberta?

b) Sabendo que 1 hora é igual a 60 minutos, determine quantas horas e quantos minutos essa torneira ficou aberta.

**16** Quais números naturais compreendidos entre 200 e 500 são quadrados perfeitos?

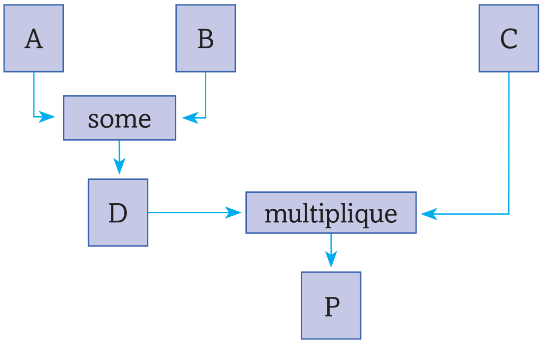
**17** Sabendo que:

$A = 3 \times 8 - 15 : 3$

$B = 6 \times 5 - 2^2 \times \sqrt{9}$

$C = (9 - 3)^2 : (2^3 + 1)$

determine o valor de *P* neste esquema:



# Diversificando

## Um pouco mais de quadrado mágico

Vamos considerar o quadrado mágico que vimos no início deste capítulo.

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

NELSON MATSUDA

ALAN CARVALHO

Podemos observar que:

- 4 é uma parcela comum às adições da 1ª linha e da 1ª coluna.

  $4 + 9 + 2 = 4 + 3 + 8$

  Cancelando a parcela comum, temos:

  $9 + 2 = 3 + 8$

  Vamos pintar de amarelo as quadrículas dos números do 1º membro da igualdade e de vermelho as do 2º membro.

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

NELSON MATSUDA

- 7 é uma parcela comum às adições da 2ª linha e da 3ª coluna.

  $3 + 5 + 7 = 2 + 7 + 6$

  Cancelando a parcela comum, temos:

  $3 + 5 = 2 + 6$

  Vamos pintar de amarelo as quadrículas dos números do 1º membro da igualdade e de vermelho as do 2º membro.

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

NELSON MATSUDA



### Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Qual é a parcela comum às adições das diagonais desse quadrado mágico? Usando o mesmo critério das cores, pinte as quadrículas das diagonais.

**2** A parcela comum às adições das diagonais também é comum a outras duas adições? Quais? Usando o mesmo critério das cores, pinte as quadrículas referentes a essas adições.

**3** Cada quadrícula tem um número que é parcela comum a duas adições que têm a mesma soma? Aplicando o mesmo critério das cores, pinte um quadrado mágico para cada quadrícula com número diferente de 4, 7 e 5.

**4** Considere que o quadrado $4 \times 4$, abaixo, seja um quadrado mágico com números representados por letras. Qual das igual-dades é verdadeira?

**a)** $E + F + G = C + K + O$
**b)** $A + F + P = I + J + L$
**c)** $N + O + P = M + I + E$
**d)** $A + F + K = H + K + N$

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | B | C | D |
| E | F | G | H |
| I | J | K | L |
| M | N | O | P |

NELSON MATSUDA

CAPÍTULO

# 3 Estudando figuras geométricas

## 1 A Geometria na Arquitetura


IAN DAGNALL COMMERCIAL COLLECTION/ALAMY/GLOW IMAGES



Localizado em Cleveland, Ohio (Estados Unidos), encontra-se o Salão da Fama e Museu do *Rock and Roll*, onde estão registradas as histórias de artistas, produtores e pessoas influentes do *rock* e do *pop*. (Foto de 2012.)

No projeto arquitetônico do Salão da Fama e Museu do *Rock and Roll* é possível identificar formas que lembram diferentes figuras geométricas.

O uso de formas que lembram figuras geométricas também é comum nas artes plásticas (pintura, escultura, arquitetura etc.), que trabalham, explícita ou implicitamente, com conceitos matemáticos (sobretudo da Geometria).

Neste capítulo, estudaremos algumas figuras geométricas (planas e não planas) e suas características.

## 2 Um pouco de história

Originalmente, **Geometria** foi o nome que os gregos deram à parte da Matemática que estudava a medida (*metria*) da terra (*geo*). Trata-se do ramo da Matemática em que são estudadas as figuras e suas características.

Fazer afirmações quanto à origem da Geometria é bastante arriscado, porque não há registros escritos de épocas anteriores a 6000 anos antes de Cristo.

O historiador grego Heródoto (século V a.C.) atribuiu aos egípcios a origem da Geometria, pois acreditava que ela tenha surgido da necessidade de fazer novas medições de terras depois de cada inundação provocada pelas cheias do rio Nilo.

DANIEL ZEPPO

Quando o rio Nilo transbordava, as demarcações de algumas propriedades desapareciam; assim que o rio voltava a seu leito normal, era preciso demarcar novamente os limites dessas terras. Esse trabalho era realizado pelos "estiradores de cordas" (agrimensores), que utilizavam os registros feitos antes das inundações e os conhecimentos que tinham de Geometria.

Alguns historiadores, porém, acham mais provável que os estudos geométricos tenham surgido na classe sacerdotal egípcia, que, como classe privilegiada, dispunha de tempo para reflexões como essas.

A ideia mais aceita atualmente é a de que a Geometria tenha nascido tanto da necessidade de resolver problemas práticos quanto da observação e da reflexão sobre números, grandezas e formas.

Por volta de 300 a.C., o estudioso grego Euclides organizou todo o conhecimento geométrico desenvolvido até então em um texto didático chamado *Os elementos*. Por mais de dois milênios, esse texto orientou o ensino desse importante campo de estudo.

THE BRITISH LIBRARY, LONDON

Capa da primeira tradução inglesa da obra *Os elementos*, de Euclides, de 1570.

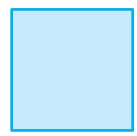
# 3 Figuras planas e não planas

Ao observar os objetos à nossa volta, percebemos que eles apresentam as mais variadas formas. Os brinquedos a seguir são exemplos de objetos que têm características diferentes.

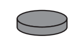
A cada um desses objetos, podemos associar diferentes figuras geométricas.

MATTHEW WARD/DORLING KINDERSLEY/GETTY IMAGES

À superfície do tabuleiro do jogo de damas, podemos associar esta figura:



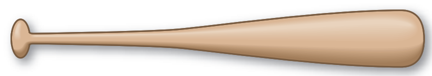
Às peças do jogo podemos associar esta figura:

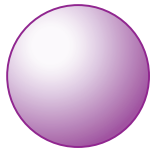


NELSON MATSUDA

CLOVER/DIOMEDIA

Ao taco e à bola de beisebol podemos associar as seguintes figuras:





ADILSON SECCO

Nos objetos representados acima, a superfície do tabuleiro do jogo de damas dá a ideia de figura geométrica **plana**, enquanto as peças do jogo, o taco e a bola de beisebol lembram figuras geométricas **não planas**. Veja a explicação da professora sobre esses tipos de figura.



ILUSTRAÇÕES: DANIEL ZEPPO

## 4 Os sólidos geométricos

Algumas figuras geométricas não planas são chamadas de **sólidos geométricos**.

As diferentes formas presentes nas obras de arte dão a ideia de sólidos geométricos, como podemos observar nestas fotos:

EDUARDO FROTA – COLEÇÃO PARTICULAR, SÃO PAULO

Eduardo Frota, *Cones*, 2002. Compensado industrial reflorestado e cola, 3 m de profundidade por 2,70 m de diâmetro.

YASUYOSHI CHIBA/AFP PHOTO - CENTRO CULTURAL BANCO DO BRASIL, RIO DE JANEIRO

Instalação da artista plástica Yayoi Kusama em exposição denominada *Obsessão infinita*, Rio de Janeiro, RJ, 2013.

FOTOS: JOSEP CÁRCELES VERGES – CAPELLA DE L'ANTIC HOSPITAL, MALGRAT DE MAR

Josep Carceles Verges, *Serie 6 Cubic II*, 2010. Pedra pintada com óleos, esmaltes, óxidos e ácidos, 80 cm x 51 cm x 30 cm.

ROGERIO REIS/TYBA

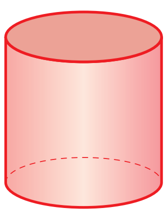
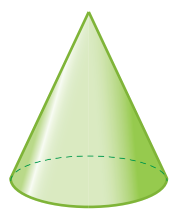
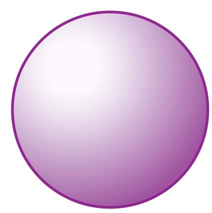
Monumento aos direitos humanos, parte do Centro Cultural Oscar Niemeyer, Goiânia, GO, 2014.

## Corpos redondos e poliedros

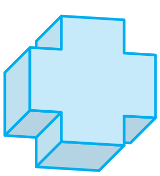
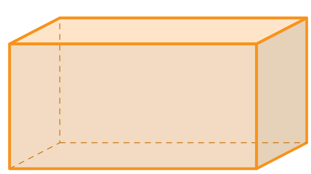
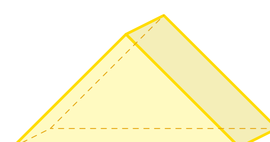
Os sólidos geométricos podem ser divididos em dois grupos: corpos redondos e poliedros. Essa divisão considera a presença ou não de formas arredondadas.

| Objetos com a forma de corpos redondos | Objetos com a forma de poliedros |
| --- | --- |
|  RUSGRI/SHUTTERSTOCK  RANGIZZZ/SHUTTERSTOCK |  STUDIOMODE/ALAMY/GLOW IMAGES  SIX DUN/GETTY IMAGES  YURIY BOYKO/SHUTTERSTOCK |

Os **corpos redondos** são sólidos geométricos que têm pelo menos uma parte com forma arredondada. Veja alguns exemplos.

Os **poliedros** são sólidos geométricos que não têm forma arredondada. Veja alguns exemplos.

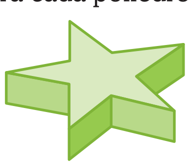




### EXERCÍCIOS PROPOSTOS

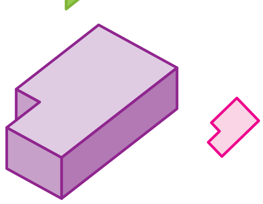
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Para cada poliedro, desenhe uma figura plana que represente a parte da sua superfície vista de cima.

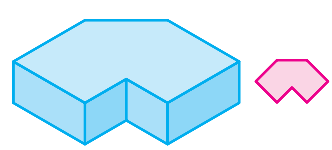
**a)**



**b)**



**c)**



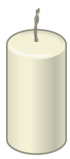
**d)**

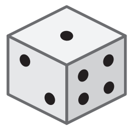
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

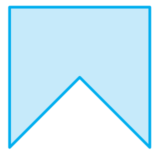
Lembre-se:
Não escreva no livro!

**2** Quais dos objetos a seguir dão ideia de um sólido? E quais dão ideia de um poliedro?

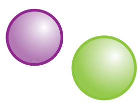
ADILSON SECCO

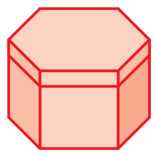

Vela


Dado

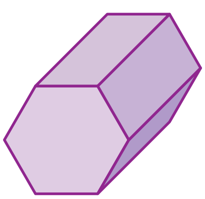
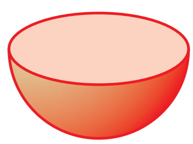
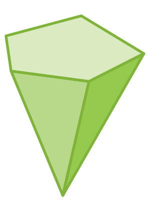
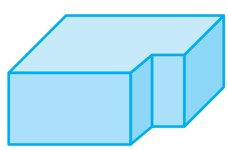
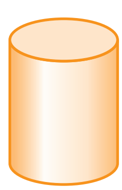
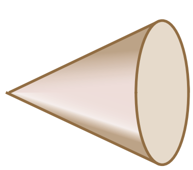
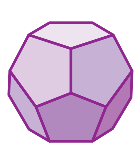

Bandeirinha de festa junina

NELSON MATSUDA


Bolas de gude

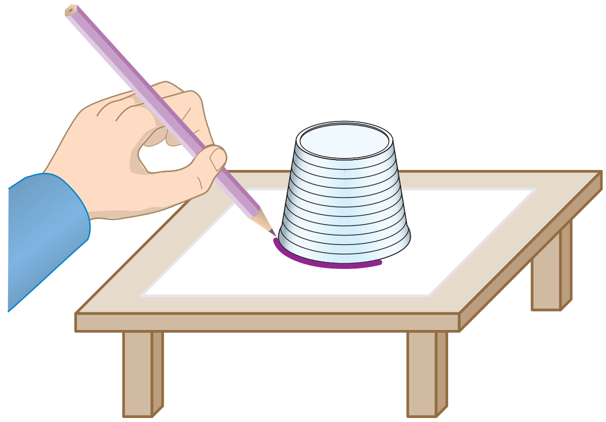

Caixa de presente

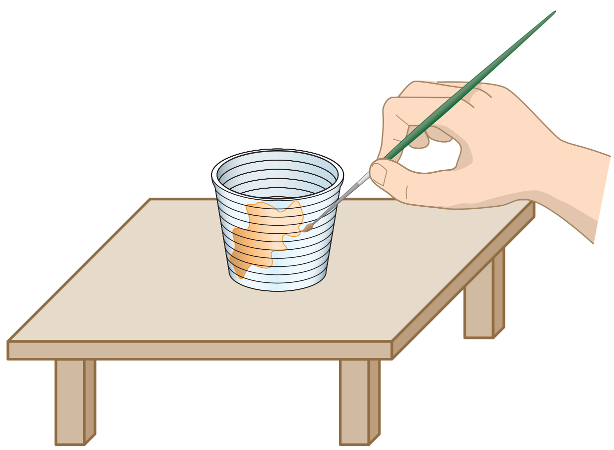
**3** Cada sólido representado a seguir é identificado por um número. Use essa identificação para classificar esses sólidos como corpo redondo ou poliedro. Organize essas informações em uma tabela.

| | |
|---|---|
|  (1) |  (2) |
|  (3) |  (4) |
|  (5) |  (6) |
|  (7) |  (8) |

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**4** Veja o que Paulo e Pedro fizeram com copos descartáveis:





ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Paulo contornou com lápis a boca do copo sobre uma folha de papel.

Pedro pintou toda a parte externa do copo com tinta guache.

**a)** Qual deles representou uma figura plana?
**b)** Pedro pintou a superfície de um poliedro?

**5** Veja as imagens do caranguejo e de sua sombra. Qual delas representa uma figura plana?

NINJAUDOM/SHUTTERSTOCK

# 5 Conhecendo um pouco mais os poliedros

A palavra **poliedro** é uma composição de **poli** (muitas) com **edro** (faces). Portanto, poliedro significa "muitas faces".

## Elementos de um poliedro

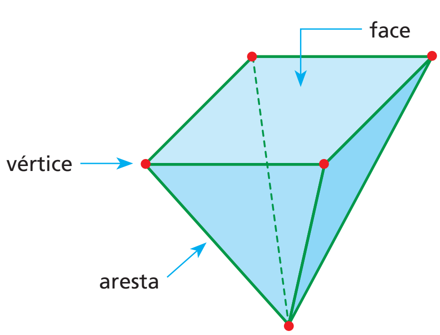
Mariana usou um objeto com a forma de um poliedro e carimbou todos os lados desse objeto em uma folha de papel esticada sobre a mesa, como mostra a figura abaixo. Na folha, ficaram impressas figuras planas que representam as cinco **faces** do poliedro.

ILUSTRAÇÕES: DANIEL ZEPPO

No objeto é possível observar uma linha comum entre duas faces. Essa linha recebe o nome de **aresta**. O ponto de encontro de três ou mais arestas chama-se **vértice**.

No poliedro representado a seguir, as faces estão destacadas em azul, as arestas em verde e os vértices em vermelho.

NELSON MATSUDA



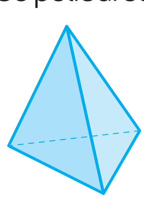

Esse poliedro tem:

- 5 faces;
- 8 arestas;
- 5 vértices.

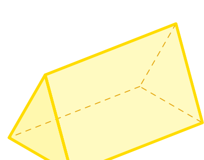
## Distinguindo poliedros

Os poliedros podem ser nomeados de acordo com seu número de faces. Veja alguns exemplos.

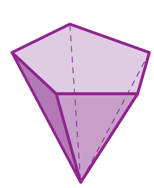
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA



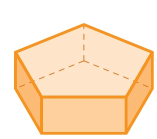
Tetraedro
4 faces



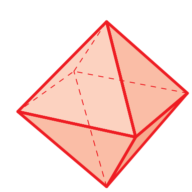
Pentaedro
5 faces



Hexaedro
6 faces

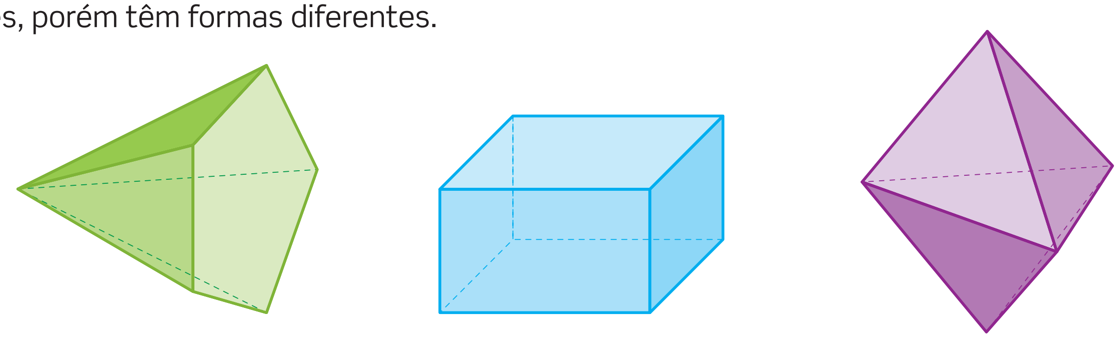


Heptaedro
7 faces



Octaedro
8 faces

Muitos poliedros apresentam o mesmo número de faces, mas não possuem a mesma forma. Veja, por exemplo, os poliedros representados abaixo; eles apresentam o mesmo número de faces, porém têm formas diferentes.



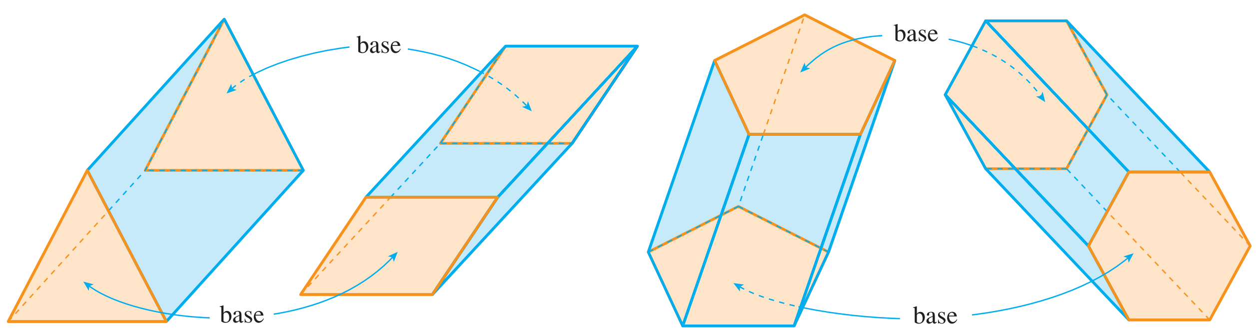

Observe que todos eles têm 6 faces, portanto são hexaedros, mas cada um possui uma forma diferente. Alguns deles recebem nomes especiais:

- o poliedro I é uma **pirâmide**;
- o poliedro II é um **prisma**;
- o poliedro III não é nem pirâmide nem prisma.



## Prismas

Os poliedros representados a seguir são denominados prismas.

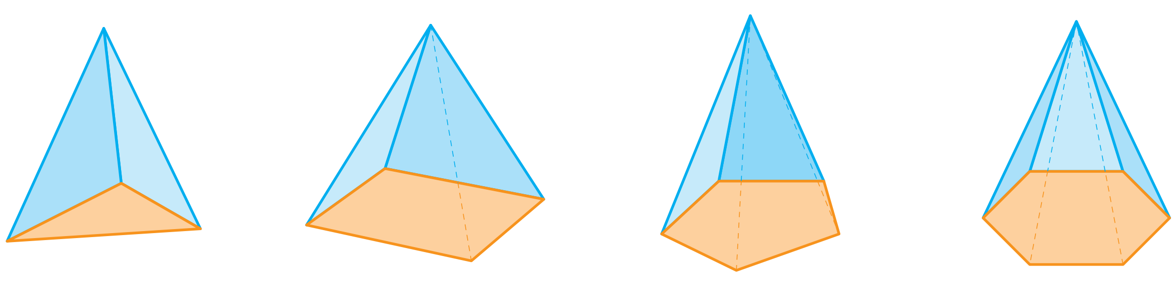





Nesses prismas, destacamos as faces que são chamadas de base; as demais são as faces laterais (que sempre são paralelogramos). No segundo prisma da esquerda para a direita, podemos considerar quaisquer duas faces opostas as bases e as demais, as faces laterais.

## Pirâmides

Observe agora os poliedros abaixo. Eles são denominados pirâmides.

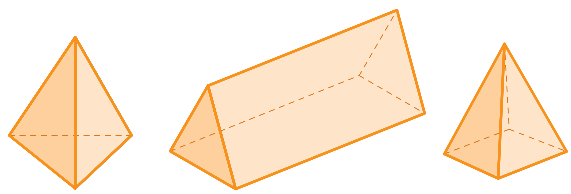
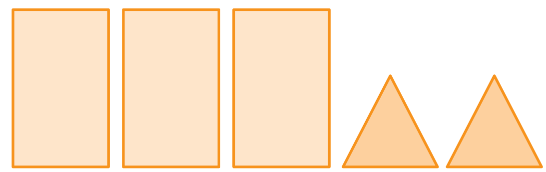
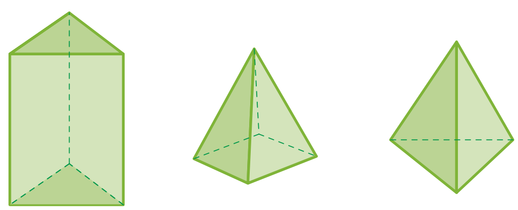
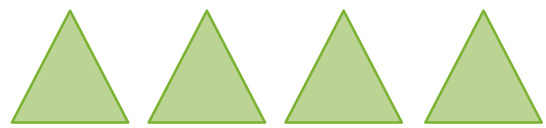


Nas pirâmides, as faces pintadas de laranja são chamadas de base e as pintadas de azul são chamadas de faces laterais. As bases das pirâmides podem ter formas variadas, e as faces laterais são sempre triangulares.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

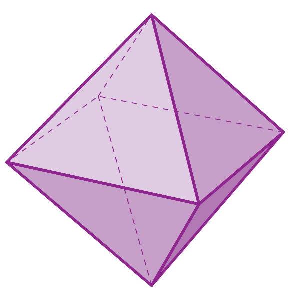
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

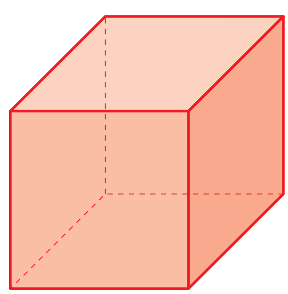
**6** Em cada linha do quadro a seguir, descubra qual dos poliedros tem suas faces desenhadas.

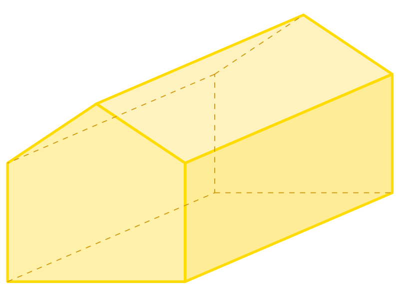
| Poliedros | Faces |
|---|---|
|  (1) (2) (3) |  |
|  (4) (5) (6) |  |

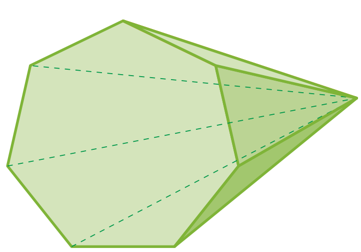
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

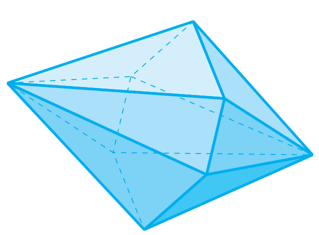
**7** Construa um quadro como o modelo abaixo, e complete-o contando o número de faces, de vértices e de arestas dos poliedros I, II, III, IV e V.


(I)


(II)


(III)


(IV)


(V)

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO

MODELO

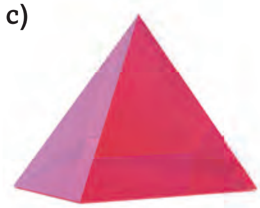
| Poliedro | Número de faces | Número de vértices | Número de arestas |
|---|---|---|---|
| | | | |

**8** Das embalagens apresentadas a seguir, identifique quais têm forma de prisma e quais têm forma de pirâmide.

**a)**

ROMAN SAMOKHIN/SHUTTERSTOCK

**c)**



PETERG/SHUTTERSTOCK

**e)**


JANAINA HORIE

**b)**

KING TAN/GETTY IMAGES

**d)**

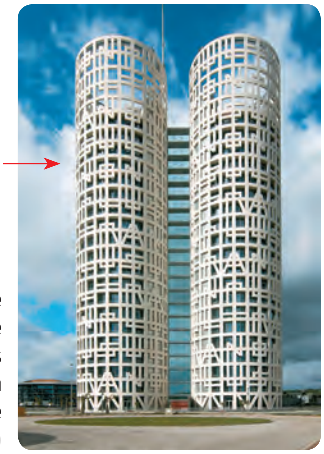
STOKKETE/SHUTTERSTOCK

**f)**


STUDIOMODE/ALAMY/GLOW IMAGES



**9** Identifique em cada construção se a parte indicada pela seta vermelha lembra a forma de prisma, de pirâmide ou de nenhuma delas.

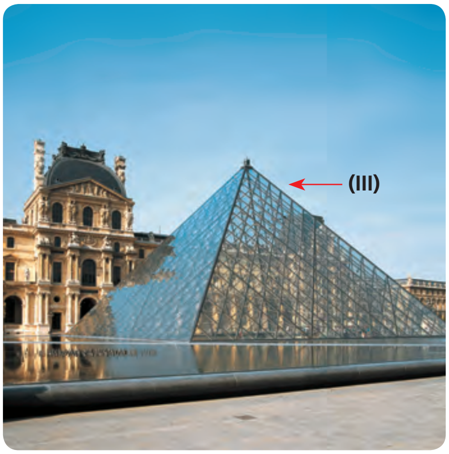



JOSE LUCAS/ALAMY/GLOW IMAGES

Conjunto de prédios de escritórios em Los Barrios, província de Cádiz. (Foto de 2010.)

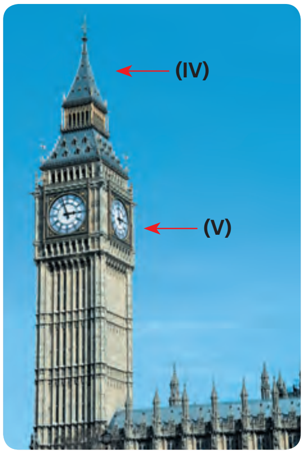

FILIPE FRAZAO/SHUTTERSTOCK

Espaço de exposições Oca, no Parque do Ibirapuera, São Paulo. (Foto de 2014.)




ANGELO HORNAK/CORBIS/LATINSTOCK

Museu do Louvre, em Paris, 1997.




RUI VALE DE SOUSA/SHUTTERSTOCK

Big Ben, em Londres, 1997.

# 6 Ponto, reta e plano

O ponto, a reta e o plano são noções aceitas sem definição na Geometria, por isso são chamadas **noções primitivas**. Elas podem ser associadas, de maneira intuitiva, a diferentes coisas que nos rodeiam.


PROCY/SHUTTERSTOCK

Cada estrela que vemos no céu dá a ideia de um ponto.


ZHYKOVA/SHUTTERSTOCK

Um raio de luz dá a ideia de uma reta.

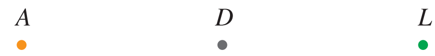

JEFFERSON BERNARDES/AGÊNCIA PREVIEW

Parque Farroupilha ou Parque da Redenção, Porto Alegre, RS. (Foto de 2012.)

Dizemos que a estrela, o raio de luz e o espelho de água do lago dão a ideia das noções primitivas da Geometria: ponto, reta e plano, respectivamente.

## O ponto e a reta

Graficamente, um **ponto** pode ser representado como • e é indicado por letras maiúsculas do nosso alfabeto:




Ponto *A* Ponto *D* Ponto *L*

Quando há um ou mais pontos, temos uma **figura**. Por exemplo:



Figura com 1 ponto

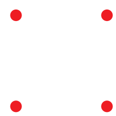
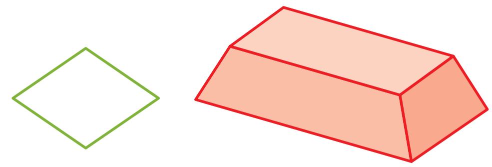


Figura com 4 pontos



Figuras com infinitos pontos

Uma **reta** também é uma figura com infinitos pontos. Graficamente, uma reta pode ser representada da seguinte maneira:

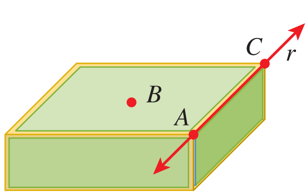
A reta é indicada por letras minúsculas do nosso alfabeto:


Uma reta não tem começo nem fim nem espessura. Veja uma reta e alguns de seus pontos.


Os pontos *E*, *G*, *C*, *M*, *Z* e *H* pertencem à reta *t*. Nesse caso, dizemos que esses pontos são **colineares**.

Três ou mais pontos são colineares quando pertencem a uma mesma reta.

Agora, observe os pontos *A*, *B* e *C* representados na figura a seguir.




Esses pontos não são colineares, pois não existe uma reta que os contenha.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

NELSON MATSUDA

## O plano

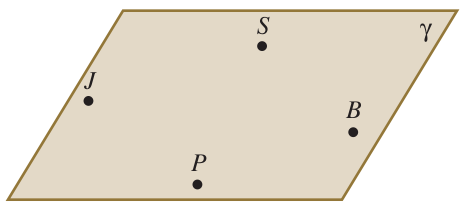
Graficamente, um **plano** pode ser representado da seguinte maneira:

Um plano é indicado por letras minúsculas do alfabeto grego: α (alfa), β (beta), γ (gama), δ (delta), entre outras.


Plano α


Plano β

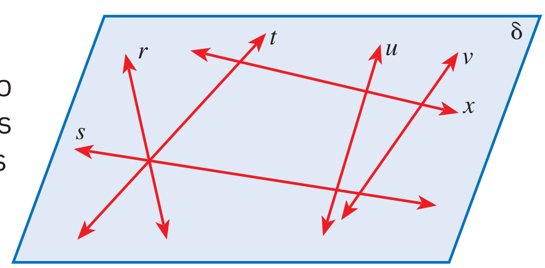
Além disso, um plano tem infinitos pontos. Veja um plano e alguns de seus pontos.




Os pontos *J*, *S*, *P* e *B* pertencem ao plano γ. Por pertencerem ao mesmo plano, dizemos que eles são **coplanares**.

Três ou mais pontos são coplanares quando pertencem a um mesmo plano.

Em um plano existem infinitas retas. Na figura ao lado, representamos um plano e algumas das retas que estão nele. Por estarem no mesmo plano, essas retas também são chamadas de **coplanares**.




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA



### EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**10** Que noção primitiva da Geometria poderia ser associada a cada item?

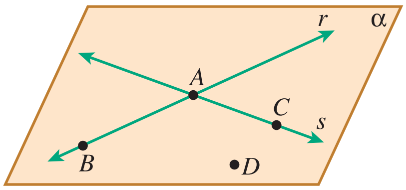
**a)** Um fio de linha bem esticado.
**b)** A marca deixada por uma ponta de lápis num papel.
**c)** O tampo de uma mesa.
**d)** Uma corda de violão esticada.
**e)** Uma folha de papel sulfite grudada na parede.

**11** Observe a seu redor e anote o que pode dar a ideia de um ponto, de uma reta e de um plano.

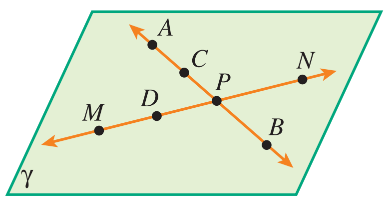
Lembre-se:
Não escreva no livro!

**12** Considerando as retas e os pontos assinalados na figura abaixo, identifique os pontos que:

**a)** pertencem à reta $r$;
**b)** não pertencem à reta $r$;
**c)** pertencem à reta $s$;
**d)** não pertencem à reta $s$;
**e)** pertencem às retas $r$ e $s$.




**13** Conside as retas e os pontos assinalados na figura.

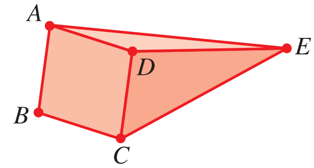



Quais pontos são colineares com:

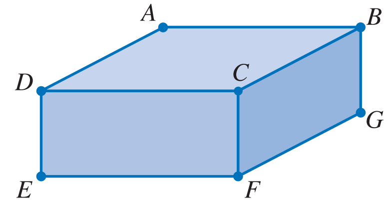
**a)** $A$ e $B$?
**b)** $M$ e $N$?

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**14** Observe a pirâmide abaixo e responda: o ponto $E$ está no mesmo plano de $A$, $B$ e $C$? E o ponto $A$ está no mesmo plano de $D$, $C$ e $E$?




**15** Considerando a figura, copie no caderno as afirmações verdadeiras.




**a)** Os pontos $A$, $B$, $C$ e $D$ são coplanares.
**b)** Os pontos $A$, $B$, $C$ e $F$ não são coplanares.
**c)** Os pontos $D$, $C$, $F$ e $G$ são coplanares.
**d)** Os pontos $B$, $C$, $F$ e $G$ são coplanares.

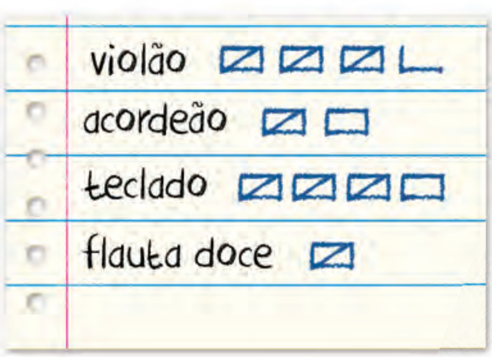
**16** Desenhe no caderno três pontos distintos e não colineares. Quantas retas podemos traçar de forma que cada uma passe por dois desses pontos? 3

## TRABALHANDO A INFORMAÇÃO i

### Construindo um gráfico de colunas

Na escola de música onde Cláudio é professor foi feita uma pesquisa de interesse para a formação de novas turmas, que contou com 50 votos. Na pesquisa, os interessados podiam escolher entre os seguintes instrumentos: violão, acordeão, teclado ou flauta doce. Com o resultado da pesquisa, ele formará duas turmas com os dois instrumentos mais escolhidos.

Os votos foram registrados em uma folha de caderno, conforme mostrado a seguir.




LIGIA DUQUE

YURIY KULIK/SHUTTERSTOCK

APERTURESOUND/SHUTTERSTOCK

KEELLA/SHUTTERSTOCK

RA3RN/SHUTTERSTOCK

Com essas informações, Cláudio organizou a tabela ao lado.

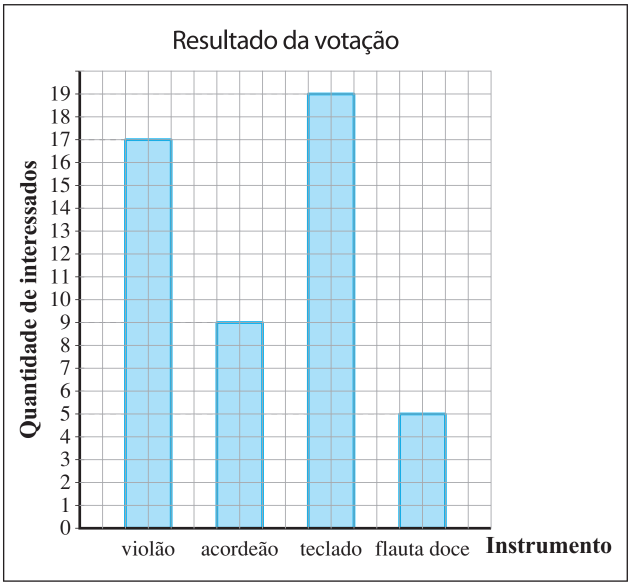
Essas informações também podem ser apresentadas em um gráfico de colunas.

Para construir esse gráfico, com o auxílio de uma régua fazemos o seguinte:

- Traçamos uma linha vertical, na qual registramos a quantidade de interessados, e uma linha horizontal, na qual registramos os instrumentos.
- Escolhemos uma unidade de medida adequada para que os valores indicados na tabela caibam na linha vertical, e outra para que as larguras das colunas caibam na linha horizontal. Para facilitar a leitura, convém que essas larguras sejam iguais.
- Traçamos as colunas. A coluna do violão deve ter 17 unidades de altura, pois havia 17 interessados. A coluna do acordeão deve ser construída com 9 unidades de altura e, da mesma forma, as colunas do teclado e da flauta doce devem ter 19 e 5 unidades de altura, respectivamente, correspondentes às escolhas dos interessados.
- Completamos o gráfico nomeando as linhas vertical e horizontal, chamadas **eixos**, dando um título ao gráfico e indicando a fonte dos dados.

| Resultado da votação | |
|---|---|
| **Instrumentos** | **Quantidade de interessados** |
| Violão | 17 |
| Acordeão | 9 |
| Teclado | 19 |
| Flauta doce | 5 |

Dados obtidos pelo professor Cláudio.




ADILSON SECCO

Dados obtidos pelo professor Cláudio.



## Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** A professora Célia precisou classificar os participantes do coral segundo o tipo de voz e organizou os dados na tabela ao lado.

**a)** Pesquise o significado de cada tipo de voz que aparece na tabela.

**b)** Construa, em um papel quadriculado, um gráfico de colunas para representar os tipos de voz dos alunos do coral.

**c)** Que tipo de voz masculina mais aparece na pesquisa? E feminina?

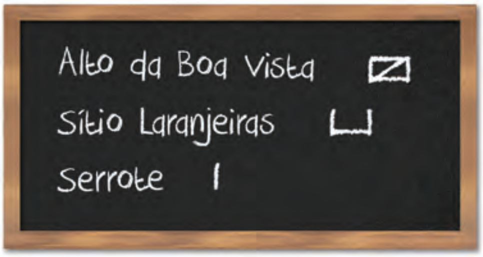
**d)** Entre os tipos de voz, há algum que tem o dobro de alunos de outra voz? Qual?

**e)** Entre os tipos de voz, há algum que tem o triplo de alunos de outra voz? Qual?

| Participantes do coral | |
|---|---|
| **Tipo de voz** | **Quantidade de alunos** |
| Tenor | 4 |
| Barítono | 6 |
| Baixo | 12 |
| Soprano | 9 |
| Contralto | 5 |

Dados obtidos pela professora Célia.

**2** Seguindo as orientações do professor, os alunos devem anotar no quadro de giz a localidade onde moram, ou seja, o bairro, sítio ou comunidade, fazendo uma lista como no exemplo ao lado. Quando todos os alunos já tiverem anotado, faça o que se pede.



LIGIA DUQUE

a) Organize os dados em uma tabela e, com eles, construa um gráficodecolunas.
b) Compare o seu gráfi co com o de um colega da classe para verifi car se há diferenças. Se houver, explique por que você acha que isso ocorreu.
c) Há alguma localidade que se destaca na pesquisa pela quantidade de alunos que lá vivem? Se houver, qual?
**d)** Apenas com os dados observados no gráfico é possível descobrir quantos alunos responderam à pesquisa? Como?

## EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

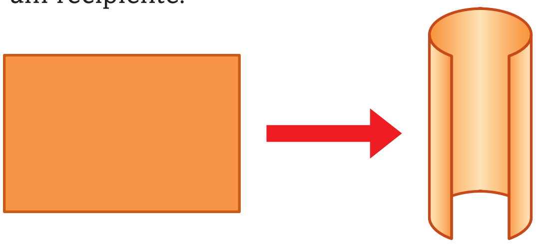
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO



**1** Desenhe algumas figuras geométricas planas que você conhece e coloque o nome das que você souber. Converse com um colega para confrontar as respostas. Completem os nomes que faltam. Se for necessário, peçam ajuda ao professor.

**2** Com massa de modelar, construa algumas figuras geométricas não planas. Junte-se a um colega e conversem sobre as características dessas fi guras. Registrem suas conclusões.

**3** A figura abaixo mostra uma folha de zinco que, depois de ser curvada, soldada e fechada com tampa e fundo, deu origem a um recipiente.

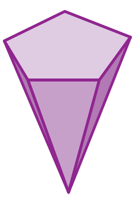

NELSON MATSUDA

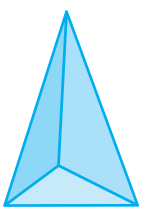
Esse recipiente tem a forma de um corpo redondo ou de um poliedro?

**4** Com massa de modelar, construa alguns modelos de poliedros, separando-os em três grupos: só prismas, só pirâmides e nem prismas nem pirâmides. Caso algum grupo fi que sem elementos, construa o que falta.

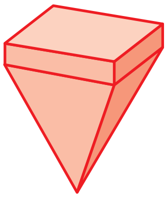
**5** É possível uma pirâmide ter apenas 3 vértices? Por quê? Converse com um colega e comparem suas respostas.

**6** Determine o número de faces (*F*), de vértices (*V*) e de arestas (*A*) destes poliedros:

**a)**


**c)**


**b)**


**d)**


ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**7** Junte-se a um colega e respondam às seguintes questões:

**a)** Se as bases de um prisma têm 7 vértices cada uma, quantas arestas tem esse prisma? E quantas faces laterais?
**b)** Se uma pirâmide tem 12 vértices, quantos lados tem sua base? Quantas faces laterais tem essa pirâmide? E arestas?
**c)** Se uma pirâmide de 20 faces e um prisma têm o mesmo número de vértices, quantas faces tem o prisma?


CLAUDIO CHIYO

CAPÍTULO

# 4 Divisibilidade

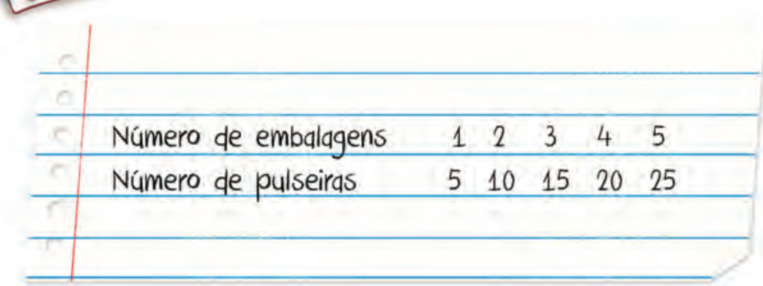
## 1 Múltiplos e divisores

Ana é artesã e o que mais gosta de fazer são pulseiras. Duas vezes por semana, Roberta vai ao ateliê da mãe para organizar as pulseiras em embalagens e colocá-las no mostruário.

FABIO EUGENIO



Para fazer essa organização, Roberta coloca em cada embalagem 5 pulseiras. Para cada 5 pulseiras que arruma, ela anota no caderno a quantidade de embalagens.



| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Número de embalagens | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Número de pulseiras | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |

LIGIA DUQUE

O número de pulseiras que Roberta anota no caderno é o resultado da multiplicação do número de embalagens que ela já arrumou por 5 (quantidade de pulseiras existentes em cada embalagem). Veja.

1 embalagem → $1 \times 5 =$ **5**
2 embalagens → $2 \times 5 =$ **10**
3 embalagens → $3 \times 5 =$ **15**
4 embalagens → $4 \times 5 =$ **20**
5 embalagens → $5 \times 5 =$ **25**
e assim por diante.

Ao fazer essas multiplicações, Roberta verifica a quantidade de pulseiras que já colocou no mostruário.

Os números obtidos — 5, 10, 15, 20, 25, ... — são denominados **múltiplos** de 5.

Um número natural será **múltiplo** de outro se for o resultado da multiplicação desse número por algum número natural.

Quando dividimos esses múltiplos por 5, obtemos resto zero, ou seja, a divisão é exata. Observe.

$$\begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ \hline 0 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 10 & 5 \\ \hline 0 & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 5 \\ \hline 0 & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 20 & 5 \\ \hline 0 & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ \hline 0 & 5 \end{array} \qquad \text{etc.}$$

Considerando, por exemplo, a divisão $15 : 5 = 3$, dizemos que 15 é **divisível** por 5.

Também podemos dizer que 5 é **divisor** ou **fator** de 15, pois a divisão de 15 por 5 é exata (resto zero).

Um número natural é **divisível** por outro quando a divisão do primeiro pelo segundo é exata.

Em um determinado dia, depois de organizar tudo, Ana perguntou a Roberta quantas pulseiras havia no mostruário. Roberta respondeu: “34”!

Ana estranhou a resposta da filha e comentou: “Não pode ser; 34 não é múltiplo de 5, pois não existe número natural que multiplicado por 5 dê 34”.

Ana tinha razão. Veja:

$$\begin{array}{r|l} 34 & 5 \\ \hline 4 & 6 \end{array}$$

De fato, a divisão não é exata. Deu resto 4. Nesse caso, dizemos que 34 não é divisível por 5 ou, ainda, que 5 não é divisor de 34. Por isso, 34 não é múltiplo de 5.



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Copie as sentenças verdadeiras, justificando sua resposta.

**a)** 35 é múltiplo de 7.
**b)** 180 é divisível por 40.
**c)** 7 é divisor de 42.
**d)** 24 é múltiplo de 144.
**e)** 252 é divisível por 12.
**f)** 10 é divisor de 5.
**g)** 69 é múltiplo de 31.
**h)** 510 é divisível por 34.
**i)** 17 é divisor de 34.

**2** Dados os números 144, 210, 320, 392 e 540, verifique quais deles são múltiplos de 36. Justifique sua resposta.

**3** O número 724 é divisível por 8? Por quê?

**4** Dê pelo menos um exemplo de um número natural em cada item.

**a)** Múltiplo de 18.
**b)** Divisor de 18.

## Os múltiplos de um número

Para encontrar um múltiplo de um número, basta multiplicar esse número por um número natural qualquer. Por exemplo, calculando 5 vezes 7, obtemos 35, que é múltiplo de 7. Com a sequência dos números naturais, podemos obter tantos múltiplos de 7 quantos quisermos:

$0 \times 7 = 0$
$1 \times 7 = 7$
$2 \times 7 = 14$
$3 \times 7 = 21$
$4 \times 7 = 28$
$5 \times 7 = 35$
e assim por diante.

FABIO EUGENIO

Veja mais alguns exemplos.

**a)** Múltiplos de 8: 0, 8, 16, 24, 32, ...
**b)** Múltiplos de 15: 0, 15, 30, 45, 60, ...
**c)** Múltiplos de 22: 0, 22, 44, 66, 88, ...

**OBSERVAÇÕES**

- Se *n* é um número natural diferente de zero, então:
  - esse número tem infinitos múltiplos;
  - zero é múltiplo desse número;
  - esse número é múltiplo de si mesmo.
- O número zero constitui um caso especial. O zero é o único múltiplo de zero, pois qualquer número natural multiplicado por zero resulta em zero. No entanto, não podemos dizer que um número é divisível por zero, porque não existe divisão por zero.



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**5** Quais são os números naturais múltiplos do número 1?

**6** Determine os cinco primeiros múltiplos de:

**a)** 3;
**b)** 6;
**c)** 12;
**d)** 20.

**7** Determine:

**a)** os múltiplos de 9 menores que 50;
**b)** os múltiplos de 6 maiores que 20 e menores que 50;
**c)** os múltiplos de 14 entre 40 e 90;
**d)** os múltiplos de 10 entre 12 e 50;
**e)** os múltiplos de 11 maiores que 66 e menores que 111.

**8** A professora Mara pediu a um aluno que dissesse o menor múltiplo de 4 e que cada aluno seguinte dissesse um múltiplo de 4 em ordem crescente.

MARCIO GUERRA

Assim, sem pular nenhum número, cada um dos 35 alunos da classe teve sua vez de falar. Qual foi a resposta do décimo aluno? E do vigésimo? E do último?

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**9** Duas amigas estão disputando um jogo de desafios matemáticos. Para avançar as casas, é necessário acertar o enigma que está na carta sorteada.

Veja como Beatriz foi desafiada por Sofia.


ILUSTRAÇÕES: MARCIO GUERRA



Descubra você também quantas são as bolinhas da urna.

**10** Em uma sala de aula, o número de alunos presentes é múltiplo de 8. Esse número é maior que 30 e menor que 40. Quantos alunos estão na sala?

**11** Descubra o menor número que devemos somar a 90 para obtermos um múltiplo de 35. 15

**12** Qual é o menor número que devemos subtrair de 90 para obtermos um múltiplo de 35?

**13** Em 1705, Edmond Halley (1656-1742) previu que o cometa visto em 1531, 1607 e 1683 poderia ser visto novamente em 1759. Esse fato se comprovou e, anos depois, o cometa ganhou o nome do cientista. Admitindo que o período da órbita do cometa Halley é de 76 anos, qual será o primeiro ano do século XXI em que esse cometa voltará a ser visto?

NATIONAL PORTRAIT GALLERY, LONDON

Edmond Halley, astrônomo inglês.

JERRY LODRIGUSS/SCIENCE SOURCE/LATINSTOCK

Cometa Halley.

**14** Para obter múltiplos consecutivos de um número natural, precisamos multiplicar esse número por números naturais consecutivos.

Reúna-se com um colega e, usando uma calculadora, respondam às questões a seguir. Não se esqueçam de registrar os cálculos e as conclusões no caderno.

**a)** Obtenham dez múltiplos consecutivos de 2. Algum desses múltiplos termina em 1, 3, 5, 7 ou 9? Com quais algarismos esses múltiplos terminam?

**b)** Qualquer número natural que termina em 0, 2, 4, 6 ou 8 é múltiplo de 2? É divisível por 2?

**c)** Obtenham oito múltiplos consecutivos de 5. Com quais algarismos eles terminam?

**d)** Qualquer número natural que termina em 0 ou 5 é múltiplo de 5? É divisível por 5?

**e)** Obtenham seis múltiplos consecutivos de 10. Com que algarismo eles terminam?

**f)** Qualquer número natural que termina em 0 é múltiplo de 10? É divisível por 10?

## Os divisores de um número

Já vimos que todo número natural é múltiplo de si mesmo. Por exemplo, 12 é múltiplo de 12, porque $1 \times 12 = 12$.

Podemos observar ainda que:

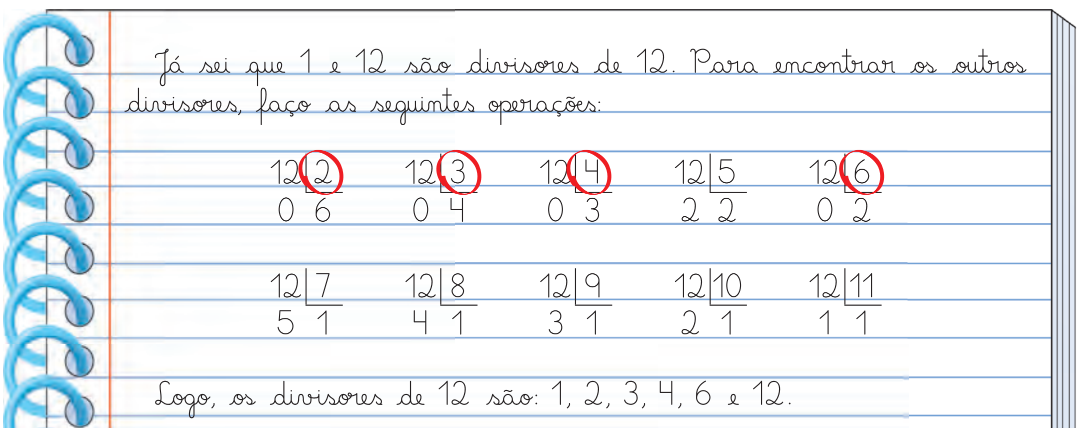
$$\begin{array}{r|l} 12 & 1 \\ \hline 0 & 12 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 12 \\ \hline 0 & 1 \end{array}$$

Como as divisões de 12 por 1 e de 12 por 12 são exatas, concluímos que 1 e 12 são divisores de 12. Isso ocorre com todos os números naturais diferentes de zero, ou seja:

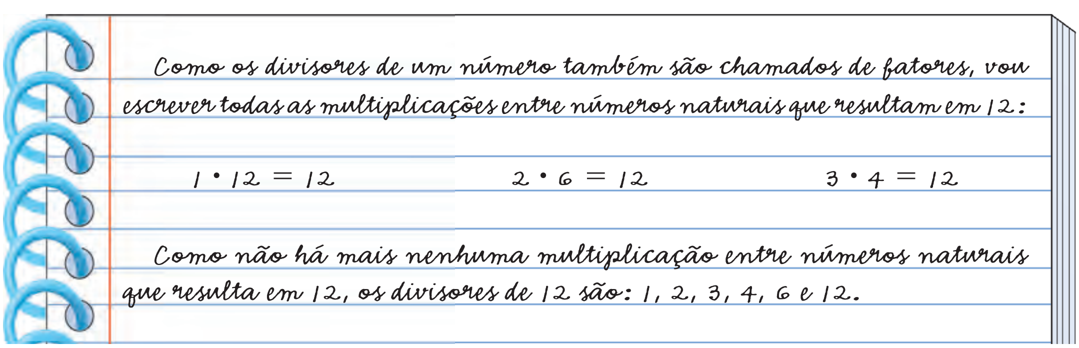
> Todo número natural diferente de zero tem como divisores o número 1 e ele mesmo.

Observe agora como Ivan e Natália fizeram para encontrar os outros divisores de 12.

Resolução de Ivan:




Resolução de Natália:






De acordo com as duas resoluções, concluímos que os divisores de 12 são: 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

**OBSERVAÇÕES**

- O zero não é divisor de nenhum número natural *n*, pois não há número natural que multiplicado por zero resulte em *n*.
- O maior divisor de um número natural diferente de zero é o próprio número.

**15** Responda às questões a seguir.

a) Qual número é divisor de qualquer número natural?

b) Qual número nunca é divisor de um número natural não nulo?

**16** Determine os divisores de:

**a)** 11;

**b)** 18;

**c)** 25;

**d)** 90.

**17** Quais são os divisores de 36 que também são divisores de 42?

**18** Você já reparou que os remédios são preparados para serem tomados a cada 6, 8 ou 12 horas? Por que não são sugeridas doses de 5 em 5 horas, por exemplo?

**19** Lucas e Francisco confeccionaram fichas de cartolina contendo números naturais. Enquanto Lucas fez fichas usando os dez primeiros múltiplos de 15, Francisco escreveu todos os divisores de 120. As fichas foram embaralhadas com os números voltados para baixo. Beatriz pegou aleatoriamente nove fichas com os números 8, 24, 30, 30, 40, 60, 75, 90 e 120.

**a)** Quantas fichas foram confeccionadas?

**b)** Alguma ficha que ficou em cima da mesa contém o mesmo número de alguma ficha que Beatriz pegou?

ILUSTRAÇÕES: MARCIO GUERRA

**20** Míriam tem 90 fotos para colar em seu álbum. Sabendo que cada página deve conter a mesma quantidade de fotos, responda às questões abaixo.

**a)** Se o álbum tiver 15 páginas, quantas fotos ela poderá colar em cada página?

**b)** Ela poderá colar 4 fotos em cada página? Justifique sua resposta.

**c)** Quais serão as possíveis quantidades de fotos de cada página se o álbum tiver mais de 10 e menos de 50 páginas?

**21** Reúna-se com um colega, acompanhem o raciocínio e não se esqueçam de registrar as respostas e as conclusões.

ILUSTRAÇÕES: MARCIO GUERRA

a) 42 é um número divisível por 7 porque $42 = 6 \cdot 7$. E o número 28, é divisível por 7? Por quê?

b) Copiem a sentença a seguir substituindo o $\blacksquare$ pelo número que torna as igualdades verdadeiras.

$(42 + 28) = (6 \cdot 7 + \blacksquare \cdot 7) = (6 + \blacksquare) \cdot 7$

c) $(42 + 28)$ é divisível por 7? Por quê?

d) Que propriedade da multiplicação foi usada na última igualdade do item **b**?

**e)** Escolham dois números divisíveis por 13. A soma desses números é divisível por 13? Por quê?

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

**Pense mais um pouco...**


FABIO EUGENIO

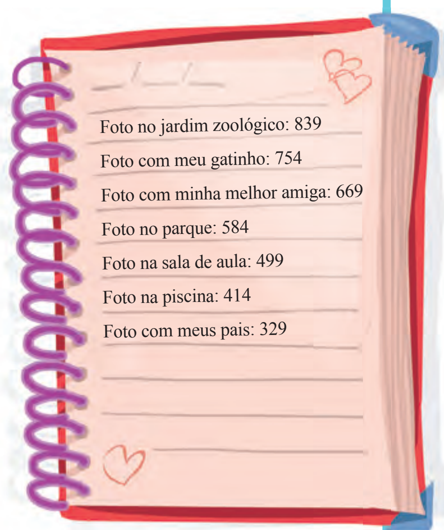
Agora é sua vez!

Verifique se o número 28 também é perfeito. Justifique sua resposta.

## PARA SABER MAIS +

### Sequências numéricas

Mariana adora publicar suas fotos nas redes sociais. As últimas que postou receberam muitas curtidas. Observe como Mariana anotou em seu diário o número de curtidas.




Podemos escrever a quantidade de fotos curtidas de Mariana em determinada ordem, obtendo a sequência:

839, 754, 669, 584, 499, 414, 329

Essa sequência de números é um exemplo de **sequência numérica**.

Veja outro exemplo.

Matheus organizou sua coleção de latas de alumínio. Observe como ele fez.

ILUSTRAÇÕES: FABIO EUGENIO

Contando de cima para baixo, podemos obter, a partir da quantidade de latas de cada fileira, a seguinte sequência numérica:

$$1, 3, 5, 7, 9, 11$$

Cada termo dessa sequência, a partir do segundo, é **o anterior mais 2**, ou seja:

$$3 = 1 + \mathbf{2}, \quad 5 = 3 + \mathbf{2}, \quad 7 = 5 + \mathbf{2},$$
$$9 = 7 + \mathbf{2}, \quad 11 = 9 + \mathbf{2}$$

Veja mais alguns exemplos de sequências numéricas.

- 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

  Essa é a **sequência dos números pares**. Ela é infinita.

  Como $0 = 0 \cdot \mathbf{2}$, $2 = 1 \cdot \mathbf{2}$, $4 = 2 \cdot \mathbf{2}$, $6 = 3 \cdot \mathbf{2}$ e assim por diante, dizemos que cada termo dessa sequência é múltiplo de 2.

  Dessa forma, essa sequência também é conhecida como **sequência dos múltiplos de 2**.

  Essa sequência é crescente, pois cada número, a partir do segundo, é maior que o anterior.

- 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

  Essa é a **sequência dos divisores de 24**. Ela é finita.

- 9, 7, 5, 3, 1

  Essa sequência é decrescente e também é finita.

Então, podemos notar que:

- Ao escrevermos números colocando-os em certa ordem, temos uma sequência numérica.
- Cada número de uma sequência numérica é um termo dessa sequência.
- Sequências numéricas podem ser finitas ou infinitas.

JOSÉ LUÍS JUHAS

## Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

NELSON MATSUDA

**1** Determine a sequência:

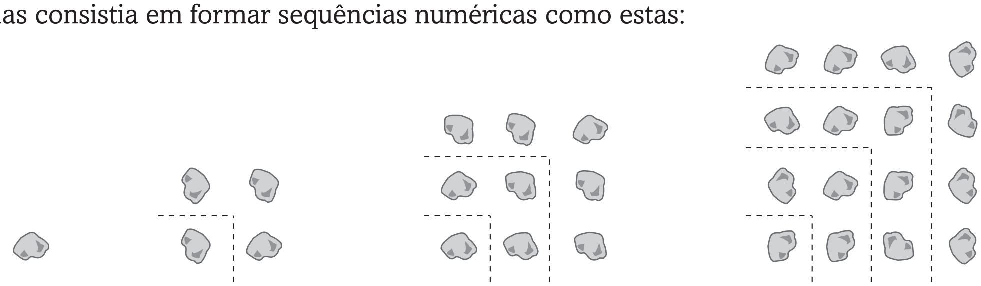
**a)** dos números pares menores que 10;
**b)** dos divisores de 36;
**c)** dos múltiplos de 4.

**2** Qual é a sequência dos números ímpares? Nessa sequência, qual é o termo anterior ao 91? E o posterior?

**3** Os termos de cada uma das sequências a seguir obedecem a uma certa ordem. Considerando essa ordem, determine o próximo termo.

**a)** 6, 11, 16, 21 **b)** 26, 22, 18, 14, 10 **c)** 3, 6, 12, 24, 48

**4** Uma das atividades do famoso matemático Pitágoras era fazer cálculos usando pedrinhas. Uma delas consistia em formar sequências numéricas como estas:



$1$ $\quad 1 + 3 = 2^2$ $\quad 1 + 3 + 5 = 3^2$ $\quad 1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Como ele formava o $7^2$ com as pedrinhas? E com a adição de números naturais?

# 2 Critérios de divisibilidade

Para saber se um número natural é divisível por outro, basta efetuar a divisão entre eles e verificar se ela é exata. Essa é a regra geral, como vimos. Entretanto, em alguns casos, podemos descobrir se um número é divisível por outro sem ter de efetuar a divisão. Vamos ver como isso é possível estudando os **critérios de divisibilidade**.

## Divisibilidade por 2

Considere as divisões.

$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ \cline{2-2} 0 & 9 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ \cline{2-2} 10 & 15 \\ 0 & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r|l} 45 & 2 \\ \cline{2-2} 05 & 22 \\ 1 & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r|l} 79 & 2 \\ \cline{2-2} 19 & 39 \\ 1 & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r|l} 86 & 2 \\ \cline{2-2} 06 & 43 \\ 0 & \end{array}$

Observe que, quando dividimos números pares por 2, o resto é zero; quando dividimos números ímpares por 2, o resto é 1. Apresentamos apenas alguns exemplos, mas isso acontece sempre que dividimos um número natural por 2.

Veja outros exemplos.

**a)** 1.798 é divisível por 2 e, portanto, é par.

**b)** 2.005 não é divisível por 2 e, portanto, não é par.

**c)** 147 não é divisível por 2 e, portanto, não é par.

Um número natural é divisível por 2 somente quando é par.

## Divisibilidade por 5

Considere as divisões.

$\begin{array}{r|l} 13\mathbf{0} & 5 \\ \cline{2-2} 30 & 26 \\ 0 & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r|l} 7\mathbf{5} & 5 \\ \cline{2-2} 25 & 15 \\ 0 & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r|l} 56\mathbf{0} & 5 \\ \cline{2-2} 06 & 112 \\ 10 & \\ 0 & \end{array}$

$\begin{array}{r|l} 134 & 5 \\ \cline{2-2} 34 & 26 \\ 4 & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r|l} 4.01\mathbf{5} & 5 \\ \cline{2-2} 01 & 803 \\ 15 & \\ 0 & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r|l} 5.104 & 5 \\ \cline{2-2} 01 & 1.020 \\ 10 & \\ 04 & \\ 4 & \end{array}$

Observe que 130, 75, 560 e 4.015 são divisíveis por 5, mas 134 e 5.104, não. Note ainda que esses números divisíveis por 5 terminam em 5 ou em zero, enquanto na divisão não exata isso não ocorre. Apresentamos apenas alguns exemplos, mas isso acontece sempre.

Veja mais exemplos.

**a)** 210 é divisível por 5, pois 210 termina em zero.

**b)** 1.345 é divisível por 5, pois 1.345 termina em 5.

**c)** 148 não é divisível por 5, pois 148 não termina em zero nem em 5.

Um número natural é divisível por 5 somente quando termina em zero ou em 5.

## Divisibilidade por 10

Considere as divisões.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 504 \| 10 | 82**0** \| 10 | 4.80**0** \| 10 | 145 \| 10 | 1.23**0** \| 10 |
| 004 50 | 020 82 | 080 480 | 045 14 | 023 123 |
| 4 | 00 | 000 | 05 | 030 |
| | | | | 00 |

Observe que 820, 4.800 e 1.230 são divisíveis por 10, mas 504 e 145, não. Nessas divisões, somente os números que terminam em zero são divisíveis por 10. Apresentamos apenas alguns exemplos, mas isso acontece sempre.

Veja mais alguns exemplos.

**a)** 250 é divisível por 10, pois termina em zero.

**b)** 1.370 é divisível por 10, pois termina em zero.

**c)** 827 não é divisível por 10, pois não termina em zero.

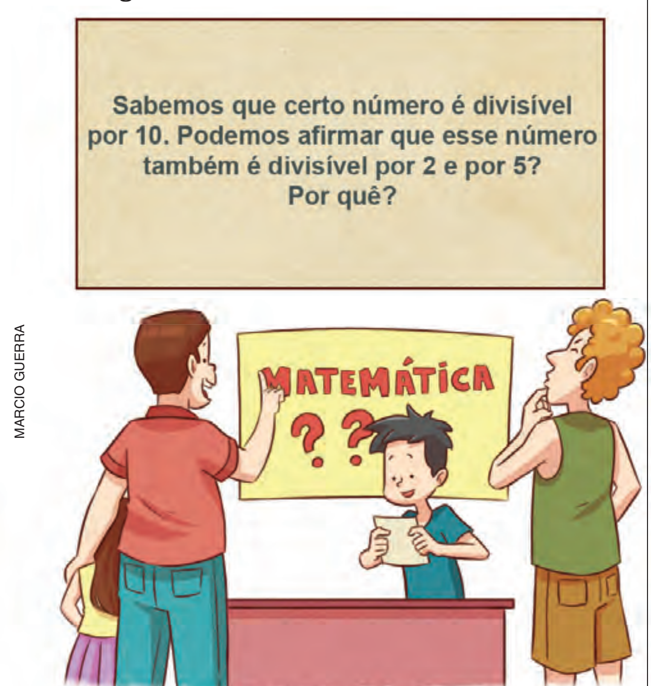
Um número natural é divisível por 10 somente quando termina em zero.



### EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**22** A escola de Gustavo realizou uma feira de Ciências. Em um estande de Matemática, um dos alunos propunha aos visitantes o seguinte desafio:




MARCIO GUERRA

Reúna-se com seu colega e respondam a essa questão.

**23** Qual é o resto da divisão do número 98.543 por 2? E por 5? E por 10?

**24** Um número par pode ser divisível por 5? E um número ímpar pode ser divisível por 10? Justifique sua resposta.

**25** Em um edifício de 20 andares, há vários elevadores. Um deles só para nos andares cujo número é múltiplo de 2; outro só para nos andares cujo número é múltiplo de 5. Considerando o térreo o andar zero, em quais andares se pode pegar qualquer um desses dois elevadores?

**26** Qual é a resposta correta da pergunta feita por Daniela?


MARCIO GUERRA

**27** Reúna-se com um colega, acompanhem o raciocínio e registrem as resoluções e as respostas no caderno.

**a)** 130 é divisível por 2 porque $130 = 65 \cdot 2$. E 130 é divisível por 5? Por quê?

**b)** Substituam os ■ pelos números que tornam as igualdades verdadeiras.
$130 = 13 \cdot (5 \cdot ■) = 13 \cdot (■ \cdot 2) = 13 \cdot ■$

**c)** 130 é divisível por $(5 \cdot 2)$? Por quê?

d) Todo número divisível por 2 também é divisível por 5? Explique.

e) Escolham um número que seja divisível por 2 e por 5. Esse número é divisível por 10? Por quê?

## Divisibilidade por 3

Considere as divisões.

$$\begin{array}{r|l} 258 & 3 \\ \hline 18 & 86 \\ 0 & \end{array}$$

- 258 é divisível por 3;
- a soma dos algarismos do número 258 é $2 + 5 + 8 = 15$, que é divisível por 3.

$$\begin{array}{r|l} 5.322 & 3 \\ \hline 23 & 1.774 \\ 22 & \\ 12 & \\ 0 & \end{array}$$

- 5.322 é divisível por 3;
- a soma dos algarismos do número 5.322 é $5 + 3 + 2 + 2 = 12$, que é divisível por 3.

$$\begin{array}{r|l} 625 & 3 \\ \hline 02 & 208 \\ 25 & \\ 1 & \end{array}$$

- 625 não é divisível por 3;
- a soma dos algarismos do número 625 é $6 + 2 + 5 = 13$, que não é divisível por 3.

Veja outros exemplos.

**a)** 156 é divisível por 3 ($1 + 5 + 6 = 12$, que é divisível por 3).

**b)** 1.370 não é divisível por 3 ($1 + 3 + 7 + 0 = 11$, que não é divisível por 3).

Apresentamos apenas alguns exemplos, mas sempre é verdade que:

> Um número natural é divisível por 3 somente quando a soma dos seus algarismos é divisível por 3.



## Divisibilidade por 6

Observe os exemplos a seguir.

**a)** Já sabemos que o número 42 é divisível por 2 e por 3. Ele também é divisível por 6, pois $7 \times 6 = 42$.

**b)** O número 64 é divisível por 2, mas não é divisível por 3. Além disso, ele também não é divisível por 6, pois a divisão de 64 por 6 não é exata.

**c)** O número 75 é divisível por 3, mas não é divisível por 2. Ele também não é divisível por 6.


FABIO EUGENIO

Apresentamos apenas alguns exemplos, mas sempre é verdade que:

> Um número natural é divisível por 6 somente quando é divisível por 2 e por 3.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**28** Dado o número 43$\boxed{?}$, determine quais algarismos podem ser colocados no lugar de $\boxed{?}$ para que o número formado seja divisível:

**a)** por 2;
**b)** por 3;
**c)** por 6;
**d)** por 2 e não por 3;
**e)** por 3 e não por 6.

**29** Determine para que valores de $\boxed{?}$ o número 30.6$\boxed{?}$8 é:

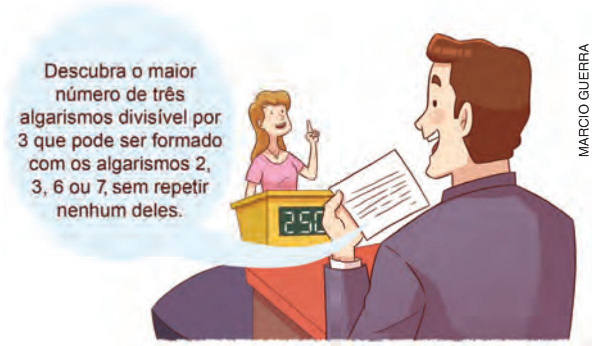
**a)** divisível por 5; **b)** divisível por 3.

Justifique suas respostas.

**30** Um número é divisível por 15 quando ele é divisível por 3 e por 5. Quais dos números a seguir são divisíveis por 15?

**a)** 135 **b)** 320 **c)** 363 **d)** 510 **e)** 480

**31** Em um *show* de prêmios foi apresentado a um dos candidatos o seguinte desafio:




MARCIO GUERRA

Que resposta dá o prêmio à candidata?

**32** Responda e justifique.

**a)** Se um número é múltiplo de 2, então ele é múltiplo de 6?
**b)** Se um número é múltiplo de 6, então ele é múltiplo de 2?



## Divisibilidade por 9

Considere as divisões.

$$\begin{array}{r|l} 846 & 9 \\ \hline 36 & 94 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2.511 & 9 \\ \hline 71 & 279 \\ 81 & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 83.625 & 9 \\ \hline 26 & 9.291 \\ 82 & \\ 15 & \\ 6 & \end{array}$$

- 846 é divisível por 9;
- a soma dos algarismos do número 846 é 8 + 4 + 6 = = 18, que é divisível por 9.

- 2.511 é divisível por 9;
- a soma dos algarismos do número 2.511 é 2 + 5 + 1 + + 1 = 9, que é divisível por 9.

- 83.625 não é divisível por 9;
- a soma dos algarismos do número 83.625 é 8 + 3 + + 6 + 2 + 5 = 24, que não é divisível por 9.

Veja outros exemplos.

**a)** 1.566 é divisível por 9 (1 + 5 + 6 + 6 = 18, que é divisível por 9).

**b)** 2.002 não é divisível por 9 (2 + 0 + 0 + 2 = 4, que não é divisível por 9).

Apresentamos apenas alguns exemplos, mas sempre é verdade que:

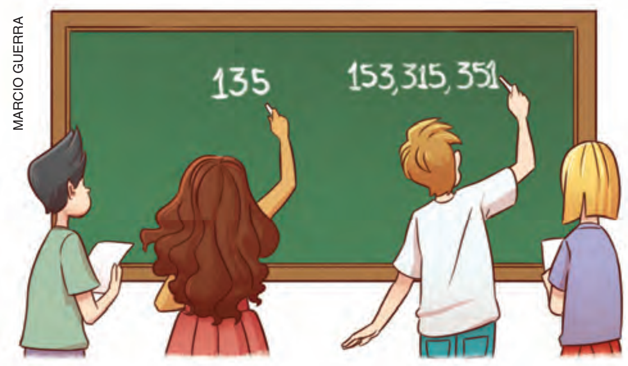
Um número natural é divisível por 9 somente quando a soma dos seus algarismos é um número divisível por 9.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**33** Em uma gincana, a equipe vencedora seria aquela que apresentasse primeiro cinco números de três algarismos divisíveis por 9. A equipe amarela saiu na frente com o número 135, mas foi a azul que ganhou. Veja como a equipe azul aproveitou a pista da equipe amarela.

MARCIO GUERRA




Descubra a estratégia da equipe azul e escreva os dois números que faltam.

**34** Discuta as questões com um colega e respondam as perguntas a seguir. O número 567 é divisível por 9, pois 5 + 6 + 7 = 18, que é divisível por 9.

a) De quantas maneiras podemos escrever (5 + 6 + 7) apenas mudando a ordem dos algarismos? A soma continua sendo 18? Que propriedade da adição garante que a soma seja a mesma?

b) Quantos e quais números naturais de três algarismos diferentes, múltiplos de 9, podemos escrever com os algarismos 5, 6 e 7? Eles também são múltiplos de 3?

c) O número 3.456 é divisível por 9? Quantos e quais são os números naturais de quatro algarismos diferentes, múltiplos de 9, formados por 3, 4, 5 e 6? Eles também são múltiplos de 3?

d) Se um número natural é divisível por 9, então também é divisível por 3?

## Divisibilidade por 4

Considere as divisões.

| | | |
|---|---|---|
| 7.**416** \| 4<br>34    1.854<br>21<br>16<br>0 | 7.6**89** \| 4<br>36    1.922<br>08<br>09<br>1 | 4.5**24** \| 4<br>05    1.131<br>12<br>04<br>0 |
| 2**16** \| 4<br>16    54<br>0 | 2**00** \| 4<br>00    50 | 45.2**00** \| 4<br>05    11.300<br>12<br>000 |

As divisões anteriores nos levam a concluir que:

- 7.4**16**, 4.5**24** e 2**16** são divisíveis por 4. Verifique que 16 e 24 também são.
- 7.6**89** não é divisível por 4. Verifique que 89 também não é.
- 2**00** e 45.2**00** são divisíveis por 4 e terminam em **00**.

Apresentamos apenas alguns exemplos, mas sempre é verdade que:

Um número natural é divisível por 4 somente quando termina em 00 ou quando o número formado pelos seus dois últimos algarismos à direita é divisível por 4.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

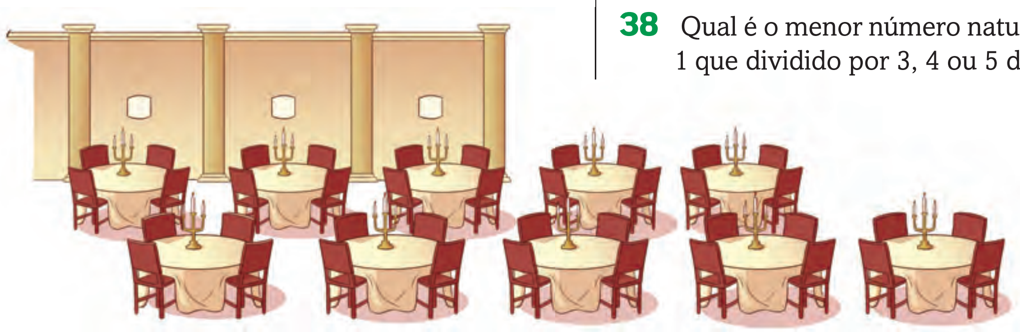
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**35** Verifique mentalmente quais dos números a seguir são divisíveis por 4.

**a)** 932 **b)** 1.040 **c)** 842

**36** Em um restaurante todas as mesas têm 4 lugares. É possível que a capacidade desse restaurante seja de 314 lugares? E de 308?

Justifique suas respostas.



MARCIO GUERRA

**37** Determine o menor número que somado a 5.314 resulta em um número:

**a)** divisível por 2;
**b)** divisível por 3;
**c)** divisível por 4;
**d)** divisível por 5;
**e)** divisível por 6;
**f)** divisível por 9.

**38** Qual é o menor número natural diferente de 1 que dividido por 3, 4 ou 5 dá resto 1?

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

### *Pense mais um pouco...*

Os rapazes 1, 2, 3 e 4 namoram uma das garotas A, B, C e D.

Observe atentamente os textos e as placas com o final dos números dos telefones e diga qual é o nome das quatro garotas e quem são seus respectivos namorados.


ILUSTRAÇÕES: FABIO EUGENIO

## 3 Números primos

Existem números que têm somente dois divisores distintos (diferentes). O número 5 é um deles. Seus divisores são apenas o 1 e o 5.

**Número primo** é todo número que tem apenas dois divisores naturais distintos: o número 1 e o próprio número.

Por exemplo, os números 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... são números primos.

Existem também números naturais que têm mais de dois divisores distintos. O número 12 é um deles. Seus divisores são 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

Todo número natural que tem mais de dois divisores distintos é chamado de **número composto**.

Por exemplo, os números 4, 9, 10, 15, 94 e 105 são números compostos.

O número 1 não é primo nem composto, pois tem **um único** divisor natural, que é ele mesmo.



### EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**39** Classifique os números a seguir em primo ou composto.

**a)** 14
**b)** 11
**c)** 17
**d)** 21
**e)** 296
**f)** 37

**40** Observe a página do calendário do mês de março de um determinado ano.


MARCIO GUERRA

**a)** Há algum domingo representado por um número primo? Qual?
**b)** Quantos fins de semana (sábado e domingo) existem nesse mês cujos dois dias são representados por números primos? Qual
**c)** dia da semana desse mês é representa-do por uma quantidade maior de números primos?

**41** Existe um número que é par e é primo ao mesmo tempo. Que número é esse? Existem outros números nessas condições?

**42** Existe algum múltiplo de 3 que seja primo? Qual?

**43** Existe algum múltiplo de 3, diferente de 3, que seja primo? Justifiquesuaresposta.

**44** A soma dos algarismos de um número é 27. Esse número é primo? Por quê?

**45** Qual é o menor número de dois algarismos que é primo? E qual é o maior?

**46** Considere os números 7, 10, 35, 41, 75 e 77.

a) Determine todos os divisores de cada número.
b) Construa uma tabela com duas colunas e sete linhas, registrando os números e a quantidade de divisores.
c) Construa um gráfi co de colunas correspon-dente a essa tabela.
**d)** Qual desses números apresenta maior quantidade de divisores?
**e)** Entre os números apresentados, existem números primos? Quais? Justifique.

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**47** Reúna-se com um colega, leiam o texto a seguir e façam, no caderno, o que se pede.


FABIO EUGENIO

Em 1742, da troca de cartas entre dois matemáticos, Christian Goldbach e Leonard Euler, surgiu a conjectura de Goldbach: "Todo número par, maior que dois, é a soma de dois primos".

Vejam alguns exemplos:

$138 = 37 + 101$; $974 = 313 + 661$

a) Pesquisem em um dicionário e escrevam o significadodapalavraconjectura.

b) Essa conjectura vale para os dez primeiros números pares maiores do que 2?

c) Mostrem que essa conjectura vale para 200. Agora respondam: Há mais de uma resposta possível?

d) Cada um escolhe um número par de três algarismos para o outro verificar essa conjectura.

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

***Pense mais um pouco...***

ILUSTRAÇÕES: FABIO EUGENIO

Sabendo que Pedro tem menos de 50 anos, descubra a sua idade hoje.

## Decomposição em fatores primos

Todo número natural composto pode ser decomposto em um produto de dois ou mais fatores diferentes de 1.

Veja, por exemplo, 36 decomposto em um produto de dois fatores diferentes de 1:

$$\overbrace{2 \times 18}^{36} \quad \text{ou} \quad \overbrace{4 \times 9}^{36} \quad \text{ou} \quad \overbrace{6 \times 6}^{36}$$

Vamos prosseguir, decompondo os fatores que são números compostos também em um produto de dois fatores, até que fiquem somente fatores primos:

$$\begin{array}{c} 36 \\ 2 \times 18 \\ 2 \times 2 \times 9 \\ 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ 2^2 \times 3^2 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{c} 36 \\ 4 \times 9 \\ 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ 2^2 \times 3^2 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{c} 36 \\ 6 \times 6 \\ 2 \times 3 \times 2 \times 3 \\ 2^2 \times 3^2 \end{array}$$

Quando um número está decomposto em um produto em que todos os fatores são números primos, dizemos que esse número está **decomposto em fatores primos**.

Portanto, o produto $2^2 \times 3^2$ é a decomposição em fatores primos do número 36.

Observe que pode haver diferentes maneiras de decompor um número natural em um produto de dois ou mais fatores, mas a decomposição em fatores primos é **única**.

Para efetuar a decomposição, pode-se dividir o número dado pelo seu menor divisor primo. Depois, procede-se da mesma maneira com o quociente obtido, até encontrar o quociente 1.

Vamos ver alguns exemplos de como decompor o número 60 em fatores primos:

$$\begin{array}{r|l}60 & 2\\30 & 2\\15 & 3\\5 & 5\\1 & \end{array}$$

O menor divisor primo de 60 é 2; divide-se 60 por 2.
O menor divisor primo de 30 é 2; divide-se 30 por 2.
O menor divisor primo de 15 é 3; divide-se 15 por 3.
O menor divisor primo de 5 é 5; divide-se 5 por 5.
Encontramos o quociente 1.


FABIO EUGENIO

Podemos escrever: $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ ou $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

Também podemos efetuar a decomposição do número 60 dos seguintes modos.

$$\begin{array}{r|l}60 & 3\\20 & 2\\10 & 5\\2 & 2\\1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l}60 & 5\\12 & 2\\6 & 2\\3 & 3\\1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l}60 & 2\\30 & 3\\10 & 2\\5 & 5\\1 & \end{array}$$

Veja que o resultado é o mesmo: $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

Agora, observe a decomposição em fatores primos dos números 180, 98 e 540.

$$\begin{array}{r|l}180 & 2\\90 & 2\\45 & 3\\15 & 3\\5 & 5\\1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l}98 & 2\\49 & 7\\7 & 7\\1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l}540 & 2\\270 & 2\\135 & 3\\45 & 3\\15 & 3\\5 & 5\\1 & \end{array}$$

$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$
$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

$98 = 2 \times 7 \times 7$
$98 = 2 \times 7^2$

$540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$
$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**48** Determine o menor divisor primo de:

**a)** 64; **b)** 75; **c)** 85; **d)** 49.

**49** Decomponha os números a seguir em fatores primos.

**a)** 120 **c)** 168 **e)** 117
**b)** 144 **d)** 225 **f)** 125

**50** Um número natural decomposto em fatores primos é representado assim: $2^3 \times 3^2 \times 7$.
Que número é esse?

**51** $A = 2 \times 3 \times 11$ e $B = 2^2 \times 3^2 \times 5$ são as decomposições de dois números naturais.
Calcule $A + B$.

## 4 O máximo divisor comum (mdc)

| Livros encomendados | |
|---|---|
| **Livraria** | **Número de livros** |
| A | 96 |
| B | 108 |
| C | 132 |

Dados obtidos nas livrarias.

A tabela ao lado mostra o número de livros encomendados pelas livrarias A, B e C a determinada editora.

O encarregado de preparar as encomendas recebeu orientação de colocar o maior número possível de livros em cada pacote, de modo que todos os pacotes tivessem a mesma quantidade de livros.

Acompanhe o que o encarregado fez para determinar a quantidade de livros que deveria colocar em cada pacote.

Inicialmente, determinou os divisores naturais de cada um dos números da tabela:

- divisores de 96: **1**, **2**, **3**, **4**, **6**, 8, **12**, 16, 24, 32, 48, 96;
- divisores de 108: **1**, **2**, **3**, **4**, **6**, 9, **12**, 18, 27, 36, 54, 108;
- divisores de 132: **1**, **2**, **3**, **4**, **6**, 11, **12**, 22, 33, 44, 66, 132.

Note que os números 1, 2, 3, 4, 6 e 12 são divisores de 96, de 108 e também de 132, ou seja, eles são **divisores comuns** de 96, 108 e 132.

Assim, para que os pacotes tivessem a mesma quantidade de livros, o encarregado poderia colocar 1, 2, 3, 4, 6 ou 12 livros em cada pacote.

Como foi determinado que cada pacote deveria ter o maior número possível de livros, então cada pacote deveria conter 12 livros.

O que o encarregado fez foi encontrar o maior divisor comum de 96, 108 e 132.

> O maior divisor comum de dois ou mais números é chamado de **máximo divisor comum** e representado pelas iniciais **mdc**.

Na situação descrita, o máximo divisor comum de 96, 108 e 132 é 12, que se indica por: mdc(96, 108, 132) = 12



### EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**52** Um marceneiro tem duas ripas de madeira, uma com 120 centímetros de comprimento e outra com 180 centímetros, e deve cortá-las em pedaços iguais para montar uma pequena estante. Sabendo que os pedaços devem ser do maior tamanho possível, qual deve ser o comprimento de cada pedaço?

MARCIO GUERRA

**53** Determine:

**a)** os divisores de 60;
**b)** os divisores de 72;
**c)** os divisores comuns de 60 e 72;
**d)** o maior desses divisores comuns.

**54** Determine:

**a)** mdc(8, 10)
**b)** mdc(40, 50)
**c)** mdc(9, 12, 15)
**d)** mdc(16, 56, 80)

**55** Em uma classe há 28 meninos e 21 meninas. A professora quer formar grupos só de meninas ou só de meninos, com a mesma quantidade de alunos e com a maior quantidade possível.

a) Quantos alunos terá cada um desses grupos?
b) Quantos grupos de meninas podem ser formados?
**c)** E quantos grupos de meninos?

## Encontrando o mdc pela decomposição em fatores primos

Vimos como calcular o mdc de dois ou mais números naturais conhecendo seus divisores. Agora, vamos ver como aplicar o processo da decomposição em fatores primos para o cálculo do mdc de um número.

Como exemplo, vamos calcular o mdc dos números 280 e 300. Inicialmente, decompomos cada número em fatores primos:


FABIO EUGENIO

| | |
|---|---|
| 280 | 2 |
| 140 | 2 |
| 70 | 2 |
| 35 | 5 |
| 7 | 7 |
| 1 | |

| | |
|---|---|
| 300 | 2 |
| 150 | 2 |
| 75 | 3 |
| 25 | 5 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$280 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7$

$280 = 2^3 \times 5 \times 7$

$300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$

$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$

Os fatores primos comuns, destacados em azul no exemplo, são $2 \times 2$ e 5, ou seja, $2^2$ e 5 (é preciso considerar os fatores comuns que apresentem o menor expoente para que eles sejam divisores dos dois números). Multiplicando esses fatores, obtemos o mdc desses dois números. Então:

$$\text{mdc}(280, 300) = 2^2 \times 5 = 4 \times 5 = 20$$

Ainda como exemplo, vamos calcular o mdc dos números 120, 252 e 150.

| | |
|---|---|
| 120 | 2 |
| 60 | 2 |
| 30 | 2 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

| | |
|---|---|
| 252 | 2 |
| 126 | 2 |
| 63 | 3 |
| 21 | 3 |
| 7 | 7 |
| 1 | |

| | |
|---|---|
| 150 | 2 |
| 75 | 3 |
| 25 | 5 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$

$150 = 2 \times 3 \times 5^2$

$\text{mdc}(120, 252, 150) = 2 \times 3 = 6$

**OBSERVAÇÃO**

- Dois ou mais números que têm o máximo divisor comum igual a 1 são chamados de **números primos entre si**.

  Por exemplo, 8 e 15 são primos entre si, pois o mdc(8, 15) = 1. Observe:

  - divisores de 8: 1, 2, 4, 8
  - divisores de 15: 1, 3, 5, 15

  Note que o único divisor comum desses números é o 1.

**56** Considerando $a = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$, $b = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$ e $c = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7$, calcule:

**a)** mdc($a$, $b$)
**b)** mdc($a$, $c$)
**c)** mdc($b$, $c$)
**d)** mdc($a$, $b$, $c$)

**57** Em uma loja de tecidos, a balconista Carla conversa com o gerente Augusto:


ILUSTRAÇÕES: MARCIO GUERRA



Carla pensou, pensou e conseguiu determinar com exatidão o comprimento de cada retalho. Determine esse comprimento.

**58** Aplicando a decomposição em fatores primos, determine o mdc entre os números:

**d)** 70, 90 e 120;
**e)** 198, 126 e 54;
**f)** 28, 70 e 84.

**59** Verifique se em cada caso os números são primos entre si. Justifique sua resposta.

**a)** 25 e 30
**b)** 40 e 21
**c)** 7 e 11
**d)** 28 e 35

**60** Na Escola Começo, o 6º ano A, com 48 alunos, o 6º ano B, com 36, e o 6º ano C, com 30, organizaram uma competição que contou com a participação de todos os alunos. Cada turma formou suas equipes. Todas as equipes tinham o mesmo número de alunos e o maior número possível deles.

a) Quantos alunos participaram de cada equipe?
b) Qual é o número total de equipes?

MARCIO GUERRA

**61** Alexandre é o irmão mais velho de Regina e de Guilherme. Regina tem 12 anos, e Guilherme, 10. As idades dos três irmãos são números primos entre si. Determine a idade de Alexandre, sabendo que ela é um número múltiplo de 7 e menor que 25.

## 5 O mínimo múltiplo comum (mmc)

Considere a seguinte situação:

Um feirante sempre leva para a feira a mesma quantidade de ovos de galinha para vender. Ele sabe que colocando os ovos em embalagens para 12 ou para 18 ovos, não sobra nem falta ovo. Vamos calcular qual é o menor número de ovos que satisfaz essas condições.

FABIO EUGENIO

Inicialmente, determinamos os múltiplos de cada um desses números:

- múltiplos de 12: **0**, 12, 24, **36**, 48, 60, **72**, 84, 96, 108, 120, 132, ...
- múltiplos de 18: **0**, 18, **36**, 54, **72**, 90, 108, 126, ...

Os números que são múltiplos de 12 e também de 18 são chamados de **múltiplos comuns** de 12 e 18. São eles: 0, 36, 72, ...

Dos múltiplos comuns, diferentes de zero, o menor número é o 36. Assim, o menor número de ovos é 36.

> O menor múltiplo comum de dois ou mais números, diferente de zero, é chamado de **mínimo múltiplo comum** e representado pelas iniciais **mmc**.

Na situação apresentada vimos que o mínimo múltiplo comum de 12 e 18 é 36, que se indica por mmc(12, 18) = 36.



### EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**62** Em certo país, as eleições para presidente ocorrem a cada 4 anos, e para senador, a cada 8 anos. Em 2014, essas eleições coincidiram. Determine os anos das quatro próximas vezes em que elas voltarão a coincidir.

**63** Determine:

**a)** os múltiplos do número 6;
**b)** os múltiplos do número 9;
**c)** os múltiplos comuns dos números 6 e 9;
**d)** o menor desses múltiplos comuns, diferente de zero.

**64** O dono da cantina da escola gosta de complicar as coisas. Quando lhe perguntaram sua idade, ele respondeu:

"Tenho mais de 40 anos, menos de 50 e minha idade é um múltiplo de 3 e de 8". Qual é a idade dele?

**65** De uma rodoviária, parte um ônibus da empresa X a cada 20 minutos e um ônibus da empresa Y a cada 45 minutos. Supondo que esses dois ônibus partam juntos às 8 horas da manhã, depois de quantos minutos os ônibus das duas empresas partirão juntos novamente? A que horas os ônibus partirão juntos novamente?


FABIO EUGENIO

**66** Na fila em que fiquei para comprar ingresso para assistir a um filme, havia 33 pessoas na minha frente. Notei que a cada 3 pessoas uma usava alguma peça de roupa branca, a cada 5 uma usava óculos e a cada 4 uma estava com um saquinho de pipoca nas mãos. Determine quantas pessoas dessa fila:

a) estavam com uma peça de roupa branca e usavam óculos.
b) estavam com uma peça de roupa branca e estavam comendo pipoca.
c) estavam comendo pipoca e usavam óculos.
d) estavam com uma peça de roupa branca, usavam óculos e estavam comendo pipoca.

## Encontrando o mmc pela decomposição em fatores primos

Vimos como calcular o mmc de dois ou mais números naturais conhecendo os múltiplos de cada um desses números. Existem, porém, outros processos que permitem calcular o mmc entre dois ou mais números naturais. Vamos ver dois desses processos.

### 1º) Decompondo cada número separadamente

Esse processo consiste em decompor cada número em fatores primos.

Como exemplo, vamos determinar o mmc dos números 280 e 300. Inicialmente, decompomos cada número em fatores primos:

$$\begin{array}{r|l} 280 & 2 \\ 140 & 2 \\ 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 300 & 2 \\ 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$280 = 2^3 \times 5 \times 7$ $\qquad$ $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$

Multiplicamos os fatores primos comuns e não comuns e, entre os fatores com bases iguais, escolhemos aquele que apresente maior expoente, uma vez que procuramos o múltiplo de 280 e 300 ao mesmo tempo. Então:

$$\text{mmc}(280, 300) = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7 = 8 \times 3 \times 25 \times 7 = 4.200$$

### 2º) Decomposição simultânea

Esse processo consiste em decompor simultaneamente os números em fatores primos.

Vamos determinar o mmc dos números 280 e 300. Inicialmente, decompomos simultaneamente os números em fatores primos:

$$\begin{array}{r|l} 280,\ 300 & 2 \\ 140,\ 150 & 2 \\ 70,\ \ 75 & 2 \\ 35,\ \ 75 & 3 \\ 35,\ \ 25 & 5 \\ 7,\ \ \ 5 & 5 \\ 7,\ \ \ 1 & 7 \\ 1,\ \ \ 1 & \end{array}$$

← 75 não é divisível por 2: deve ser repetido.
← 35 não é divisível por 3: deve ser repetido.
← 7 não é divisível por 5: deve ser repetido.
← 1 não é divisível por 7: deve ser repetido.
← linha de 1: fim da decomposição.

Em seguida, basta efetuar a multiplicação dos fatores obtidos.

Então, $\text{mmc}(280, 300) = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 4.200$

Ainda como exemplo, vamos decompor simultaneamente os números 120, 252 e 300 em fatores primos.

| | | |
|---|---|---|
| 120, 252, 300 | 2 | |
| 60, 126, 150 | 2 | |
| 30, 63, 75 | 2 | ← 63 e 75 não são divisíveis por 2: devem ser repetidos. |
| 15, 63, 75 | 3 | |
| 5, 21, 25 | 3 | ← 5 e 25 não são divisíveis por 3: devem ser repetidos. |
| 5, 7, 25 | 5 | ← 7 não é divisível por 5: deve ser repetido. |
| 1, 7, 5 | 5 | ← 1 e 7 não são divisíveis por 5: devem ser repetidos. |
| 1, 7, 1 | 7 | ← 1 não é divisível por 7: deve ser repetido. |
| 1, 1, 1 | | ← linha de 1: fim da decomposição. |

Em seguida, basta efetuar a multiplicação dos fatores obtidos. Assim:

$$\text{mmc}(120, 252, 300) = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 12.600$$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**67** Juliana percorre os 400 metros de uma pista de atletismo em 4 minutos, e Marina percorre a mesma distância em 5 minutos. Em determinado momento, as duas estarão juntas. Depois de quantos minutos elas voltarão a se encontrar?

MARCIO GUERRA

**68** Dois números decompostos em fatores primos são expressos da seguinte maneira:

$$2^3 \times 3 \times 5 \text{ e } 2^2 \times 3^2 \times 7$$

Indique o produto de fatores primos que representa o mínimo múltiplo comum desses números.

**69** Considerando $a = 2^3 \times 3^2$, $b = 2^2 \times 5$ e $c = 2 \times 3^3$, calcule:

**a)** mmc($a$, $b$)
**b)** mmc($a$, $c$)
**c)** mmc($b$, $c$)
**d)** mmc($a$, $b$, $c$)

**70** Calcule pelo processo da decomposição em fatores primos o mínimo múltiplo comum dos números:

**a)** 25 e 30;
**b)** 22 e 99;
**c)** 36 e 48;
**d)** 150, 60 e 75.

**71** Usando o processo da decomposição simultânea em fatores primos, determine o mínimo múltiplo comum dos números:

**a)** 40 e 60;
**b)** 45 e 120;
**c)** 72, 45 e 54;
**d)** 15, 20 e 25.

**72** De uma rodoviária partem ônibus para João Pessoa (PB) a cada 3 horas, para Natal (RN) a cada 6 horas e para Recife (PE) a cada 8 horas. Em determinado dia, às 7 horas da manhã, partiram, ao mesmo tempo, ônibus para essas três cidades. Após quantas horas essa coincidência voltou a ocorrer?

Farol do Cabo Branco, em João Pessoa. (Foto de 2005.)

MARCOS ANDRÉ/OPÇÃO BRASIL IMAGENS

Parque Turístico Ecológico Dunas de Genipabu, distante 25 km de Natal, Rio Grande do Norte. (Foto de 2005.)

RUBENS CHAVES/PULSAR IMAGENS

Rio Capibaribe, Recife. (Foto de 2013.)

RITA BARRETO

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**73** Sônia trouxe de sua chácara uma cesta de laranjas para as irmãs Flávia e Fabiana. Flávia contou as laranjas de 6 em 6 e não sobrou nenhuma, e Fabiana as contou de 8 em 8 e também não sobrou nenhuma. Quantas laranjas continha a cesta, sabendo que o número delas era maior que 90 e menor que 100?

MARCIO GUERRA

**74** Rosa mora sozinha em uma cidade a 200 quilômetros de distância de seus sobrinhos Roberto, Mário e Rosana. Para evitar que a tia Rosa fi que muito tempo só, seus sobrinhos combinaram de visitá-la da seguinte forma: Roberto costuma visitá-la a cada 12 dias, Mário, a cada 20 dias, e Rosana, a cada 18 dias. Supondo que eles se encontraram hoje na casa da tia Rosa, daqui a quantos dias será o próximo encontro?

**75** Em um sítio, há uma rua de laranjeiras e, ao seu lado, uma rua de limoeiros. Os pés de laranja são plantados a cada 4 metros, e os de limão, a cada 6 metros. No início das ruas, foi plantado um pé de laranja na frente de um pé de limão. De quantos em quantos metros isso acontece?



## TRABALHANDO A INFORMAÇÃO i

### Construindo um gráfico de barras

De acordo com o Sistema Nacional de Bibliotecas Públicas (SNBP), no ano 2014 em todo o Brasil havia 6.062 bibliotecas. Veja na tabela abaixo os seis estados que possuem o maior número de bibliotecas fundadas até 2014.

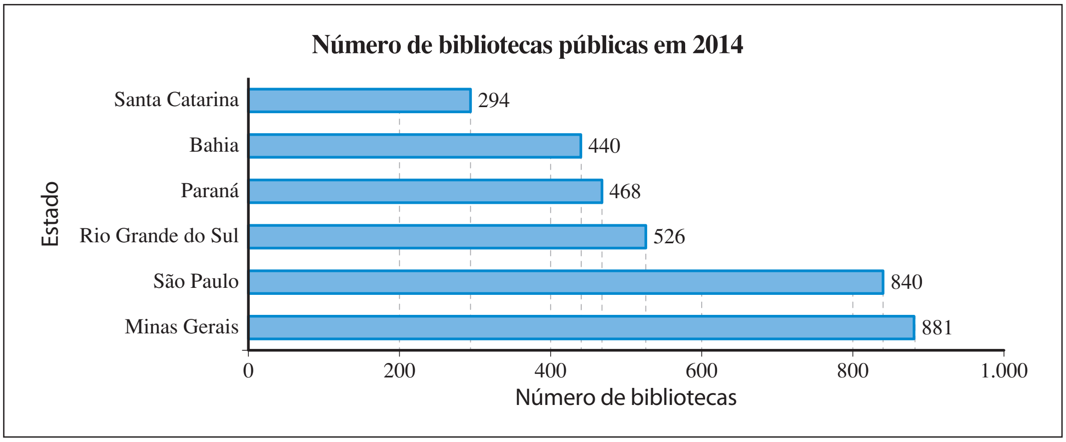
| Número de bibliotecas públicas em 2014 | |
|---|---|
| **Estado** | **Bibliotecas** |
| Minas Gerais | 881 |
| São Paulo | 840 |
| Rio Grande do Sul | 526 |
| Paraná | 468 |
| Bahia | 440 |
| Santa Catarina | 294 |

Dados obtidos em: <http://snbp.culturadigital.br>. Acesso em: 19 jan. 2015.

Também é possível organizar e apresentar essas informações em um gráfico de barras. Para construir esse gráfico, com o auxílio de uma régua, adotamos os seguintes procedimentos:

- Traçamos uma linha horizontal, onde será registrada a quantidade de bibliotecas, e uma linha vertical, na qual serão indicados os estados.
- Escolhemos uma unidade de medida adequada de modo que caibam, na linha horizontal, os valores indicados na tabela, e outra unidade de medida de modo que caibam, na linha vertical, as larguras das barras. Para facilitar a leitura, convém que essas larguras sejam iguais.
- Traçamos as barras. A barra relativa a Minas Gerais deve ter comprimento 881, pois esse estado possuía 881 bibliotecas em 2014. Da mesma forma, a barra relativa ao estado de São Paulo deve ter comprimento 840, pois em 2014 havia 840 bibliotecas em São Paulo. Assim, as barras relativas aos estados do Rio Grande do Sul, Paraná, Bahia e Santa Catarina devem ser construídas com 526, 468, 440 e 294 de comprimento, respectivamente.

- Completamos o gráfico nomeando as linhas vertical e horizontal, chamadas de **eixos**, dando um título ao gráfico e indicando a fonte dos dados. Há gráficos de barras em que o eixo horizontal é omitido. Nesses casos, necessariamente, os valores são colocados à direita ou acima das respectivas barras.




Dados obtidos em: <http://snbp.culturadigital.br>. Acesso em: 19 jan. 2015.

Algumas interpretações podem ser feitas pela análise do gráfico:

- Em 2014, Minas Gerais possuía praticamente o dobro da quantidade de bibliotecas da Bahia. Podemos afirmar isso porque o comprimento da barra referente ao estado de Minas Gerais (881) tem quase o dobro do comprimento da barra da Bahia (440).
- Entre os estados apresentados, o que possuía a menor quantidade de bibliotecas em 2014 era Santa Catarina.
- O Rio Grande do Sul em 2014 possuía 58 bibliotecas a mais que o Paraná.

## *Agora quem trabalha é você!*

**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

**1** Faça mais algumas interpretações do gráfico de barras apresentado anteriormente.

**a)** Quantas bibliotecas existiam no estado de São Paulo em 2014?

b) Em 2014, quantas bibliotecas os estados de Santa Catarina e do Rio Grande do Sul possuíam juntos?

c) E hoje, quantas bibliotecas existem em seu estado e em sua cidade? Faça uma pesquisa na internet para responder.

**2** A bibliotecária da escola mantém organizados os dados relativos a empréstimos de livros. Veja na tabela ao lado quantos livros foram emprestados ao longo da semana.

**Número de livros emprestados (semana de 6 a 10 de março de 2017)**

| Dia da semana | Quantidade |
|---|---|
| Segunda-feira | 12 |
| Terça-feira | 15 |
| Quarta-feira | 9 |
| Quinta-feira | 18 |
| Sexta-feira | 20 |

Dados obtidos no caderno de anotações da bibliotecária.

**a)** Em um gráfico de barras que represente os dados dessa tabela, qual dia da semana deve ter uma barra de maior comprimento? E qual dia deve ter uma barra de menor comprimento?

**b)** Há alguma barra desse gráfico que deva ter o dobro do comprimento de outra barra? Quais barras? Por quê?

**c)** Construa um gráfico de barras para representar os dados da tabela.

## EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

**1** Na fila da bilheteria de um teatro, há menos de 50 pessoas. Contando essas pessoas de 6 em 6, sobram 3. Contando de 7 em 7, também sobram 3. Quantas pessoas estão na fi la nesse momento?

**2** Ana possui de 100 a 150 DVDs. Agrupando-os de 12 em 12, de 15 em 15 ou de 20 em 20, sempre resta um. Quantos DVDs Ana tem?

**3** Verifique mentalmente se o número 34.524 é divisível por 6. Justifique sua resposta.

**4** Determine o menor número de três algarismos distintos que seja:

**a)** divisível por 2;
**b)** divisível por 3;
**c)** divisível por 5;
**d)** divisível por 6.

**5** Das sentenças abaixo, descubra as que são falsas e corrija-as.

a) O número 260 é divisível por 2, por 3 e por 5.
b) O número 2.040 é divisível por 2, mas não por 3.
c) O número 3.065 é divisível por 5, mas não é divisível por 3.
d) O número 18.756 é divisível por 4 e por 9.

**6** Uma pessoa deseja efetuar, com o auxílio de uma calculadora, a divisão de um número por 36, mas a tecla 6 está com defeito. Como ela poderia efetuar essa divisão?

MARCIO GUERRA

**7** Dividindo-se um número por 10, restou 5.

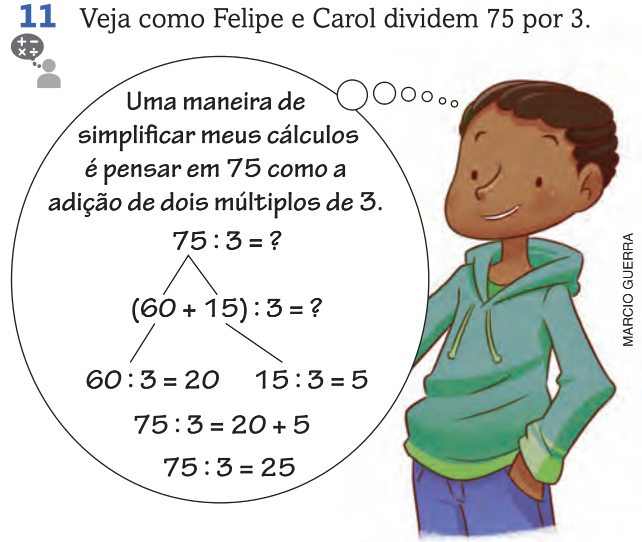
**a)** Esse número é divisível por 2? Por quê?
**b)** Esse número é divisível por 5? Por quê?

**8** Joaquim possui menos de 100 bolinhas de gude. Quando ele conta de 7 em 7, sobra 1 bolinha; quando conta de 6 em 6, sobram 3; e quando conta de 5 em 5, sobram 2. Quantas bolinhas de gude Joaquim possui?

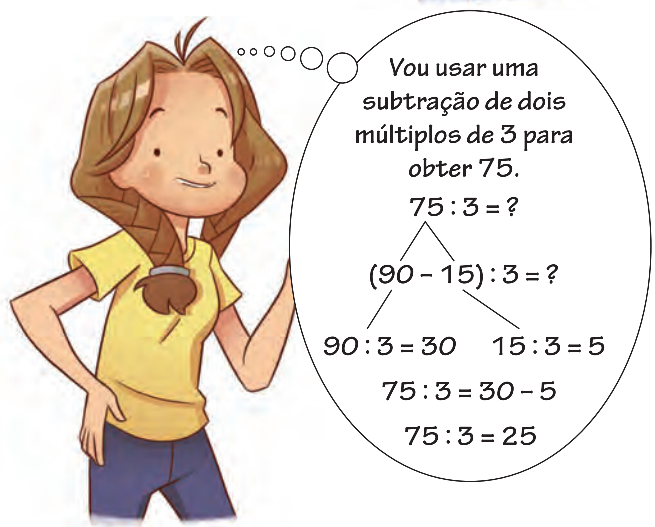
**9** Como é possível, usando uma calculadora, efetuar a multiplicação de um número por 12 se a tecla 1 não funciona?

**10** Que algarismo deve ser colocado à esquerda de 283 para que se obtenha um número divisível por 9?

**11** Veja como Felipe e Carol dividem 75 por 3.




MARCIO GUERRA




Agora, calcule mentalmente as divisões a seguir e registre suas respostas.

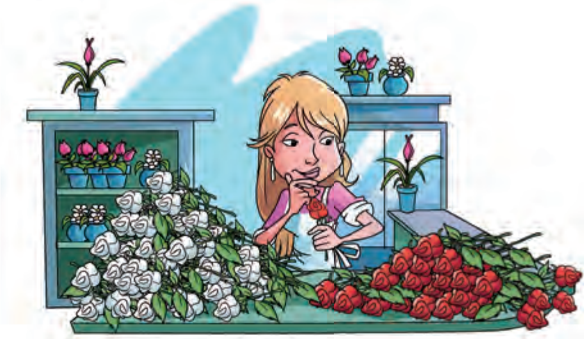
**a)** 48 : 4 **b)** 80 : 5 **c)** 147 : 7 **d)** 87 : 3

**12** Alfredo pensou no número 518, trocou a ordem dos algarismos e obteve 815. Subtraindo o menor do maior obteve 297. Esse número é múltiplo de 9?
Agora, pense em um número e realize os mesmos passos do cálculo de Alfredo. O resultado da subtração em seu cálculo é divisível por 9?

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**13** Uma florista tem 100 rosas brancas e 60 rosas vermelhas e pretende montar o maior número de ramalhetes que contenha, cada um, o mesmo número de rosas brancas e o mesmo número de rosas vermelhas.

ENAGIO COELHO



a) Dessa forma, qual o maior número de ramalhetes que a floristapoderámontar? Quantas rosas brancas e quantas rosas ver-melhas terá cada um desses ramalhetes?

**14** Reúna-se com um colega e respondam ao que se pede.

**a)** Qual produto é maior: (28 · 42) ou mdc(28, 42) · mmc(28, 42)?
b) Qual produto é menor: (63 · 36) ou mdc(63, 36) · mmc(63, 36)?
c) Comparem os produtos: (21 · 40) e mdc(21, 40) · mmc(21, 40).
d) Escolham dois números naturais $a$ e $b$ não nulos e calculem os produtos: $(a \cdot b)$ e mdc($a$, $b$) · mmc($a$, $b$). O que se pode concluir sobre esses produtos?
e) Como vocês fariam para obter o mdc($a$, $b$), com $a$ e $b$ não nulos, conhecendo os valores de mmc($a$, $b$) e $(a \cdot b)$?

**15** Quando um número termina em 5, ele:

**a)** é divisível apenas por 5.
**b)** pode ser divisível por 2.
**c)** pode ser divisível por 3.
**d)** pode ser divisível por 10.

**16** (Unifacs-BA) O número de alunos de uma sala de aula é menor que 50. Formando-se equipes de 7 alunos, sobram 6. Formando-se equipes de 9 alunos, sobram 5. Nessas condições, se forem formadas equipes de 8 alunos, o número de alunos que sobra é:

**a)** 1. **b)** 2. **c)** 3. **d)** 4. **e)** 5.

**17** (UFMG) O número de três algarismos divisível ao mesmo tempo por 2, 3, 5, 6, 9, 11 é:

**a)** 330. **c)** 676. **e)** 996.
**b)** 66. **d)** 990.

**18** Fiz 336 balas de coco e 252 balas de mel. Quero separá-las em pacotes, fazendo que cada pacote tenha o mesmo tipo e a mesma quantidade de balas. Qual é o maior número possível de balas em cada pacote? Quantos pacotes de bala terei?
84; 7

MARCIO GUERRA

**19** A figura a seguir mostra a planta de uma chácara cujas divisas medem 144, 168, 192 e 216 metros. O proprietário deseja plantar coqueiros ao longo das divisas, de modo que a distância entre cada coqueiro e o seguinte seja a maior possível e que haja um coqueiro em cada canto da chácara.

Calcule quantos coqueiros são necessários para o plantio.

MARCIO GUERRA

**20** O mdc de três números primos entre si é:

**a)** o menor deles. **c)** o número 1.
**b)** o maior deles. **d)** o produto deles.

**21** Determine o menor número que dividido por 12, por 15 e por 36 tem sempre resto igual a 2.

**22** Hoje, Joana e Antônia se encontraram em um mesmo cinema que costumam frequentar. Joana vai a cada 18 dias, e Antônia, a cada 24 dias. Daqui a quantos dias as duas amigas se encontrarão novamente nesse cinema?


MARCIO GUERRA

## Diversificando

### Corrida dos números primos

**Número de participantes:** 2, 3 ou 4 jogadores

**Material:**

IVAYLO IVANOV/SHUTTERSTOCK

- Tabuleiro abaixo, reproduzido em cartolina ou outro material.
- Dois dados com 6 faces.
- Marcadores diferentes, um para cada jogador (podem ser sementes diversas).

**Regras:**

- Cada jogador lança os dois dados. Quem conseguir a maior soma começa o jogo.
- Cada jogador, alternadamente, lança os dois dados. Marca no tabuleiro a casa correspondente à soma das faces viradas para cima.
- Da segunda jogada em diante, ao resultado dos dados deve ser adicionado o valor da casa onde o marcador se encontra.
- Quem cair em uma casa com um número primo deve levar seu marcador para a casa que possui o dobro desse número. Se o dobro do número não existir no tabuleiro, o jogador deve permanecer onde está.
- Se a soma das faces viradas para cima ultrapassar o que falta para chegar ao final, o jogador leva seu marcador para a última casa.
- Quem primeiro marcar a última casa vence o jogo.

**Tabuleiro**

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Partida | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |
| | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | |
| | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | |
| | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | |
| | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | |
| | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | |
| | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | |
| | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | |
| | 97 | 98 | 99 | 100 | 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | |
| | 109 | 110 | 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 | |
| | 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 | 130 | 131 | 132 | |
| | 133 | 134 | 135 | 136 | 137 | 138 | 139 | 140 | 141 | 142 | 143 | 144 | Chegada |

ADILSON SECCO

### *Agora é com você!*

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

- Com seu parceiro de jogo analisem a situação a seguir.

  Janaína e Carlos estão brincando de **Corrida dos números primos** e o próximo a jogar é Carlos. O marcador de Carlos está na casa 68 e o de Janaína, na casa 123. Observem a ilustração que mostra como está o jogo e respondam à questão.

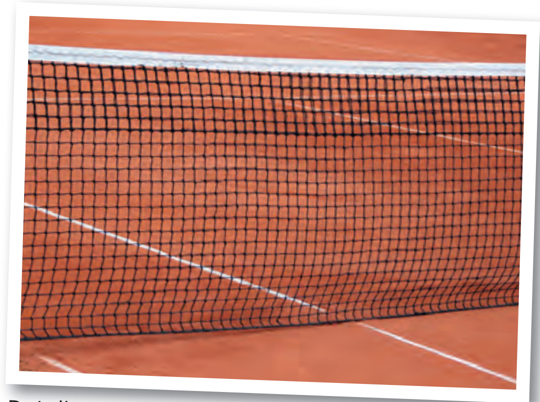
FABIO EUGENIO

Carlos ainda tem alguma chance de ganhar o jogo?

# CAPÍTULO 5 Retas e ângulos

## 1 Posições relativas de duas retas em um plano


Detalhe das cordas de um piano.



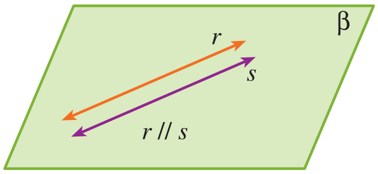

Detalhe da rede usada no jogo de tênis.



Na foto do meio, observe que as cordas do piano não se cruzam. Já na foto da rede, é possível perceber que os fios que a compõem se cruzam. No primeiro caso, dizemos que as cordas lembram linhas paralelas; no segundo, os fios lembram linhas concorrentes. Agora, vamos ver como essas ideias das posições relativas de duas retas são estudadas em Geometria.

Quando duas retas contidas em um mesmo plano não têm pontos em comum, elas são denominadas **retas paralelas**.

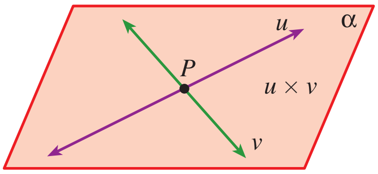
Veja o exemplo.




As retas *r* e *s*, contidas no plano β, representadas na figura ao lado, são paralelas, pois elas não têm pontos em comum. Indicamos: $r \,//\, s$.

Quando duas retas têm um único ponto em comum, elas são denominadas **retas concorrentes**.

Veja o exemplo.



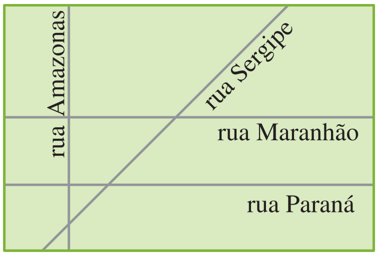

As retas *u* e *v*, contidas no plano α, representadas na figura ao lado, são concorrentes, pois o ponto *P* é o único ponto em comum entre elas. Indicamos: $u \times v$.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

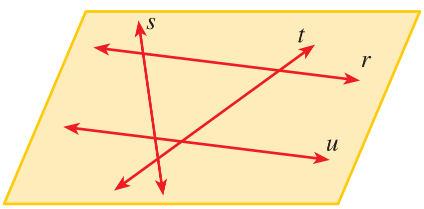
**1** No mapa abaixo, as ruas estão indicadas por linhas que nos dão a ideia de retas.




NELSON MATSUDA

a) Das ruas representadas nesse mapa, qual é paralela à rua Maranhão?
b) E quais são concorrentes com a rua Sergipe?
c) Se você seguisse pela rua Maranhão e um colega fosse pela rua Paraná, vocês se encontrariam? Por quê?

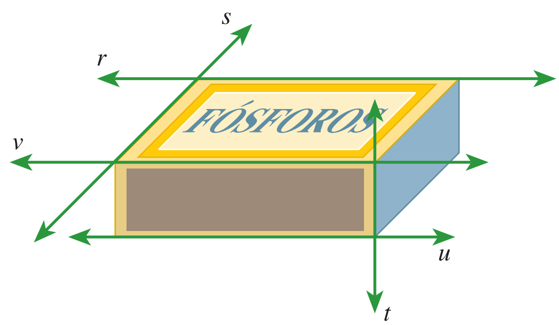
**2** Observe a figura.




NELSON MATSUDA

**a)** Quais retas são paralelas nessa figura?
**b)** Dê dois pares de retas concorrentes.

**3** Identifique dois pares de retas paralelas e dois pares de retas concorrentes na figura abaixo. Para confirmar sua resposta, pegue, em sua casa, uma caixa de fósforos vazia e alguns canudinhos de refresco para representar as retas.



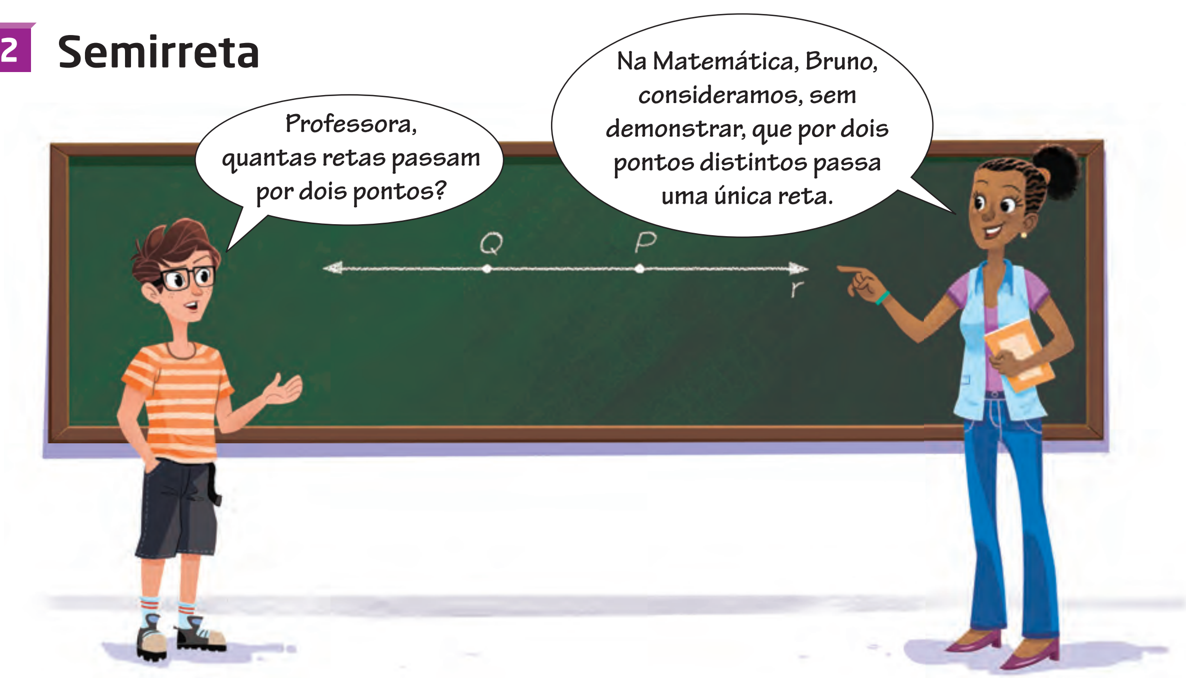

NELSON MATSUDA

**4** Discuta com um colega e registrem no caderno suas conclusões sobre as questões a seguir.

a) Se as cordas de um piano se cruzassem, o instrumento funcionaria?
b) Se os fiosdeumaredede tênisnãose cru-zassem, a rede funcionaria?



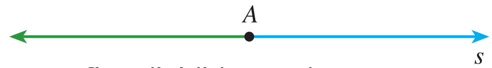
## 2 Semirreta




LEONARDO CONCEIÇÃO

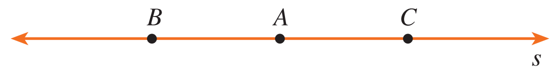
A explicação da professora pode ser confirmada na reta que ela desenhou no quadro de giz. A reta *r* também pode ser indicada por $\overleftrightarrow{QP}$ ou $\overleftrightarrow{PQ}$ (lemos: "reta *QP*" ou "reta *PQ*").

Agora, considere uma reta *s* e um ponto *A* pertencente a ela.




Em relação ao ponto *A*, a reta *s* fica dividida em duas partes que têm o ponto *A* em comum. Cada uma dessas partes da reta (incluindo o ponto *A*) é chamada de **semirreta**, e o ponto *A* é chamado de **origem** de cada semirreta.

Observe a reta *s* abaixo. Nela estão assinalados os pontos *A*, *B* e *C*.




Vamos destacar a semirreta de origem *A* que passa pelo ponto *B*:


Essa semirreta é indicada por $\overrightarrow{AB}$.

Vamos destacar agora a semirreta de origem *A* que passa pelo ponto *C*:


Essa semirreta é indicada por $\overrightarrow{AC}$.

As semirretas $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$ são chamadas de **semirretas opostas**.

## 3 Segmento de reta

Considere uma reta *t* e dois pontos distintos pertencentes a ela: *M* e *H*.


Destacamos em azul a parte da reta que contém os pontos *M*, *H* e todos os pontos entre eles.


Chamamos de **segmento de reta** a parte destacada. Esse segmento é indicado por $\overline{MH}$ ou $\overline{HM}$ (lemos: "segmento *MH*" ou "segmento *HM*").

Um segmento de reta é uma parte da reta limitada por dois pontos distintos, chamados de **extremos**.

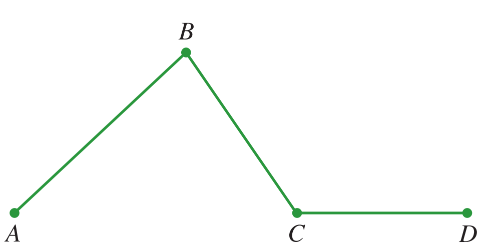
Na reta *t* dada, os pontos *M* e *H* são os extremos do segmento $\overline{MH}$.

Vamos conhecer agora o que são segmentos de reta consecutivos e segmentos de reta colineares.

Dois segmentos de reta são **consecutivos** quando têm um extremo comum.

Veja o exemplo.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA



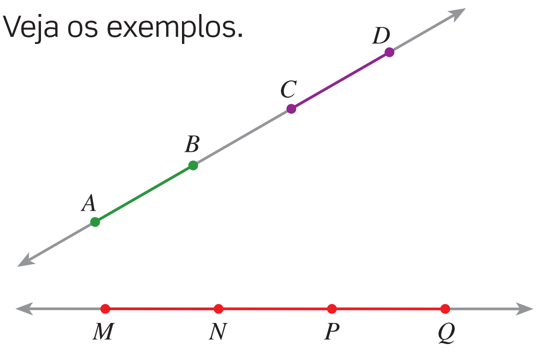

Os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ têm um extremo comum, que é o ponto *B*; logo, são segmentos consecutivos.

Os segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$ também têm um extremo comum, o ponto *C*. Eles também são segmentos consecutivos.

Note que os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ não são consecutivos, pois não têm nenhum extremo comum.

Dois segmentos de reta são **colineares** quando estão sobre a mesma reta.

Veja os exemplos.




Os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ estão sobre a mesma reta; logo, são segmentos colineares.

Os segmentos $\overline{MN}$ e $\overline{MP}$ também são colineares, porque estão sobre a mesma reta.

Já os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{PQ}$ não são colineares, pois não estão sobre a mesma reta.

**OBSERVAÇÃO**

- Os segmentos $\overline{MP}$ e $\overline{PN}$ são segmentos consecutivos e colineares.

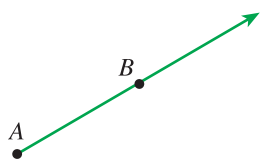


## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

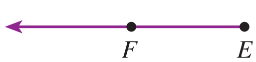
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**5** Identifique as semirretas abaixo e indique sua origem.

**a)**



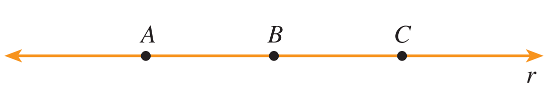

**b)**




**c)**


NELSON MATSUDA

**6** Observe a reta *r* abaixo.



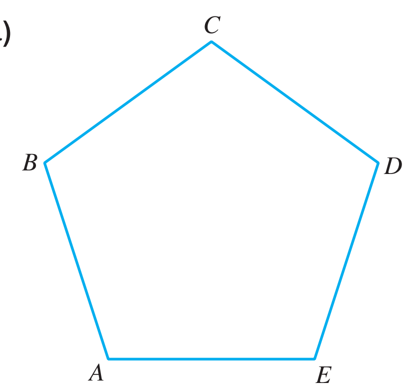

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**a)** Quais são as semirretas de origem no ponto *B*?

**b)** Quantas semirretas com origem em *A*, *B* ou *C* podemos obter?

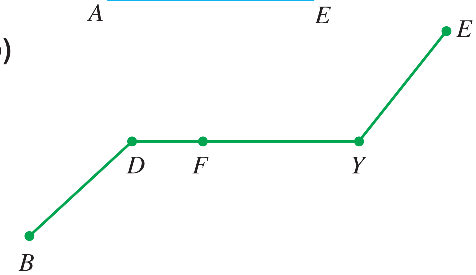
**7** Quais são os segmentos mostrados em cada uma das figuras a seguir?

**a)**

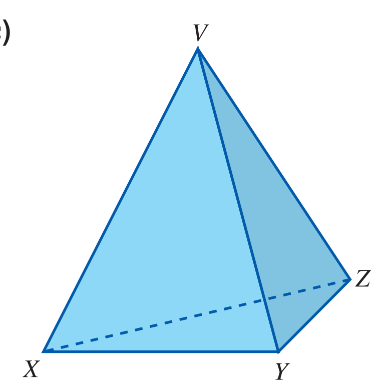



ADILSON SECCO

**b)**



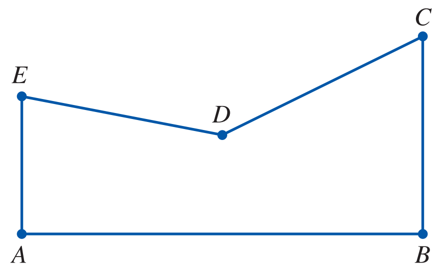

**c)**



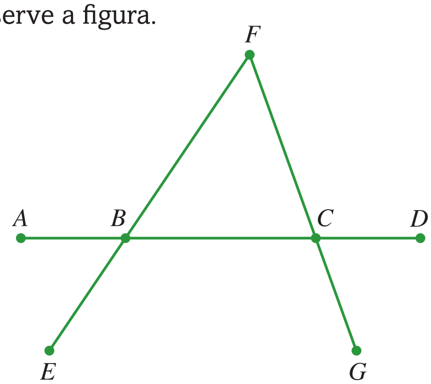

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**8** Identifique os segmentos consecutivos da figura representada abaixo.




**9** Observe a figura.

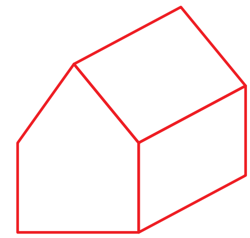



Classifique em consecutivos, colineares ou consecutivos e colineares os pares de segmentos indicados nos itens a seguir.

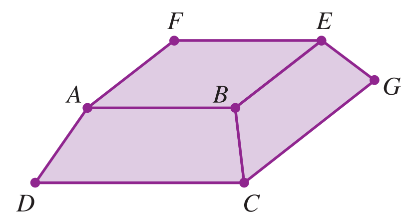
**a)** $\overline{AB}$ e $\overline{EB}$
**b)** $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$
**c)** $\overline{EB}$ e $\overline{BC}$
**d)** $\overline{BF}$ e $\overline{FG}$
**e)** $\overline{EF}$ e $\overline{FG}$
**f)** $\overline{FC}$ e $\overline{FG}$

**10** Indique, com base na figura do exercício anterior, outros dois pares de segmentos que sejam consecutivos e colineares.

**11** Mariana fez o esboço de uma casa. Quantos segmentos de reta ela utilizou?



**12** Na figura geométrica não plana abaixo, identifique três pares de segmentos consecutivos, dois segmentos colineares e dois segmentos que estejam em um mesmo plano.




**13** Reúna-se com um colega e façam o que se pede. Desenhem no caderno o contorno de uma moeda e marquem nele cinco pontos: *A*, *B*, *C*, *D* e *E*.

**a)** Quantos segmentos com extremos nesses pontos vocês podem traçar? Quais são eles?

**b)** Desses segmentos, indiquem cinco pares que sejam consecutivos.

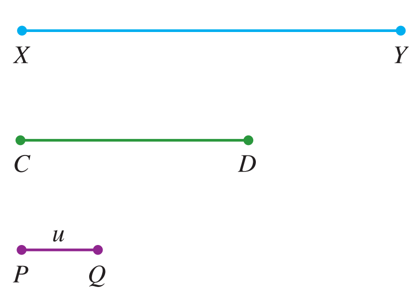
**c)** Quais pares desses segmentos são colineares?



## Medida de um segmento de reta

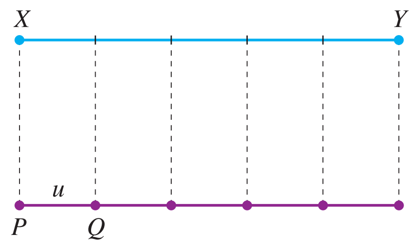
Determinar a medida de um segmento de reta significa comparar seu comprimento com o comprimento de outro segmento, que foi tomado como unidade de medida.

Considere os segmentos:



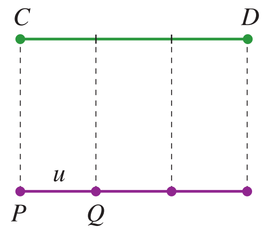

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Tomando como unidade de medida o comprimento do segmento $\overline{PQ}$, vamos determinar a medida dos segmentos $\overline{XY}$ e $\overline{CD}$. Chamamos de $u$ a unidade de medida utilizada.




Observe que o segmento $\overline{PQ}$ "cabe" 5 vezes no segmento $\overline{XY}$. Por isso, a medida de $\overline{XY}$ na unidade $u$ é 5 ou 5$u$.

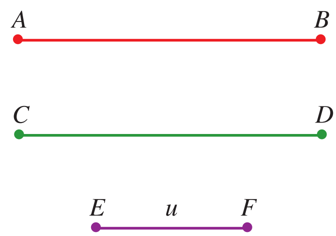
Indicamos: $m(\overline{XY}) = 5u$ ou, simplesmente, $XY = 5u$.



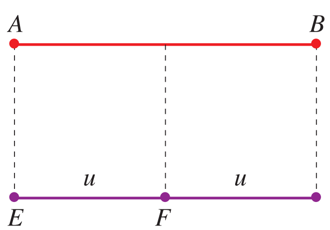

A medida do segmento $\overline{CD}$ é 3$u$, pois o segmento $\overline{PQ}$ "cabe" 3 vezes no segmento $\overline{CD}$.

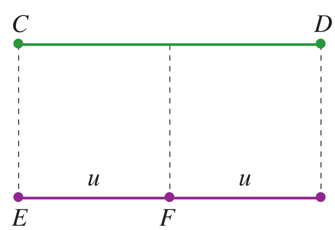
Indicamos: $m(\overline{CD}) = 3u$ ou $CD = 3u$.

Considere agora os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$. Vamos tomar como unidade de medida $u$ o segmento $\overline{EF}$:




Vamos calcular as medidas dos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$.




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

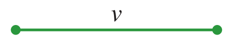
Observe que os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ têm medidas iguais a 2$u$; por esse motivo, chamamos os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ de **segmentos congruentes**.

> Dois segmentos são **congruentes** quando têm medidas iguais segundo uma mesma unidade de medida.

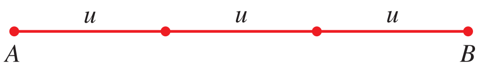
## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

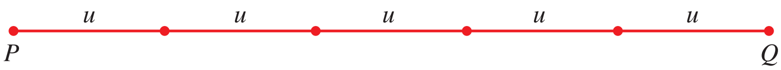
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

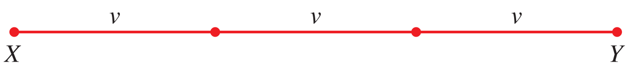
**14** Tomando como unidade de medida o segmento 

e depois o segmento 

, determine a medida dos segmentos abaixo.

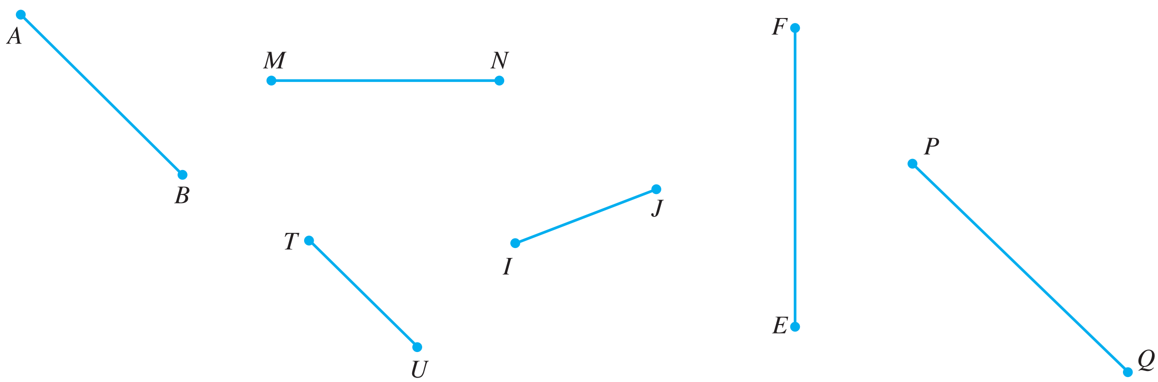
**a)** 


**b)** 


**c)** 


ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**15** Podemos separar os segmentos abaixo em pares de segmentos congruentes. Com o auxílio de uma régua, descubra quais são eles.




**16** Para esta atividade, reúna-se com um colega e façam o que se pede.
Vocês vão precisar dos seguintes materiais:

- tesoura com pontas arredondadas;
- cinco canudinhos feitos de plástico mole, de mesmo tamanho, nas cores branco, amarelo, vermelho, verde e azul.

A seguir:

- Dobrem ao meio e cortem os canudinhos, exceto o branco.
- Separem uma metade de cada cor e descartem a outra metade.
- Peguem o canudinho vermelho que já está pela metade, dobrem-no pela metade e descartem a outra parte. Repitam esse procedimento com a metade restante: duas vezes para o verde e três vezes para o azul.

Considerando o pedaço que sobrou de cada cor, registrem em seus cadernos:

a) as medidas do canudinho branco, usando como unidade de medida o pedaço amarelo, depois o vermelho, depois o verde;

b) as medidas do canudinho amarelo, usando como unidade de medida o pedaço vermelho, depois o verde;

**c)** a medida estimada do canudinho branco na unidade azul, sem manipular (pegar com a mão) o pedaço azul;

**d)** a medida estimada do canudinho branco na unidade azul, agora manipulando o pedaço azul.

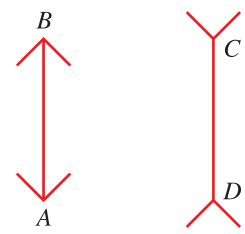
Agora, respondam à pergunta em seu caderno: juntando dois pedaços de cores diferentes, é possível obter um pedaço do tamanho de outro de outra cor?

## PARA SABER MAIS +

### Ilusão de óptica

A mera observação de uma figura pode levar a conclusões erradas, pois muitas vezes as aparências enganam.

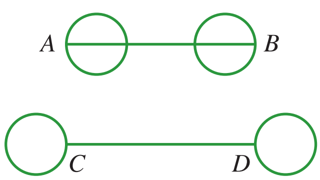
Veja, por exemplo, os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ ao lado. Ao observá-los, tem-se a impressão de que o segmento $\overline{AB}$ é menor que o segmento $\overline{CD}$, mas, com o auxílio de uma régua, verifica-se que ambos têm a mesma medida.




**Agora é com você!** FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

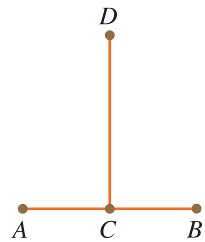
Por meio de observação, procure estabelecer em cada figura abaixo uma comparação entre os segmentos indicados. Depois, usando uma régua, verifique se sua comparação se comprova.

Figura 1



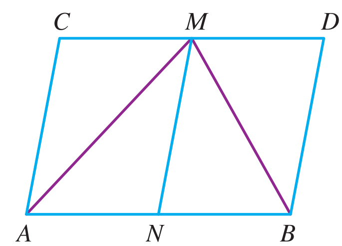

$\overline{AB}$ e $\overline{CD}$

Figura 2




$\overline{AB}$ e $\overline{CD}$

Figura 3




$\overline{AM}$ e $\overline{MB}$

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA



## 4 Ângulos

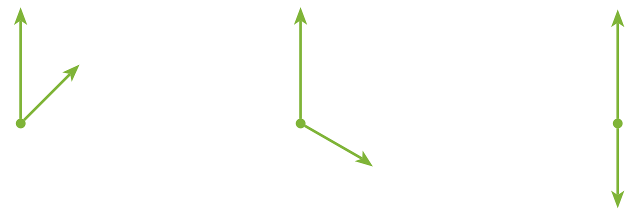
Observe um relógio analógico. Ao meio-dia, o ponteiro dos minutos e o das horas estão sobrepostos. Conforme o tempo passa, esses ponteiros se movimentam, formando-se certa abertura entre eles. Veja os exemplos.

FOTOS: SERDAR BAYRAKTAR/SHUTTERSTOCK

A figura formada pelos dois ponteiros de um relógio sugere a ideia de ângulo.

**Ângulo** é a figura geométrica formada por duas semirretas de mesma origem.

Os ângulos a seguir são representações de alguns dos ângulos formados pelos ponteiros do relógio das fotos anteriores. A cada ponteiro foi associada uma semirreta.



NELSON MATSUDA

Os ângulos podem ser lembrados ao observar a natureza e diversos objetos produzidos pelo ser humano.

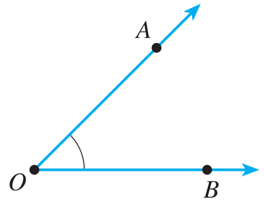
ANA GRAM/SHUTTERSTOCK

JACLYN SOLLARS/GETTY IMAGES

MELINDA FAWVER/SHUTTERSTOCK

HURST PHOTO/SHUTTERSTOCK

No ângulo representado abaixo:



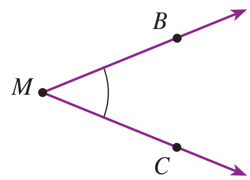

NELSON MATSUDA

- o ponto $O$ é chamado de **vértice** do ângulo;
- as semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ são chamadas de **lados** do ângulo;
- indicamos o ângulo por $A\hat{O}B$ (lemos: "ângulo $AOB$");
- o arco que liga os lados indica qual é a abertura do ângulo que estamos considerando.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

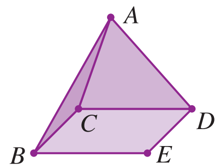
**17** Observe o ângulo e responda às questões.



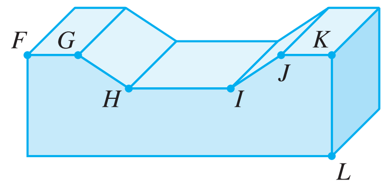

**a)** Qual é o vértice desse ângulo?
**b)** Quais são seus lados?
**c)** Como indicamos esse ângulo?

**18** Em cada figura a seguir, imagine dois ângulos e os pares de semirretas correspondentes a eles. Dê a indicação desses ângulos.

**a)**

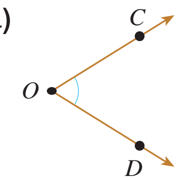



**b)**

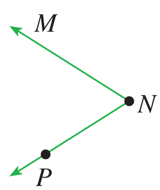



**19** Dê a indicação de cada ângulo e dos lados que o formam.

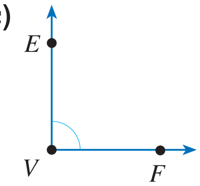
**a)**



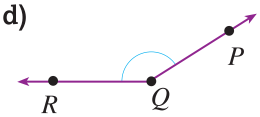

**b)**




**c)**




**d)**




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA



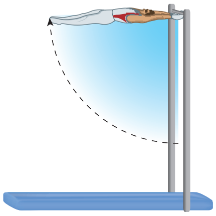
## Ângulo e giro

Em algumas modalidades do atletismo, o giro é um movimento fundamental. O giro dá ideia de ângulo.

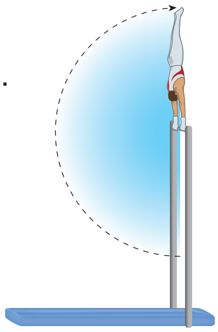
Veja no esquema ao lado da foto algumas posições no giro do atleta.

GUSTOIMAGES/SCIENCE PHOTO LIBRARY/LATINSTOCK

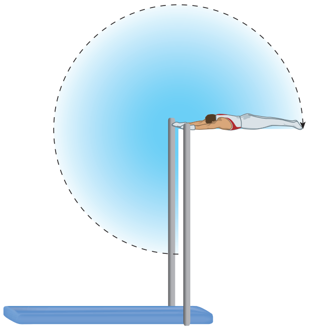
Visão estroboscópica, feita com a sobreposição de sequência de fotos tiradas do mesmo ponto, de um atleta na barra horizontal.



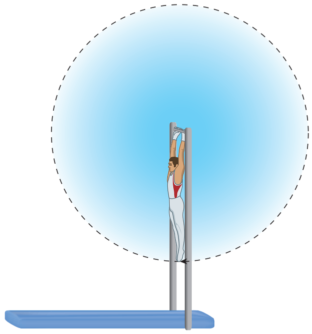
giro de $\frac{1}{4}$ de volta



giro de $\frac{1}{2}$ de volta



giro de $\frac{3}{4}$ de volta



giro de uma volta completa

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO

**20** Observe o giro que Júlia fez da 1ª para a 2ª posição. Ela fez um giro para a direita dela. Represente o ângulo associado ao giro de Júlia.


Júlia está de frente para o vendedor de sucos.


Júlia fica de lado para o vendedor de sucos.

ILUSTRAÇÕES: LEONARDO CONCEIÇÃO

**21** Reúna-se com um colega e usem papel quadriculado para desenhar um percurso. O lado do quadradinho deve ser considerado a unidade de comprimento.

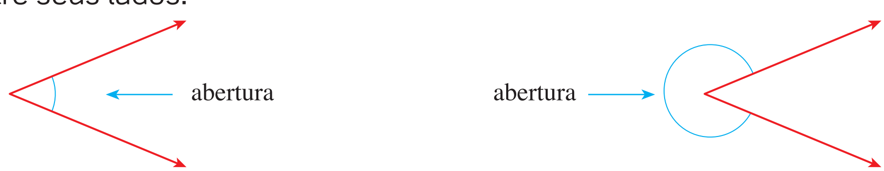
**a)** Marquem no papel um ponto *O* conveniente. A partir de *O*, tracem uma linha com 6 unidades. A seguir, repitam três vezes os comandos:
- gire metade de meia-volta para a direita;
- trace uma linha com 6 unidades.

Que figura vocês desenharam?

**b)** Criem um roteiro cada um, troquem o roteiro com o colega e tracem o roteiro do outro.

## Medida de um ângulo

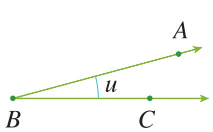
Para determinar a medida de um ângulo, devemos verificar a abertura que está sendo considerada entre seus lados.



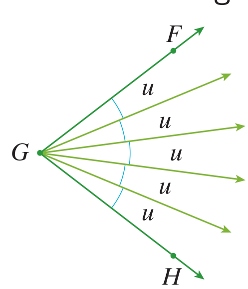

### OBSERVAÇÃO

- Dado um ângulo, sempre podemos assinalar duas aberturas.
  Quando não houver indicação, consideraremos sempre a menor delas.

Para obter a medida de um ângulo, escolhemos um ângulo cuja abertura será a unidade de medida e verificamos quantas vezes ela "cabe" na abertura do ângulo que se deseja medir. Veja o exemplo.



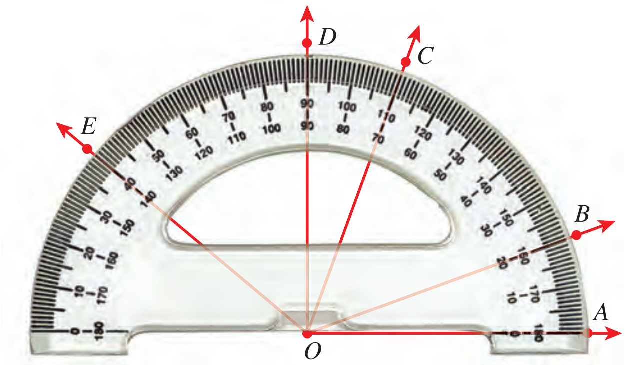
unidade de medida $u$



A medida de $F\hat{G}H$ é $5u$.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Uma das unidades de medida de ângulos é o **grau** (°). O transferidor é o instrumento usado para medir ângulos em grau. O transferidor da foto imediatamente abaixo é dividido em 180 partes iguais. Cada uma dessas partes determina um ângulo de 1 grau, representado como 1°.




De acordo com a figura, temos:

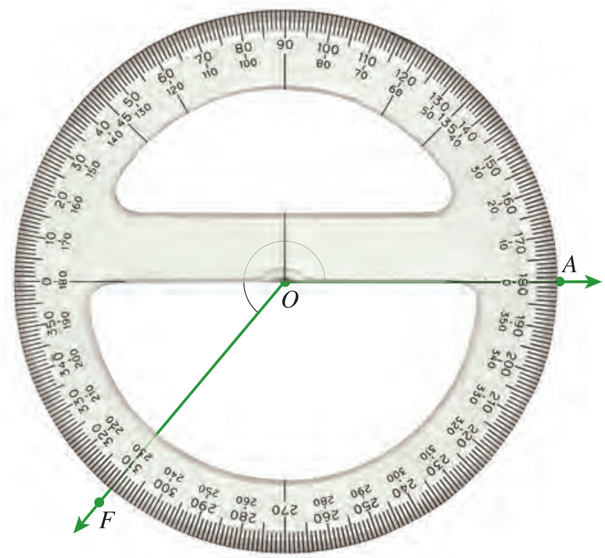
- Medida de $A\hat{O}B = 20°$
  Indicamos: $m(A\hat{O}B) = 20°$
- Medida de $A\hat{O}C = 70°$
  Indicamos: $m(A\hat{O}C) = 70°$
- Medida de $A\hat{O}D = 90°$
  Indicamos: $m(A\hat{O}D) = 90°$
- Medida de $A\hat{O}E = 140°$
  Indicamos: $m(A\hat{O}E) = 140°$

FOTOS: EDUARDO SANTALIESTRA
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Para ângulos com medida maior que 180°, usamos um transferidor de 360°. Observe na foto ao lado a medida do ângulo assinalado.

Medida de $A\hat{O}F = 230°$

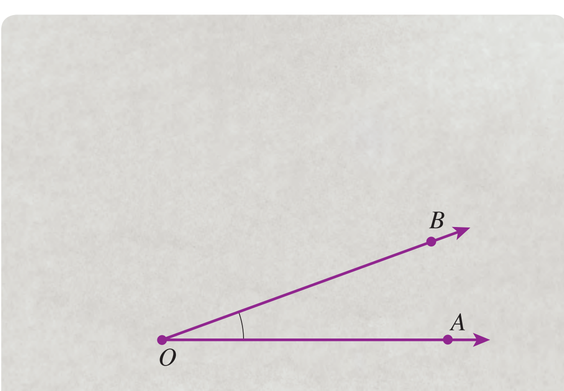
Indicamos: $m(A\hat{O}F) = 230°$

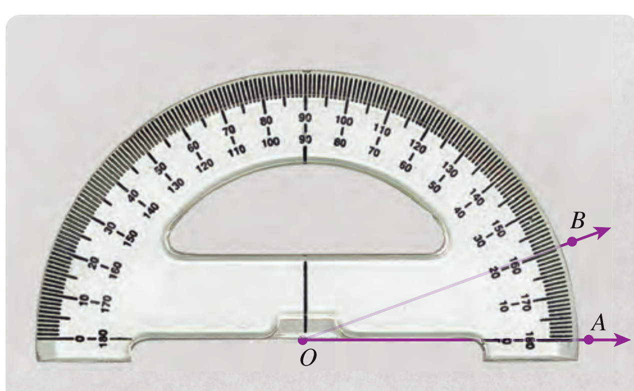





Veja como devemos proceder para medir um ângulo usando o transferidor.

Considere como exemplo o ângulo $A\hat{O}B$ representado abaixo. Colocamos o centro do transferidor sobre o vértice $O$ do ângulo, de modo que o 0 (zero) fique situado em um dos lados do ângulo (por exemplo: $\overrightarrow{OA}$). O outro lado ($\overrightarrow{OB}$) passa pela marcação 20 do transferidor. Então, o ângulo $A\hat{O}B$ mede 20 graus, isto é, $m(A\hat{O}B) = 20°$.



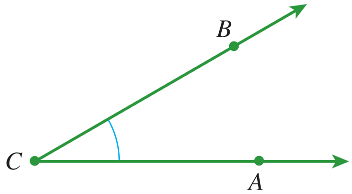

FOTOS: EDUARDO SANTALIESTRA
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

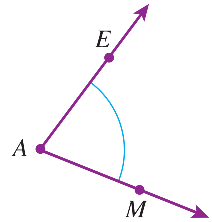
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**22** Usando um transferidor, determine a medida de cada um dos ângulos a seguir.

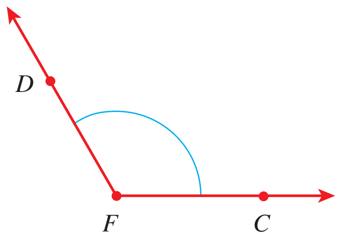
**a)**



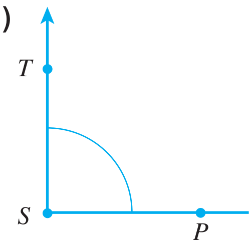

**c)**




**b)**




**d)**

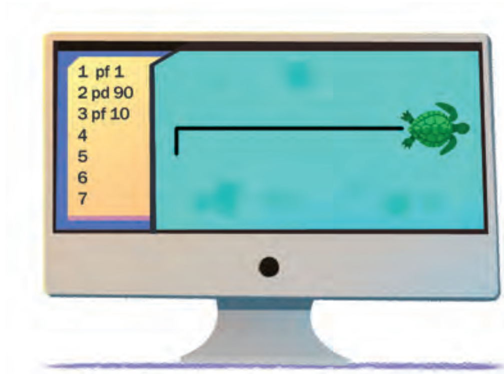



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**23** Com um colega, leiam o texto abaixo e façam o que se pede, reproduzindo os desenhos em um papel quadriculado. Cada passo corresponde ao lado de um quadradinho.

O Logo é uma linguagem antiga de programação que possibilita fazer desenhos na tela do computador. O cursor aparece em forma de tartaruga, que realiza movimentos conforme o comando. Por exemplo:

- pf 5 (para a frente 5 passos)
- pd 90 (para a direita 90°)
- pe 45 (para a esquerda 45°)




LEONARDO CONCEIÇÃO

Vamos considerar que a tartaruga está posicionada para cima no início do movimento.

**a)** Cristina executou os seguintes comandos para a tartaruga:
pf 5 — pd 90 — pf 2 — pd 90 — pf 5 — pd 90 — pf 2 Desenhem no papel quadriculado a fi gura que ela obteve.

**b)** Leonardo quis desenhar a letra **L**, inicial de seu nome, com um quadradinho deespessura. Descreva os comandos que ele pode ter dado.

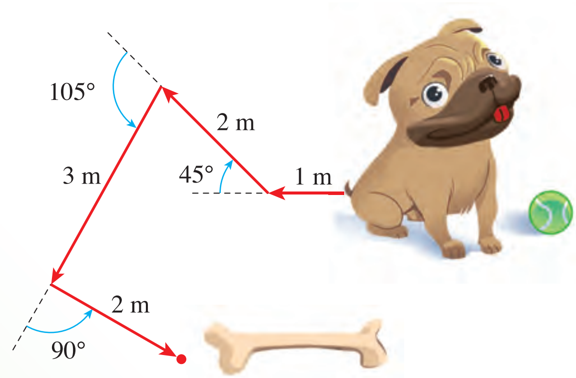
**c)** Cada um cria um conjunto de comandos e troca com o colega, para que um desenhe a figura do outro.



FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

### *Pense mais um pouco...*

Descreva o trajeto feito pelo cachorro para chegar até o osso.

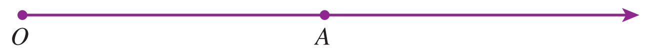



NELSON MATSUDA

LEONARDO CONCEIÇÃO

## Construção de um ângulo com o transferidor

Para construir um ângulo de 40°, por exemplo, traçamos uma semirreta ($\overrightarrow{OA}$) qualquer:




A seguir, colocamos o centro do transferidor sobre a origem *O* da semirreta e colocamos o número 0 (zero) do transferidor sobre $\overrightarrow{OA}$. Verificamos, então, onde o transferidor indica a marca 40 e assinalamos o ponto *B*.

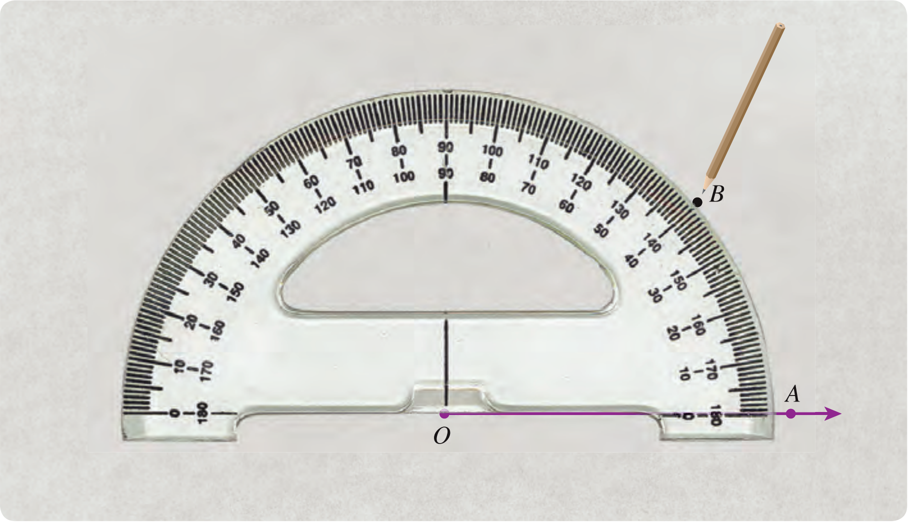
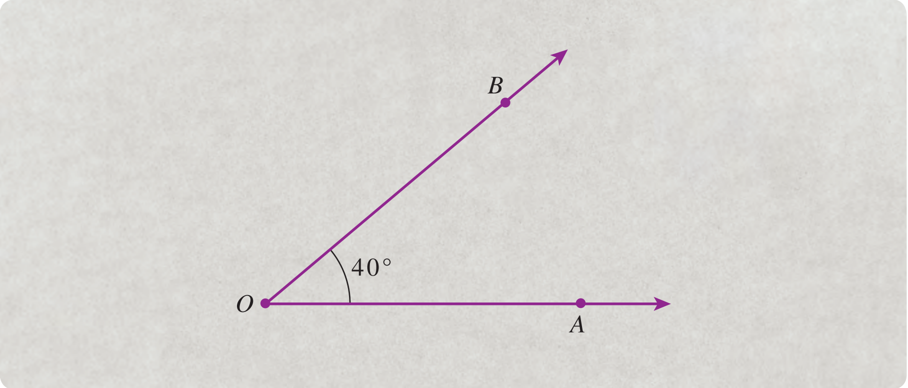



FOTO: EDUARDO SANTALIESTRA

Traçando a semirreta $\overrightarrow{OB}$, construímos um ângulo de 40°.




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA



### EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**24** Construa em seu caderno:

**a)** um ângulo de 35°;
**b)** um ângulo de 90°;
**c)** um ângulo de 45°;
**d)** um ângulo de 72°.

**25** Construa em seu caderno:

**a)** um ângulo de 150°;
**b)** um ângulo de 139°;
**c)** um ângulo de 220°;
**d)** um ângulo de 310°.

## Tipos de ângulo

### Ângulo reto

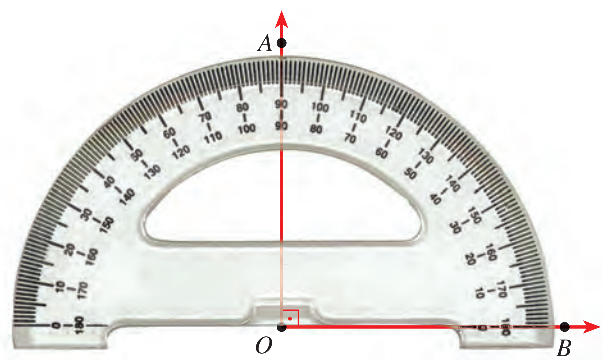
Observe na foto a posição dos ponteiros do relógio quando ele marca exatamente 3 horas. A figura formada pelos ponteiros sugere a ideia de um ângulo reto.

LUIS CARLOS TORRES/SHUTTERSTOCK

O ângulo cuja medida é 90° é denominado **ângulo reto**.

Na representação de um ângulo reto, usamos a notação . O ângulo $A\hat{O}B$ abaixo é reto.

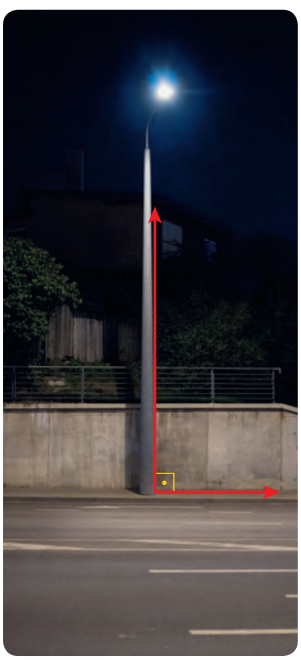
EDUARDO SANTALIESTRA






Nestas figuras, os ângulos assinalados são retos.

DONATAS1205/SHUTTERSTOCK



ERIK SALLES/FOTOARENA

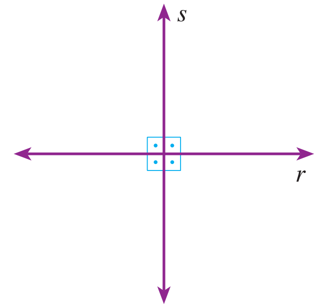
Vista da Cidade de Salvador; em destaque o elevador Lacerda, Bahia. (Foto de 2013.)

LI CHAOSHU/SHUTTERSTOCK

Na figura ao lado, as retas $r$ e $s$ são concorrentes e formam entre si quatro ângulos retos.

Nesse caso, dizemos que $r$ e $s$ são **retas perpendiculares**.

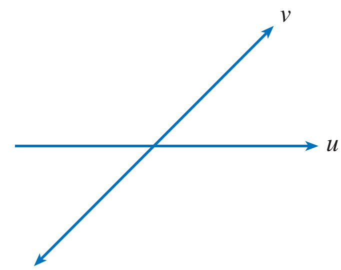
Indicamos: $r \perp s$ (lemos: "$r$ é perpendicular a $s$").




Duas retas são **perpendiculares** quando se interceptam formando ângulos retos.

Na figura ao lado, as retas $u$ e $v$ também são concorrentes, porém não formam ângulos retos entre si. Nesse caso, dizemos que $u$ e $v$ são **retas oblíquas**.

Indicamos: $u \not\perp v$ (lemos: "$u$ é oblíqua a $v$").

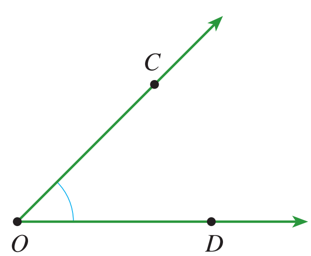



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

## Ângulos agudo e obtuso

O ângulo cuja medida é menor que a de um ângulo reto (ou seja, está entre 0° e 90°) é chamado de **ângulo agudo**.

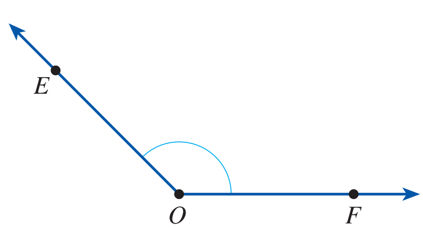
O ângulo $C\hat{O}D$ abaixo é um exemplo de ângulo agudo.

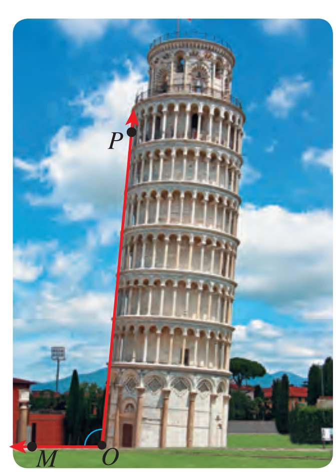



O ângulo cuja medida é maior que a de um ângulo reto é chamado de **ângulo obtuso**.

Os ângulos $E\hat{O}F$ abaixo e $M\hat{O}P$ desenhado na foto da Torre de Pisa são exemplos de ângulos obtusos.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO




ART KONOVALOV/SHUTTERSTOCK

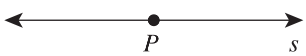
A Torre de Pisa na cidade de mesmo nome, na Itália, é famosa por sua inclinação. (Foto de 2014.)

## Construção de retas perpendiculares

Podemos construir uma reta *r* perpendicular a uma reta *s*, por um ponto *P* de *s*, usando régua e transferidor, ou régua e compasso. Acompanhe.

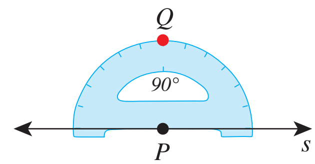
- **Régua e transferidor**

**1º passo**



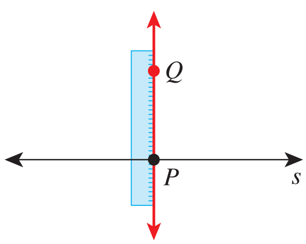

Traçamos uma reta *s* e nela marcamos um ponto *P*.

**2º passo**



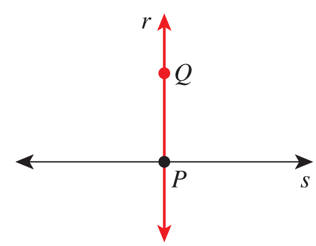

Posicionamos o transferidor em *s*, com o centro em *P*, e marcamos um ponto *Q* em 90°.

**3º passo**




Posicionamos a régua em *P* e em *Q* e traçamos a reta $\overleftrightarrow{PQ}$.

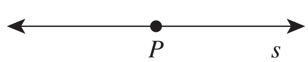
**4º passo**




A reta $\overleftrightarrow{PQ}$ é a reta *r*, perpendicular à reta *s*.

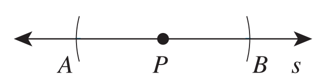
- **Régua e compasso**

**1º passo**



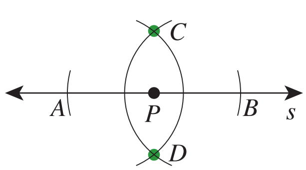

Traçamos uma reta *s* e marcamos um ponto *P*.

**2º passo**



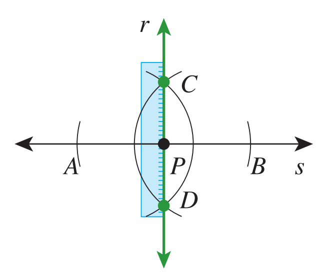

Com qualquer abertura do compasso e ponta-seca em *P*, marcamos dois pontos *A* e *B* em *s*.

**3º passo**




Com abertura do compasso maior que $\overline{AP}$ e ponta-seca em *A*, depois em *B*, traçamos dois arcos marcando os dois pontos, *C* e *D*, na intersecção entre eles.

**4º passo**




A reta $\overleftrightarrow{CD}$ é a reta *r*, perpendicular à reta *s*.

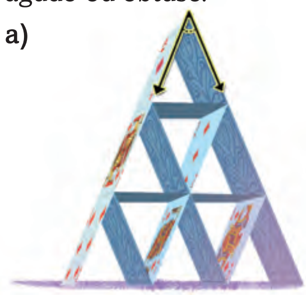
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

# EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**26** Classifique cada ângulo assinalado como reto, agudo ou obtuso.

**a)**



Ângulo formado entre duas cartas de baralho.

**b)**

Ângulo formado pelas laterais do porta-retrato.

**c)**

Ângulo formado pelas hastes do leque.

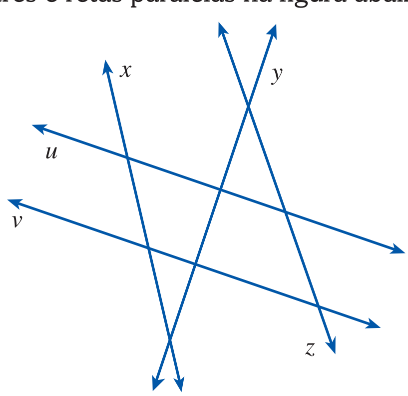
ILUSTRAÇÕES: LEONARDO CONCEÇÃO



**27** Classifique como reto, agudo ou obtuso o ângulo descrito pelo ponteiro dos minutos de um relógio quando ele passa das 9 h 5 min para as:

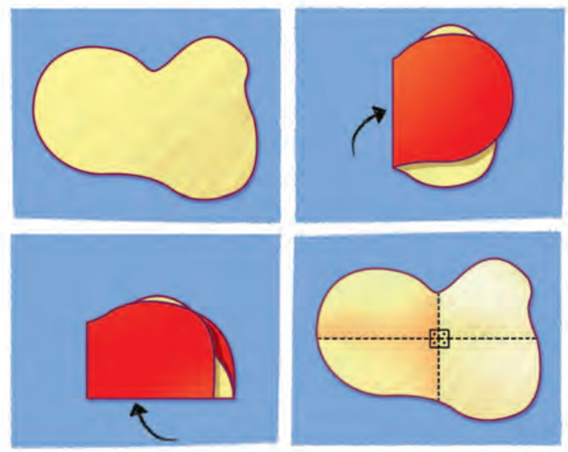
**a)** 9 h 25 min
**b)** 9 h 15 min
**c)** 9 h 20 min

**28** Usando um transferidor, descubra retas perpendiculares e retas paralelas na figura abaixo.




NELSON MATSUDA

**29** Utilizando os passos abaixo, construa um molde de ângulo reto sem utilizar transferidor. Pegue um pedaço de papel de qualquer formato e faça uma dobra. Dobre novamente unindo as duas pontas da primeira dobra. Ao abrir a folha, você perceberá que as dobras formam 4 ângulos retos.



Agora, faça as duas dobras novamente e utilize seu molde de ângulo reto para identificar os ângulos assinalados na ilustração a seguir como reto, agudo ou obtuso.

ILUSTRAÇÕES: LEONARDO CONCEÇÃO

**30** Com régua e compasso, faça o que se pede:

– trace uma reta $r$ e, nela, um ponto $A$;
– trace por $A$ uma reta $s$, perpendicular a $r$;
– marque em $s$ dois pontos, $B$ e $C$, distantes 4 cm de $A$;
– trace duas retas $t$ e $u$ perpendiculares a $s$, uma por $B$ e outra por $C$.
• Responda: qual é a posição relativa das retas $r$, $t$ e $u$?

# EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

**1** Em seu caderno, copie as sentenças verdadeiras e corrija as falsas.

**a)** Duas retas de um mesmo plano sempre têm um ponto em comum.

**b)** Duas retas perpendiculares têm apenas um ponto em comum.

**c)** Duas retas oblíquas podem formar um ângulo reto.

**2** Observe as indicações e classifique-as em reta, semirreta ou segmento de reta.

**a)** $\overline{AB}$

**b)** $\overrightarrow{PQ}$

**c)** $\overrightarrow{RS}$

**d)** $\overline{FG}$

**e)** $\overleftrightarrow{CD}$

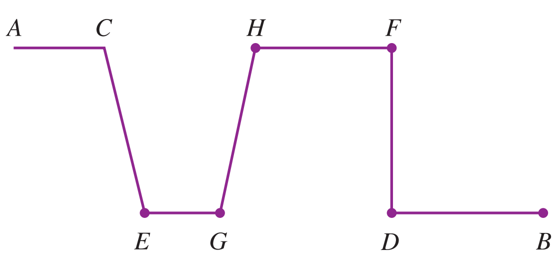
**f)** $\overleftrightarrow{JK}$

**g)** $\overline{MN}$

**h)** $\overrightarrow{OP}$

**3** Desenhe dois segmentos não colineares, consecutivos e congruentes. Em seguida, meça o ângulo formado por eles.

**4** Na figura abaixo, identifique os segmentos colineares, os segmentos consecutivos e os segmentos consecutivos e colineares.




**5** Considere a reta abaixo.




Responda às questões.

a) Quantas semirretas ficam determinadas pelos pontos assinalados na reta?

b) Quantas semirretas de origem $E$ ficam determinadas?

c) Quantas semirretas de origem $M$ e que passam pelo ponto $Z$ ficam determinadas?

**6** Determine, com o auxílio de uma régua, a medida de cada segmento da figura e identifique os segmentos congruentes.

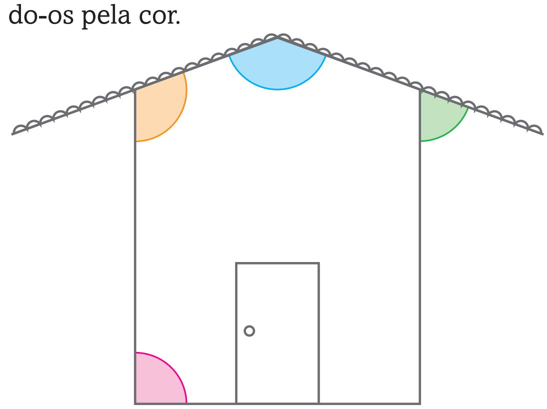



**7** Desenhe três semirretas de mesma origem, sendo duas semirretas opostas e a terceira formando um ângulo de 45° com uma delas.

**a)** Você obteve um ângulo de meia-volta? E um ângulo reto? E um ângulo obtuso?

**b)** Quais são as medidas dos ângulos obtidos?

**8** Classifique cada ângulo destacado na figura abaixo em reto, agudo ou obtuso, identificando-os pela cor.





**9** Considere quatro pontos de um plano, sabendo que três deles nunca estão na mesma reta.

Qual é o número de semirretas que podemos traçar, com origem em um deles e que passa por outro deles?

**10** Determine qual das sentenças a seguir é falsa. Em seguida, corrija-a em seu caderno.

**a)** O ângulo reto mede 90°.

**b)** Os lados de um ângulo são segmentos de reta.

**c)** Determinar a medida de um ângulo é medir a abertura entre seus lados.

**d)** A medida de um ângulo obtuso é sempre maior que a medida de um ângulo agudo.

## Diversificando

### Vistas

**1** Márcia, Roberto e Flávia estão observando algumas caixas empilhadas. Abaixo, na figura 1, temos as vistas de cada um deles.

Desenhe em seu caderno as vistas frontal, lateral direita e superior da figura 2. (Definimos as vistas como no exemplo da figura 1.)

Figura 1

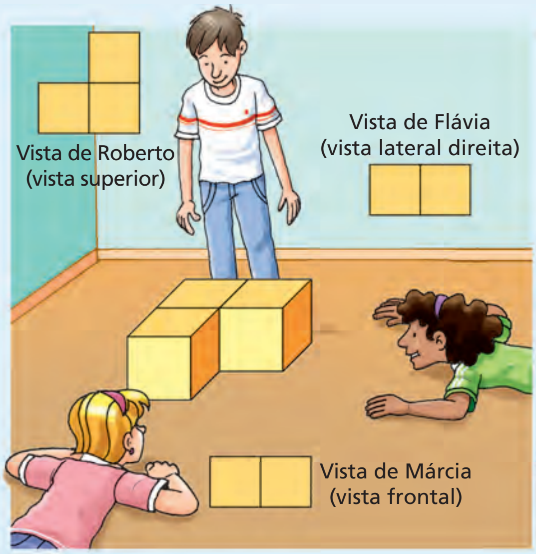
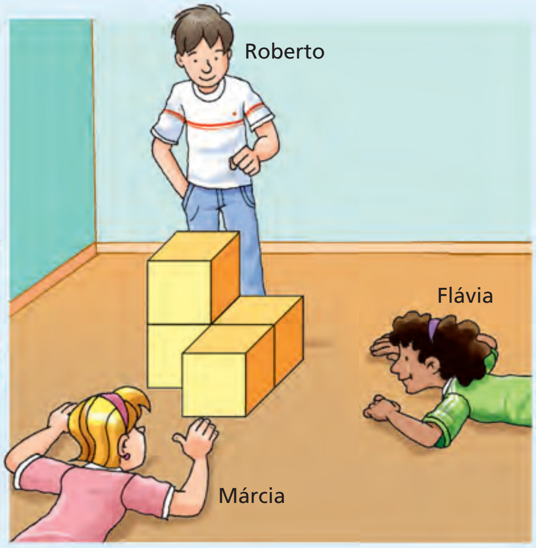
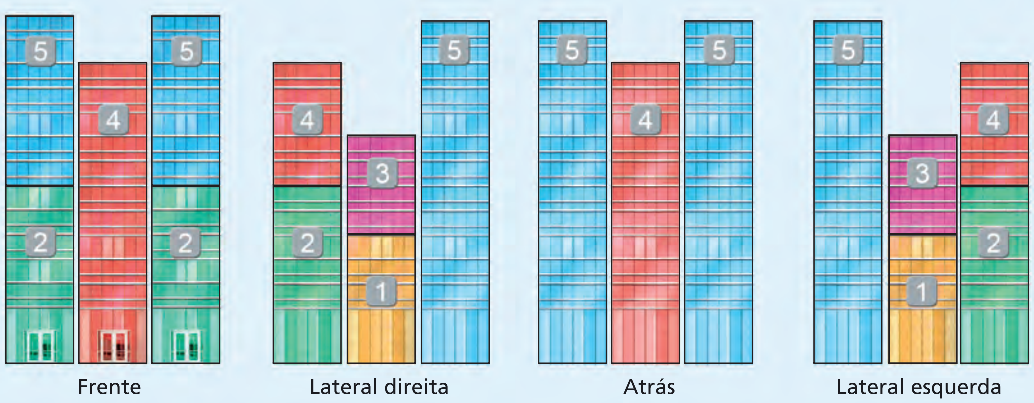



Figura 2




ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS

**2** Observe abaixo quatro vistas de um mesmo quarteirão. Escreva no caderno qual vista superior (itens **a** a **d**) melhor representa esse quarteirão.




a) 


b) 


c) 


d) 


ILUSTRAÇÕES: LIGIA DUQUE

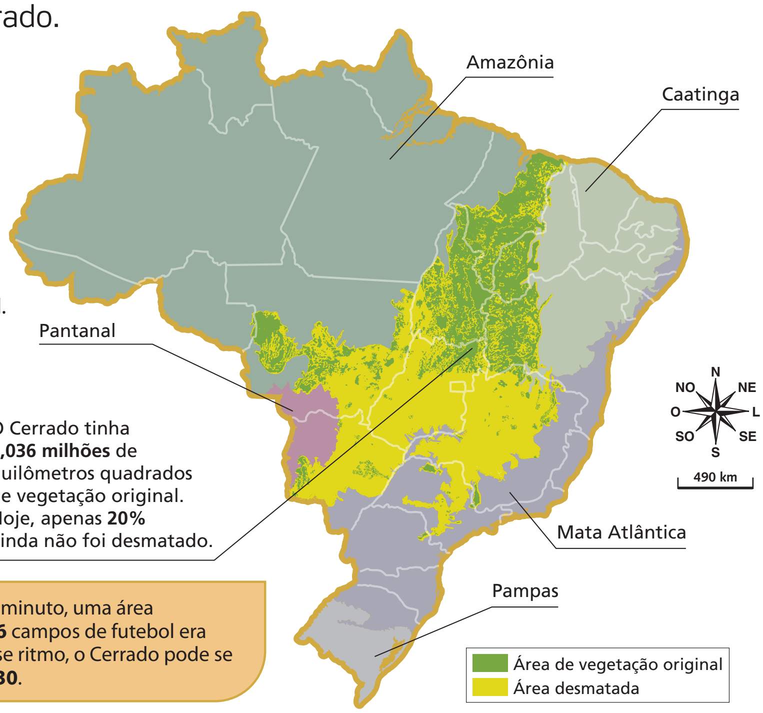
# CAPÍTULO 6 Números racionais na forma de fração

## 1 Os números com os quais convivemos

Até aqui, estudamos os números naturais. Mas repare que no cotidiano costumamos lidar com outros números que não são naturais. Para exemplificar, observe o infográfico a seguir, que trata do desmatamento do Cerrado.

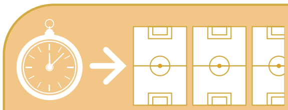
**O CERRADO PODE DESAPARECER EM POUCAS DÉCADAS**

O Cerrado é um dos biomas mais ricos em biodiversidade do mundo. No entanto, assim como vem ocorrendo com os demais biomas brasileiros, as queimadas e a agropecuária, principalmente a relacionada à soja, ao gado bovino e ao carvão, reduzem ano a ano a vegetação nativa e comprometem a vida animal. O mapa ao lado ilustra sua situação atual.




Somente **8,21%** do Cerrado está protegido em reservas ambientais.

O Cerrado tinha **2,036 milhões** de quilômetros quadrados de vegetação original. Hoje, apenas **20%** ainda não foi desmatado.

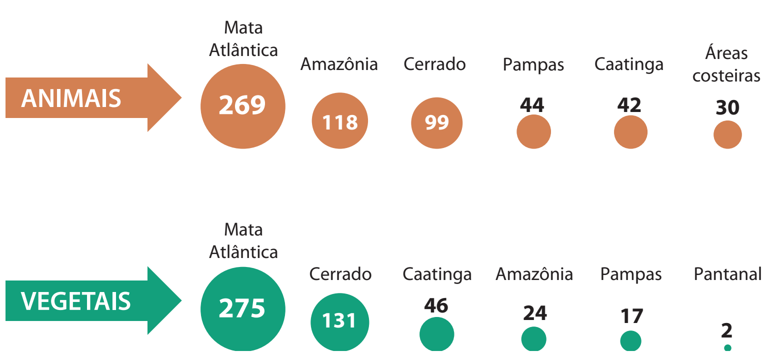


Em 2014, a cada minuto, uma área equivalente a **2,6** campos de futebol era desmatada. Nesse ritmo, o Cerrado pode se extinguir até **2030**.

**Espécies ameaçadas de extinção**

A extinção de espécies animais e vegetais se deve, em parte, ao desmatamento. Abaixo, apresentamos o número de espécies ameaçadas em cada bioma.

$\frac{3}{7}$ das espécies animais e vegetais já extintas no Brasil são do Cerrado.




$\frac{1}{2}$ das aves brasileiras está no Cerrado

44% das espécies vegetais brasileiras só existem no Cerrado

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL

Dados obtidos em: MMA (Ministério do Meio Ambiente). Disponível em: <www.mma.gov.br>. Acesso em: 27 jan. 2015. Conservação Internacional. Disponível em: <www.conservation.org.br>. Acesso em: 27 jan. 2015.

Note que, além dos números naturais, como 42, 24 e 2, por exemplo, estão destacados no texto números não naturais, como: 2,6; 2,036; 8,21%; 20%; 44%; $\frac{3}{7}$ e $\frac{1}{2}$. Todos esses números são chamados de **números racionais**. Como podemos ver, eles podem ser representados de formas diferentes.

Neste capítulo, vamos estudar os números racionais representados na forma de fração, como $\frac{3}{7}$ e $\frac{1}{2}$.

## 2 Número racional e a fração que o representa

Em muitas situações é comum utilizarmos partes do corpo para fazer uma medição.

Observe como Renata usou a medida de seu passo para determinar o comprimento de uma quadra (Figura 1).

Ao perceber que não obteve um número exato de passos, ela usou o comprimento do pé para medir o "pedaço" que faltava (Figura 2).



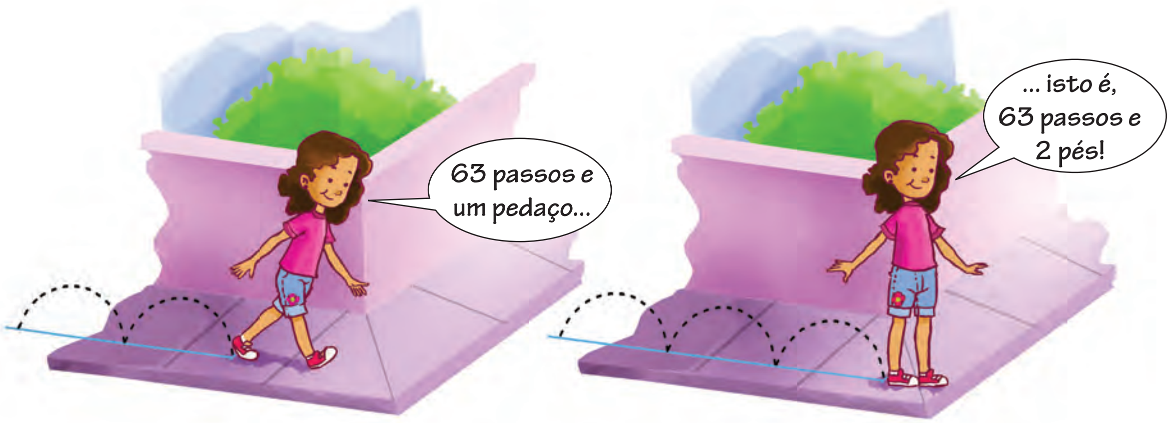



Figura 1 Figura 2

Note que Renata obteve 63 passos e 2 pés como medida para o comprimento da quadra.

Acompanhe a relação que podemos estabelecer entre o comprimento do passo e do pé de Renata.


Isso significa que o comprimento do pé de Renata é a terça parte do comprimento de seu passo. Ou seja, é como se dividíssemos o passo em 3 partes iguais e o pé representasse uma dessas partes.

Cada uma dessas partes pode ser representada pela **fração** $\frac{1}{3}$.

Nesse exemplo, o passo de Renata representa o **todo** ou 1 **inteiro**, e cada pé representa uma **parte do inteiro**: cada pé mede $\frac{1}{3}$ do passo, e 2 pés equivalem $\frac{2}{3}$ do passo.

Conhecendo essa relação entre o comprimento do pé e o do passo de Renata, podemos dizer, então, que o comprimento da quadra é de 63 passos e $\frac{2}{3}$ do passo de Renata. Essa medida não é um número natural, mas, sim, um exemplo de número racional.

> Todo número que pode ser representado na forma de fração $\frac{a}{b}$, em que *a* e *b* são números naturais, com $b \neq 0$, é um **número racional**.

Para indicar uma fração, usamos um traço horizontal e dois números, chamados de **termos** da fração.

O termo que fica abaixo do traço é o **denominador**. Ele indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido.

O termo localizado acima do traço é o **numerador**. Ele indica quantas partes do inteiro foram tomadas.

Veja um exemplo.

$\frac{2}{3}$

numerador → Indica o número de partes consideradas do inteiro.

denominador → Indica o número de partes iguais em que o inteiro foi dividido.

Os números 2 e 3 são os termos da fração $\frac{2}{3}$.

## Como se leem as frações

A leitura das frações é feita assim: primeiro, lemos o numerador; depois, o denominador. Para o denominador, são adotados alguns nomes especiais. Observe.

| **Se o denominador for:** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Lemos:** | meio | terço | quarto | quinto | sexto | sétimo | oitavo | nono |

Veja alguns exemplos.

a) $\frac{1}{2}$ → um meio

b) $\frac{2}{3}$ → dois terços

c) $\frac{5}{6}$ → cinco sextos

d) $\frac{3}{4}$ → três quartos

e) $\frac{4}{9}$ → quatro nonos

f) $\frac{1}{8}$ → um oitavo

| Se o denominador for: | 10 | 100 | 1.000 | ... |
|---|---|---|---|---|
| **Lemos:** | décimo | centésimo | milésimo | ... |

Observe alguns exemplos.

**a)** $\frac{3}{10}$ → três décimos

**b)** $\frac{8}{100}$ → oito centésimos

Quando o denominador não for nenhum dos números indicados aqui, lemos o denominador acompanhado da palavra **avos**. Veja alguns exemplos.

**a)** $\frac{1}{12}$ → um doze avos

**b)** $\frac{3}{20}$ → três vinte avos

## Algumas situações que envolvem números racionais na forma de fração

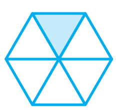
A medição de Renata mostra que os números naturais não são suficientes para resolver a situação, e, por isso, foram empregados os números racionais na forma de fração.

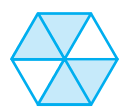
A seguir, apresentamos outras situações em que usamos frações.

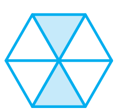


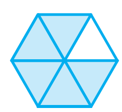
### *Situação 1*

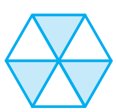
Cada figura representada a seguir foi dividida em 6 partes iguais. A cada parte das figuras pintada de azul podemos associar uma fração. Veja:

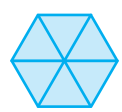

$\frac{1}{6}$ (lemos: um sexto)


$\frac{4}{6}$ (lemos: quatro sextos)


$\frac{2}{6}$ (lemos: dois sextos)


$\frac{5}{6}$ (lemos: cinco sextos)


$\frac{3}{6}$ (lemos: três sextos)


$\frac{6}{6}$ (lemos: seis sextos)

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Observe que a cada figura foi associada uma fração em que o denominador indica a quantidade de partes iguais em que as figuras foram divididas, e o numerador, a quantidade de partes pintadas de azul.

### *Situação 2*

Vítor tem uma coleção de 24 carrinhos. Desses 24, uma parte é vermelha, e os demais são de outras cores.

ILUSTRAÇÕES: IZAAC BRITO

Considere a coleção de Vítor um inteiro.

Observe que é possível separar os carrinhos da coleção em quatro grupos, cada um com 6 carrinhos. Os carrinhos vermelhos formam um desses quatro grupos. Por isso, eles representam $\frac{1}{4}$ (lemos: um quarto) de todos os carrinhos dessa coleção.

## *Situação 3*

Amanda queria fazer uma vitamina de morango e encontrou na internet esta receita:

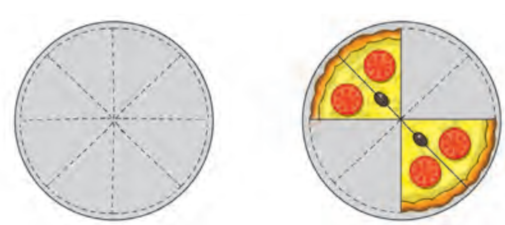

IZAAC BRITO

Observe que a receita pede $\frac{3}{4}$ (lemos: três quartos) de uma xícara de chá de leite. Isso significa que, ao fazer a vitamina, Amanda deverá dividir a quantidade de leite que cabe em uma xícara em 4 partes iguais e usar 3 dessas partes.

## *Situação 4*

Dalva encomendou 2 *pizzas* para sua família, que vêm divididas em 8 pedaços iguais cada uma. Das 6 pessoas da família, cada uma comeu 2 pedaços.

As figuras ao lado representam as *pizzas* que Dalva pediu, e a parte pintada de cinza representa a quantidade de *pizza* que as pessoas comeram.



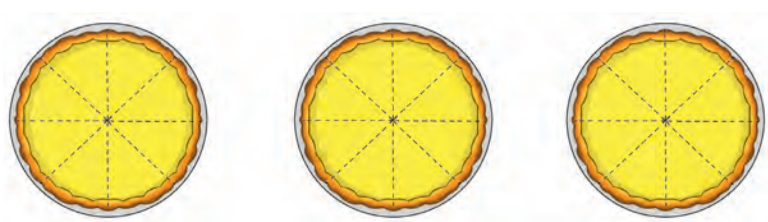
ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS

Nesse caso, cada *pizza* é 1 inteiro, e cada pedaço representa $\frac{1}{8}$ de *pizza*.

Assim, a parte pintada de cinza corresponde a $\frac{12}{8}$ de *pizza*.

A fração $\frac{12}{8}$ representa uma quantidade **maior** que 1 inteiro, isto é, o número $\frac{12}{8}$ é maior do que o número 1.

No entanto, se cada pessoa da família de Dalva quiser comer 4 pedaços de *pizza*, ela precisará encomendar 3 *pizzas*. Veja a seguir as figuras que representam as 3 *pizzas*, e a parte pintada de amarelo representa a quantidade da *pizza* que eles comeriam:



ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS

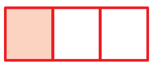
$$\frac{24}{8} = 3 \text{ inteiros}$$

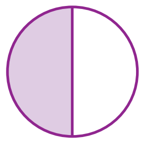
## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

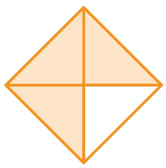
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

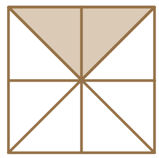


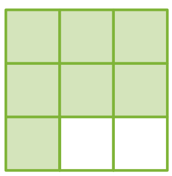
**1** Determine a fração que representa a parte pintada de cada figura.

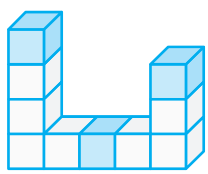
**a)** 

**d)** 

**b)** 

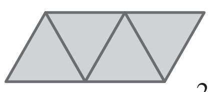
**e)** 

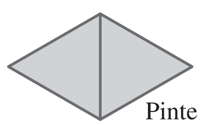
**c)** 

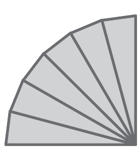
**f)** 

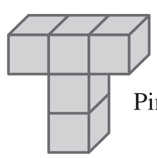
**2** Reproduza as figuras a seguir sem o fundo cinza, pintando a parte que se pede em cada uma delas.

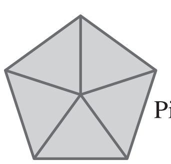


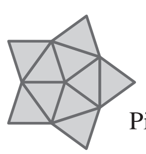
**a)**  Pinte $\frac{2}{4}$.

**d)**  Pinte $\frac{1}{2}$.

**b)**  Pinte $\frac{4}{6}$.

**e)**  Pinte $\frac{2}{5}$.

**c)**  Pinte $\frac{4}{5}$.

**f)**  Pinte $\frac{7}{10}$.

**3** Em relação à fração $\frac{5}{9}$, responda:

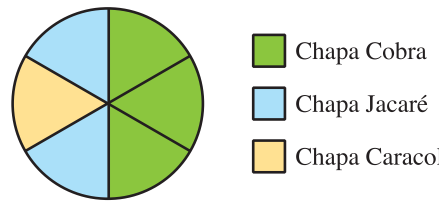
**a)** O que indica o denominador 9?
**b)** O que indica o numerador 5?

**4** Escreva como se leem as frações que aparecem nas informações a seguir.

**a)** Seca provoca racionamento de água. O racionamento é necessário, porque a represa que abastece a cidade está com apenas $\frac{1}{5}$ de sua capacidade normal.

**b)** O índice de analfabetismo de uma região é $\frac{45}{100}$.

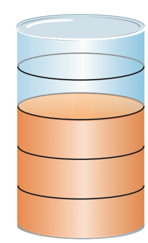
**5** Uma escola possui 900 alunos no total. O resultado das eleições do grêmio dessa escola foi apresentado conforme a figura abaixo.






**a)** Qual é a fração que corresponde aos votos de cada chapa?
**b)** Quem ganhou a eleição?
**c)** Supondo que todos os alunos votaram, quantos votos obteve a chapa Caracol? E a chapa Jacaré? E a chapa Cobra?

**6** A figura ao lado representa um copo no qual foram colocados 180 mililitros de suco. Essa quantidade de suco ocupou $\frac{3}{5}$ do copo.



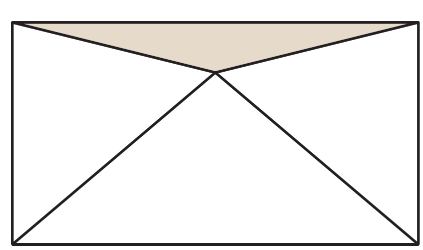


**a)** Quantos mililitros de suco cabem em $\frac{1}{5}$ desse copo?
**b)** Quantos mililitros de suco cabem nesse copo?

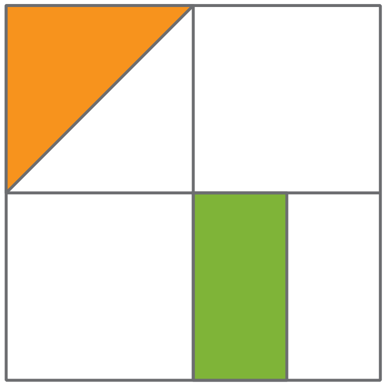
**7** Uma caixa contém 3 bolas brancas, 4 bolas vermelhas e 7 bolas amarelas.

**a)** Qual é a fração que representa o número de bolas brancas em relação ao total de bolas?
**b)** Qual é a fração que o número de bolas não brancas representa em relação ao total de bolas?

**8** A figura abaixo foi dividida em 4 partes. A parte colorida representa $\frac{1}{4}$ da figura? Por quê?



**9** Reúna-se com um colega, e observem a figura abaixo.



Embora a parte laranja e a parte verde não tenham a mesma forma, elas têm o mesmo tamanho, que é a oitava parte do mesmo inteiro, ou seja, a figura toda.

Para entender essa afirmação, bastam considerar as figuras 1 e 2 a seguir.

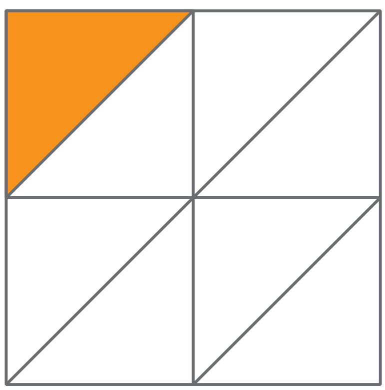


Figura 1

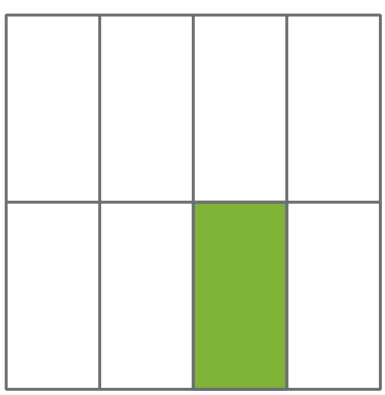
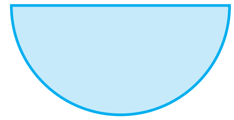


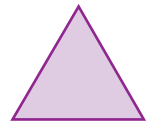
Figura 2

Desenhem várias figuras iguais, cada uma representando um inteiro. Dividam essas figuras em um mesmo número de partes iguais, mas de formas diferentes e, em seguida, pintem em cada figura a mesma parte do inteiro.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**10** Em cada item, você vê apenas uma parte da figura. Conforme a fração indicada, desenhe a figura inteira em seu caderno.

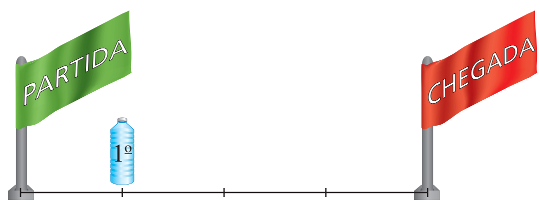
**a)**  $\frac{1}{2}$ da figura

**b)**  $\frac{1}{3}$ da figura

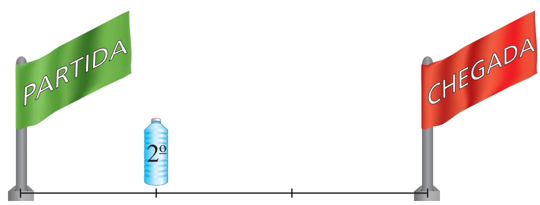
**c)**  $\frac{3}{5}$ da figura

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

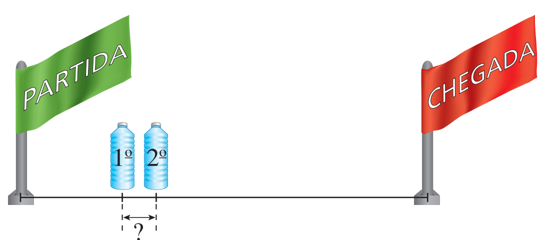
**11** Em uma prova para pedestres deve-se percorrer um caminho de 36 quilômetros. Ao longo do caminho há postos que fornecem água aos atletas. Um pedestre que sai do ponto de partida encontra o primeiro posto a $\frac{1}{4}$ desse caminho.




O segundo posto encontrado pelo pedestre está a $\frac{1}{3}$ do caminho em relação ao ponto de partida.




Quantos quilômetros separam o 1º posto do 2º posto?

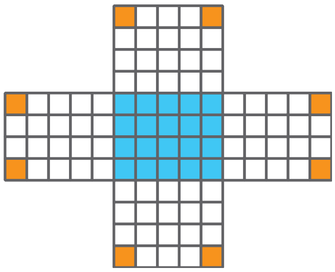



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO

**12** Quando perguntaram o dia do aniversário do Zé Enigma, veja só o que ele respondeu: “Meu aniversário acontece 3 dias depois de terem se passado $\frac{5}{6}$ do mês de abril”. Com base nessa informação, qual é o dia do aniversário do Zé Enigma?

## A forma percentual

As frações de denominador 100 podem ser representadas somente pelo numerador acompanhado do símbolo % (lemos: por cento), que representa o denominador 100. Por exemplo:



- $\frac{8}{100}$ ou 8% da figura foi pintada de laranja.
- $\frac{20}{100}$ ou 20% da figura foi pintada de azul.

Os números **8%** e **20%** estão registrados na **forma percentual**.

> Os números racionais que, na forma de fração, têm denominador 100 podem ser representados na forma percentual: grafamos o numerador da fração acompanhado do símbolo **%**, que representa o denominador 100.



### EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**13** Represente cada número na forma de fração.

**a)** 31% **b)** 78% **c)** 95%

**14** Uma mesma figura foi dividida de dois modos diferentes; porém, em cada caso, uma mesma parte foi pintada.

**a)** Represente a parte pintada na figura A em forma de fração.

**b)** Represente a parte pintada na figura B em forma de fração e em forma percentual.

Figura A

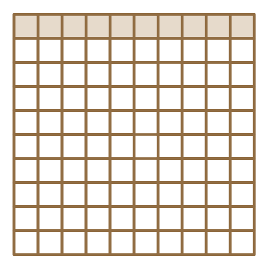


Figura B

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

### *Pense mais um pouco...*

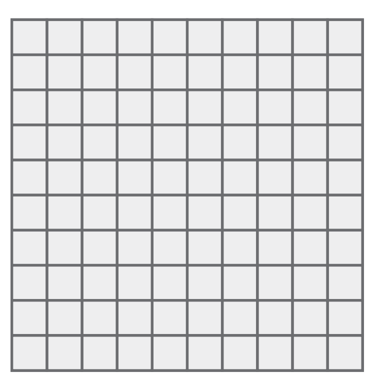
Reúna-se com alguns colegas, e façam o que se pede.

Cada um de vocês vai reproduzir a figura ao lado em uma folha de papel quadriculado sem o fundo cinza. Em seguida, pintem de vermelho 30% dessa figura e, de azul, 20%. Comparem as figuras obtidas e respondam:

a) A parte azul tem a mesma quantidade de quadradinhos nas figuras de todos? E a parte vermelha? Por quê?

b) A parte pintada de vermelho tem, necessariamente, a mesma forma nas figuras de todos? E a parte azul? Por quê?

c) Quantos por cento da figura inicial não foram pintados? Por quê?



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

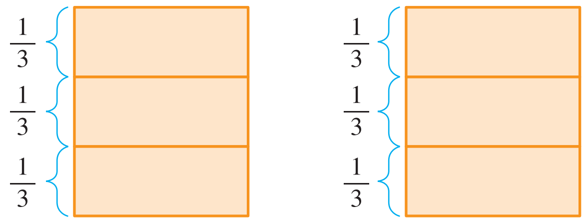
## 3 A fração também pode representar um quociente

Acompanhe as situações a seguir.

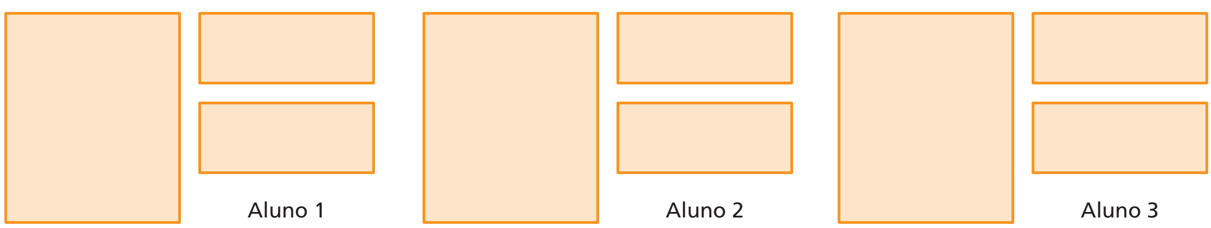
### *Situação 1*

Uma professora deu 5 folhas de papel sulfite a um grupo de 3 alunos para que construíssem pequenos blocos de anotações. Qual foi a quantidade de papel que cada aluno recebeu, sabendo que o papel foi distribuído igualmente entre eles?

Para resolver esse problema, primeiro distribuiremos uma folha inteira para cada aluno. Entretanto, sobrarão 2 folhas, que poderão ser distribuídas para os 3 alunos, dividindo-as em 3 partes iguais, como mostram as figuras a seguir.

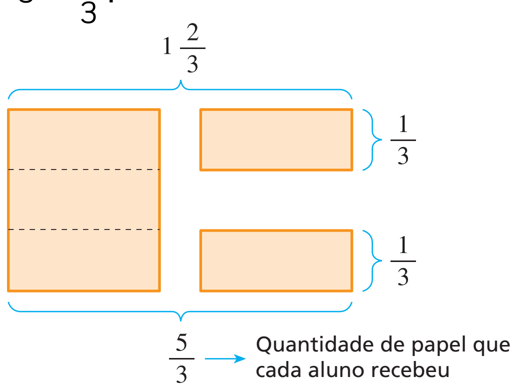



Cada aluno ficará, então, com 1 folha inteira e mais $\frac{2}{3}$ de folha, que pode ser escrito como $1\frac{2}{3}$ de folha (lemos: um inteiro e dois terços de folha).




O resultado $1\frac{2}{3}$ representa a quantidade de papel que cada aluno recebeu. Dizemos que esse número está escrito na **forma mista**, uma vez que é composto de um número natural (1) e de um número na forma de fração $\left(\frac{2}{3}\right)$. Essa ação também pode ser indicada pela divisão 5 : 3.

Agora, observe a figura abaixo. Ela nos mostra que $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$. Portanto, podemos escrever $5 : 3 = 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$, isto é, $5 : 3 = \frac{5}{3}$.



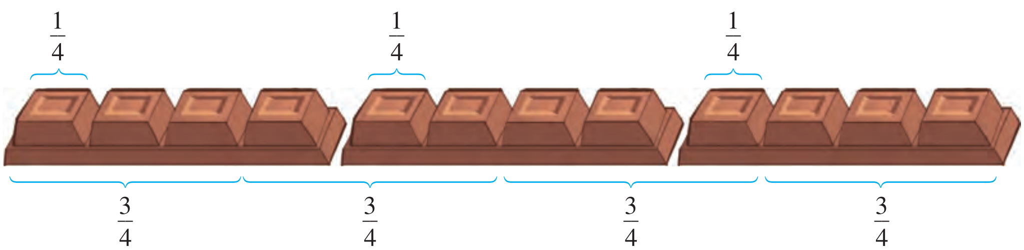

Observe que $\frac{5}{3}$ é um número maior que 1.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

### Situação 2

Se distribuirmos 3 barras de chocolate igualmente para 4 pessoas, cada uma delas receberá $\frac{3}{4}$ de uma barra.






Então, podemos escrever:

Quantidade de barras de chocolate por pessoa

$$3 : 4 = \frac{3}{4}$$

Total de barras de chocolate — Número de pessoas

Caso fossem distribuídas 20 dessas barras de chocolate igualmente para 4 pessoas, cada uma receberia 5 barras:

$$20 : 4 = \frac{20}{4} = 5$$

Observando as situações 1 e 2, podemos concluir que:

> Uma fração pode representar o quociente de seu numerador pelo seu denominador.



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

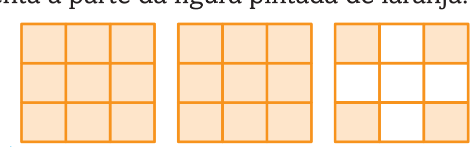
**15** Determine, em seu caderno, a fração que representa cada divisão.

**a)** 12 : 3
**b)** 20 : 4
**c)** 5 : 2
**d)** 7 : 3
**e)** 35 : 10

**16** João comprou um automóvel por 18.000 reais e pagou em 12 prestações iguais.

**a)** Encontre a fração que representa o valor de cada prestação.
**b)** Qual é o valor de cada prestação?

**17** Expresse na forma mista o número que representa a parte da figura pintada de laranja.



Figura



**18** Represente a parte da figura pintada de verde:

**a)** como uma fração; **b)** na forma mista.

Figura

## Como trabalhar com a divisão e a forma mista

Dada uma fração, nem sempre é conveniente empregar figuras para obter um número escrito na forma mista. Imagine quantos inteiros teríamos de desenhar para obter a forma mista de $\frac{43}{5}$!

Na prática, dividimos o numerador pelo denominador. Por exemplo, vimos que $\frac{43}{5}$ representa 43 : 5; por isso, aplicamos o seguinte procedimento:

$$\begin{array}{r|l} 43 & 5 \\ \cline{2-2} 3 & 8 \end{array}$$

O quociente (8) corresponde à parte inteira, pois 5 cabe 8 "vezes inteiras" no 43. O resto (3) deve ser dividido em 5 partes iguais, ou seja, 3 : 5, que pode ser representado pela fração $\frac{3}{5}$.

Então, podemos escrever: $\frac{43}{5} = 8\frac{3}{5}$

Veja como identificar, no procedimento, os termos do número expresso na forma mista:

$$\begin{array}{r|l} 43 & 5 \leftarrow \text{denominador} \\ \cline{2-2} 3 & 8 \leftarrow \text{parte inteira} \end{array}$$

$\uparrow$ numerador

Também podemos fazer o caminho inverso: passar da forma mista para a forma de fração. Veja dois exemplos.

**a)** Para transformar $3\frac{2}{4}$ em fração, verificamos quantos quartos temos em $3\frac{2}{4}$.

$$3 \qquad \frac{2}{4}$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$3 \text{ inteiros} + 2 \text{ quartos}$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$3 \times 4 \text{ quartos} + 2 \text{ quartos}$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$\underbrace{12 \text{ quartos} + 2 \text{ quartos}}$$

$$\downarrow$$

$$14 \text{ quartos} = \frac{14}{4}$$

Assim, $3\frac{2}{4} = \frac{14}{4}$.

**b)** Para transformar $5\frac{2}{3}$ em fração, verificamos quantos terços temos em $5\frac{2}{3}$.

$$\begin{array}{ccc} 5 & & \frac{2}{3} \\ \downarrow & & \downarrow \\ 5 \text{ inteiros} & + & 2 \text{ terços} \\ \downarrow & & \downarrow \\ 5 \times 3 \text{ terços} & + & 2 \text{ terços} \\ \downarrow & & \downarrow \\ 15 \text{ terços} & + & 2 \text{ terços} \end{array}$$

$$\downarrow$$

$$17 \text{ terços} = \frac{17}{3}.$$

Assim, $5\frac{2}{3} = \frac{17}{3}$.



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**19** Represente os números na forma de fração.

**a)** $4\frac{3}{5}$

**b)** $2\frac{3}{7}$

**c)** $1\frac{1}{2}$

**d)** $3\frac{1}{4}$

**e)** $5\frac{2}{3}$

**20** Represente os números na forma mista.

**a)** $\frac{10}{3}$

**b)** $\frac{18}{7}$

**c)** $\frac{3}{2}$

**d)** $\frac{10}{9}$

**e)** $\frac{16}{5}$

**21** Uma revendedora de carros oferece financiamentos com até três opções de prazos para pagamento: 30 meses, 40 meses ou 50 meses. Letícia quer saber como esses prazos podem ser escritos, considerando o ano como unidade de medida de tempo. Ajude-a a escrever esses prazos na forma mista.

**22** Em uma receita de bolo de chocolate, são necessários $3\frac{3}{4}$ copos de leite. Sabendo que em um copo cabem 200 mililitros, determine quantos mililitros de leite serão necessários para essa receita.

IZAAC BRITO

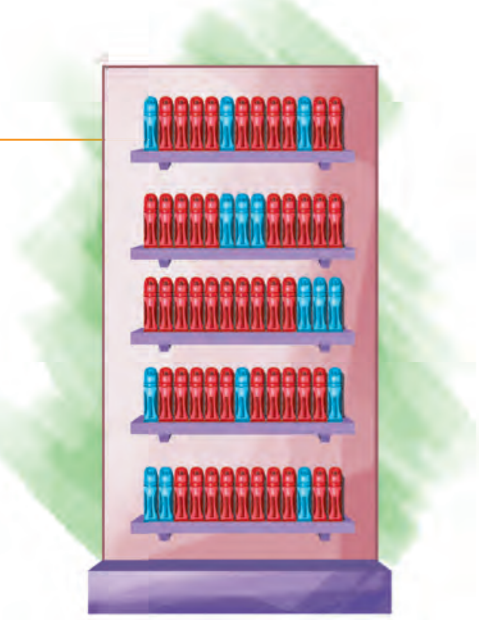
# 4 A fração como razão

Até agora estudamos frações que representam o resultado de uma comparação entre o inteiro e suas partes e frações que podem representar o resultado de uma divisão.

Além disso, podemos empregar frações para descrever o resultado de comparações entre diferentes elementos. Nesses casos, a fração representa a **razão** entre as quantidades desses elementos.

Vamos considerar duas situações.

## *Situação 1*



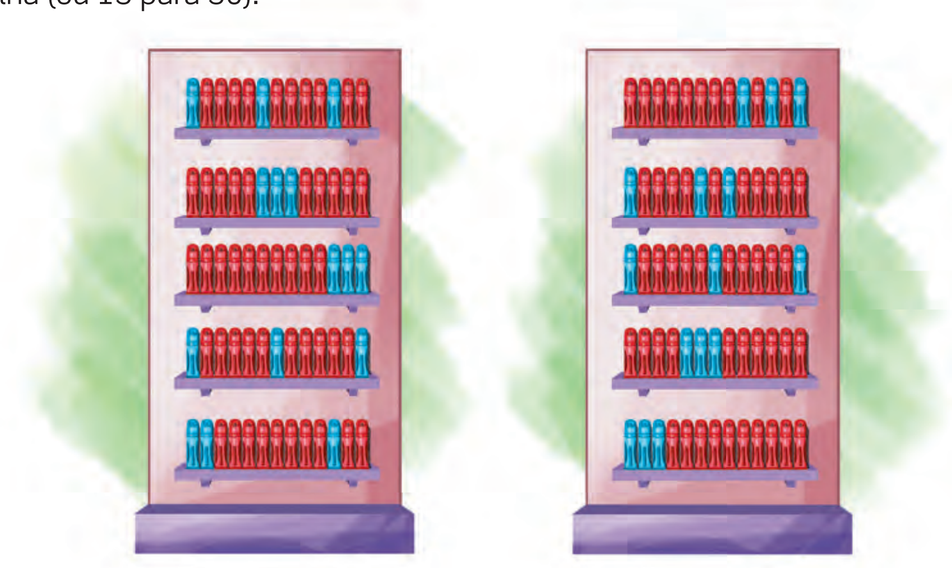
Na perfumaria de Paula, há vários expositores com produtos de higiene.

Em um dos expositores, representado ao lado, há desodorantes de embalagem azul e de embalagem vermelha.

Nesse expositor, para cada 3 desodorantes de embalagem azul encontramos 10 desodorantes de embalagem vermelha; isto é, a quantidade de desodorantes de embalagem azul representa $\frac{3}{10}$ da quantidade de desodorantes de embalagem vermelha.

Outra fração que pode representar o resultado dessa comparação é $\frac{15}{50}$, já que, nesse expositor, há 15 desodorantes de embalagem azul e 50 desodorantes de embalagem vermelha.

Considerando dois expositores iguais a esse, ainda assim $\frac{3}{10}$ ou $\frac{15}{50}$ representam o resultado da comparação entre a quantidade de desodorantes de embalagem azul e a quantidade de desodorantes de embalagem vermelha, pois nos dois expositores ainda temos 3 desodorantes de embalagem azul para cada 10 desodorantes de embalagem vermelha (ou 15 para 50).



ILUSTRAÇÕES: IZAAC BRITO

Note também que é possível comparar o total de 30 desodorantes de embalagem azul com os 100 desodorantes de embalagem vermelha dos expositores e registrar o resultado dessa comparação como $\frac{30}{100}$. Isso significa que 30 desodorantes de embalagem azul representam $\frac{30}{100}$ dos 100 desodorantes de embalagem vermelha.

Sabemos que $\frac{30}{100}$ também pode ser registrado como 30% (lemos: trinta por cento). O número 30 é o numerador da fração, e % é o símbolo que representa o denominador 100. Assim, nessa situação, podemos dizer que a quantidade de desodorantes de embalagem azul nos dois expositores é 30% da quantidade de desodorantes de embalagem vermelha.

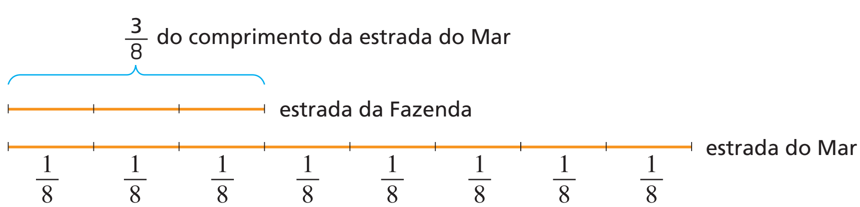
Se tivéssemos 4 expositores, teríamos 60 desodorantes de embalagem azul e 200 desodorantes de embalagem vermelha. Ou seja, para cada grupo de 100 desodorantes de embalagem vermelha temos 30 desodorantes de embalagem azul, isto é, a quantidade de desodorantes de embalagem azul é 30% da quantidade de desodorantes de embalagem vermelha.

## Situação 2

O comprimento da estrada da Fazenda é $\frac{3}{8}$ do comprimento da estrada do Mar. Sabendo que a estrada da Fazenda tem 72 quilômetros, qual é o comprimento da estrada do Mar?

Você pode fazer esquemas e operações para resolver esse problema.

Observe abaixo um esquema que pode representá-lo.




NELSON MATSUDA

De acordo com o esquema, para saber quantos quilômetros representam $\frac{1}{8}$ do comprimento da estrada do Mar, basta dividir o valor que representa $\frac{3}{8}$ desse mesmo comprimento por 3. E depois, para obter o comprimento total da estrada do Mar, basta multiplicar o valor que representa $\frac{1}{8}$ por 8. Veja:

$\frac{3}{8}$ do comprimento da estrada do Mar → 72 quilômetros

: 3 ↓ ↓ : 3

$\frac{1}{8}$ do comprimento da estrada do Mar → 24 quilômetros

× 8 ↓ ↓ × 8

$\frac{8}{8}$ do comprimento da estrada do Mar → 192 quilômetros

Portanto, a estrada do Mar tem 192 quilômetros.

TRABALHANDO A INFORMAÇÃO

## Dados em forma percentual

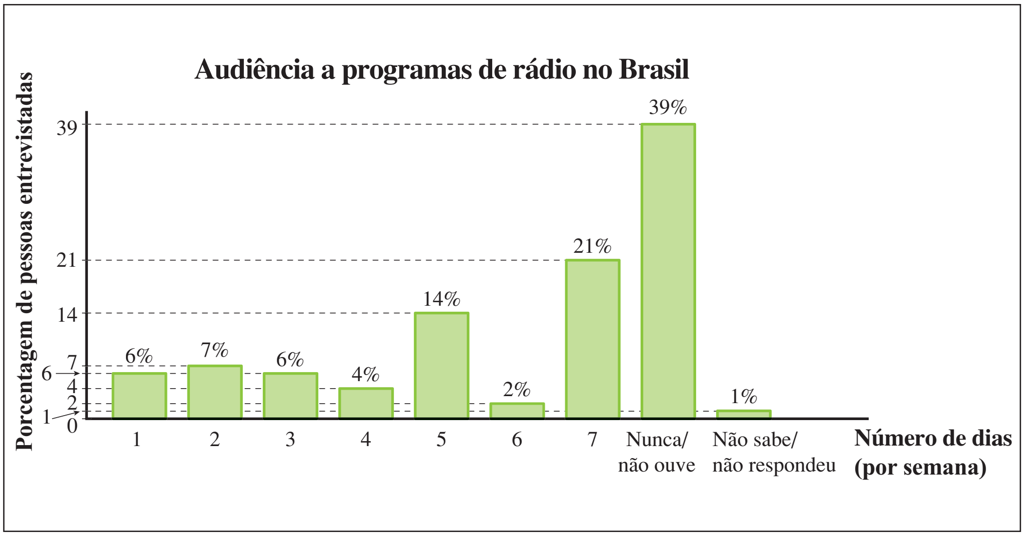
O rádio continua a despertar a imaginação de quem está ouvindo. De acordo com o Observatório da Imprensa:

> [...] O rádio se transformou e se adaptou à medida que as tecnologias surgiram e avançaram, tornou-se portátil e alcançou o ambiente virtual. Entretanto, a sua expansão não se deve somente aos avanços tecnológicos. Seu sinal chega aonde nenhum outro veículo de comunicação chega, daí o alto alcance geográfico. A abrangência de caráter social se deve à própria linguagem do rádio, muito mais direta, coloquial, persuasiva e intimista. Em comparação com os outros meios de comunicação, o rádio é o mais acessível economicamente e com isso ele atinge de forma mais direta as populações de baixa renda. [...]

*Papel e importância do rádio através da História.*
Disponível em: <www.observatoriodaimprensa.com.br>. Acesso em: 17 jan. 2015.

Foi realizada uma pesquisa para saber com que frequência os brasileiros ouvem rádio. Para a coleta de dados, perguntou-se: "Quantos dias da semana, de segunda a domingo, você ouve rádio?". Veja o resultado dessa pesquisa no gráfico a seguir.

ADILSON SECCO




Fonte: BRASIL. Presidência da República. Secretaria de Comunicação Social. *Pesquisa brasileira de mídia 2014*: hábitos de consumo de mídia pela população brasileira. Brasília: Secom, 2014.

Esse gráfico apresenta alguns dados na forma percentual. Por exemplo:

- 14% das pessoas entrevistadas declararam ouvir rádio 5 dias por semana. Isso equivale a $\frac{14}{100}$, o que significa que a cada 100 brasileiros, nessa pesquisa, 14 ouvem rádio 5 vezes por semana;
- a coluna referente às pessoas que responderam ouvir rádio 7 vezes por semana (todos os dias) registra 21%, que equivale a $\frac{21}{100}$, o que significa que a cada 100 brasileiros, nessa pesquisa, 21 ouvem rádio todos os dias da semana.

## Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Com base no gráfico da página anterior, responda:

**a)** Que percentual dos entrevistados disse não ter o costume de ouvir rádio?
**b)** Qual é a frequência de audiência a rádios que corresponde a 2% dos entrevistados?
**c)** E você, costuma ouvir rádio? Quantos dias por semana?

**2** A prática regular de exercícios físicos faz bem à saúde. No entanto, para obter resultados rapidamente, muitas pessoas exageram nas cargas dos aparelhos e até intoxicam o organismo com anabolizantes, correndo risco de morte. Pedro fez uma pesquisa com pessoas que praticam atividade física regularmente, perguntando: "Que parte de seu corpo é mais afetada pelas atividades físicas?". Depois, apresentou o resultado da pesquisa em forma percentual.

**Partes do corpo mais afetadas pelas atividades físicas**

| Parte do corpo | pés | joelhos | ombros | pescoço |
|---|---|---|---|---|
| Porcentagem de entrevistados | 53% | 22% | 15% | 10% |

Dados obtidos por Pedro.

Com base nessa tabela, faça o que se pede.

**a)** Construa um gráfico de colunas para representar a situação.
**b)** Determine a parte do corpo mais afetada pelas atividades físicas.
**c)** Expresse em forma de fração cada dado registrado na tabela.
**d)** Dê o significadodonúmero10%registradonatabela.

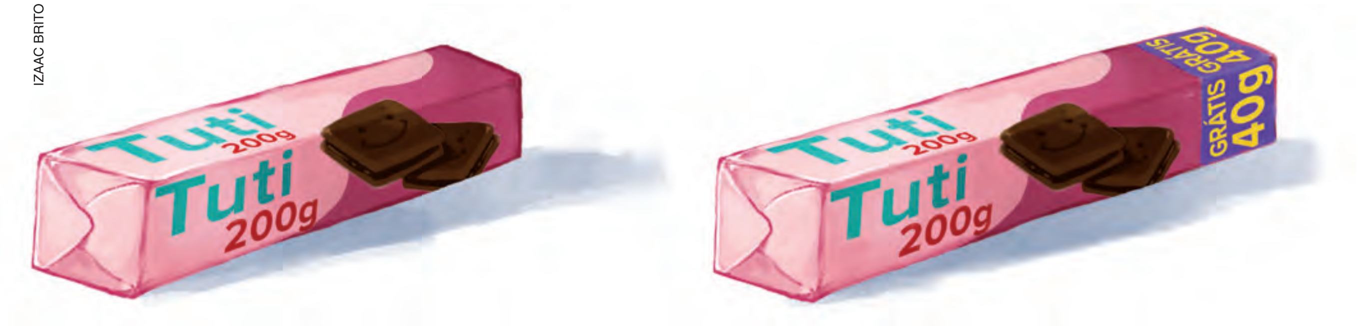


## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**23** Algumas vezes encontramos no supermercado ofertas como esta:

IZAAC BRITO




**a)** Qual é a fração que corresponde à parte grátis do pacote com oferta?
**b)** Represente, na forma percentual, a resposta do item **a**.

**24** Uma pesquisa mostrou que, a cada 5 alunos da escola Cata-vento que estudam espanhol, apenas 2 alunos estudam italiano.

**a)** Que fração pode representar o resultado da comparação entre a quantidade de alunos que estudam italiano e a quantidade dos que estudam espanhol?
**b)** É possível que nessa escola 60 alunos estudem italiano enquanto 200 estudem espanhol? Por quê?

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**25** A tela *Abaporu*, da pintora Tarsila do Amaral, foi vendida por 1 milhão e meio de dólares em novembro de 1995.

TARSILA DO AMARAL EMPREENDIMENTOS - MUSEO DE ARTE LATINOAMERICANO DE BUENOS AIRES/ FUNDACIÓN COSTANTINI, ARGENTINA

*Abaporu* (1928), tela com a qual a pintora Tarsila do Amaral presenteou seu marido, o escritor Oswald de Andrade.

Supondo que, passados vinte anos da venda, o valor da tela tenha atingido $\frac{5}{2}$ do valor pago em 1995, quanto a tela passou a custar no ano de 2015?

**26** Uma classe tem 18 meninos e 24 meninas: todos vão ensaiar uma dança folclórica. Para isso, esses alunos devem formar rodas mistas de modo que todas tenham a mesma quantidade de meninos e a mesma quantidade de meninas.

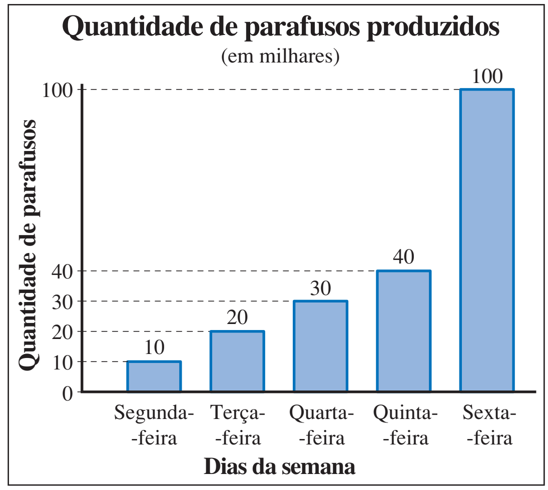
DELFIM MARTINS/PULSAR IMAGENS

Dança do Pau de Fita na abertura da Cavalhada, Festa do Divino de Pirenópolis, Goiás. (Foto de 2007.)

**a)** De quantos modos essas rodas podem ser formadas?

**b)** Determine quatro frações que podem representar o resultado da comparação entre o número de meninos e de meninas dessa sala.

**27** Veja no gráfico a produção da empresa Só Parafusos em uma semana.




ADILSON SECCO

Dados obtidos pela Só Parafusos.

Leia as afirmações abaixo e corrija as falsas.

**a)** A produção total nessa semana foi de 200 parafusos.

**b)** A produção de segunda-feira foi de $\frac{1}{\phantom{0}}$ da produção de sexta-feira.

**c)** Na terça-feira, a produção foi 20% da produção de sexta-feira.

**d)** A produção de terça-feira foi $\frac{3}{4}$ da produção de quarta-feira.

**e)** A produção dos quatro primeiros dias da semana foi menor do que a metade da produção de sexta-feira.

**f)** A produção dos quatro primeiros dias da semana foi 50% da produção de toda a semana.

**g)** Na quinta-feira, a Só Parafusos produziu 20% da produção total da semana.



### *Pense mais um pouco...*

Mara comprou um *skate* para Marcos com as seguintes condições de pagamento: entrada de 54 reais, correspondente a 40%, ou seja, $\frac{2}{5}$ do preço total do *skate*, e mais 3 prestações mensais iguais.

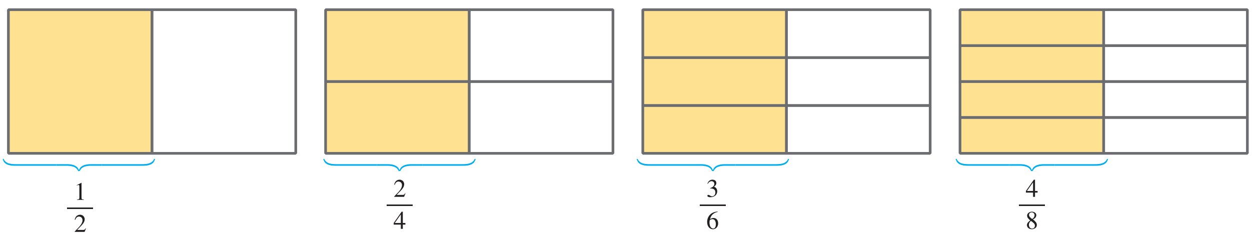
Quanto Mara pagará em cada prestação? Registre todos os procedimentos que você usar.


IZAAC BRITO

# 5 Frações equivalentes

Considere esta figura.

Vamos construir quatro figuras iguais a ela e pintar a parte correspondente às frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ e $\frac{4}{8}$. Para isso, a primeira figura será dividida igualmente em 2 partes, a segunda, em 4, a terceira, em 6, e a última, em 8.




As frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ e $\frac{4}{8}$, embora escritas de modo diferente, representam a mesma parte da figura. Elas são chamadas de **frações equivalentes**.



## Como obter frações equivalentes

Para indicar que duas ou mais frações são equivalentes, colocamos entre elas o sinal de igualdade (=).

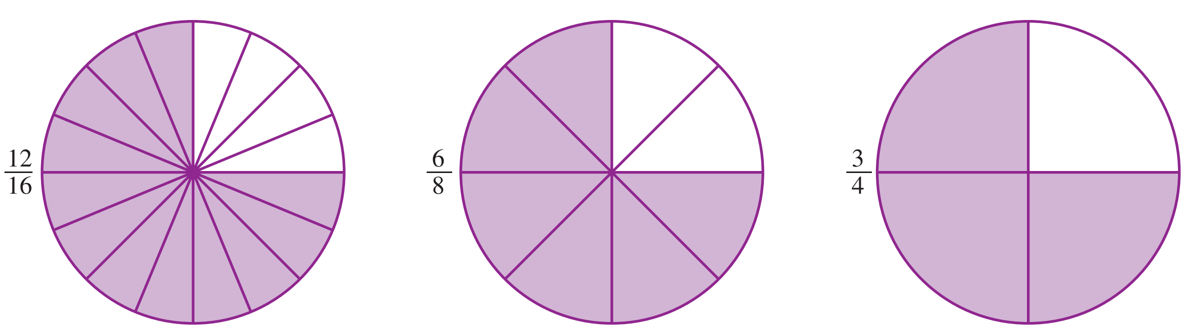
Como as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ e $\frac{4}{8}$ são equivalentes, podemos escrever:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$$

Para obtermos frações equivalentes a determinada fração podemos multiplicar seus dois termos por um mesmo número natural diferente de zero.

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8}$$

Observe, agora, algumas frações que representam uma mesma parte pintada de um mesmo inteiro.




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

As frações $\frac{12}{16}$, $\frac{6}{8}$ e $\frac{3}{4}$ são equivalentes. Então, podemos escrever:

$$\frac{12}{16} = \frac{6}{8}\text{, observando que } \begin{cases} 6 = 12 : 2 \\ 8 = 16 : 2 \end{cases} \qquad \frac{12}{16} = \frac{3}{4}\text{, observando que } \begin{cases} 3 = 12 : 4 \\ 4 = 16 : 4 \end{cases}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}\text{, observando que } \begin{cases} 3 = 6 : 2 \\ 4 = 8 : 2 \end{cases}$$

Isso significa que também podemos obter frações equivalentes a determinada fração dividindo seus termos por um mesmo número natural diferente de zero.

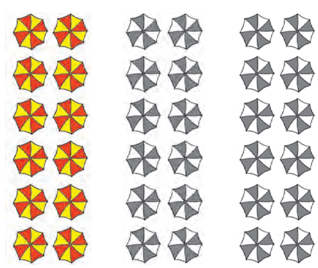
$$\frac{6}{8} = \frac{6 : 2}{8 : 2} = \frac{3}{4}$$

Veja mais um exemplo.

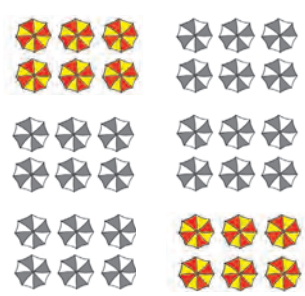
A coreografia da abertura dos jogos esportivos da escola onde Vítor estuda é feita por um grupo com 36 alunos, no qual 12 deles estão com sombrinha vermelha e amarela.

Em determinados momentos dessa coreografia, os alunos com a sombrinha vermelha e amarela se movimentam, formando grupos diferentes em cada caso. Veja os grupos formados:

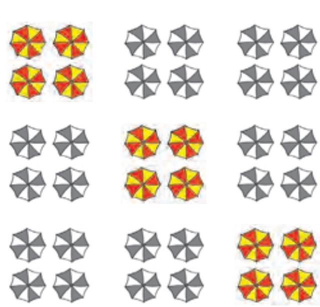
- **1º grupo:** $\frac{1}{3}$ dos 36 alunos está com sombrinha vermelha e amarela.



- **2º grupo:** $\frac{2}{6}$ dos 36 alunos estão com sombrinha vermelha e amarela.



- **3º grupo:** $\frac{3}{9}$ dos 36 alunos estão com sombrinha vermelha e amarela.



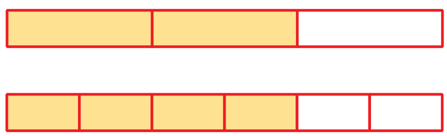
As frações $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$ e $\frac{3}{9}$ são frações equivalentes, pois representam a mesma parte (12 alunos) do inteiro (36 alunos).

ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**28** Observe as figuras, que representam o mesmo inteiro, e verifique se as frações são equivalentes. Justifique sua resposta.



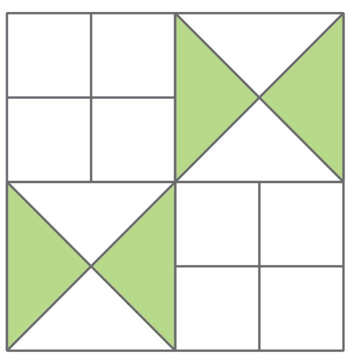
$\frac{2}{3}$

$\frac{4}{6}$

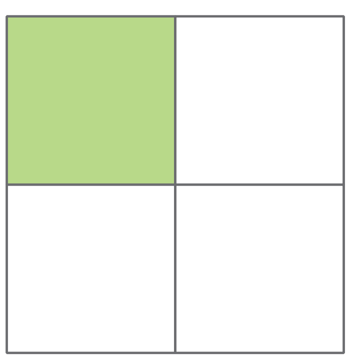
**29** Se de um rolo de barbante com 45 metros de fio eu cortar $\frac{2}{5}$ ou $\frac{6}{15}$ desse barbante, obterei um fio de mesmo comprimento? Por quê?

**30** Nas duas figuras abaixo (A e B), considere o "quadradão" como um mesmo inteiro.

(A)



(B)



**a)** Que fração representa a parte pintada de verde em cada figura?

**b)** As frações obtidas em A e em B são equivalentes? Por quê?

**31** Se 20% das pessoas que compareceram a uma festa eram do sexo feminino, é possível dizer que $\frac{1}{4}$ dos presentes era do sexo feminino? Por quê?

**32** Quais das seguintes frações são equivalentes à fração $\frac{5}{8}$?

**a)** $\frac{10}{16}$ **c)** $\frac{20}{16}$ **e)** $\frac{30}{56}$

**b)** $\frac{15}{24}$ **d)** $\frac{25}{40}$ **f)** $\frac{8}{5}$

**33** Reúna-se com um colega, e façam o que se pede.

**a)** Dadas as frações equivalentes $\frac{4}{9}$, $\frac{12}{27}$, $\frac{16}{36}$ e $\frac{28}{63}$, para cada par calculem os produtos do numerador de uma com o denominador da outra. Em seguida, comparem esses dois produtos.

**b)** Escrevam duas frações equivalentes, diferentes das do item **a**. Calculem os produtos do numerador de uma com o denominador da outra e, em seguida, comparem esses produtos.

**c)** Dadas duas frações equivalentes, o que vocês podem concluir sobre os produtos do numerador de uma com o denominador da outra?

**d)** Sabendo que as frações $\frac{5}{8}$ e $\frac{?}{48}$ são frações equivalentes, calculem o produto de 8 por "?" e, em seguida, o valor de "?".

**34** Encontre a fração equivalente a $\frac{2}{5}$ que tenha denominador 15. Você pode encontrar essa fração multiplicando seus dois termos por um mesmo número.

15

**35** Determine uma fração de numerador 42 equivalente à fração $\frac{7}{10}$.

**36** Determine as frações equivalentes a $\frac{2}{3}$ e a $\frac{3}{4}$ com denominador 12.

**37** Nas seguintes equivalências falta um termo de uma das frações, representado por "?". Calcule quanto vale "?" em cada caso.

**a)** $\frac{3}{4} = \frac{15}{?}$ **c)** $\frac{5}{?} = \frac{35}{21}$

**b)** $\frac{6}{9} = \frac{?}{15}$ **d)** $\frac{?}{18} = \frac{3}{2}$



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

# 6 Simplificação de frações

Quando a divisão dos termos de uma fração por um número natural diferente de 0 e de 1 é exata, obtemos uma fração equivalente cujos termos são números menores que os da outra fração. Chamamos isso de **simplificação de fração**.

Veja, por exemplo, como podemos simplificar a fração $\frac{24}{36}$.

Se dividimos 24 e 36 por 4, obtemos uma fração equivalente:

$$\frac{24}{36} = \frac{24 : 4}{36 : 4} = \frac{6}{9}$$

Como 6 e 9 são números menores que 24 e 36, respectivamente, dizemos que simplificamos a fração $\frac{24}{36}$.

Se quisermos, podemos continuar a simplificar a fração até obtermos uma fração em que não é mais possível encontrar um mesmo número, diferente de 0 e de 1, que divida o numerador e também o denominador. Dizemos, nesse caso, que a fração é **irredutível**. Observe:

$$\frac{24}{36} = \frac{24 : 4}{36 : 4} = \frac{6 : 3}{9 : 3} = \frac{2}{3}$$

Note que a fração $\frac{2}{3}$ é irredutível e é equivalente a $\frac{24}{36}$. Podemos escrever, então, que:

$$\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

Também é possível simplificarmos a fração $\frac{24}{36}$ escolhendo outros números para dividir e utilizando o seguinte esquema, por exemplo:

$$\frac{\overset{\overset{\overset{2}{\cancel{6}}}{\cancel{12}}}{\cancel{24}}}{\underset{\underset{\underset{3}{\cancel{9}}}{\cancel{18}}}{\cancel{36}}} \quad :2 \quad :2 \quad :3$$

Observe que quanto maior for o número escolhido para dividir o numerador e o denominador, mais curto será o processo de simplificação. Veja:

$$\frac{\overset{2}{\cancel{24}}}{\underset{3}{\cancel{36}}} \quad :12$$

Nesse caso, com apenas uma simplificação encontramos a fração irredutível, pois 12 é o maior divisor comum de 24 e 36.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**38** Simplifique as frações, tornando-as irredutíveis.

a) $\frac{4}{10}$ b) $\frac{18}{24}$ c) $\frac{25}{50}$ d) $\frac{14}{15}$

**39** Simplifique, quando possível, as frações para obter denominadores iguais a 6.

a) $\frac{72}{48}$ b) $\frac{14}{42}$ c) $\frac{12}{38}$ d) $\frac{20}{30}$

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**40** As frações de numeradores iguais a 1 são chamadas de **frações unitárias**. Determine as frações unitárias equivalentes às seguintes frações.

a) $\frac{5}{20}$

b) $\frac{6}{18}$

c) $\frac{3}{12}$

d) $\frac{4}{30}$

**41** Represente cada número a seguir por uma fração e, em seguida, encontre a fração equivalente irredutível.

a) 36%

b) $3\frac{2}{8}$

c) 50%

d) $1\frac{3}{6}$

**42** Sabendo que 1 centímetro corresponde à centésima parte de 1 metro, faça o que se pede.

a) Que parte do metro 50 centímetros representam? Expresse essa parte como fração irredutível.

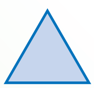
b) Faça o mesmo para 25 centímetros e para 125 centímetros.

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

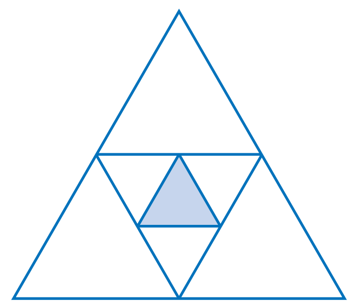
### *Pense mais um pouco...*

Observe a figura ao lado e responda às questões em seu caderno.

a) Quantos triângulos há na figura?

b) Quantos  preciso ter para cobrir o triângulo grande?

c) O menor triângulo corresponde a que fração do maior triângulo?



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

## TRABALHANDO A INFORMAÇÃO

### Interpretando um gráfico de setores

Leia o texto sobre o uso doméstico da água.

O uso doméstico da água é uma das formas mais evidentes de consumo. Quando as pessoas ganham mais dinheiro e elevam o padrão de vida, seu uso doméstico de água aumenta.

O volume de água utilizada nas casas, ou pelas autoridades municipais para abastecer as áreas residenciais, varia mais de 800 litros diários, no Canadá, a apenas 1 litro, na Etiópia.

Boa parte da água distribuída para propósitos domésticos nunca chega ao consumidor, pois se perde nos vazamentos das tubulações. As cidades de países em desenvolvimento costumam perder 40% de sua água nesses vazamentos. Parte dessa água volta aos depósitos subterrâneos, rios e lagos; mas a maior parcela se evapora.

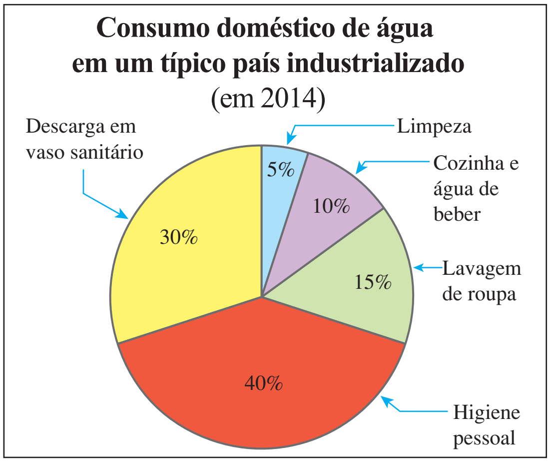
Nas casas, as torneiras que pingam podem desperdiçar mais água do que a utilizada para cozinhar ou beber. E quase 30% das águas domésticas simplesmente se perdem nas descargas dos vasos sanitários.

Em alguns países em desenvolvimento, 20 litros de água por pessoa, diariamente, são considerados um luxo. Alguns países em desenvolvimento usam mais do que isso só para regar seus jardins.

Fonte: Robin Clarke e Jannet King. *O atlas da água*: o mapeamento completo do recurso mais precioso do planeta. Trad. Anna Maria Quirino. São Paulo: Publifolha, 2005.

O gráfico a seguir representa a distribuição do consumo doméstico de água, considerando como padrão um típico país industrializado, em 2014.

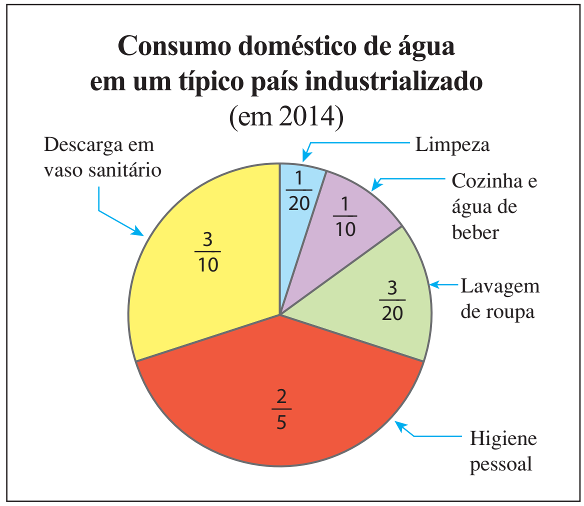
ADILSON SECCO




Dados obtidos em: <www.unwater.org>. Acesso em: 30 jan. 2015.

Esse é um exemplo de **gráfico de setores**. Nesse tipo de gráfico, a divisão da figura é feita de acordo com a fração do todo correspondente a cada um dos dados representados. Note, por exemplo, que a parte azul do gráfico é a menor e, por isso, corresponde à menor porcentagem (5%) e que a parte vermelha é maior por corresponder à maior porcentagem (40%).

Os dados apresentados em um gráfico de setores também podem ser escritos na forma de fração. Veja:




Dados obtidos em: <www.unwater.org>. Acesso em: 30 jan. 2015.

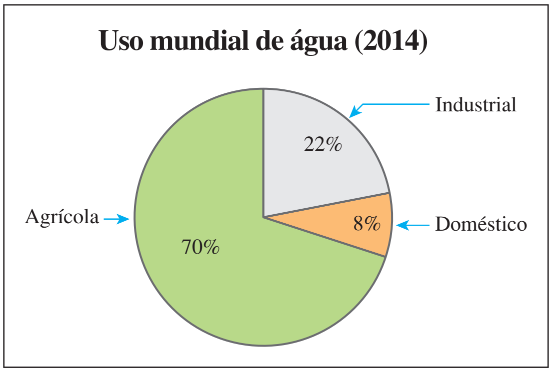
## Agora quem trabalha é você!

**FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO**

Leia e responda às questões.

No mundo todo, cada pessoa consome em média 170 litros de água por dia. Observe no gráfico a seguir a distribuição do uso mundial de água doce 2014.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO




Dados obtidos em: <www.unwater.org>. Acesso em: 30 jan. 2015.

**a)** Em qual setor o consumo de água foi maior?

**b)** Pesquise qual é a população de sua cidade. Supondo que a média de consumo diário doméstico de água por pessoa, em sua cidade, seja igual à média mundial em 2014, calcule quantos litros são consumidos por essa população diariamente.

**c)** Já estudamos que um giro de uma volta completa corresponde a 360°. Arredondando os percentuais do gráfico ao lado para 10% e 20%, calcule a quantos graus corresponde cada um dos setores.

**d)** Com o auxílio de um transferidor, copie o gráfico ao lado em seu caderno, aplicando as respostas do item **c** e indicando os consumos com frações.

# 7 Comparação de números escritos na forma de fração

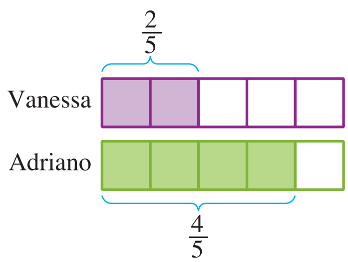
Considere as situações a seguir.

### *Situação 1*

Vanessa e Adriano compraram duas bicicletas de mesmo preço no mesmo dia. Vanessa financiou $\frac{2}{5}$ do valor total a ser pago, e Adriano, $\frac{4}{5}$. Quem financiou o maior valor?

Vamos utilizar algumas figuras para representar a situação.

Cada figura a seguir representa o valor total de cada bicicleta, e as partes pintadas representam o que cada comprador financiou.





IZAAC BRITO

Note que $\frac{4}{5}$ do preço total é maior do que $\frac{2}{5}$ do preço total.

Logo, Adriano financiou mais do que Vanessa.

### *Situação 2*

Paulo pintou de azul $\frac{3}{8}$ de um painel, e Carla pintou de laranja $\frac{5}{16}$ de outro painel igual ao de Paulo. Quem pintou mais?

A parte azul equivale a $\frac{3}{8}$ da figura toda.

A parte laranja equivale a $\frac{5}{16}$ da figura toda.

Observe que os painéis foram divididos e pintados (azul e laranja) de modos diferentes.

Para comparar $\frac{3}{8}$ com $\frac{5}{16}$ utilizando os painéis, é preciso dividi-los em uma mesma quantidade de partes iguais. Para fazer essa divisão, usaremos os triângulos menores:

$\frac{3}{8}$ ou $\frac{6}{16}$

$\frac{5}{16}$

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Cada triângulo pequeno representa $\frac{1}{16}$ de um painel inteiro. Note que a parte azul tem $\frac{1}{16}$ a mais do que a parte laranja. Assim:

$$\frac{6}{16} > \frac{5}{16} \quad \text{ou} \quad \frac{3}{8} > \frac{5}{16}$$

Portanto, Paulo pintou mais do que Carla.

Podemos perceber também que, na situação 1, foi muito simples comparar os números $\frac{2}{5}$ e $\frac{4}{5}$, porque, como as frações que representam os valores financiados por Vanessa e Adriano têm mesmo denominador, basta, então, comparar os numeradores.

Como $4 > 2$, temos $\frac{4}{5} > \frac{2}{5}$.

Já na situação 2, inicialmente foi necessário dividir o painel em 16 triângulos menores e iguais para encontrar uma fração equivalente a $\frac{3}{8}$ com o mesmo denominador de $\frac{5}{16}$ e só depois comparar os numeradores.

Como $\frac{3}{8} = \frac{6}{16}$ e $\frac{6}{16} > \frac{5}{16}$, temos $\frac{3}{8} > \frac{5}{16}$.

Entretanto, podemos comparar números escritos na forma de fração usando uma propriedade das frações e a noção de equivalência. Por exemplo:

Qual desses números é menor: $\frac{4}{6}$ ou $\frac{3}{5}$?

Vamos encontrar frações equivalentes a $\frac{4}{6}$ e $\frac{3}{5}$ usando a propriedade que permite multiplicar (ou dividir) o numerador e o denominador das frações por um mesmo número, até encontrarmos frações com mesmo denominador.

$$\frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \frac{12}{18} = \frac{16}{24} = \boxed{\frac{20}{30}}$$

$$\times 2 \quad \times 3 \quad \times 4 \quad \times 5$$

$$\times 2 \quad \times 3 \quad \times 4 \quad \times 5 \quad \times 6$$

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25} = \boxed{\frac{18}{30}}$$

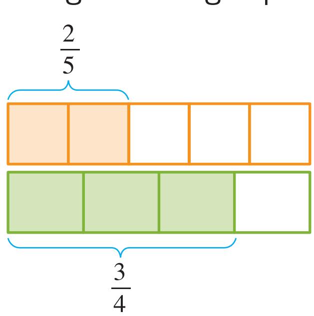
Como $18 < 20$, temos: $\frac{18}{30} < \frac{20}{30}$

Então: $\frac{3}{5} < \frac{4}{6}$

Acompanhe mais um exemplo.

Qual desses números é maior: $\frac{2}{5}$ ou $\frac{3}{4}$?

Nesse caso, podemos utilizar as figuras a seguir para obter a resposta.




$\frac{2}{5} < \frac{3}{4}$

Incentive os alunos a comparar $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{4}$ com a metade do inteiro.

NELSON MATSUDA

Ou, então, podemos escrever frações equivalentes a $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{4}$ e procurar entre elas as que têm mesmo denominador.

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} \quad \text{e} \quad \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20}$$

Observe que o denominador 20 das frações $\frac{8}{20}$ e $\frac{15}{20}$ é múltiplo dos denominadores 5 e 4 das frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{4}$. Ele pode ser obtido pela multiplicação dos denominadores: $4 \times 5 = 20$

$$\frac{2}{5} \xrightarrow{\times 4} \frac{?}{20} \qquad \frac{3}{4} \xrightarrow{\times 5} \frac{?}{20}$$

Para obter os novos numeradores, multiplicamos os numeradores pelos mesmos números que multiplicamos os denominadores.

$$\frac{2}{5} \xrightarrow{\times 4} \frac{8}{20} \qquad \frac{3}{4} \xrightarrow{\times 5} \frac{15}{20}$$

Assim, encontramos $\frac{8}{20}$ e $\frac{15}{20}$, frações de mesmo denominador e equivalentes a $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{4}$, respectivamente.

Esse processo é chamado de **redução de frações a um mesmo denominador** (ou **a um denominador comum**).

Como $\frac{8}{20} < \frac{15}{20}$, temos: $\frac{2}{5} < \frac{3}{4}$

## OBSERVAÇÕES

- Podemos encontrar um denominador comum entre duas ou mais frações, considerando um múltiplo qualquer não nulo de todos os denominadores. Por exemplo:

$$\frac{3}{10} \quad \frac{4}{15} \quad \frac{5}{6} \qquad \frac{90}{300} \quad \frac{80}{300} \quad \frac{250}{300}$$

- Para obter frações equivalentes mais simples, podemos utilizar o mínimo múltiplo comum (mmc) entre os denominadores das frações dadas.

  Assim, temos: mmc(10, 15, 6) $= 30$

$$\frac{3}{10} \quad \frac{4}{15} \quad \frac{5}{6} \qquad \frac{9}{30} \quad \frac{8}{30} \quad \frac{25}{30}$$

**43** Compare os números e escreva, em seu caderno, sentenças usando os sinais $<$ ou $>$.

a) $\frac{2}{6}$ e $\frac{4}{6}$

b) $\frac{1}{7}$ e $\frac{5}{7}$

c) $\frac{5}{9}$ e $\frac{2}{9}$

d) $\frac{4}{10}$ e $\frac{3}{10}$

**44** Em uma classe, $\frac{4}{9}$ dos alunos são meninos, e $\frac{5}{9}$ são meninas. Nessa classe há mais meninos ou meninas?

**45** Compare os números e escreva, em seu caderno, sentenças usando os sinais $<$, $=$ ou $>$.

a) $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{5}$

b) $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$

c) $\frac{3}{10}$ e $\frac{4}{15}$

d) $\frac{7}{6}$ e $\frac{21}{18}$

**46** Qual desses números é maior: $\frac{5}{6}$ ou $\frac{3}{4}$?

**47** Na pintura de uma parede foram misturados $\frac{3}{5}$ de um galão de tinta azul com $\frac{5}{8}$ de um galão de tinta branca. Qual é a cor da tinta mais usada nessa mistura?

ENAGIO COELHO

**48** Em uma mesma semana, Felipe fez provas de Matemática, História e Inglês. Ele acertou 12 das 20 questões de Matemática, 6 das 10 questões de História e 4 das 7 questões de Inglês. Em qual das provas ele se saiu melhor?

IZAAC BRITO

**49** Se Lúcia caminhou $\frac{7}{12}$ de uma trilha para pedestres, ela percorreu mais ou menos da metade dessa trilha?

**50** Um painel decorativo foi montado com lajotas de mesmo tamanho. Do total de lajotas, $\frac{2}{6}$ têm cor azul, $\frac{2}{4}$ têm cor amarela e $\frac{2}{12}$ têm cor vermelha.

a) Qual é a cor de lajota mais usada nesse painel?
b) Qual é a cor de lajota menos usada nesse painel?

**51** Reduza as frações a seguir a um mesmo denominador.

a) $\frac{3}{5}, \frac{5}{4}$

b) $\frac{2}{6}, \frac{7}{4}$

c) $3, \frac{2}{5}, \frac{1}{3}$

d) $3\frac{1}{2}, 1\frac{5}{6}$

e) $3\frac{1}{5}, 2\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$

f) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$

**1** Uma agência de turismo vende pacotes turísticos em 12 prestações iguais. Janaína comprou um desses pacotes. Ela já pagou $\frac{3}{4}$ das prestações.

a) A fração $\frac{4}{4}$ representa quantas prestações?

b) A fração $\frac{1}{4}$ representa quantas prestações?

c) Quantas prestações foram pagas?


IZAAC BRITO

**2** A tabela abaixo mostra o resultado de uma pesquisa realizada com os alunos do 6º ano.

| Esportes preferidos pelo 6º ano | |
|---|---|
| **Esporte** | **Quantidade de alunos** |
| Futebol | 30 |
| Vôlei | 10 |
| Basquete | 10 |

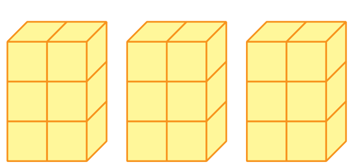
Dados obtidos pela escola Cata-vento.

a) Qual é o total de alunos pesquisados?

b) Qual é a fração que representa o número de alunos que preferem vôlei em relação ao total de alunos pesquisados?

c) Na forma percentual, quantos alunos preferem futebol?

**3** Na figura abaixo, cada bloco representa um inteiro e é formado por pequenos cubos iguais.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

a) Quantos inteiros há na figura?

b) Que parte de um inteiro (bloco) cada cubinho representa?

c) Quantos sextos de bloco há na figura?

d) Quantos terços de bloco há na figura?

**4** Ao passar por uma concessionária de motos, Cristiano aproveitou a promoção e comprou uma moto igual à representada abaixo.


IZAAC BRITO
CLAUDIO CHIYO

a) Qual é a fração que representa o valor de cada prestação em relação ao preço da moto?

b) Qual é o valor de cada prestação?

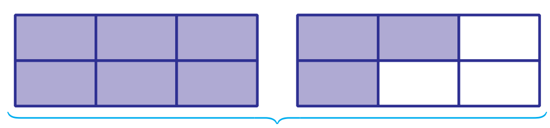
c) Qual é o valor de $\frac{2}{5}$ do preço da moto?

**5** Renato pagou $\frac{3}{5}$ de uma dívida e ainda ficou devendo 70 reais. Qual era o valor da dívida?

**6** Em seu caderno, represente a parte da figura pintada de lilás com um número escrito:

a) na forma de fração;

b) na forma mista.



Figura

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**7** Represente duas barras de chocolate: uma branca e outra escura, de mesmo tamanho. Divida a barra branca em 4 pedaços iguais e a barra escura em 8. Se você pegar uma das partes da barra branca, quantos pedaços da barra escura serão necessários para obter a mesma quantidade? E se você pegar duas partes da barra branca?

**8** A professora de Educação Artística distribuiu igualmente 7 cartolinas para 3 grupos de alunos. Determine a quantidade de cartolina que cada grupo recebeu na forma de fração e na forma mista.

**9** Em uma classe, $\frac{4}{7}$ do número dos alunos são meninas. Sabendo que a classe tem 42 alunos, quantos são os meninos?

**10** Alfredo tem 35 bolas de gude. Dessas 35, para cada 2 bolas verdes há 5 vermelhas.

Determine um número na forma de fração que represente o resultado da comparação da quantidade de bolas verdes com a de bolas vermelhas.

IZAAC BRITO

**11** (Vunesp) Duas empreiteiras farão conjuntamente a pavimentação de uma estrada, cada uma trabalhando a partir de uma das extremidades. Se uma delas pavimentar $\frac{2}{5}$ da estrada e a outra os 81 quilômetros restantes, a extensão dessa estrada será de:

**a)** 125 quilômetros.
**b)** 135 quilômetros.
**c)** 142 quilômetros.
**d)** 145 quilômetros.
**e)** 160 quilômetros.

**12** (Uece) Uma peça de tecido, após a lavagem, perdeu $\frac{1}{10}$ de seu comprimento e este ficou medindo 36 metros. Nestas condições, o comprimento, em metros, da peça antes da lavagem era igual a:

**a)** 44. **b)** 42. **c)** 40. **d)** 38.

**13** Quando multiplicamos ou dividimos os dois termos de uma fração por um número natural diferente de zero, obtemos uma fração equivalente ou não equivalente à fração dada?

**14** Acompanhe as afirmações feitas por quatro amigos.

*Paulo*: O numerador e o denominador da fração são números pares.

*Mariana*: A fração é equivalente à fração $\frac{3}{9}$.

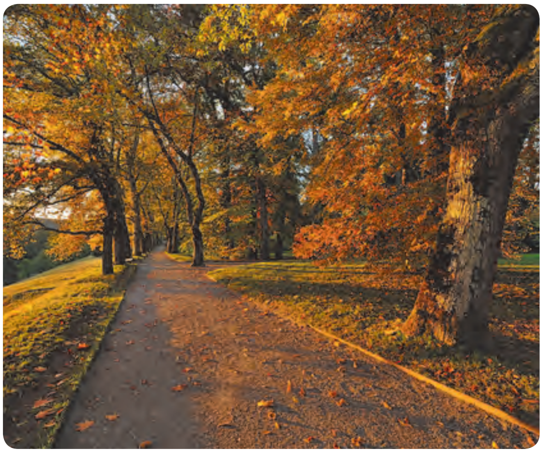
*Ricardo*: A fração é irredutível.

*Camila*: O numerador da fração é 1.

Sabendo que Ricardo disse a verdade e que um deles mentiu, descubra qual é a fração.

**15** Uma fração equivalente a $\frac{3}{5}$ tem 32 como soma de seus termos. Determine essa fração.

**16** Na Alemanha, em determinado ano, o outono começou em 23 de setembro. Determine a fração correspondente aos dias de outono no mês de setembro nesse ano.

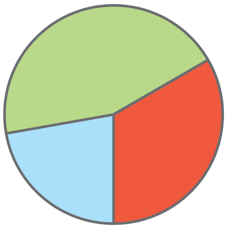


MARKUS KELLER IMAGE BROKER/GLOW IMAGES

Alameda com plátanos, Konstanz, Alemanha. (Foto de 2014.)

**17** Os alunos de uma escola estão distribuídos da seguinte maneira:

- Educação Infantil $\rightarrow \frac{2}{9}$
- Ensino Fundamental $\rightarrow \frac{8}{18}$
- Ensino Médio $\rightarrow \frac{1}{3}$



NELSON MATSUDA

Representando essa distribuição em um gráfi co de setores (como na fi gura acima), qual é a cor que corresponde ao Ensino Fundamental? E ao Ensino Médio?

**18** (Unifor-CE) Dos números $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{9}$ e $\frac{1}{10}$:

**a)** o menor é $\frac{4}{9}$.
**b)** o maior é $\frac{2}{7}$.
**c)** o menor é $\frac{2}{7}$.
**d)** o maior é $\frac{3}{8}$.
**e)** o menor é $\frac{1}{10}$.

**19** (Saresp) Quais são as três frações equivalentes a $\frac{1}{2}$?

**a)** $\frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}$
**b)** $\frac{2}{4}, \frac{5}{10}, \frac{8}{12}$
**c)** $\frac{3}{6}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12}$
**d)** $\frac{3}{7}, \frac{5}{8}, \frac{2}{4}$

CAPÍTULO

7

# Operações com números racionais na forma de fração

## 1 Adição e subtração com frações de mesmo denominador

Nos estudos sobre o meio ambiente, chama-se **bioma** o conjunto de sistemas que formam uma **comunidade** (todos os organismos, animais e vegetais, que habitam um mesmo ambiente) estável e desenvolvida, adaptada às condições naturais de uma região, e geralmente caracterizada por um tipo principal de vegetação.

No infográfico a seguir, a divisão dos biomas brasileiros está simplificada, reunindo-os em sete grandes biomas. Para cada um deles, há um gráfico com a distribuição das espécies animais ameaçadas de extinção.

Brasil – Divisão por biomas

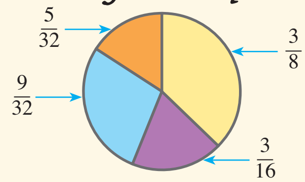

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL

Dados obtidos em: <www.icmbio.gov.br>.
Acesso em: 2 fev. 2015.

Legenda:
Anfíbios
Aves
Invertebrados
Mamíferos
Répteis

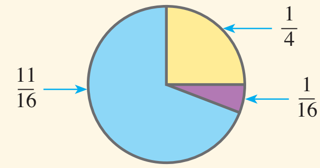
# Distribuição, por biomas, das espécies animais ameaçadas de extinção*

## Caatinga – 32 espécies



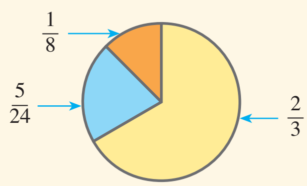

**Exemplos:** bicho-preguiça, ararinha--azul e sucuri bico de jaca.

## Pantanal – 16 espécies



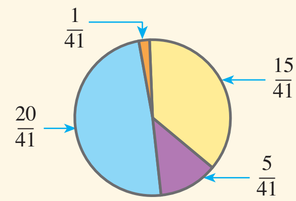

**Exemplos:** cervo-do-pantanal, onça-parda, ariranha e arara-azul.

## Pampa – 24 espécies




**Exemplos:** lontra, quati, jacutinga e pica-pau-de-cabeça-amarela.

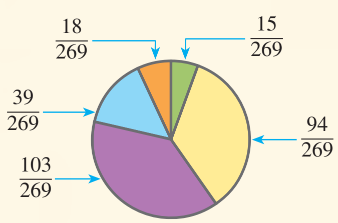
## Amazônia – 41 espécies




**Exemplos:** arara-azul-grande, onça-pintada e peixe-boi.

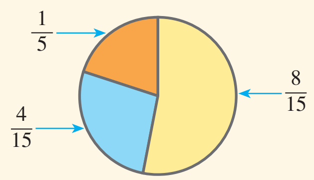
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

## Mata Atlântica – 269 espécies



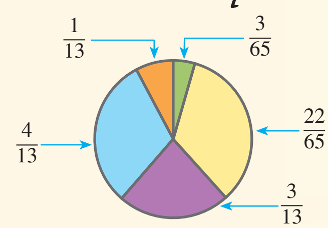

**Exemplos:** mico-leão-dourado, bugio, tamanduá-bandeira.

## Ambientes marinhos – 30 espécies




**Exemplos:** cachalote; tartaruga-verde, peixe-boi-marinho.

## Cerrado – 65 espécies



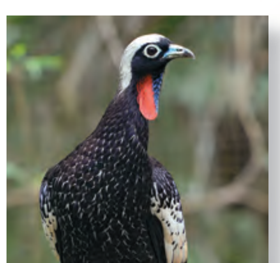

**Exemplos:** lobo-guará, besouro-de-chifre, onça-pintada.

* Algumas espécies estão presentes em mais de um bioma. Dados de 2008.

INÁCIO TEIXEIRA/PULSAR IMAGENS

Ariranha.

ISMAR INGBER/PULSAR IMAGENS



Jacutinga.

FABIO COLOMBINI

Arara-azul-grande.

ILUSTRAÇÕES: DANIEL ZEPPO

ERIC GEVAERT/SHUTTERSTOCK

Mico-leão-dourado.

ISABELLE KUEHN/SHUTTERSTOCK

Tartaruga-verde.

MARCOS AMEND/PULSAR IMAGENS

Lobo-guará.

DIEGO SANTANA

Sucuri bico de jaca.

Dados obtidos em: *Livro vermelho da fauna brasileira ameaçada de extinção*. Ministério do Meio Ambiente (MMA). Brasília, 2008.

Nesse infográfico, podemos obter muitas informações por meio da leitura do texto e dos gráficos. Por exemplo:

- No Pantanal, havia 16 espécies animais ameaçadas de extinção.
- Na Amazônia, quase metade das espécies animais ameaçadas de extinção era constituída de mamíferos.
- Somente no Cerrado e na Mata Atlântica havia espécies de anfíbios ameaçadas de extinção.
- $\frac{3}{8}$ é a fração que representa a quantidade de espécies de aves ameaçadas de extinção na Caatinga, em 2008.

No entanto, para obter outras informações, é necessário fazermos uma análise mais aprofundada dos gráficos, por exemplo:

- Que fração representa a quantidade de espécies de invertebrados e de mamíferos ameaçadas de extinção no Pantanal em 2008?

FÁBIO COLOMBINI

Cervo do pantanal. Pantanal, município de Poconé, MT. (Foto de 2014.)

- A quantidade de espécies de aves e de mamíferos ameaçadas de extinção em 2008 no Cerrado representa que fração do total de espécies animais ameaçadas de extinção nesse bioma?

Vamos responder à primeira questão.

Sabemos que, em relação às espécies animais ameaçadas de extinção no Pantanal, as espécies de invertebrados representam $\frac{1}{16}$, e as de mamíferos, $\frac{11}{16}$. Veja como podemos representar essa situação por meio de uma figura:

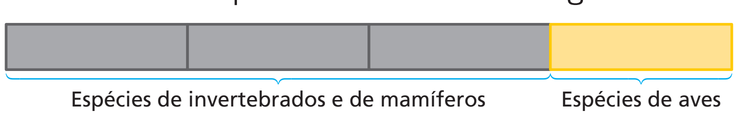

NELSON MATSUDA

Observe que, de acordo com a figura, a fração procurada é $\frac{12}{16}$ ou $\frac{3}{4}$.

Nesse caso, podemos também fazer a seguinte adição:

$$\frac{1}{16} + \frac{11}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

Sabemos que $\frac{1}{4}$ é a fração que representa a quantidade de espécies de aves ameaçadas de extinção no Pantanal. Esse dado pode ser observado na figura abaixo:




NELSON MATSUDA

Caso esse dado fosse desconhecido, poderíamos efetuar uma subtração para obtê-lo.

$$\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

Veja outro exemplo.

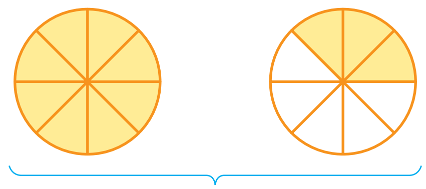
Na cantina em que Marina trabalha, um mesmo tipo de bolo é vendido a cada semana (de segunda a sexta-feira). Marina anotou a quantidade de bolo vendida em certa semana.



| **Dia da semana** | Segunda-feira | Terça-feira | Quarta-feira | Quinta-feira | Sexta-feira |
|---|---|---|---|---|---|
| **Parte de bolo vendida** | $\frac{1}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{2}{8}$ | $\frac{4}{8}$ |

Juntando todas as partes de bolo vendidas em cada dia, podemos descobrir a quantidade de bolo que foi vendida nessa semana. Isso pode ser registrado por meio de uma adição.

$$\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{1}{8}+\frac{2}{8}+\frac{4}{8}=\frac{11}{8}$$



A parte pintada de amarelo representa a quantidade de bolo vendida nessa semana

Nessa semana, a cantina vendeu $\frac{11}{8}$ de bolo, o que significa mais de uma unidade: 1 bolo e $\frac{3}{8}$ de bolo, ou seja, $1\frac{3}{8}$ de bolo.

> Para somar ou subtrair números representados por frações de mesmo denominador, somamos ou subtraímos os numeradores e conservamos o denominador comum.

Verifique os cálculos a seguir.

**a)** $\frac{1}{16}+\frac{11}{16}=\frac{\overset{1+11}{12}}{16}$

**b)** $\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{1}{8}+\frac{2}{8}+\frac{4}{8}=\frac{\overset{1+3+1+2+4}{11}}{8}$

**c)** $\frac{4}{4}-\frac{3}{4}=\frac{\overset{4-3}{1}}{4}$

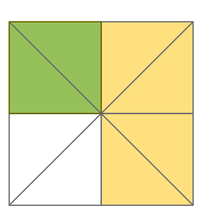
**d)** $\frac{23}{5}-\frac{20}{5}=\frac{\overset{23-20}{3}}{5}$



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Observe a figura ao lado.





**a)** Determine as frações de denominador 8 que representam a parte pintada de amarelo, a parte pintada de verde e a figura toda.

**b)** Represente por meio de uma adição de frações a parte pintada de verde e amarelo da figura.

**c)** Represente por meio de uma subtração a parte da figura que não está pintada nem de verde nem de amarelo.

**2** Um terreno foi dividido em três canteiros da seguinte maneira:

- um canteiro de margaridas ocupando $\frac{1}{6}$ do terreno;
- um canteiro de rosas ocupando $\frac{4}{6}$ do terreno;
- um canteiro de violetas ocupando o restante do terreno.

a) Represente essa situação por meio de uma figura.

b) Determine a parte do terreno que o canteiro de violetas ocupa.

**3** Efetue, em seu caderno, simplificando o resultado quando possível.

a) $\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$

b) $\frac{4}{10} + \frac{2}{10}$

c) $\frac{2}{15} + \frac{3}{15}$

d) $\frac{5}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12}$

e) $\frac{5}{4} + \frac{3}{4}$

f) $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6}$

**4** Efetue, simplificando o resultado quando possível.

a) $\frac{8}{9} - \frac{2}{9}$

b) $\frac{7}{5} - \frac{1}{5}$

c) $\frac{15}{8} - \frac{9}{8}$

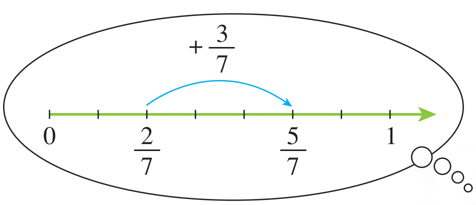
d) $\frac{9}{5} - \frac{4}{5}$

e) $\frac{3}{7} - \frac{3}{7}$

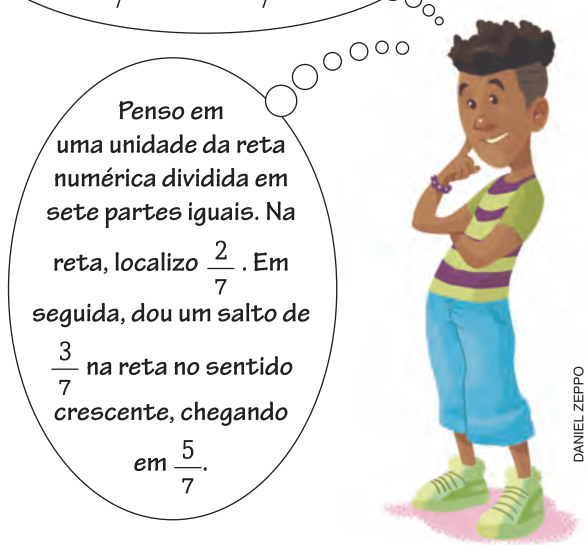
f) $\frac{11}{12} - \frac{3}{12}$

**5** Carlos imagina "saltos" em uma reta numérica para calcular mentalmente o resultado de adições e de subtrações de frações. Observe:

- Para calcular $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$:



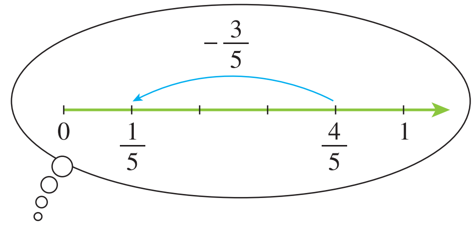

ADILSON SECCO



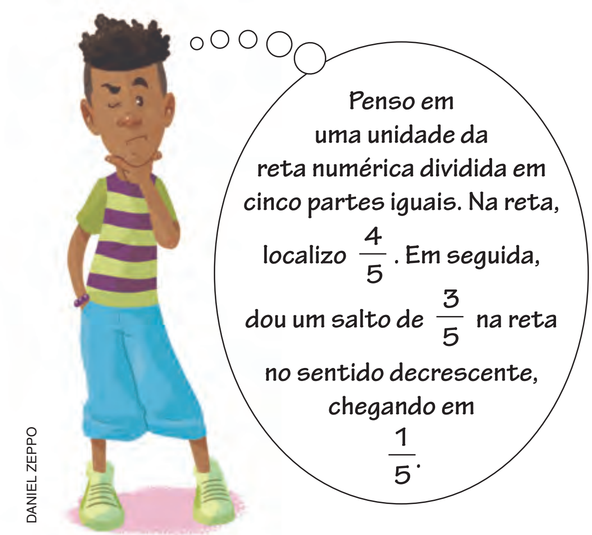

DANIEL ZEPPO

Então, $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$.

- Para calcular $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$:




ADILSON SECCO




DANIEL ZEPPO

Então, $\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$.

Calcule mentalmente as operações com as frações abaixo, imaginando saltos crescentes e decrescentes em uma reta numérica. Em seguida, faça o registro por escrito e verifique o resultado.

a) $\frac{4}{7} + \frac{2}{7}$

b) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$

c) $\frac{1}{8} + \frac{5}{8}$

d) $\frac{5}{6} - \frac{2}{6}$

e) $\frac{6}{7} - \frac{4}{7}$

f) $\frac{4}{9} - \frac{1}{9}$

**6** Fernanda gosta de fazer suas próprias bijuterias. Para fazer um colar, ela comprou 2 pacotes de miçangas, um de cada cor. Cada pacote tinha 120 miçangas. Ela usou $\frac{3}{4}$ das miçangas de um deles e $\frac{3}{5}$ das miçangas do outro. Quantas miçangas sobraram de cada cor?

**7** O Brasil é uma República Federativa presidencialista. A federação brasileira é composta de 26 estados e do Distrito Federal, que, juntos, formam a União. O sistema político – atuando nas esferas federal, estadual e municipal – é dividido em três poderes:

- **Executivo**, cuja função principal é executar leis e programas e definir a forma de distribuição dos gastos públicos. É composto de: presidente e ministérios (federal); governador e secretaria (estadual); prefeito e secretaria (municipal).

ED VIGGIANI/PULSAR IMAGENS

Palácio do Planalto, Brasília, DF, 2013.

ED VIGGIANI/PULSAR IMAGENS

Prédio do Congresso Nacional, Brasília, DF, 2013.

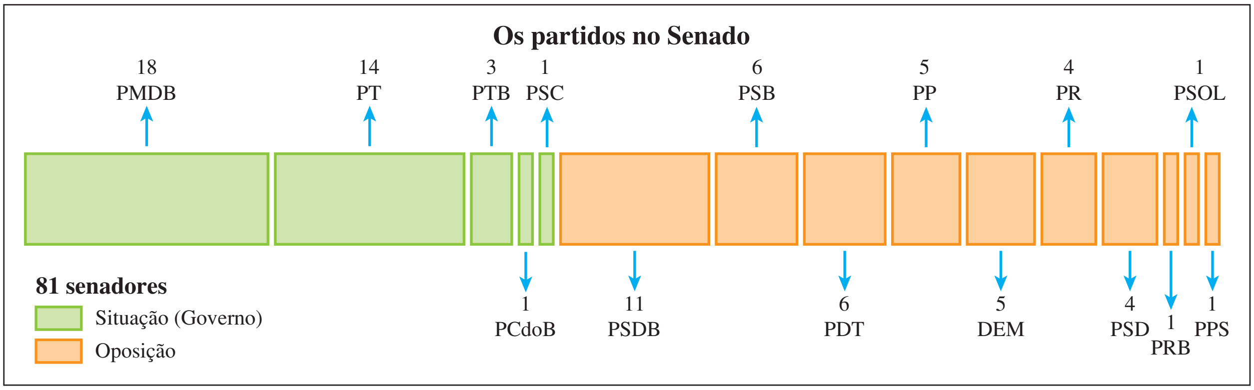
- **Legislativo**, que elabora as leis e fiscaliza e controla os atos do Poder Executivo. Na esfera federal, é representado pelo Congresso Nacional, dividido entre Câmara (deputados federais) e Senado (senadores). No âmbito estadual, é exercido pelas assembleias legislativas (deputados estaduais) e, nos municípios, pelas câmaras municipais (vereadores).

- **Judiciário**, que aplica a Constituição e as leis. É dividido em vários tribunais e classes hierárquicas.

Chamam-se **partidos** os grupos de pessoas unidas pelas mesmas ideias e propostas políticas. No Brasil, vigora o pluripartidarismo, isto é, a coexistência de vários partidos, que se alojam em duas alas: a da situação (partidos que apoiam o governo) e a da oposição (partidos que fazem propostas alternativas às do governo). O esquema a seguir apresenta a formação do Senado (em fevereiro de 2015) conforme o número de senadores por partido.

FANDRADE/GETTY IMAGES

Escultura *Justiça*, de Alfredo Ceschiatti, em frente ao prédio do Supremo Tribunal Federal. Brasília, DF, 2011.




ADILSON SECCO

Dados obtidos em: <www.senado.gov.br>. Acesso em: 6 fev. 2015.

**PMDB:** Partido do Movimento Democrático Brasileiro
**PT:** Partido dos Trabalhadores
**PTB**: Partido Trabalhista Brasileiro
**PP:** Partido Progressista
**PR:** Partido da República
**PDT:** Partido Democrático Trabalhista
**PSB:** Partido Socialista Brasileiro
**PC do B:** Partido Comunista do Brasil
**PRB:** Partido Republicano Brasileiro
**PSD:** Partido Social Democrata
**PSC:** Partido Social Cristão
**PSDB:** Partido da Social Democracia Brasileira
**DEM:** Democratas
**PSOL:** Partido Socialismo e Liberdade
**PPS:** Partido Popular Socialista

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**8** Reúna-se com um colega para analisar a seguinte situação:

Uma pesquisa feita com 100 pessoas a respeito de lazer cultural traz os seguintes dados:

- museu: $\frac{12}{100}$
- *show* de música: $\frac{38}{100}$
- cinema: $\frac{34}{100}$
- teatro: $\frac{26}{100}$


DANIEL ZEPPO

Agora, respondam: há algum erro nos dados dessa pesquisa? Justifiquem a resposta.

***Pense mais um pouco...***

Bernardo perguntou a seu avô:

— Que horas são?

O avô respondeu:

— As horas que passaram do meio-dia correspondem a $\frac{1}{3}$ das que faltam para a meia-noite.

Determine que horas são.

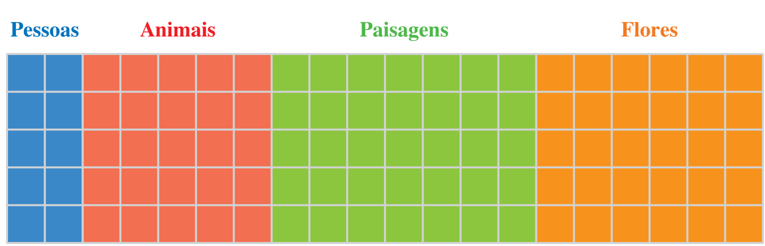

DANIEL ZEPPO



## TRABALHANDO A INFORMAÇÃO

### Operando com porcentagens

O fotógrafo Luciano vai fazer uma exposição de suas 100 melhores fotografias. Para isso, organizou por temas e marcou em uma malha quadriculada quantas fotografias há em cada categoria.



ADILSON SECCO

Luciano pintou:

- 10 quadradinhos de azul, que representam as fotografias de pessoas.

  Essas fotografias representam $\frac{10}{100}$ do total.

- 25 quadradinhos de vermelho, que representam as fotografias de animais.

  Essas fotografias representam $\frac{25}{100}$ do total.

- 35 quadradinhos de verde, que representam as fotografias de paisagens.

  Essas fotografias representam $\frac{35}{100}$ do total.

- 30 quadradinhos de laranja, que representam as fotografias de flores.

  Essas fotografias representam $\frac{30}{100}$ do total.

A malha toda representa $\frac{100}{100}$ ou 1 inteiro.

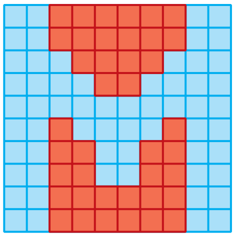
Já vimos que uma fração de denominador 100 pode ser escrita na forma percentual. Então, podemos montar um quadro com essas informações. Observe.

| Malha | Fração | Porcentagem |
|---|---|---|
| Parte azul | $\frac{10}{100}$ | 10% |
| Parte vermelha | $\frac{25}{100}$ | 25% |
| Parte verde | $\frac{35}{100}$ | 35% |
| Parte laranja | $\frac{30}{100}$ | 30% |
| Inteiro | $\frac{100}{100}$ | 100% |

## Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Marília desenhou um vitral quadrado com 100 quadradinhos. Em seguida, pintou de azul a letra inicial do nome dela e, de vermelho, os quadradinhos restantes.



ADILSON SECCO

**a)** Represente na forma de fração e na forma percentual a parte vermelha, a parte azul e o vitral todo.
**b)** Construa um quadro com os resultados obtidos no item anterior.
**c)** Represente na forma de fração e na forma percentual, com a operação que considerar conveniente, as afirmações:
- Juntando a parte vermelha do vitral com a azul, temos o vitral todo.
- Se recortarmos o fundo do vitral, ficaremos apenas com a letra M.

**2** Recorte de uma folha quadriculada uma região com 100 quadradinhos para fazer um vitral com três cores: amarelo, vermelho e azul. Use a sua criatividade para dar a forma que quiser ao seu vitral.

**a)** Represente na forma de fração e na forma percentual as partes amarela, vermelha, azul e o vitral todo.
**b)** Construa um quadro com os resultados obtidos no item anterior.

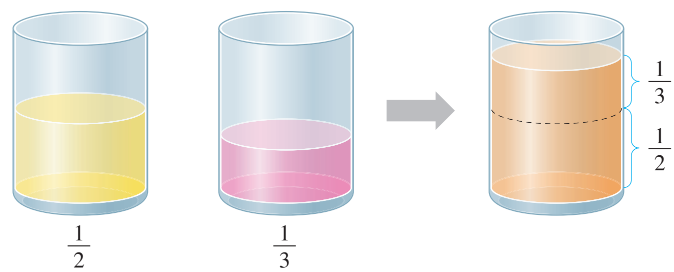
## 2 Adição e subtração com frações de denominadores diferentes

Considere as situações a seguir.

### *Situação 1*

Para fazer uma vitamina, Hugo encheu $\frac{1}{2}$ copo com suco e $\frac{1}{3}$ de outro copo, igual ao primeiro, com iogurte.

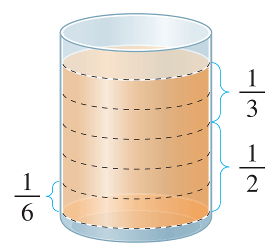
Em um terceiro copo, igual aos demais, ele despejou o suco e o iogurte dos outros dois copos. Qual é a fração que representa o total de mistura que coube no terceiro copo?




A parte do terceiro copo que foi preenchida com a mistura pode ser representada por $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.

Observe o que acontece se dividirmos o copo em 6 partes iguais, em que cada uma delas representará $\frac{1}{6}$ do copo:

- $\frac{1}{6}$ cabe 3 vezes em $\frac{1}{2}$; então, $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$;
- $\frac{1}{6}$ cabe 2 vezes em $\frac{1}{3}$; então, $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.




Repare que $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{6}$ são frações equivalentes, assim como $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$.

Já sabemos que $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$. Logo:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Assim, $\frac{5}{6}$ do terceiro copo foram preenchidos com a mistura.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO

### *Situação 2*

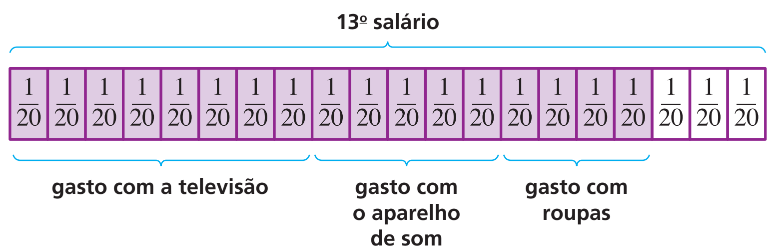
Mônica resolveu gastar seu 13º salário nas compras de Natal. Com $\frac{2}{5}$ do 13º salário ela comprou uma televisão, com $\frac{1}{4}$ dele comprou um aparelho de som e com $\frac{1}{5}$ comprou roupas. Verificou, então, que ainda lhe restavam 450 reais. Nessas condições, qual é o valor do 13º salário de Mônica?


DANIEL ZEPPO

Inicialmente, vamos calcular a fração do 13º salário que representa o total gasto por Mônica.

$$\underset{\text{gasto com a televisão}}{\frac{2}{5}} + \underset{\text{gasto com o aparelho de som}}{\frac{1}{4}} + \underset{\text{gasto com roupas}}{\frac{1}{5}} = \frac{8}{20} + \frac{5}{20} + \frac{4}{20} = \underset{\text{gasto total}}{\frac{17}{20}}$$

Agora, observe esta figura, que representa o 13º salário de Mônica.



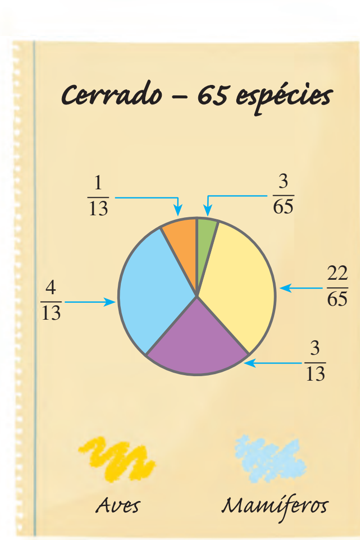

Os 450 reais que sobraram podem ser representados pela fração $\frac{3}{20}$, que foi obtida pela subtração $\frac{20}{20} - \frac{17}{20}$. Então:

- $\frac{3}{20}$ do 13º salário $\longrightarrow$ 450 reais
- $\frac{1}{20}$ do 13º salário $\longrightarrow$ 150 reais (450 : 3)
- $\frac{20}{20}$ do 13º salário $\longrightarrow$ 3.000 reais (150 × 20)

Portanto, Mônica recebeu 3.000 reais de 13º salário.

Agora que já vimos como efetuar a adição com frações de denominadores diferentes, vamos voltar à situação proposta no início deste capítulo, página 171, e responder à segunda questão:

A quantidade de espécies de aves e de mamíferos ameaçadas de extinção no Cerrado representa que fração do total das espécies animais ameaçadas de extinção nesse bioma?




DANIEL ZEPPO

NELSON MATSUDA

Ao analisar o gráfico, obtemos as seguintes informações:

- As espécies de aves representam $\frac{22}{65}$.
- As espécies de mamíferos representam $\frac{4}{13}$.

Então, para responder à questão, efetuamos a seguinte adição:

$$\frac{22}{65} + \frac{4}{13} = \frac{22}{65} + \frac{20}{65} = \frac{42}{65}$$

Portanto, as espécies de aves e de mamíferos ameaçadas de extinção no Cerrado representam $\frac{42}{65}$ das espécies animais ameaçadas de extinção nesse bioma.

Para somar ou subtrair números representados por frações de denominadores diferentes, primeiro devemos substituí-las por frações equivalentes com denominadores iguais (múltiplo dos denominadores das frações dadas). Em seguida, somamos ou subtraímos essas frações equivalentes.

Veja outros exemplos.

**a)** $\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2}{10} + \frac{5}{10} = \frac{7}{10}$

**b)** $\frac{1}{8} + \frac{3}{2} = \frac{2}{16} + \frac{24}{16} = \frac{26}{16} = \frac{26:2}{16:2} = \frac{13}{8}$

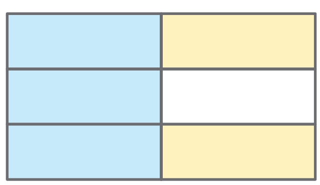
**c)** $2 - \frac{4}{5} = \frac{2}{1} - \frac{4}{5} = \frac{10}{5} - \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$

**d)** $1\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{3} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{40}{24} - \frac{12}{24} + \frac{18}{24} = \frac{46}{24} = \frac{46:2}{24:2} = \frac{23}{12}$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**9** Considere a figura a seguir e faça o que se pede.



NELSON MATSUDA

**a)** Determine a fração de denominador 2 que representa a parte pintada de azul.
**b)** Determine a fração de denominador 3 que representa a parte pintada de amarelo.
**c)** Qual é a fração que representa a parte colorida de azul e amarelo da figura?
**d)** Determine a fração que representa a parte branca da figura.
**e)** É possível responder aos itens **c** e **d** por meio de operações com frações? Justifique.

**10** Reduza as frações ao mesmo denominador, faça os cálculos e dê o resultado com a fração mais simples.

**a)** $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$

**b)** $\frac{2}{3} + \frac{7}{6}$

**c)** $\frac{2}{9} + \frac{3}{4}$

**d)** $3\frac{1}{2} + \frac{4}{5}$

**12** Calcule o valor das expressões.

**a)** $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$

**b)** $3 - 2\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

**c)** $\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}$

**d)** $\frac{11}{12} - \frac{5}{6} + \frac{2}{9}$

**13** Sabendo que $a = 3\frac{1}{4} - \frac{5}{3}$ e $b = 1\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$, calcule $a + b$.

**14** Um motorista saiu da cidade A em direção à cidade B. No primeiro dia, percorreu $\frac{1}{2}$ da distância que separa as duas cidades e, no segundo dia, $\frac{1}{3}$ dessa mesma distância.

Agora, responda:

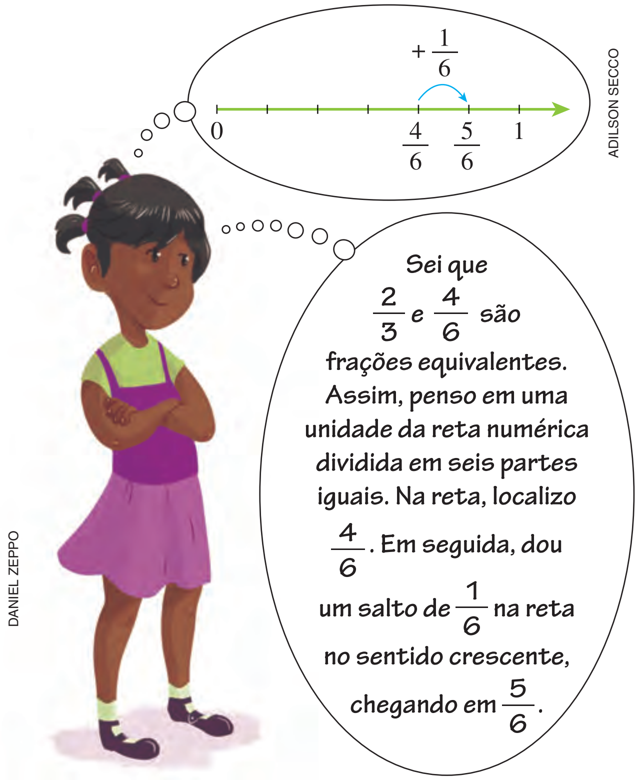
**a)** Qual é a fração que representa a distância percorrida após os dois dias de viagem?
**b)** Qual é a fração que representa a distância que falta para chegar à cidade B?
**c)** Sabendo que a distância que falta para chegar à cidade B é de 60 quilômetros, qual é a distância entre essas duas cidades?

**15** Em um sítio, $\frac{3}{8}$ das terras são destinados ao plantio de milho, $\frac{2}{5}$, a um pasto para criação de carneiros, e a parte restante é arrendada para o plantio de cana-de-açúcar. Qual é a fração que corresponde à parte arrendada desse sítio?

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**16** Para calcular mentalmente $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$ e $1 - \frac{2}{3}$, Paula imagina “saltos” em uma reta numérica.

- Para calcular $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$:

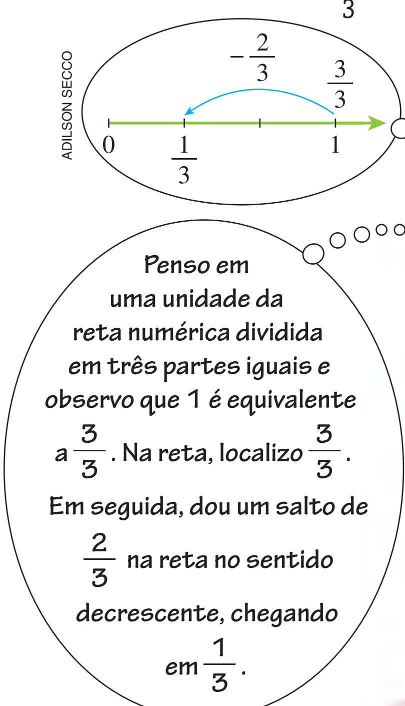



ADILSON SECCO

DANIEL ZEPPO

Então: $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

- Para calcular $1 - \frac{2}{3}$:




ADILSON SECCO

DANIEL ZEPPO

Então: $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

Calcule mentalmente as operações com as frações abaixo. Primeiro, pense em uma fração equivalente para a fração que você considerar mais conveniente. Em seguida, faça o cálculo como Paula fez.

**17** Daniel pensou em frações equivalentes para calcular mentalmente $1\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$ e $2\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$. Veja como ele pensou.


DANIEL ZEPPO

Calcule mentalmente as operações com as frações abaixo. Primeiro, pense em uma fração equivalente para a fração que você considerar mais conveniente. Em seguida, faça o cálculo como Daniel fez.

**18** Um acordo firmado entre o governo estadual, o governo municipal e os empresários permitiu que 36 quilômetros de uma estrada fossem asfaltados.

O Estado participou com $\frac{3}{8}$ do valor da obra, o município, com $\frac{7}{12}$, e os empresários, com o restante. Sabendo que os empresários colaboraram com 60 mil reais, responda:

**a)** Quanto custou toda a obra?
**b)** Qual é o preço do quilômetro asfaltado?

***Pense mais um pouco...***

Reúna-se com um colega e vejam como três alunos calcularam a diferença: $\frac{11}{12} - \frac{5}{14}$

Cada um obteve frações de mesmo denominador, equivalentes às frações dadas, porém de maneiras diferentes.

Wiliam calculou o produto dos denominadores das frações dadas.

$$\frac{11}{12} - \frac{5}{14} = \frac{11 \cdot 14}{12 \cdot 14} - \frac{5 \cdot 12}{14 \cdot 12} = \frac{154}{168} - \frac{60}{168} = \frac{94}{168} = \frac{47}{84}$$

Juliana, por sua vez, multiplicou o numerador e o denominador de cada fração por 2, 3, 4, 5, ...

$$\left.\begin{array}{l} \frac{11}{12} = \frac{22}{24} = \frac{33}{36} = \frac{44}{48} = \frac{55}{60} = \frac{66}{72} = \frac{77}{84} \\ \frac{5}{14} = \frac{10}{28} = \frac{15}{42} = \frac{20}{56} = \frac{25}{70} = \frac{30}{84} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{11}{12} - \frac{5}{14} = \frac{77}{84} - \frac{30}{84} = \frac{47}{84}$$

E, finalmente, Márcio calculou o mmc dos denominadores das frações dadas: mmc(12, 14) = 84

$$\frac{11}{12} - \frac{5}{14} = \frac{77}{84} - \frac{30}{84} = \frac{47}{84}$$

Agora, escrevam uma adição e uma subtração com frações de denominadores diferentes e peçam ao colega que efetue os cálculos aplicando os três modos. Em seguida, discutam qual desses procedi-mentos vocês acharam mais prático.



## PARA SABER MAIS +

### A Matemática na História

As frações aparecem nos mais antigos documentos matemáticos e, em geral, foram resultado dos vários modos de se efetuar a divisão.

Os babilônios já empregavam as frações por volta do ano 2000 a.C., os egípcios usaram frações no Papiro de Rhind – um texto matemático muito rico, escrito por volta de 1650 a.C., contendo 85 problemas copiados de trabalhos mais antigos – e os gregos passaram a usá-las em períodos posteriores.

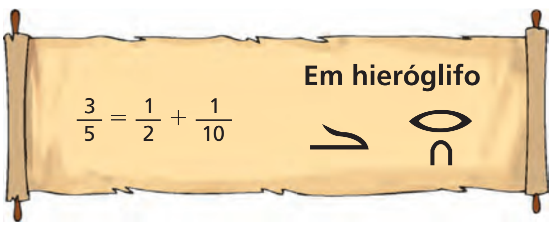
JOSÉ LUÍS JUHAS

Os antigos não desenvolveram uma maneira geral para lidar com frações. Eles tinham métodos especiais de trabalhar com elas, que serviam para casos particulares, ou seja, para cada caso havia um método adequado. Nas tradições aritméticas da Grécia e do Egito antigos, por exemplo, os cálculos com frações recorriam em geral às **frações unitárias**, que são aquelas com **numerador igual a 1**.

Veja no quadro como os antigos egípcios representavam algumas frações.


JOSÉ LUÍS JUHAS

Observe, agora, um exemplo de como eles representavam a fração $\frac{3}{5}$. Esta era decomposta do seguinte modo:




JOSÉ LUÍS JUHAS

Nesse caso, $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{10}$ são frações unitárias. Essa é a maneira como no Papiro de Rhind é apresentada a decomposição de frações. Isso também aparece em textos matemáticos de períodos anteriores. Também encontramos nesse papiro $\frac{2}{7}$ escrito como $\frac{1}{4} + \frac{1}{28}$.

A única exceção para esse procedimento era a fração $\frac{2}{3}$. A princípio, deveríamos esperar a decomposição de $\frac{2}{3}$ em $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$, assim como $\frac{3}{4}$ decompõe-se em $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$. Entretanto, os egípcios tinham curiosamente um único símbolo para $\frac{2}{3}$:  ou  ou 

JOSÉ LUÍS JUHAS

Os gregos desenvolveram, entre a época da escrita do Papiro de Rhind e o início da era cristã, um bom sistema de frações. No entanto, eles foram influenciados pela técnica egípcia de manipular frações. Por exemplo, o matemático grego Heron (século I d.C.) seguiu a tradição egípcia, usando as tabelas do Papiro de Rhind escritas 2.000 anos antes, o que mostra a força da

JOSÉ LUÍS JUHAS

tradição egípcia no tratamento de frações.

As tradições babilônicas, assim como as egípcias e chinesas, encontram seus caminhos nos textos árabes, nos quais ocorre uma síntese dessas várias aritméticas.

Assim, após o desenvolvimento da noção de frações unitárias, surge gradualmente a ideia de fração geral entre números naturais, na qual o numerador não deve necessariamente ser 1. Então, abandona-se progressivamente o sistema de frações herdado da Antiguidade e assume-se um outro, no qual, graças à adoção dos algarismos indo-arábicos, as frações passam a ser escritas de uma nova maneira e entram na prática diária das universidades e do comércio.

## Agora é com você!

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Observe como podemos decompor a fração $\frac{3}{4}$:

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$$

Decomponha as frações $\frac{7}{8}$ e $\frac{5}{6}$ em adição de frações unitárias diferentes.

# 3 Multiplicação

Vamos estudar a multiplicação que envolve números racionais na forma de fração analisando situações distintas.

## Quando um dos fatores é um número natural

### *Situação 1*

Denise faz brigadeiros para vender. Ela anotou, em uma tabela, a produção de brigadeiros encomendados na última semana. Observe como ficou.


| | Produção | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Segunda-feira** | **Terça-feira** | **Quarta-feira** | **Quinta-feira** | **Sexta-feira** | **Total** |
| **Número de brigadeiros** | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 750 |
| **Fração da produção** | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{5}{5}$ |

Dados obtidos por Denise.

De acordo com a tabela, em cada dia, Denise produziu $\frac{1}{5}$ do total de brigadeiros.

Vamos representar a produção dos três primeiros dias da semana de dois modos:

- pelo número de brigadeiros: $150 + 150 + 150$ ou $3 \times 150$ ou $450$
- pela fração que representa a parte do total de brigadeiros:

$$\frac{1}{5} \text{ de } 750 + \frac{1}{5} \text{ de } 750 + \frac{1}{5} \text{ de } 750 \text{ ou } 3 \times \frac{1}{5} \text{ de } 750 \text{ ou } \frac{3}{5} \text{ de } 750$$

Como podemos representar 3 pela fração $\frac{3}{1}$, então:

$$3 \times \frac{1}{5} = \frac{3}{1} \times \frac{1}{5} = \frac{\overset{3 \times 1}{3}}{\underset{1 \times 5}{5}}$$

Da mesma maneira, podemos calcular que fração da produção total foi obtida por Denise na quinta-feira e na sexta-feira:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{5} = \frac{\overset{2 \times 1}{2}}{\underset{1 \times 5}{5}}$$

Usamos os sinais de multiplicação ($\times$ ou $\cdot$) para representar expressões como o dobro de cinco ($2 \times 5$) ou o triplo de um quinto $\left(3 \cdot \frac{1}{5}\right)$.

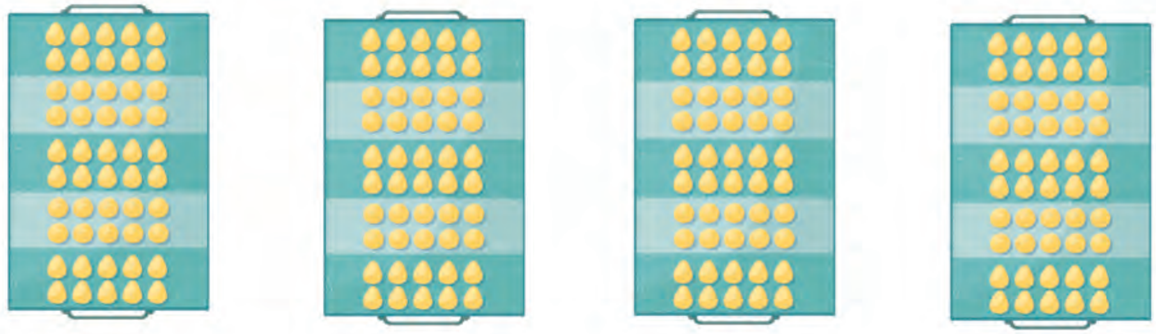
Da mesma maneira, podemos representar por uma multiplicação uma expressão como esta:

dois quintos de quatro: $\frac{2}{5} \times 4$

Veja como efetuar esse cálculo, acompanhando a situação a seguir.

## *Situação 2*

Para sua festa de aniversário, Paula encomendou 4 bandejas de salgadinhos. Ela arrumou os salgadinhos de modo que $\frac{2}{5}$ dos salgadinhos de cada bandeja fossem de bolinhas de queijo, e o restante, de coxinhas.



DANIEL ZEPPO

$\frac{2}{5}$ dos salgadinhos de cada bandeja são bolinhas de queijo.

Observe que, de acordo com a ilustração, apenas $\frac{8}{5}$ dos salgadinhos são bolinhas de queijo. Assim, $\frac{2}{5}$ de 4 bandejas de salgadinhos equivalem a $\frac{8}{5}$ de uma bandeja.

Como 4 pode ser representado pela fração $\frac{4}{1}$, então:

$$\frac{2}{5} \times 4 = \frac{2}{5} \times \frac{4}{1} = \frac{\overset{2 \times 4}{8}}{\underset{5 \times 1}{5}}$$

Se Paula resolvesse agrupar todas as bolinhas de queijo, ela usaria mais de uma bandeja, pois $\frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$.



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**19** Escreva as adições na forma de multiplicação e, em seguida, dê o resultado.

**a)** $\frac{3}{5} + \frac{3}{5}$

**b)** $\frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7}$

**c)** $\frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5}$

**20** Efetue, em seu caderno.

**a)** $3 \times \frac{1}{4}$

**b)** $4 \times \frac{1}{8}$

**c)** $5 \times \frac{1}{10}$

**d)** $8 \times \frac{1}{20}$

**21** Diariamente Mariana consome $\frac{1}{3}$ de suco contido em uma garrafa de 1 litro. Represente por meio de uma adição e uma multiplicação a quantidade de suco que Mariana consome em uma semana.

**22** Calcule.

a) $\frac{1}{3}$ de 5

b) $\frac{2}{5}$ de 9

c) $\frac{4}{7}$ de 8

d) $\frac{6}{8}$ de 4

e) $\frac{1}{2}$ de 90

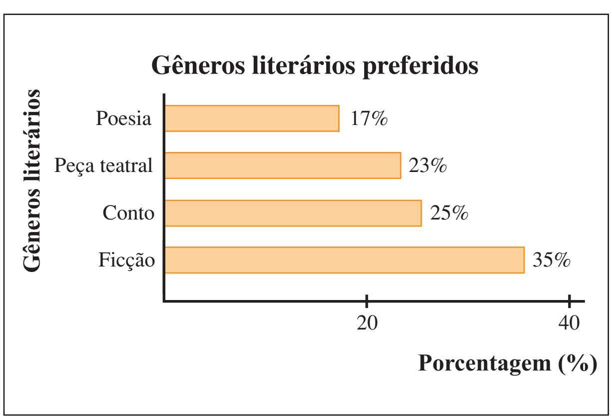
f) $\frac{1}{4}$ de 100

**23** Paulo fez uma pesquisa com 90 pessoas de seu bairro sobre a prática da coleta seletiva de lixo. Ele constatou que $\frac{2}{3}$ dos entrevistados praticam esse tipo de coleta e $\frac{1}{10}$ deles não sabe o que isso significa. Calcule quantas dessas pessoas praticam a coleta seletiva de lixo e quantas a desconhecem.

DANIEL ZEPPO


**24** A biblioteca municipal realizou uma pesquisa com 500 adolescentes sobre a preferência por alguns gêneros literários. A opinião dos adolescentes foi registrada no gráfico abaixo.

NELSON MATSUDA




Dados obtidos pela biblioteca municipal.

a) De qual gênero literário os adolescentes mais gostam?

b) Qual é a fração que indica a preferência dos adolescentes por peça teatral?

c) Quantos adolescentes preferem peça teatral?

**25** Efetue.

a) $\frac{2}{11} \times 3$

b) $\frac{8}{5} \times 2$

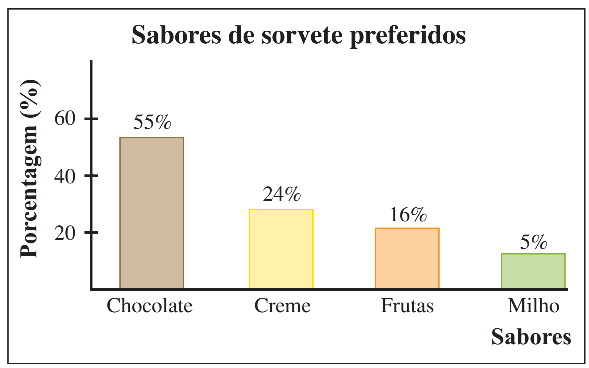
c) $\frac{1}{3} \times 15$

d) $\frac{3}{10} \times 6$

e) $\frac{10}{2} \times 4$

f) $\frac{8}{8} \times 125$

**26** Carla é dona de uma sorveteria. No mês passado, ela fez uma pesquisa com 800 pessoas sobre a preferência por alguns sabores de sorvete. O resultado da pesquisa está apresentado no gráfico abaixo.




NELSON MATSUDA

Dados obtidos por Carla.

Agora, responda:

a) Qual é a fração que indica a quantidade de pessoas que preferem sorvete de milho?

b) Qual é a fração que indica a quantidade de pessoas que preferem sorvete de creme?

c) Construa uma tabela para indicar os sabores de sorvete preferidos e a quantidade de pessoas correspondente.

**27** Ano terrestre, em Astronomia, é o intervalo de tempo que corresponde a uma revolução completa da Terra em torno do Sol. O ano corresponde aproximadamente a 365 dias e seis horas. No comércio, para facilitar cálculos contábeis, considera-se que o ano tenha 360 dias, ou 12 meses de 30 dias cada.

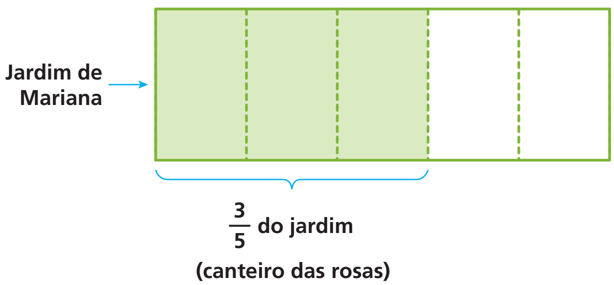
Construa uma tabela com três colunas. Na primeira, escreva os períodos: bimestre, trimestre, quadrimestre e semestre; na segunda, as respectivas frações do ano comercial, em meses, relativas a esses períodos; e, na terceira, as respectivas quantidades de dias.

## Quando os dois fatores são escritos na forma de fração

### Situação 1

Nesta situação, vamos aprender o que significa, por exemplo, $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ e como efetuar essa multiplicação.

Mariana reservou $\frac{3}{5}$ do jardim para plantar rosas.

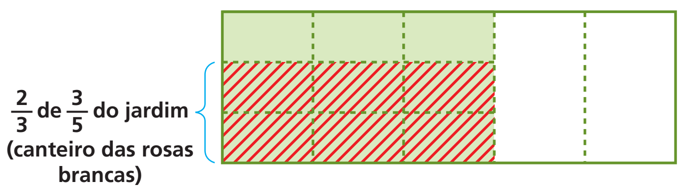




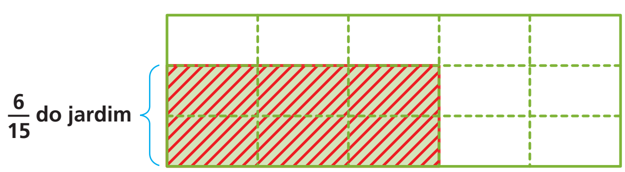
ROBERT BIRD/ALAMY/GLOW IMAGES

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Ela resolveu que em $\frac{2}{3}$ desse canteiro as rosas plantadas seriam brancas.




Observe que a parte do jardim ocupada pelo canteiro de rosas brancas $\left(\frac{2}{3} \text{ de } \frac{3}{5}\right)$ corresponde a $\frac{6}{15}$ do jardim.




NELSON MATSUDA

Então:

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{3}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{\overset{2 \times 3}{6}}{\underset{3 \times 5}{15}}$$

### Situação 2

Rita gastou $\frac{1}{4}$ do dinheiro que tinha e, em seguida, $\frac{2}{3}$ do que lhe restou, ficando com 350 reais. Quanto Rita tinha inicialmente?


DANIEL ZEPPO

Como Rita gastou $\frac{1}{4}$ do que tinha, restaram-lhe $\frac{4}{4} - \frac{1}{4}$, ou seja, $\frac{3}{4}$.

Em seguida, Rita gastou $\frac{2}{3}$ do que lhe restou, ou seja, $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$, que pode ser calculado da seguinte forma:

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Agora, observe os gastos de Rita:

$$\frac{1}{4} \text{ e } \frac{1}{2} \text{ do que tinha no início}$$

Então, Rita gastou $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)$ do que tinha inicialmente, ou seja, $\frac{3}{4}$ do que tinha.

Dessa forma, podemos concluir que os 350 reais que sobraram correspondem a $\frac{1}{4}$ do dinheiro que Rita tinha inicialmente $\left(\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}\right)$.

Assim:

$\frac{1}{4}$ do que tinha $\longrightarrow$ 350 reais

$\frac{4}{4}$ do que tinha $\longrightarrow$ 1.400 reais ($350 \times 4$)

Portanto, Rita tinha inicialmente 1.400 reais.

> O produto de números racionais escritos na forma de fração pode ser representado por uma fração em que o numerador é o produto dos numeradores, e o denominador, o produto dos denominadores.

Veja mais alguns exemplos.

**produto dos numeradores**

**a)** $6 \times \frac{2}{3} = \frac{6}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{12}{3} = 4$

**produto dos denominadores**

**produto dos numeradores**

**b)** $\frac{3}{4} \times \frac{5}{9} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

**produto dos denominadores**

**produto dos numeradores**

**c)** $\frac{3}{7} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{6}{105} = \frac{2}{35}$

**produto dos denominadores**

DANIEL ZEPPO

# EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**28** Em seu caderno, calcule cada produto abaixo, simplificando quando possível.

**a)** $\frac{9}{20} \times \frac{5}{6}$

**b)** $\frac{3}{8} \times \frac{5}{3}$

**c)** $3 \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{3}$

**d)** $2\frac{1}{3} \times 3\frac{2}{5}$

**e)** $\frac{1}{2} \times \frac{2}{11} \times \frac{3}{7}$

**f)** $\frac{4}{5} \times 0 \times \frac{5}{4}$

**g)** $\frac{6}{15} \times \frac{5}{2}$

**h)** $\frac{7}{3} \times \frac{3}{7}$

**29** Para a festa de aniversário de seu filho Cauê, Josefa estimou que 60 copos de refrigerante seriam suficientes. Ela sabe que em cada copo cabe $\frac{1}{5}$ do refrigerante de um litro. Quantos litros Josefa deve comprar?

ENAGIO COELHO

**30** Sabendo que, com um trator, Lúcio ara $\frac{3}{20}$ de um terreno em um dia, responda:

**a)** De segunda-feira a sábado, que parte do terreno Lúcio consegue arar?

b) Considerando que no domingo ele descanse, quanto faltará arar na semana seguinte?

c) Ele conseguirá terminar na segunda-feira? Justifique sua resposta.

**31** Em casa, a regra é dividir tudo em partes iguais para as 6 pessoas da família. De uma barra de chocolate, comi metade do que cabia a mim, e meus pais comeram cada um a sua parte.

ENAGIO COELHO

Responda às perguntas abaixo com uma fração.

**a)** Quanto meus pais comeram juntos?

**b)** Quanto eu comi?

**c)** Quanto sobrou?

**32** Reúna-se com um colega e façam o que se pede.

**a)** Calculem $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ e $\frac{2}{5}$ de $\frac{4}{\phantom{0}}$ dois produtos, qual é o maior?

**b)** Calculem $\frac{3}{7}$ de $\frac{2}{11}$ e $\frac{2}{7}$ de $\frac{3}{\phantom{0}}$ dois produtos qual é o menor?

**c)** Escolham dois números racionais escritos na forma de fração e multipliquem esses números. Em seguida, troquem entre si apenas os numeradores dessas frações e multipliquem os novos números racionais. Qual dos produtos obtidos é maior?

d) Dos números escolhidos no item **c**, troquem entre si apenas os denominadores das frações e multipliquem os novos números racionais. O produto destes é igual ao produto daqueles?

e) Escrevam uma conclusão a respeito dos resultados obtidos nos itens anteriores.

JOSÉ LUÍS JUHAS

### *Pense mais um pouco...*

Reúna-se com um colega e façam o que se pede.

**1.** Efetuem as multiplicações das fichas e comparem os resultados.

**a)** $\frac{3}{4}\times\frac{5}{3}$ | $\frac{3}{3}\times\frac{5}{4}$ | $\frac{1}{1}\times\frac{5}{4}$ | $\frac{1}{4}\ \ \frac{5}{1}$

**b)** $\frac{8}{3}\times\frac{5}{4}$ | $\frac{8}{4}\times\frac{5}{3}$ | $\frac{2}{1}\times\frac{5}{3}$ | $\frac{2}{3}\ \ \frac{5}{1}$

**c)** $\frac{5}{3}\times\frac{2}{4}\times\frac{7}{2}$ | $\frac{5}{5}\times\frac{2}{2}\times\frac{7}{3}$ | $\frac{1}{1}\times\frac{1}{1}\times\frac{7}{3}$ | $\frac{1}{3}\times\frac{1}{1}\times\frac{7}{1}$

**2.** A professora pediu aos alunos que calculassem o valor da expressão $\frac{55}{3}\times\frac{13}{5}\times\frac{7}{26}$.


DANIEL ZEPPO

Fábio multiplicou todos os numeradores e, depois, todos os denominadores. Em seguida, simplificou o resultado dividindo o numerador e o denominador por 5 e depois por 13.

$$\frac{55}{3}\times\frac{13}{5}\times\frac{7}{26}=\frac{55\times13\times7}{3\times5\times26}=\frac{5.005}{390}=\frac{1.001}{78}=\frac{77}{6}$$

Débora, antes de multiplicar, dividiu por 5 o numerador 55 e o denominador 5, dividiu por 13 o numerador 13 e o denominador 26 (registrou esse procedimento com traços sobre os números divididos). Em seguida, multiplicou todos os novos numeradores e todos os novos denominadores:

$$\frac{55}{3}\times\frac{13}{5}\times\frac{7}{26}=\frac{^{11}\cancel{55}}{3}\times\frac{^{1}\cancel{13}}{\cancel{5}_1}\times\frac{7}{\cancel{26}_2}=\frac{11}{3}\times\frac{1}{1}\times\frac{7}{2}=\frac{77}{6}$$

Discutam e respondam: qual é o procedimento mais prático, o de Fábio ou o de Débora?

**3.** Calculem, pelo procedimento de Débora, o valor da expressão:

$$\frac{4}{9}\times\frac{21}{15}\times\frac{10}{16}$$



## Quando os números racionais são inversos

Observe os produtos a seguir.

**a)** $\frac{2}{5}\times\frac{5}{2}=\frac{10}{10}=1$

**b)** $\frac{1}{3}\times3=\frac{3}{3}=1$

**c)** $\frac{4}{7}\times\frac{7}{4}=\frac{28}{28}=1$

**d)** $8\times\frac{1}{8}=\frac{8}{8}=1$

Quando o produto de dois números racionais é igual a 1, dizemos que um desses números é o inverso do outro. Esses números são chamados de **números inversos**.

Então:

- o inverso de $\frac{2}{5}$ é $\frac{5}{2}$;
- o inverso de $\frac{1}{3}$ é 3;
- o inverso de $\frac{4}{7}$ é $\frac{7}{4}$;
- o inverso de 8 é $\frac{1}{8}$.

Veja mais um exemplo.

Vamos encontrar o inverso de $2\frac{1}{3}$. Para isso, representaremos esse número na forma de fração:

$$2\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

Como $2\frac{1}{3}$ e $\frac{7}{3}$ são representações do mesmo número, o inverso de $2\frac{1}{3}$ é igual ao inverso de $\frac{7}{3}$, que é $\frac{3}{7}$.

Portanto, o número $\frac{3}{7}$ é o inverso de $2\frac{1}{3}$. Veja que o produto entre eles é 1.

$$2\frac{1}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{7}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{21}{21} = 1$$

**OBSERVAÇÃO**

- O número zero não tem inverso.



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**33** Determine o inverso de:

**a)** $\frac{3}{5}$ **c)** $\frac{6}{5}$ **e)** 5 **g)** $1\frac{1}{4}$ **i)** 1

**b)** $\frac{1}{4}$ **d)** $\frac{2}{9}$ **f)** $\frac{1}{2}$ **h)** $3\frac{1}{5}$ **j)** $5\frac{1}{3}$

**34** Responda às questões.

**a)** Que número se obtém quando se multiplicam dois números racionais inversos?

**b)** Que número se obtém quando se escreve o inverso do inverso de um número racional não nulo?

# 4 Divisão

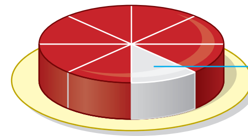
Assim como na multiplicação, vamos estudar a divisão envolvendo números racionais na forma de fração e analisando diferentes situações.

## Quando o divisor é um número natural

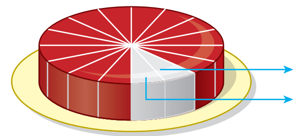
Pedro preparou um tabuleiro de doce de goiaba caseiro e o dividiu em 8 partes iguais.

Ele deu a Artur, seu filho, uma dessas partes, isto é, $\frac{1}{8}$ do doce. Artur, por sua vez, dividiu o que recebeu em 2 pedaços iguais e os envolveu em papel-alumínio. Vamos determinar a fração que representa cada pedaço do doce embrulhado em papel-alumínio.

A parte cinza da figura ao lado indica a quantidade do doce que Artur recebeu, isto é, $\frac{1}{8}$.




A figura ao lado mostra cada parte do doce de Pedro dividida em 2 pedaços iguais.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO

Cada pedaço representa $\frac{1}{16}$ do doce e foi obtido pela seguinte operação:

$$\frac{1}{8} : 2 = \frac{1}{16}$$

Vamos considerar a expressão $\frac{\frac{1}{8}}{2}$ e, em seguida, proceder como se ela fosse uma fração e considerar válidas estas igualdades:

$$\frac{\frac{1}{8}}{2} = \frac{\frac{1}{8} \times \frac{1}{2}}{2 \times \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{2}{2}} = \frac{1}{16} : \frac{2}{2} = \frac{1}{16} : 1 = \frac{1}{16}$$

Dividir um número na forma de fração por um número natural é equivalente a obter uma parte de outra parte:

$$\frac{1}{8} : 2 = \frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$$

Note que esse quociente também pode ser obtido multiplicando-se $\frac{1}{8}$ pelo inverso de 2:

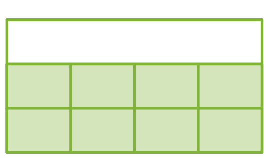
$$\frac{1}{8} : 2 = \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

Nesse exemplo, usamos a divisão para repartir $\frac{1}{8}$ de um inteiro (tabuleiro de doce) em duas partes iguais.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**35** Qual é a divisão que a figura abaixo nos sugere? Qual é o resultado dessa divisão?



NELSON MATSUDA

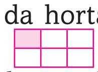
**36** Efetue cada divisão, fazendo uma figura correspondente.

**a)** $\frac{1}{4} : 3$ **b)** $\frac{2}{5} : 5$ **c)** $\frac{1}{2} : 4$ **d)** $\frac{3}{8} : 2$

**37** Isabel dividiu sua horta retangular em 3 canteiros iguais. Em um desses canteiros, plantou couve em uma metade e, na outra, espinafre.

Agora, responda:

**a)** Que fração pode representar a parte da horta em que foram plantadas as verduras?

**b)** Represente por meio de uma figura e com uma fração a parte da horta em que foi plantado o espinafre.  $\frac{1}{6}$

**c)** Represente por meio de uma divisão a parte da horta em que foi plantada a couve.

## Quando o dividendo é um número natural

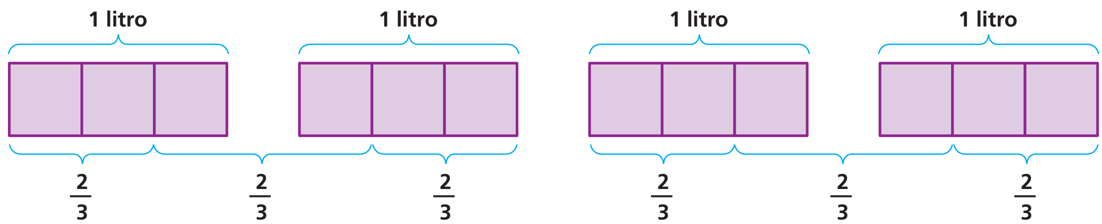
DANIEL ZEPPO

Acompanhe outra situação em que vamos calcular quantas vezes uma parte cabe em mais de um inteiro.

Quantas garrafas cheias de suco André precisa despejar para encher 4 recipientes que comportam, no máximo, 1 litro cada um, sabendo que na garrafa só cabem $\frac{2}{3}$ de litro?

Para resolver o problema de André, vamos representar cada recipiente por uma figura retangular.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA




Cada $\frac{2}{3}$ de litro representa o conteúdo de uma garrafa de suco, e cada representa o conteúdo de $\frac{1}{2}$ garrafa. Logo, 4 litros equivalem a $\frac{12}{2}$ de garrafa, isto é, a 6 garrafas.

Vemos nas figuras que $\frac{2}{3}$ de litro cabem 6 vezes em 4 recipientes, ou seja, $4 : \frac{2}{3} = 6$.

Logo, André precisa despejar 6 garrafas cheias de suco para encher 4 recipientes vazios.

Como no exemplo da divisão do doce de goiaba de Pedro, esse quociente pode ser obtido multiplicando 4 pelo inverso de $\frac{2}{3}$:

$$4 : \frac{2}{3} = 4 \times \frac{3}{2} = \frac{4}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Note que em 3 litros cabem $\frac{9}{2}$ de garrafa, isto é, $3 : \frac{2}{3} = \frac{9}{2}$. Esse quociente também pode ser obtido por:

$$3 : \frac{2}{3} = 3 \times \frac{3}{2} = \frac{3}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

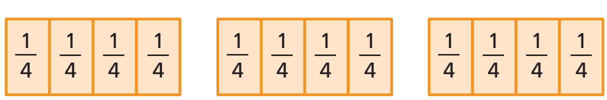


## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**38** A figura abaixo sugere uma divisão.

NELSON MATSUDA




**a)** Qual das seguintes divisões a figura pode representar: $3 : 4$, $4 : \frac{1}{3}$ ou $3 : \frac{1}{4}$?

**b)** Qual é o resultado dessa divisão?

**39** Efetue cada divisão, fazendo uma figura correspondente.

**a)** $3 : \frac{3}{4}$

**b)** $4 : \frac{4}{5}$

**c)** $1 : \frac{1}{9}$

**d)** $1 : \frac{1}{3}$

**e)** $6 : \frac{3}{4}$

**f)** $8 : \frac{4}{5}$

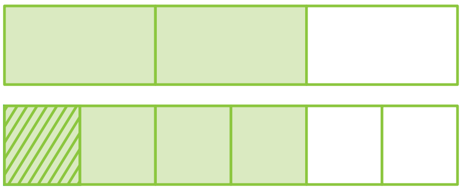
## Quando a divisão envolve números racionais na forma de fração

Nos exemplos anteriores, estudamos a divisão envolvendo números racionais na forma de fração e números naturais.

Agora, vamos estudar a divisão entre dois números escritos na forma de fração.

Vamos dividir $\frac{2}{3}$ por $\frac{1}{6}$ com o auxílio de figuras. Para isso, devemos verificar quantas vezes $\frac{1}{6}$ cabe em $\frac{2}{3}$.

NELSON MATSUDA



A parte verde representa a fração $\frac{2}{3}$.

A parte hachurada representa a fração $\frac{1}{6}$.

As figuras mostram que $\frac{1}{6}$ cabe 4 vezes em $\frac{2}{3}$, ou seja, $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = 4$.

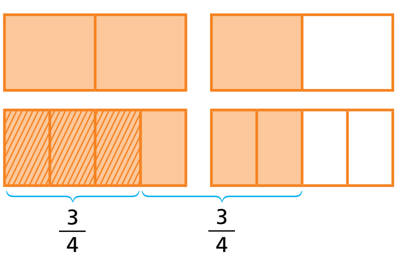
Assim como nos exemplos anteriores, obtém-se esse quociente multiplicando-se $\frac{2}{3}$ pelo inverso de $\frac{1}{6}$:

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \times \frac{6}{1} = \frac{12}{3} = 4$$

Veja outro exemplo.

Vamos dividir $\frac{3}{2}$ por $\frac{3}{4}$, isto é, vamos calcular quantas vezes $\frac{3}{4}$ cabem em $\frac{3}{2}$.

NELSON MATSUDA




A parte laranja representa a fração $\frac{3}{2}$.

A parte hachurada representa a fração $\frac{3}{4}$.

As figuras mostram que $\frac{3}{4}$ cabem 2 vezes em $\frac{3}{2}$, ou seja, $\frac{3}{2} : \frac{3}{4} = 2$.

Também obtemos esse quociente multiplicando $\frac{3}{2}$ pelo inverso de $\frac{3}{4}$:

$$\frac{3}{2} : \frac{3}{4} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{6} = 2$$

O quociente de um número escrito na forma de fração por outro diferente de zero é obtido multiplicando-se o primeiro pelo inverso do segundo.

Veja mais alguns exemplos.

**a)** $\frac{4}{3} : 2 = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

**b)** $10 : \frac{3}{9} = 10 \times \frac{9}{3} = \frac{10}{1} \times \frac{9}{3} = \frac{90}{3} = 30$

**c)** $\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$

**d)** $1\frac{2}{3} : \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \times \frac{3}{5} = 1$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**40** Efetue as divisões indicadas, simplificando quando possível.

a) $\frac{5}{8} : \frac{7}{6}$ c) $\frac{1}{8} : \frac{1}{2}$ e) $2 : 3\frac{1}{2}$

b) $\frac{9}{5} : \frac{3}{2}$ d) $3\frac{1}{2} : 7$ f) $0 : 3\frac{1}{9}$

**41** Para realizar um trabalho, dividiu-se um fio de cobre em 3 partes iguais. Cada uma dessas partes foi dividida ao meio, finalmente, cada uma dessas partes foi dividida em 4 partes iguais. Qual é a fração do fio que cada uma dessas partes menores representa? [1]

**42** Qual é o número que multiplicado por $\frac{7}{3}$ dá $\frac{2}{5}$?

**43** Osvaldo resolveu repartir um sítio. Ele ficou com $\frac{1}{3}$ das terras e dividiu a outra parte entre seus quatro filhos. Represente com uma fração a parte do sítio que cada filho de Osvaldo recebeu.

**44** Comprei um *tablet*. Dei de entrada $\frac{2}{5}$ do valor e dividi o restante em 6 prestações iguais. Represente com uma fração a parte do valor do *tablet* que deverei pagar em cada prestação.

**45** Para fazer um creme de baunilha para 4 pessoas, são necessários os seguintes ingredientes:

- $\frac{3}{4}$ de litro de leite;
- 2 colheres das de sopa de açúcar;
- $\frac{3}{2}$ colheres das de sopa de amido de milho;
- 2 gemas;
- $\frac{1}{3}$ de colher das de sopa de baunilha.

Faça a adaptação dessa receita para 2 pessoas.

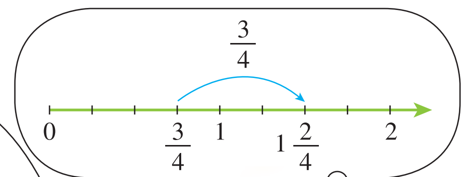
**46** Do dinheiro que Vágner tinha depositado em uma conta bancária, ele retirou $\frac{3}{8}$ para comprar uma coleção de livros e $\frac{3}{5}$ para uma bicicleta. Restaram-lhe ainda 20 reais.

a) Quanto Vágner tinha na conta?

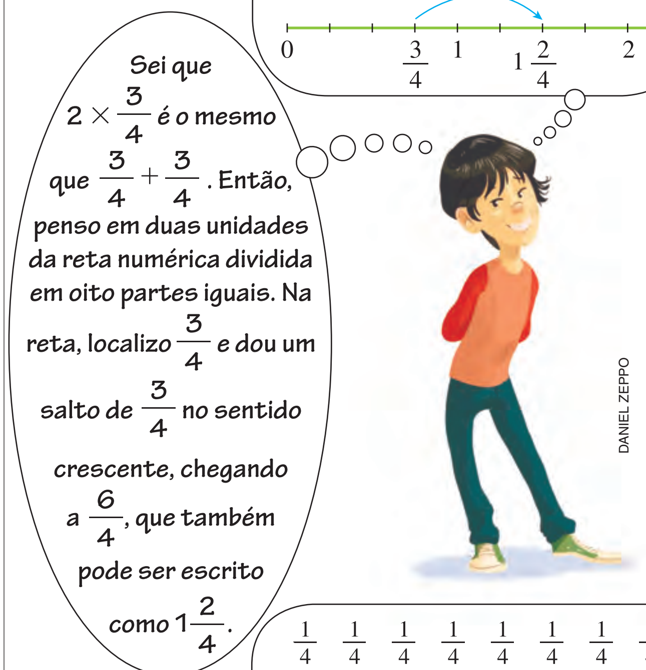
b) Quanto ele pagou pela coleção de livros?

**47** Para calcular mentalmente $2 \times \frac{3}{4}$ e $2 : \frac{1}{4}$, Tom imagina "saltos" em uma reta numérica.

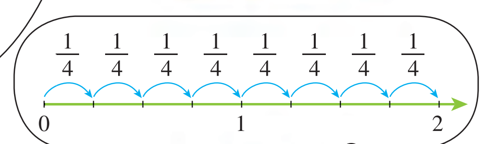
- Para calcular $2 \times \frac{3}{4}$.




ADILSON SECCO

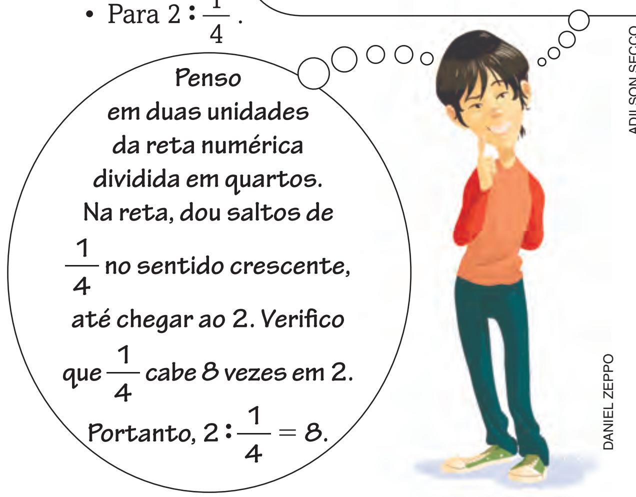



DANIEL ZEPPO




- Para $2 : \frac{1}{4}$.

ADILSON SECCO




DANIEL ZEPPO

Calcule mentalmente as operações abaixo.

a) $3 \times \frac{2}{5}$ c) $5 \times \frac{1}{8}$ e) $2 : \frac{1}{3}$

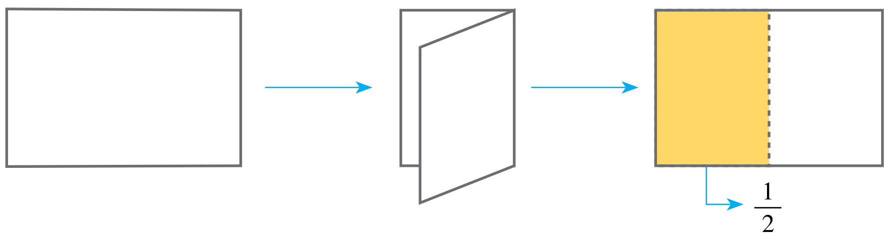
b) $2 \times \frac{2}{7}$ d) $3 : \frac{1}{5}$ f) $\frac{2}{3} : 4$

# 5 Potenciação

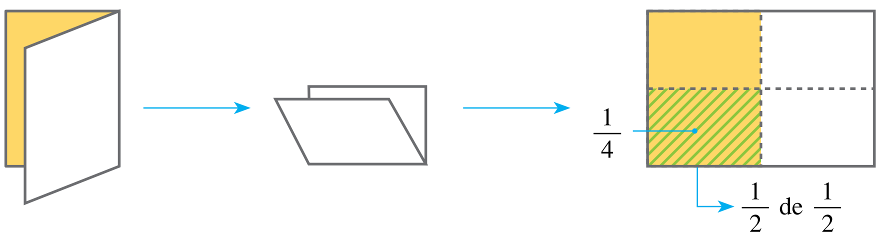
Já sabemos calcular potências de números naturais. Agora, vamos calcular potências de números racionais escritos na forma de fração.

Acompanhe a experiência a seguir.

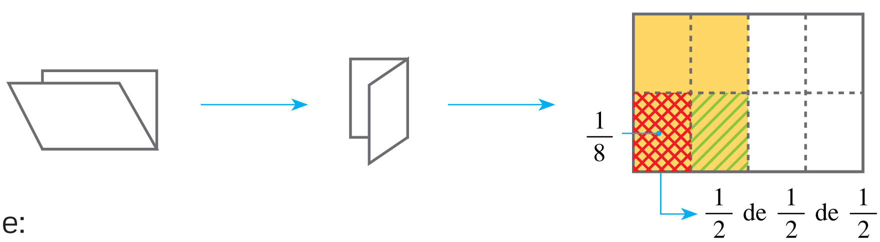
- Dobramos uma folha de papel sulfite, como mostra a figura abaixo. Desdobramos e pintamos de amarelo a metade da folha $\left(\frac{1}{2}\right)$.




- Dobramos novamente e, sobre a 1ª dobra, dobramos outra vez, na metade. Desdobramos toda a folha e hachuramos de verde metade da metade da folha.




- Dobramos tudo novamente e, sobre a 2ª dobra, dobramos outra vez, na metade. Desdobramos e hachuramos de vermelho a metade da metade da metade da folha.

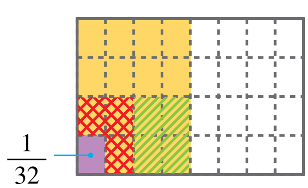



Sabemos que:

- $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ da folha é $\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)$ da folha $= \frac{1}{4}$ da folha (hachurado com verde).
- $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ da folha é $\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)$ da folha $= \frac{1}{8}$ da folha (hachurado com vermelho).

Quando dobramos a folha 5 vezes, a parte pintada de roxo corresponde a:

$\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)$ da folha, que é igual a $\frac{1}{32}$ da folha.




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Podemos abreviar a escrita dessas multiplicações indicando o número de fatores por meio de um expoente (de modo semelhante ao que estudamos com números naturais).

- $\underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}_{\text{2 fatores}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\overset{\text{indica o número de fatores}}{2}} = \frac{1}{4}$

- $\underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}_{\text{3 fatores}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\overset{\text{indica o número de fatores}}{3}} = \frac{1}{8}$

- $\underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}_{\text{5 fatores}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\overset{\text{indica o número de fatores}}{5}} = \frac{1}{32}$

Ao efetuar uma multiplicação de fatores iguais, estamos realizando uma potenciação.

$$\left(\underbrace{\boxed{\frac{1}{2}}}_{\text{base}}\right)^{\overset{\text{expoente}}{5}} = \underbrace{\boxed{\frac{1}{32}}}_{\text{potência}}$$

Na prática, para obtermos o resultado de $\left(\frac{1}{2}\right)^5$, elevamos os dois termos da fração ao expoente 5.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1^5}{2^5} = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{32}$$

Veja outros exemplos.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$

b) $\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{4^3}{5^3} = \frac{64}{125}$

**OBSERVAÇÕES**

- As definições adotadas para as potências de números naturais com expoente 1 e expoente 0 são válidas também para os números racionais representados na forma de fração, ou seja:
  - toda potência de expoente 1 é igual à própria base;
  - toda potência de expoente 0 e base diferente de 0 é igual a 1.

  Exemplos:

  a) $\left(\frac{2}{9}\right)^1 = \frac{2}{9}$ b) $\left(\frac{3}{7}\right)^1 = \frac{3}{7}$ c) $\left(\frac{2}{9}\right)^0 = 1$ d) $\left(\frac{3}{7}\right)^0 = 1$

**48** Calcule no caderno.

a) $\left(\frac{5}{3}\right)^2$ $\frac{25}{9}$

b) $\left(\frac{7}{5}\right)^3$ $\frac{343}{125}$

c) $\left(\frac{1}{5}\right)^2$ $\frac{1}{25}$

d) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ $\frac{27}{64}$

e) $\left(\frac{5}{2}\right)^0$ $1$

f) $\left(3\frac{1}{2}\right)^1$ $3\frac{1}{2}$

**49** Escreva os números racionais como potência de número na forma de fração.

a) $\frac{4}{9}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^2$

b) $\frac{1}{25}$ $\left(\frac{1}{5}\right)^2$

c) $\frac{25}{36}$ $\left(\frac{5}{6}\right)^2$

d) $\frac{49}{100}$ $\left(\frac{7}{10}\right)^2$

e) $\frac{81}{16}$ $\left(\frac{9}{4}\right)^2$ ou $\left(\frac{3}{2}\right)^4$

f) $\frac{64}{121}$ $\left(\frac{8}{11}\right)^2$

***Pense mais um pouco...***

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Efetue os cálculos indicados e classifique as sentenças em verdadeira ou falsa.

a) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$ verdadeira

b) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{64}$ verdadeira

c) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2$ verdadeira

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2+3}$ falsa

e) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2 \times 3}$ verdadeira

ENAGIO COELHO

## 6 Raiz quadrada

Já aprendemos o que é raiz quadrada de um número natural e como representá-la. Por exemplo:

$$\sqrt{9} = 3\text{, porque } 3^2 = 9$$

$$\sqrt{25} = 5\text{, porque } 5^2 = 25$$

Também podemos calcular a raiz quadrada de um número racional representado na forma de fração.

Veja alguns exemplos.

a) $\sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$, porque $\left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$.

b) $\sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{9}{5}$, porque $\left(\frac{9}{5}\right)^2 = \frac{81}{25}$.

c) $\sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{11}{10}$, porque $\left(\frac{11}{10}\right)^2 = \frac{121}{100}$.

d) $\sqrt{\frac{25}{81}} = \frac{5}{9}$, porque $\left(\frac{5}{9}\right)^2 = \frac{25}{81}$.

Isso significa que, para encontrar a raiz quadrada de um número racional representado na forma de fração, determinamos a raiz quadrada do numerador e a do denominador. Observe.

- $\sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{4}} = \frac{7}{2}$
- $\sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{100}} = \frac{11}{10}$
- $\sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5}$
- $\sqrt{\frac{25}{81}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{81}} = \frac{5}{9}$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**50** Calcule no caderno.

a) $\sqrt{\frac{9}{4}}$ $\frac{3}{2}$

b) $\sqrt{\frac{1}{64}}$ $\frac{1}{8}$

c) $\sqrt{\frac{25}{49}}$ $\frac{5}{7}$

d) $\sqrt{\frac{64}{9}}$ $\frac{8}{3}$

e) $\sqrt{\frac{36}{225}}$ $\frac{6}{15}$

f) $\sqrt{1\frac{7}{9}}$ $\frac{4}{3}$

g) $\sqrt{1 - \frac{5}{9}}$ $\frac{2}{3}$

h) $\sqrt{2 + \frac{14}{25}}$ $\frac{8}{5}$

**51** Certo número $a$ é tal que $a = \sqrt{1 + \frac{11}{25}}$. Determine o valor de $a$, $a^2$ e $a^3$. $a = \frac{6}{5}$, $a^2 = \frac{36}{25}$ e $a^3 = \frac{216}{125}$

# 7 Expressões numéricas

Acompanhe a situação a seguir.

JOSÉ LUÍS JUHAS



Márcia é costureira e fará 3 vestidos iguais para uma formatura. Em cada traje escolhido pelas clientes, Márcia utiliza $\frac{1}{4}$ de um corte de seda para fazer a saia e $\frac{1}{8}$ de um corte de veludo para fazer o corpete. Esses cortes têm todos o mesmo comprimento e o mesmo preço. Para saber quantos cortes de tecido vai usar para fazer os 3 trajes, Márcia escreveu:

quantos cortes vou gastar $\rightarrow$ $3 \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right)$ cortes

Veja quantos cortes Márcia vai gastar.

$$3 \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) = 3 \times \left(\frac{2}{8} + \frac{1}{8}\right) = 3 \times \frac{3}{8} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$$

Ou seja, 1 corte e mais $\frac{1}{8}$ de corte entre veludo e seda.

A expressão $3 \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right)$ serve para descrever a quantidade de cortes, entre os de veludo e os de seda, que Márcia utilizará em seu trabalho. Cada termo dessa expressão tem um significado, veja:

**número de trajes**

$$3 \times \left(\boxed{\frac{1}{4}} + \boxed{\frac{1}{8}}\right)$$

Os parênteses indicam que, inicialmente, Márcia vai somar as partes dos cortes de tecido.

**parte de um corte de seda utilizada na saia de um traje**

**parte de um corte de veludo utilizada no corpete de um traje**



Já vimos que as operações em uma expressão numérica são resolvidas na seguinte ordem:

- as potenciações e as radiciações na ordem em que aparecem;
- as multiplicações e as divisões na ordem em que aparecem;
- as adições e as subtrações, também na ordem em que aparecem.

Quando a expressão numérica tiver sinais de associação (parênteses, colchetes e chaves), eles devem ser eliminados na seguinte ordem: resolvem-se primeiro as operações entre parênteses, depois as operações entre colchetes e, finalmente, as operações entre chaves.

Acompanhe o cálculo de algumas expressões.

**a)** $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} : \frac{4}{3} =$

$= \frac{5}{6} - \frac{\cancel{2}^{1}}{3} \times \frac{1}{\cancel{2}_{1}} + \frac{1}{\cancel{3}_{1}} \times \frac{\cancel{3}^{1}}{4} =$

$= \frac{5}{6} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$

$= \frac{10}{12} - \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

**c)** $\left[\frac{2}{5} \times \left(2 - \frac{3}{4}\right)\right] : \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$

$= \left[\frac{2}{5} \times \left(\frac{8}{4} - \frac{3}{4}\right)\right] : \left(\frac{1}{4}\right) =$

$= \left[\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{5}_{1}} \times \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{4}_{2}}\right] : \frac{1}{4} =$

$= \frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{1}{\cancel{2}_{1}} \times \frac{\cancel{4}^{2}}{1} = \frac{2}{1} = 2$

**b)** $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : \left(2 - \frac{1}{4}\right) =$

$= \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{4}\right) : \left(\frac{8}{4} - \frac{1}{4}\right) =$

$= \frac{5}{4} : \frac{7}{4} = \frac{5}{\cancel{4}_{1}} \times \frac{\cancel{4}^{1}}{7} = \frac{5}{7}$

**d)** $\left(2 - \sqrt{\frac{1}{9}}\right)^2 \times \left(\sqrt{\frac{64}{25}} - 1\right) =$

$= \left(\frac{2}{1} - \frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{8}{5} - 1\right) =$

$= \left(\frac{6}{3} - \frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{8}{5} - \frac{5}{5}\right) =$

$= \left(\frac{5}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{{}^{5}\cancel{25}}{{}_{3}\cancel{9}} \times \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{5}_{1}} = \frac{5}{3}$

**52** Calcule o valor de cada expressão.

a) $\left(2 - \frac{1}{2}\right)^2 \times \left(1 - \frac{2}{5}\right)$ $\frac{27}{20}$

b) $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : \left(1\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right)$ $\frac{5}{3}$

c) $\left(1 + \frac{3}{7}\right)^2 \times \frac{49}{80}$ $\frac{5}{4}$

d) $\left[\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2}\right) \times \frac{2}{9} + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right] : \frac{7}{5}$ $\frac{2}{9}$

e) $\sqrt{\frac{1}{5} \times \left(\frac{2}{5} - 2\frac{1}{2} : \frac{25}{2}\right)} : \frac{1}{5}$ 1

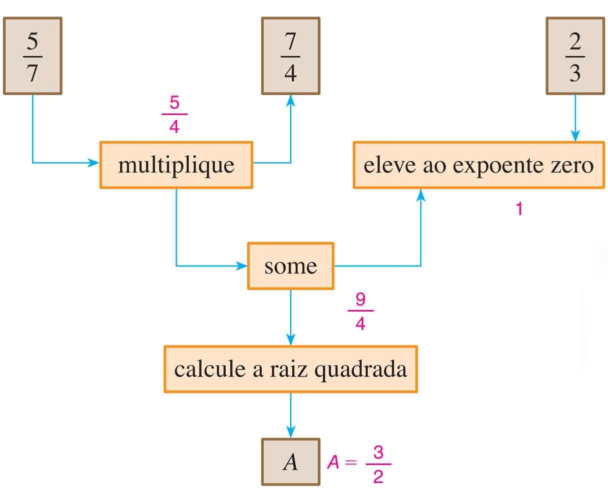
f) $\left(3\frac{1}{5} - \frac{1}{5}\right) : \sqrt{\frac{1}{9}}$ 9

**53** Escreva uma expressão numérica que represente o número de litros procurado na situação descrita.

DANIEL ZEPPO

Quantos litros de laranjada posso obter se despejar 3 copos cheios de suco de laranja, com $\frac{1}{4}$ de litro cada um, em uma jarra que já contém $\frac{1}{2}$ litro de água? $3 \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$

**54** Determine o valor de $A$ no esquema abaixo.




**55** Determine quanto vale $x$ em cada caso.

a) $\left(\frac{1}{6}\right)^x = \frac{1}{6}$ 1

b) $\left(\frac{3}{x}\right)^3 = \frac{27}{216}$ 6

c) $\left(\frac{7}{5}\right)^x = 1$ 0

d) $\left(\frac{x}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$ 3

**56** A professora de Matemática distribuiu a cada aluno de sua classe uma ficha contendo uma expressão ou um problema com números racionais representados na forma de fração. Depois de resolver a questão, cada aluno deveria procurar seu par, ou seja, deveria encontrar um colega que tivesse uma resposta idêntica à dele.
Veja a seguir alguns modelos de ficha que a professora distribuiu. Resolva as questões e descubra quais fichas poderiam formar pares. Formaram um par as fichas 2 e 4.

**Ficha 1**
Resolva a expressão $\frac{5}{8} - 1\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$. $\frac{13}{40}$

**Ficha 2**
Calcule $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6}$. $\frac{5}{12}$

**Ficha 3** $\frac{2}{5}$
Adriana depositou metade dos $\frac{4}{5}$ de seu salário em uma caderneta de poupança. Que fração de seu salário ela depositou?

**Ficha 4** $\frac{5}{12}$
Se a parte pintada da figura for dividida por 2, que fração representará o resultado dessa divisão?

ILUSTRAÇÕES: DANIEL ZEPPO

## TRABALHANDO A INFORMAÇÃO i

### Calculando probabilidades

Gabriela tem uma coleção com 100 bolinhas pula-pula de borracha: 30 amarelas, 25 azuis e 45 vermelhas.

Ela colocou todas as bolinhas em uma caixa. Gabriela vai retirar uma única bolinha por vez, sem olhar as que estão dentro da caixa.

Sabendo que todas as bolinhas têm a mesma **probabilidade** de serem retiradas, qual cor tem maior chance de sair na primeira retirada: amarela, azul ou vermelha?

Veja como podemos proceder para responder a essa questão.

Se a caixa contém 100 bolinhas, então há 100 **possibilidades** de uma bolinha de qualquer cor sair na primeira retirada.

ILUSTRAÇÕES: DANIEL ZEPPO

Desse modo, dizemos que a probabilidade de cada bolinha ser retirada é de 1 em 100, ou seja, de $\frac{1}{100}$ ou de 1%. Assim, todas as bolinhas têm a mesma probabilidade de serem retiradas.


- Como há 30 bolinhas amarelas na caixa, a probabilidade de sair uma amarela é de $\frac{30}{100}$ ou de 30%.
- Como há 25 bolinhas azuis, a probabilidade de sair uma azul é de $\frac{25}{100}$ ou de 25%.
- Da mesma forma, a probabilidade de sair uma bolinha vermelha é de $\frac{45}{100}$ ou de 45%, pois há 45 bolinhas vermelhas na caixa.

Desse modo, dizemos que há maior chance de sair uma bolinha vermelha do que uma amarela, uma vez que $\frac{45}{100} > \frac{30}{100}$.

A probabilidade geralmente é indicada por uma fração irredutível ou por um número na forma percentual.

#### Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Com base nos dados acima, responda: a bolinha de qual cor tem menor chance de ser sorteada: a azul ou a amarela? Por quê? Represente isso na forma de fração e na forma percentual.
Azul, pois: $\frac{25}{100} < \frac{30}{100}$; 25% < 30%.

**2** A direção da escola Felicidade vai sortear um aluno entre os cem que possuem as maiores notas em História para representar a escola em um evento estadual. Sabendo que Hugo é um desses alunos e que todos os outros têm a mesma chance de serem sorteados, qual é a probabilidade de ele ser o escolhido? $\frac{1}{100}$ ou 1%

**3** Em uma caixa há três bolas brancas e duas bolas verdes. Qual é a probabilidade de tirarmos, sem olhar, uma bola verde dessa caixa? $\frac{2}{5}$ ou 40%

**1** Efetue as expressões abaixo, simplificando o resultado quando possível.

**a)** $\frac{7}{2} + \frac{1}{2}$ $4$

**b)** $\frac{3}{5} + \frac{6}{5} + \frac{16}{5}$ $5$

**c)** $\frac{5}{3} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5}$ $\frac{8}{3}$

**d)** $\frac{2}{3} + 3 + \frac{1}{4}$ $\frac{47}{12}$

**e)** $\frac{5}{3} - \frac{1}{3}$ $\frac{4}{3}$

**f)** $\frac{18}{5} - \frac{3}{5}$ $3$

**g)** $\frac{2}{5} - \frac{1}{7}$ $\frac{9}{35}$

**h)** $12 - \frac{5}{9}$ $\frac{103}{9}$

**2** Efetue as expressões indicadas, simplificando o resultado quando possível.

**a)** $2 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$

**b)** $\frac{5}{7} \times 4 \times \frac{7}{5}$ $4$

**c)** $\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} \times \frac{35}{8} \times \frac{2}{7}$ $1$

**d)** $1\frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$ $\frac{3}{4}$

**e)** $\frac{2}{5} : \frac{4}{3}$ $\frac{3}{10}$

**f)** $\frac{2}{9} : \frac{6}{5}$ $\frac{5}{27}$

**g)** $5 : 4$ $\frac{5}{4}$

**h)** $1\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$ $\frac{9}{4}$

**3** Cassio iniciou uma viagem com o tanque do carro cheio. Na 1ª parada, notou que havia gasto $\frac{1}{4}$ do combustível. Ao parar pela segunda vez, verificou que, entre a 1ª e a 2ª parada, o carro havia gasto metade do combustível que tinha sobrado na 1ª parada. Colocou, então, 30 litros de combustível, e o tanque ficou cheio novamente.

DANIEL ZEPPO

**a)** Qual é a fração que corresponde à quantidade de litros que restaram no tanque na 1ª parada? Represente por meio de um desenho. $\frac{3}{4}$

**b)** Qual fração corresponde ao combustível gasto no percurso da 1ª até a 2ª parada? Represente por meio de um desenho. $\frac{3}{8}$

**c)** Qual fração corresponde ao combustível gasto da saída até a 2ª parada? Represente por meio de um desenho. $\frac{5}{8}$

**d)** Qual fração corresponde ao combustível que havia no tanque na 2ª parada? $\frac{3}{8}$

**e)** Quantos litros cabem no tanque do carro de Cassio? 48 litros

**4** Determine:

**a)** $\frac{1}{3}$ do inverso de 7; $\frac{1}{21}$

**b)** $\frac{1}{2}$ do inverso de $\frac{1}{2}$; $1$

**c)** o inverso de $3\frac{1}{7}$. $\frac{7}{22}$

**5** (Unifor-CE) Se o triplo de um número é $\frac{18}{5}$, então: alternativa **c**

**a)** sua terça parte é $\frac{1}{5}$.

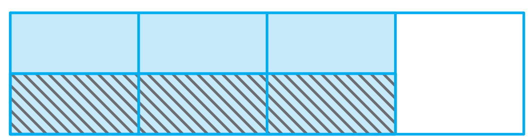
**b)** sua metade é $\frac{2}{5}$.

**c)** seu dobro é $\frac{12}{5}$.

**d)** seu quádruplo é 4.

**e)** seu quíntuplo é 18.

**6** A figura abaixo, nos mostra a divisão de $\frac{3}{4}$ por 2. Qual é o resultado dessa divisão? $\frac{3}{8}$



NELSON MATSUDA

**7** Calcule mentalmente.

**a)** $\frac{1}{2} : 2$ $\frac{1}{4}$

**b)** $2 : \frac{1}{2}$ $4$

**c)** $4 : \frac{1}{3}$ $12$

**d)** $\frac{1}{3} : 4$ $\frac{1}{12}$

**8** Juliana serviu 18 litros de suco aos alunos da pré-escola. Cada aluno recebeu $\frac{1}{5}$ de litro. Quantos alunos foram servidos? 90

**9** A capacidade do tanque do meu carro é de 50 litros. O combustível que uso é composto de $\frac{4}{5}$ de gasolina e $\frac{1}{5}$ de álcool. Vou abastecer o carro com 30 litros de combustível. Quantos litros de gasolina colocarei no automóvel? 24 litros

**10** Quanto é preciso somar a $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2$ para obter $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^2$? $\frac{1}{3}$

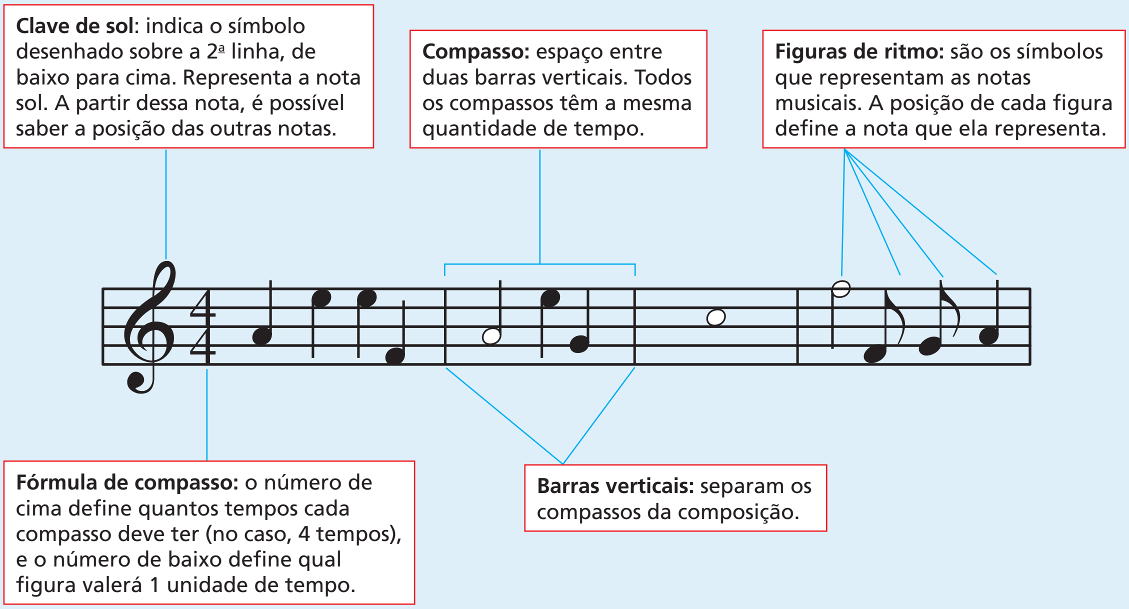
## Diversificando

### Matemática e música

Você já pensou em como é mais difícil reproduzir uma composição musical sem a ajuda de um registro escrito? Para facilitar a vida dos instrumentistas, foram criados os sistemas de notação (de escrita) musical. O mais usado atualmente é o sistema ocidental. Nele, os símbolos musicais da composição são escritos em **pautas** ou **pentagramas**: conjuntos de 5 linhas paralelas que determinam 4 espaços.

M. BUSINESS IMAGES/SHUTTERSTOCK

Veja o exemplo a seguir com os símbolos básicos de uma pauta.

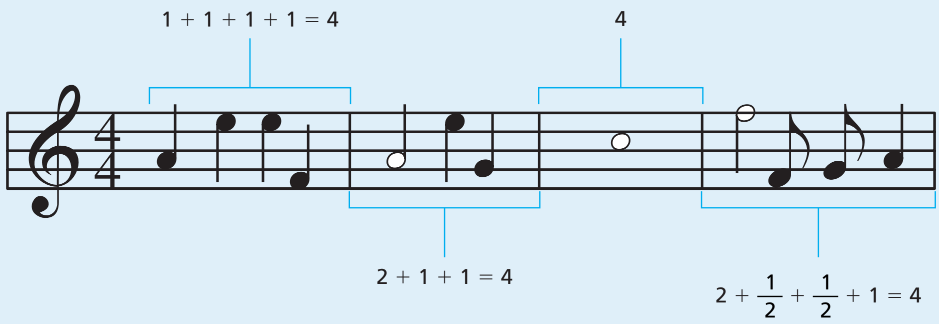



As figuras de ritmo variam conforme sua duração. Nesse caso, os valores dessas figuras são os seguintes:

| **Figura** | | ou | ou | ou | ou | ou | ou |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Nome** | Semibreve | Mínima | Semínima | Colcheia | Semicolcheia | Fusa | Semifusa |
| **Valor** | 4 tempos | 2 tempos | 1 tempo | $\frac{1}{2}$ tempo | $\frac{1}{4}$ tempo | $\frac{1}{8}$ tempo | $\frac{1}{16}$ tempo |

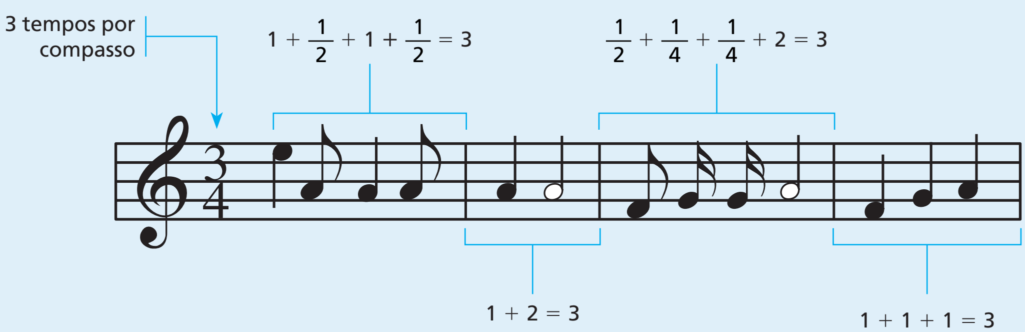
ILUSTRAÇÕES: ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL

Nesse exemplo, como o número de cima da fórmula do compasso é 4, cada compasso tem **4 tempos**. Veja.




Assim, combinando as figuras da tabela, os compassos podem ser compostos, sempre respeitando o número de tempo estabelecido.

Veja outro exemplo.

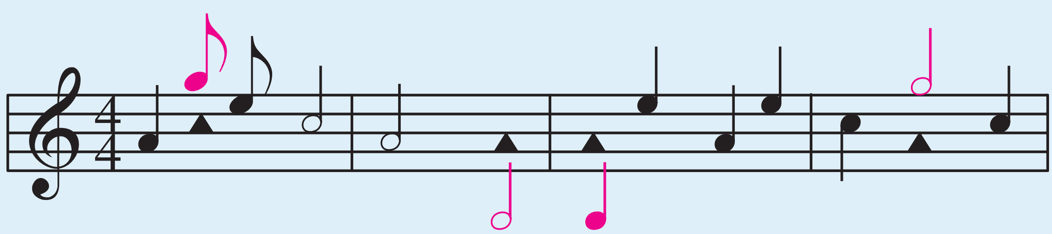



Note que nesse caso não é possível usar a semibreve.

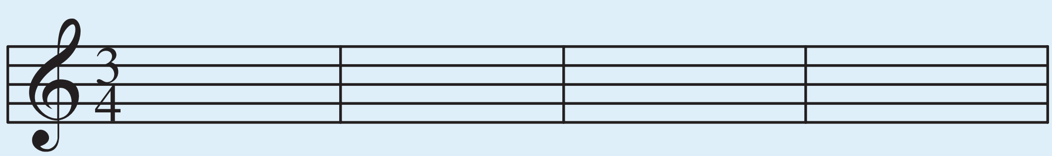
## *Agora é com você!*

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Com base nos valores da tabela e aplicando as informações sobre a escrita musical, reproduza a pauta abaixo substituindo o símbolo ▲ pela figura musical que completa cada compasso.



**2** Copie a pauta a seguir, escolha figuras de ritmo, invente compassos e registre as notas musicais na pauta.



Lembre-se de que esses compassos devem ter 3 tempos. resposta pessoal

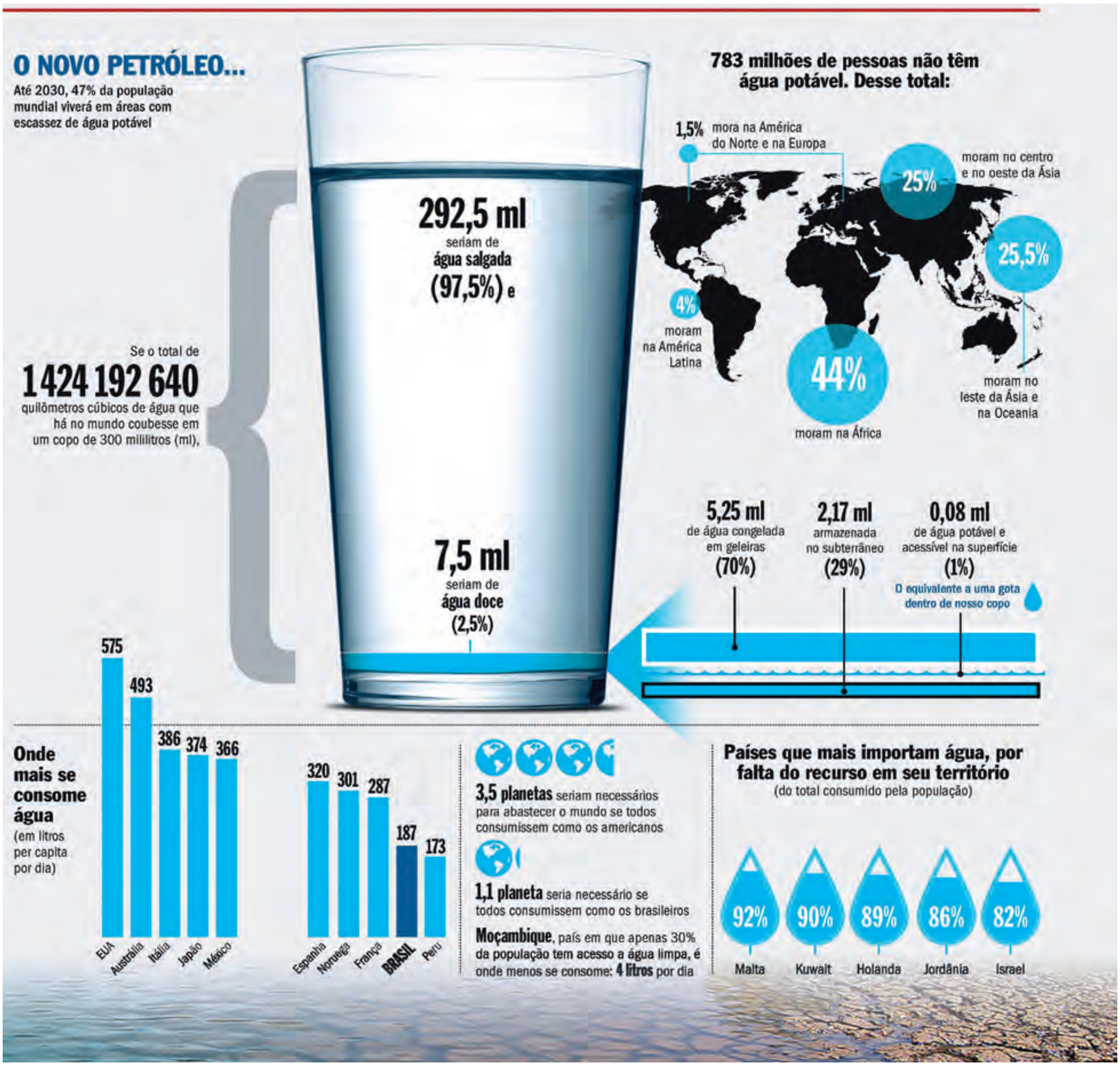
ILUSTRAÇÕES: ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL

# CAPÍTULO 8

# Números racionais na forma decimal e operações

## 1 Números com vírgula

Você certamente já deve ter notado como os números escritos com vírgula são comuns no dia a dia. Observe no infográfico alguns exemplos.




ABRIL COMUNICAÇÕES S/A

Disponível em: <planetasustentavel.abril.com.br>. Acesso em: 29 abr. 2015.

Neste capítulo, continuaremos a estudar os números racionais, mas agora representados com vírgula.

Veja outros exemplos em que usamos números escritos com vírgula.

- Em fevereiro de 2015, Fabiana Murer faturou a medalha de ouro no salto com vara e o recorde sul-americano *indoor* no torneio de Nevers, na França, saltando **4,83** metros.
- O Sistema Cantareira é responsável pelo abastecimento de água de **6,2** milhões de pessoas na Grande São Paulo. No dia 8 de fevereiro de 2015, o nível do Sistema Cantareira subiu pelo quinto dia consecutivo e passou de **5,6%** para **5,7%**.

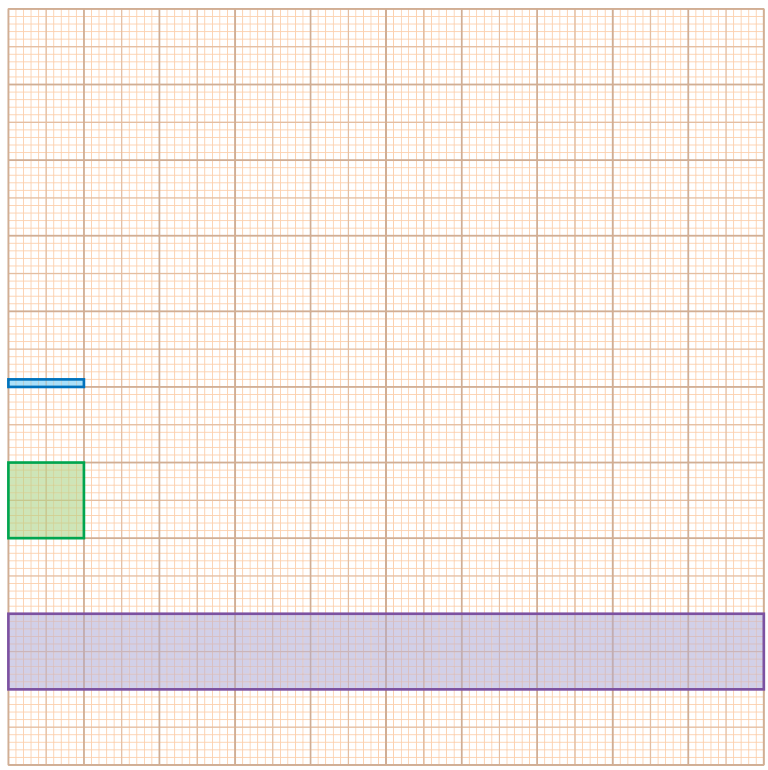
Os números 292,5; 97,5; 7,5; 2,5; 1,5; 25,5; 5,25; 2,17; 0,08; 3,5; 1,1; 4,83; 5,6; 5,7; 6,2 são exemplos de números racionais escritos na **forma decimal**.

## 2 As frações decimais e a representação na forma decimal

Observe a figura ao lado.

Note que:

- a parte pintada de lilás representa $\frac{1}{10}$ (1 décimo) dessa figura;
- a parte pintada de verde representa $\frac{1}{100}$ (1 centésimo) dessa figura;
- a parte pintada de azul representa $\frac{1}{1.000}$ (1 milésimo) dessa figura.



NELSON MATSUDA



Em cada uma dessas frações, o denominador é uma potência de 10:

$$\frac{1}{\underbrace{10}_{10^1}} \qquad \frac{1}{\underbrace{100}_{10^2}} \qquad \frac{1}{\underbrace{1.000}_{10^3}}$$

Toda fração cujo denominador é uma potência de 10 é chamada de **fração decimal**.

Na figura da página anterior, ainda podemos observar que:

- 10 partes lilás formam 1 inteiro; então: $10 \times \frac{1}{10} = 1$ (10 décimos = 1 inteiro);
- 10 partes verdes formam 1 parte lilás; então: $10 \times \frac{1}{100} = \frac{1}{10}$
  (10 centésimos = 1 décimo);
- 10 partes azuis formam 1 parte verde; então: $10 \times \frac{1}{1.000} = \frac{1}{100}$
  (10 milésimos = 1 centésimo).

Esses números, representados por frações decimais, podem ser escritos na forma decimal:

- $\frac{1}{10}$ pode ser representado por 0,1 (lemos: um décimo);
- $\frac{1}{100}$ pode ser representado por 0,01 (lemos: um centésimo);
- $\frac{1}{1.000}$ pode ser representado por 0,001 (lemos: um milésimo);
- $\frac{1}{10.000}$ pode ser representado por 0,0001 (lemos: um décimo de milésimo),

e assim por diante.

Assim, como fazemos com os números naturais, podemos dispor esses números em um quadro de ordens. Veja.

| Parte inteira | | | | | | Parte decimal | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | **Unidade de milhar**<br>**UM** | **Centena**<br>**C** | **Dezena**<br>**D** | **Unidade**<br>**U** | | **Décimo**<br>**d** | **Centésimo**<br>**c** | **Milésimo**<br>**m** | **Décimo de milésimo**<br>**dm** | ... |
| | 1 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| | | 1 | 0 | 0 | | | | | | |
| | | | 1 | 0 | | | | | | |
| | | | | 1 | | | | | | |
| | | | | 0 | , | 1 | | | | |
| | | | | 0 | , | 0 | 1 | | | |
| | | | | 0 | , | 0 | 0 | 1 | | |
| | | | | 0 | , | 0 | 0 | 0 | 1 | |

Para separar a parte inteira da parte decimal, usamos a vírgula.

Nesse quadro, a relação entre as ordens estudadas para os números naturais continua valendo: **10 unidades de uma ordem formam 1 unidade de ordem imediatamente superior**.

- $10 \times 1$ centena = 1 milhar
- $10 \times 1$ dezena = 1 centena
- $10 \times 1$ unidade = 1 dezena
- $10 \times 1$ décimo = 1 unidade
- $10 \times 1$ centésimo = 1 décimo
- $10 \times 1$ milésimo = 1 centésimo

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

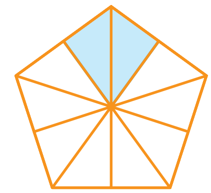
**1** Copie apenas as frações decimais. alternativas **b**, **c**, **d**, **e**, **i**

a) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{1.000}$ g) $\frac{100}{9}$

b) $\frac{35}{10}$ e) $\frac{18}{10.000}$ h) $\frac{10.000}{18}$

c) $\frac{8}{100}$ f) $\frac{1.000}{3}$ i) $\frac{104}{1.000}$

**2** Represente com uma fração decimal a parte pintada de azul da figura ao lado. $\frac{2}{10}$



NELSON MATSUDA

**3** Represente $\frac{1}{1.000.000}$ na forma decimal. 0,000001

# 3 Números na forma decimal

Já vimos que:

$$\frac{1}{10} = 0{,}1 \qquad \frac{1}{100} = 0{,}01 \qquad \frac{1}{1.000} = 0{,}001$$

Vejamos outros exemplos.

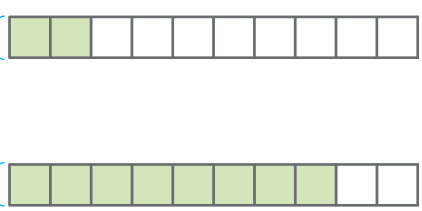
**a)** Denominador 10

- $\frac{2}{10} = 0{,}2$
- $\frac{8}{10} = 0{,}8$
- $\frac{32}{10} = \frac{30}{10} + \frac{2}{10} = 3 + \frac{2}{10} = 3{,}2$

Podemos representar graficamente esses números pela parte pintada de uma região retangular.

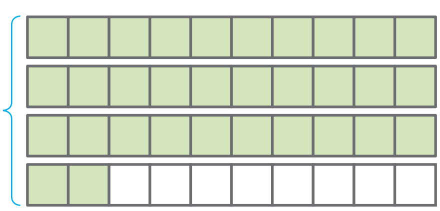
Considerando  como 1 inteiro, temos:

0,2



0,8

3,2



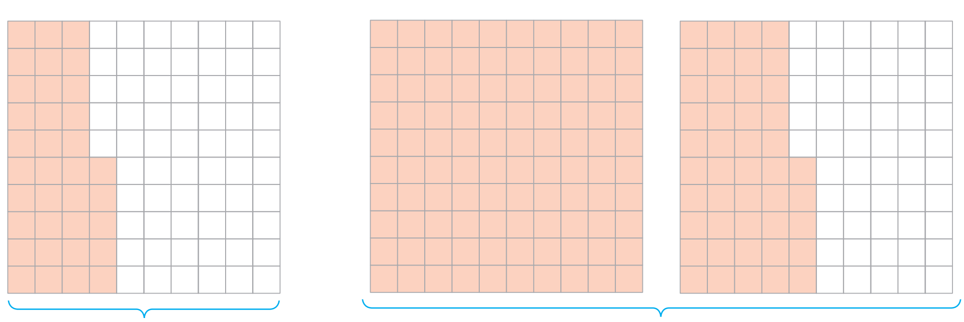
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA



**b)** Denominador 100

- $\frac{35}{100} = 0{,}35$
- $\frac{145}{100} = \frac{100}{100} + \frac{45}{100} = 1 + 0{,}45 = 1{,}45$

Agora, para representar graficamente esses números, consideramos uma região quadrada como 1 inteiro:



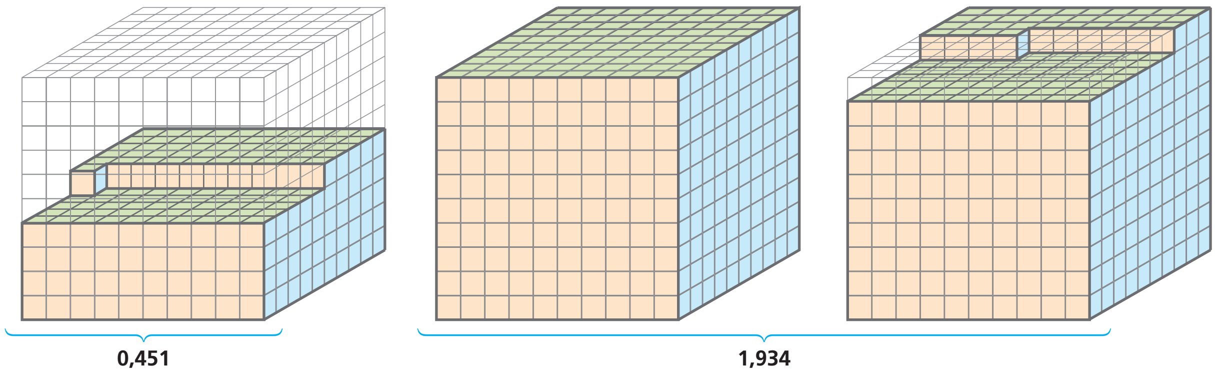
0,35 1,45

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**c)** Denominador 1.000

- $\dfrac{451}{1.000} = 0{,}451$
- $\dfrac{1.934}{1.000} = \dfrac{1.000}{1.000} + \dfrac{934}{1.000} = 1 + 0{,}934 = 1{,}934$

Veja uma representação gráfica desses números, considerando um cubo como 1 inteiro:




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

## Como se leem os números escritos na forma decimal



A leitura de um número na forma decimal é feita assim: primeiro, lemos a parte inteira; depois, a parte decimal acompanhada das palavras:

- décimo(s) – se houver uma casa decimal;
- centésimo(s) – se houver duas casas decimais;
- milésimo(s) – se houver três casas decimais; e assim por diante.

Veja alguns exemplos.

**a)** 2,3 → dois inteiros e três décimos

**b)** 3,20 → três inteiros e vinte centésimos

**c)** 20,001 → vinte inteiros e um milésimo

**d)** 1,003 → um inteiro e três milésimos

Quando a parte inteira é zero, podemos ler apenas a parte decimal. Observe.

**a)** 0,5 → cinco décimos

**b)** 0,15 → quinze centésimos

**c)** 0,008 → oito milésimos

**d)** 0,621 → seiscentos e vinte e um milésimos

Em várias situações, como a apresentada na ilustração, não lemos os números na forma decimal ressaltando suas ordens, mas simplesmente informamos onde fica a vírgula.


MARCIO GUERRA

Veja.

**a)** 3,2 → três vírgula dois

**b)** 0,35 → zero vírgula trinta e cinco

**c)** 1,032 → um vírgula zero trinta e dois

Em geral, esse tipo de leitura é utilizado na linguagem oral e nos meios de comunicação.

## OBSERVAÇÃO

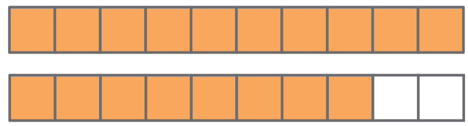
▶ Como $0{,}5 = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2}$ (um meio), é comum lermos 0,5 (cinco décimos) como **meio**. Dessa forma, também lemos 1,5 como **um e meio**, 2,5 como **dois e meio**, e assim por diante.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**4** Em cada caso, registre, na forma decimal, o número que representa a parte pintada de laranja das figuras.

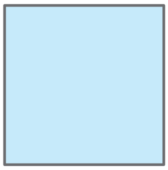
**a)**  0,5

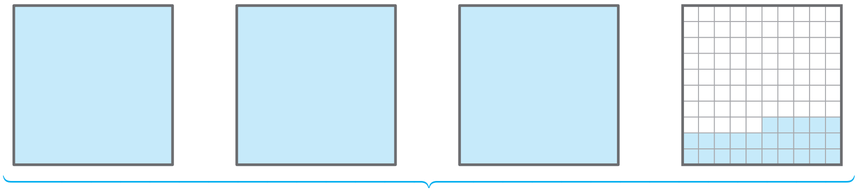
**b)**  1,8

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**5** Imagine uma barra de chocolate dividida em 10 partes iguais. Registre, na forma decimal, o número que corresponde a 3 das 10 partes dessa barra. 0,3

**6** Considerando a figura ao lado como 1 inteiro, escreva, na forma decimal, o número que representa a parte pintada de azul da figura abaixo.





3,25

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**7** Qual é o valor numérico que representa as pilhas de moedas de cada item?

**a)** 

3,46

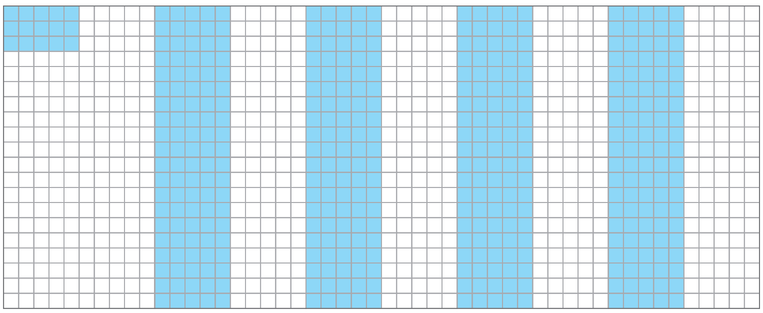
As moedas de 1 centavo deixaram de ser emitidas a partir de 2005; é difícil encontrá-las atualmente.

**b)**  1,50

**c)**  0,05

FOTOS: SÉRGIO DOTTA JR/THE NEXT

**8** Responda às questões a seguir, considerando a malha abaixo como 1 inteiro.



NELSON MATSUDA

**a)** Quantos quadradinhos há nessa malha? 1.000
**b)** Que número, na forma decimal, corresponde à parte pintada de azul? 0,415
**c)** E à parte não pintada de azul? 0,585

Lembre-se:
Não escreva no livro!

10. a) catorze inteiros e sessenta e dois centésimos  b) um inteiro e trezentos e setenta e cinco milésimos

**9** Registre cada fração na forma decimal.

a) $\frac{7}{10}$ 0,7  c) $\frac{18}{100}$ 0,18  e) $\frac{13}{1.000}$ 0,013

b) $\frac{3}{10}$ 0,3  d) $\frac{4}{100}$ 0,04  f) $\frac{325}{1.000}$ 0,325

**10** Escreva como lemos estes números: respostas possíveis:

a) 14,62  d) 0,306 trezentos e seis milésimos
b) 1,375  e) 0,006 seis milésimos
c) 0,036 trinta e seis milésimos

**11** Escreva como lemos cada número e represente-o por uma fração decimal.

a) 0,36  d) 0,04
b) 0,567  e) 0,004
c) 0,4

respostas possíveis:
**11. a)** trinta e seis centésimos, $\frac{36}{100}$ **b)** quinhentos e sessenta e sete milésimos, $\frac{567}{1.000}$ **c)** quatro décimos, $\frac{4}{10}$ **d)** quatro centésimos, $\frac{4}{100}$ **e)** quatro milésimos, $\frac{4}{1.000}$

**12** Escreva como lemos os números destacados nas informações.

Segundo o *site* www.cve.saude.sp.gov.br, em 2014, os casos de dengue chegaram a **31,101** mil na cidade de São Paulo. (Acesso em: 18 mar. 2015.)

resposta possível: trinta e um vírgula cento e um

Desemprego caiu em 2014 e chegou a **6,8**%, segundo IBGE.

resposta possível: seis vírgula oito

ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS

**13** Escreva cada um dos números a seguir.

a) Dez vírgula quarenta e cinco. 10,45
b) Setenta e cinco centésimos. 0,75
c) Dois inteiros e vinte e cinco milésimos. 2,025
d) Setenta e dois décimos de milésimos. 0,0072

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## *Pense mais um pouco...*

Reúna-se com um colega para fazer estas atividades.

(Nas calculadoras, a vírgula é indicada por um ponto.)

**1.** Em uma calculadora, foram digitados os números:

respostas possíveis:
- 4 · 1 quatro vírgula um
- · 0 3 2 trinta e dois milésimos
- 0 · 4 zero vírgula quatro
- 3 · 1 4 três inteiros e catorze centésimos

Escrevam como lemos cada um desses números.


KAREN ROACH/SHUTTERSTOCK

NELSON MATSUDA

**2.** Registrem as teclas a serem digitadas em uma calculadora para que no visor apareça cada número abaixo.

a) cem inteiros e quatro centésimos  c) cento e um centésimos
b) vinte e um milésimos  d) dois mil e três milésimos

**3.** Lembrando que uma das ideias de fração é representar o quociente entre o numerador e o denominador, façam o que se pede.

a) Usem a tecla ÷ de uma calculadora e obtenham a forma decimal de:

$\frac{5}{10}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{23}{100}$, $\frac{4}{1.000}$, $\frac{48}{10}$, $\frac{607}{10.000}$, $\frac{2.901}{1.000}$, $\frac{5}{1.000.000}$, $\frac{23}{10}$, $\frac{23}{10.000}$  0,5; 0,05; 0,23; 0,004; 4,8; 0,0607; 2,901; 0,000005; 2,3; 0,0023

b) Comparem a quantidade de zeros dos denominadores das frações decimais do item **a** com a quantidade de casas decimais dos resultados escritos na forma decimal. Em seguida, descrevam um procedimento prático para representar uma fração decimal como um número na forma decimal. Espera-se que os alunos concluam que, para representar uma fração decimal como um número na forma decimal, escreve-se o numerador da fração com tantas casas decimais quantos forem os zeros do denominador.

**4.** Agora, sem usar a calculadora e sem efetuar a divisão ou a multiplicação, façam o que se pede.

a) Escrevam cada fração na forma decimal.

$\frac{127}{10}$ 12,7  $\frac{123}{100}$ 1,23  $\frac{254}{1.000}$ 0,254  $\frac{3.254}{1.000}$ 3,254  $\frac{2.045}{100}$ 20,45  $\frac{814}{10.000}$ 0,0814

b) Representem na forma de fração decimal.

0,5 $\frac{5}{10}$  0,035 $\frac{35}{1.000}$  4,45 $\frac{445}{100}$  0,04 $\frac{4}{100}$  13,2 $\frac{132}{10}$  0,5424 $\frac{5.424}{10.000}$

**2. a)** 1 0 0 · 0 4 **b)** · 0 2 1 ou 0 · 0 2 1 **c)** 1 · 0 1 **d)** 2 · 0 0 3

## 4 Representações decimais equivalentes

Considere as figuras abaixo, em que os quadrados vermelhos têm medidas iguais.


Figura 1

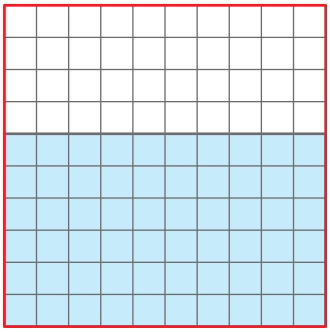


Figura 2

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Na figura 1, o interior do quadrado foi dividido em 10 partes iguais. A parte pintada de azul pode ser representada por $\frac{6}{10}$ ou 0,6.

Na figura 2, o interior do quadrado foi dividido em 100 partes iguais. A parte pintada de azul pode ser representada por $\frac{60}{100}$ ou 0,60.

As frações $\frac{6}{10}$ e $\frac{60}{100}$ são equivalentes, pois correspondem à mesma parte do inteiro.

Da mesma maneira, os registros 0,6 e 0,60 são equivalentes.

Quando dividimos o inteiro de cada quadradinho da figura 2 em 10 pedacinhos iguais, encontramos outra fração decimal, $\frac{600}{1.000}$ ou o número 0,600, correspondente à mesma parte pintada de azul.

Continuando com esse processo, encontramos:

- frações decimais equivalentes:

$$\frac{6}{10} = \frac{60}{100} = \frac{600}{1.000} = \frac{6.000}{10.000} = \ldots \text{ e}$$

- representações decimais equivalentes:

$$0{,}6 = 0{,}60 = 0{,}600 = 0{,}6000 = \ldots$$

Os zeros colocados à direita de 0,6 não alteraram o número. De modo geral, um número não se altera quando, em sua representação decimal, acrescenta-se ou suprime-se um ou mais zeros à direita de sua parte decimal.

Veja outros exemplos.

**a)** $0{,}5 = 0{,}50 = 0{,}500$, pois: $\frac{5}{10} = \frac{50}{100} = \frac{500}{1.000}$

**b)** $2{,}8 = 2{,}80 = 2{,}800$, pois: $\frac{28}{10} = \frac{280}{100} = \frac{2.800}{1.000}$

**c)** $0{,}6300 = 0{,}630 = 0{,}63$, pois: $\frac{6.300}{10.000} = \frac{630}{1.000} = \frac{63}{100}$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**14** Verifique em cada caso quais são as representações decimais equivalentes.

**a)** 4,2; 4,02; 4,20 4,2 e 4,20

**b)** 6,12; 6,120; 6,012 6,12 e 6,120

**c)** 2,03; 2,030; 2,003 2,03 e 2,030


CLAUDIO CHIYO

**15** Observe os rótulos dos dois garrafões representados ao lado, que estão cheios de água. É correto afirmar que a quantidade de água é a mesma nos dois garrafões? Justifique sua resposta.
sim, pois: 2,5 = 2,50

**16** O quadro contém a altura, em metro, de algumas pessoas.

| Nome | Daniel | Laura | Marcos | Carlos | Luana |
|---|---|---|---|---|---|
| **Altura** | 1,80 | 1,08 | 1,8 | 1,080 | 1,008 |

Quais dessas pessoas têm a mesma altura? Daniel e Marcos; Laura e Carlos



# 5 Comparação de números racionais na forma decimal

Uma vantagem dos números racionais representados na forma decimal sobre os representados na forma de fração é a facilidade com que podemos comparar esses números.

Dados dois números na forma decimal, será maior aquele que tiver maior parte inteira.

Veja os exemplos.

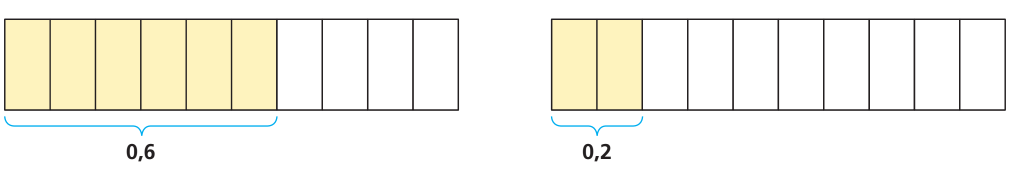
**a)** 5,2 > 2,75, pois: 5 > 2

**b)** 12,56 > 7,354, pois: 12 > 7

Se dois números tiverem a mesma parte inteira, para saber qual deles é maior, devemos observar as casas decimais.

Veja um exemplo.

Vamos considerar os retângulos de medidas iguais a seguir. As regiões interiores estão divididas em 10 partes iguais.




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

As figuras mostram que 0,6 > 0,2.

Sempre que as partes inteiras forem iguais, devemos comparar as partes decimais.

Veja alguns exemplos.

**a)** 3,5 > 3,4, pois: 5 décimos > 4 décimos

**b)** 2,54 > 2,51, pois: 54 centésimos > 51 centésimos

**c)** 45,764 > 45,762, pois: 764 milésimos > 762 milésimos

**d)** 3,18 > 3,174, pois: 180 milésimos > 174 milésimos

Igualamos as casas decimais.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**17** A caçamba do caminhão A leva em torno de 7,2 toneladas, e a caçamba do caminhão B, 7,5 toneladas. Em qual dos dois caminhões a massa transportada pode ser maior? no caminhão B

**18** Quem pesa mais: Maria, que tem 58,6 quilogramas, ou Isabela, que tem 58,570 quilogramas? Maria

**19** Escreva todos os números naturais compreendidos entre 12,3 e 17,1. 13, 14, 15, 16 e 17

**20** Qual é o menor número natural maior que 97,25? E o menor natural menor que 0,01? 98; 0

**21** (Saresp) Das comparações abaixo, qual é a verdadeira? alternativa **d**

**a)** $0{,}4 > \frac{4}{10}$

**b)** $1 < \frac{1}{2}$

**c)** $0{,}40 < 0{,}31$

**d)** $2 > 1{,}9$

**22** Os dois recipientes a seguir estão completamente cheios de suco de abacaxi.


MARCIO GUERRA

Qual dessas embalagens é mais vantajosa para o comprador, sabendo que elas estão sendo vendidas pelo mesmo preço? Por quê?
A garrafa é mais vantajosa, pois contém mais suco pelo mesmo preço da outra embalagem.

**23** Mário digitou em sua calculadora:

6 0 0 ÷ 1 0 0 0 · 0 =

e Maísa apertou a sequência de teclas:

6 0 0 ÷ 1 0 0 0 0 =

NELSON MATSUDA

**a)** Que número apareceu no visor de cada um?

**b)** Entre esses números, qual é o maior? 0,6

**23. a)** Mário: 0,6; Maísa: 0,06



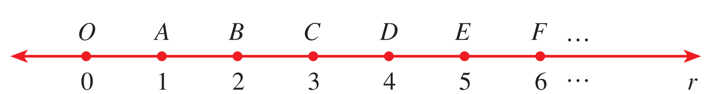
## 6 Reta numérica

Vamos associar números naturais a pontos de uma reta.

Para isso, tomamos a reta *r* e, sobre ela, marcamos um ponto que chamamos de *O*, fazendo-o corresponder ao número 0 (zero).


A partir de *O* e à sua direita, marcamos pontos que se distanciam um do outro sempre com a mesma medida, como, por exemplo, 1 centímetro.

Ao ponto *A* fazemos corresponder o número 1; ao ponto *B*, o número 2; ao ponto *C*, o número 3; e assim por diante.



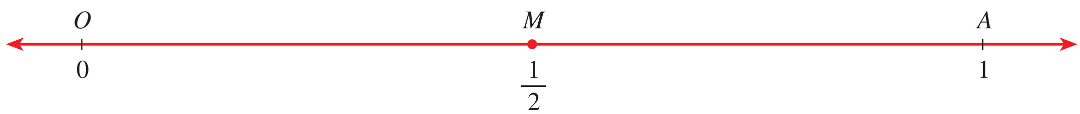

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

> Para cada número natural podemos associar um ponto da reta *r*. Essa reta é chamada de **reta numérica**.

Agora que você já sabe como associar números naturais a pontos de uma reta, vamos aprender como fazer isso com números racionais na forma de fração.

Por exemplo, observe como procedemos para representar $\frac{1}{2}$ na reta numérica.

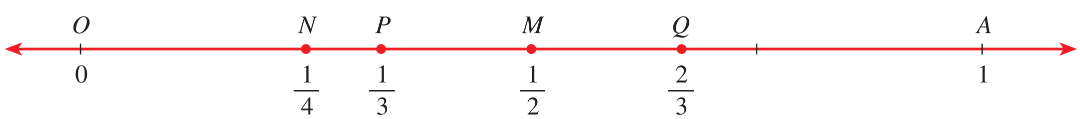
Como $\frac{1}{2}$ é maior que zero e menor que 1, dizemos que ele está entre 0 e 1. Para localizar o ponto que o representa na reta numérica, marcamos sobre ela os pontos *O* e *A*, correspondentes aos números naturais 0 e 1, respectivamente. Em seguida, dividimos o segmento de reta $\overline{OA}$ em duas partes iguais, determinando o ponto *M*, que representa o número $\frac{1}{2}$.




NELSON MATSUDA

De modo análogo, podemos representar os números $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$.

Para obter o ponto *N*, correspondente a $\frac{1}{4}$, dividimos o segmento $\overline{OA}$ em quatro partes iguais e, a partir de *O*, tomamos uma parte. Se quisermos, podemos utilizar a reta anterior, em que já determinamos o ponto *M*, e dividimos o segmento $\overline{OM}$ em duas partes iguais. Para obter os pontos *P* e *Q*, correspondentes a $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$, respectivamente, dividimos o segmento $\overline{OA}$ em três partes iguais e, a partir de *O*, tomamos uma parte para $\frac{1}{3}$ e duas partes para $\frac{2}{3}$.




NELSON MATSUDA

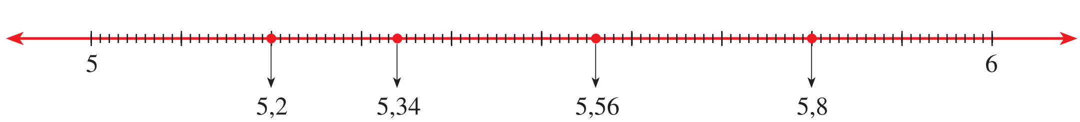
Também podemos representar números racionais que estão na forma decimal na reta numérica. Por exemplo, vamos determinar os pontos *R* e *S*, correspondentes a 0,3 e 2,6, respectivamente. Como 0,3 está entre 0 e 1 e 2,6 está entre 2 e 3, marcamos sobre a reta os pontos *O*, *A*, *B* e *C* correspondentes aos números naturais 0, 1, 2 e 3, respectivamente. Dividimos o segmento $\overline{OA}$ em dez partes iguais. Cada uma dessas partes corresponde a 0,1. Assim, para representar o número 0,3, tomamos três dessas partes a partir do zero.


NELSON MATSUDA

Para obter a representação de 2,6, dividimos o segmento $\overline{BC}$ em dez partes iguais e, a partir de 2, tomamos seis dessas partes.


NELSON MATSUDA

Agora veja a representação dos números 5,2; 5,34; 5,56 e 5,8. Note que todos estão entre 5 e 6. Como precisamos representar centésimos, dividimos o intervalo entre 5 e 6 em cem partes iguais, e cada uma corresponde a 0,01.

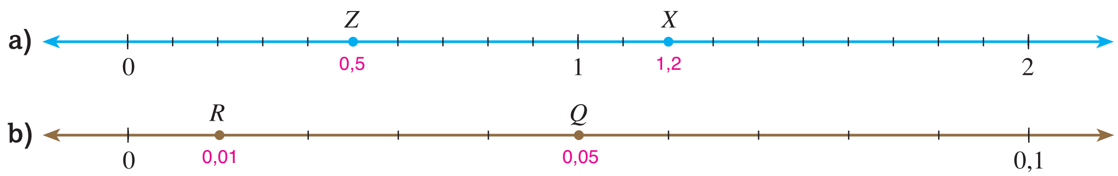



NELSON MATSUDA

# EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

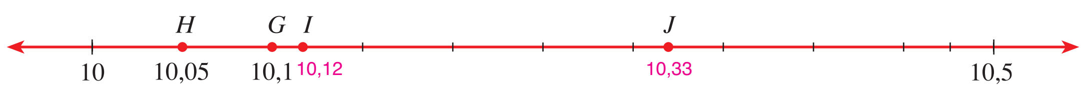
**24** Determine o número correspondente a cada um dos pontos indicados nas retas numéricas abaixo.




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**25** Estime o número correspondente a cada um dos pontos indicados na reta numérica abaixo.

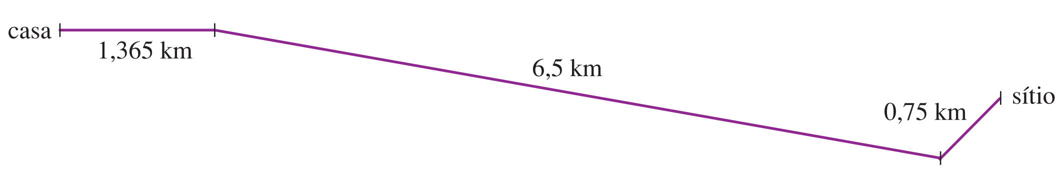
Resposta possível:




## 7 Adição e subtração de números na forma decimal

O problema a seguir foi proposto a Ana, Luiz e Carlos.

Laércio fez um esquema do percurso entre a casa onde mora e o sítio dele. Observe esse esquema. Nele, as distâncias são indicadas em quilômetro.

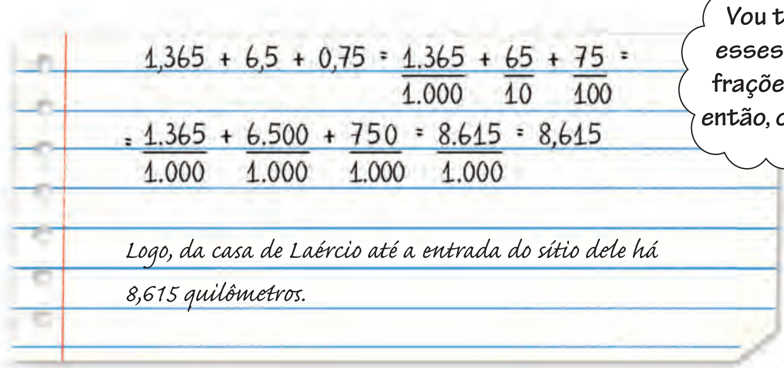



NELSON MATSUDA

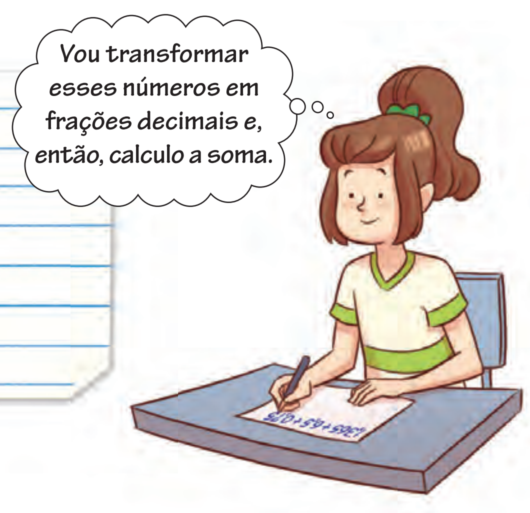
Calcule, em quilômetro, a distância da casa de Laércio até a entrada do sítio dele.

Acompanhe, a seguir, a resolução de cada um.

- Ana

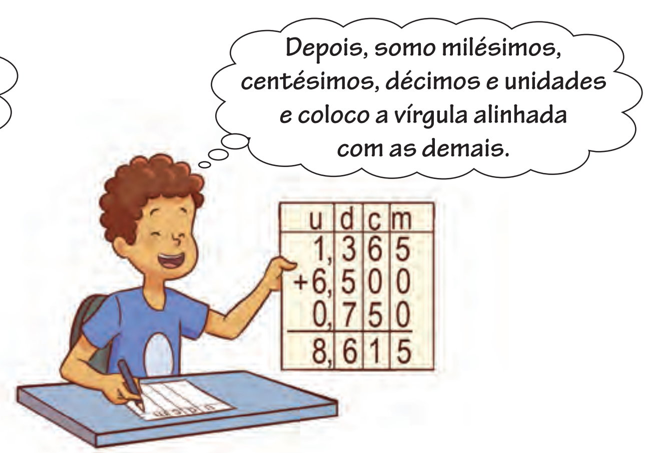



LIGIA DUQUE




MARCIO GUERRA

- Luiz


*Então, a distância da casa de Laércio até a entrada do sítio dele é de 8,615 quilômetros.*

LIGIA DUQUE

- Carlos



*Logo, tenho 1,365 + 6,5 + 0,75 = 8,615.*
*Portanto, a distância procurada é 8,615 quilômetros.*

LIGIA DUQUE

ILUSTRAÇÕES: MARCIO GUERRA

NELSON MATSUDA

Veja outros exemplos de adição com números na forma decimal.

**a)** 3,28 + 2,1 + 0,023

$$\begin{array}{r} 3{,}280 \\ +\ 2{,}100 \\ 0{,}023 \\ \hline 5{,}403 \end{array}$$

**b)** 5 + 0,5 + 24,365

$$\begin{array}{r} 5{,}000 \\ +\ 0{,}500 \\ 24{,}365 \\ \hline 29{,}865 \end{array}$$

**c)** 0,04 + 7

$$\begin{array}{r} 0{,}04 \\ +\ 7{,}00 \\ \hline 7{,}04 \end{array}$$

Observe agora algumas subtrações.

**a)** 12,5 − 4,825

$$\begin{array}{r} 12{,}500 \\ -\ 4{,}825 \\ \hline 7{,}675 \end{array}$$

**b)** 4 − 2,351

$$\begin{array}{r} 4{,}000 \\ -\ 2{,}351 \\ \hline 1{,}649 \end{array}$$

**c)** 8,4215 − 3

$$\begin{array}{r} 8{,}4215 \\ -\ 3{,}0000 \\ \hline 5{,}4215 \end{array}$$

Efetuar operações com números na forma decimal nos auxilia a resolver problemas que enfrentamos frequentemente.

A situação descrita a seguir é um exemplo desses problemas.

ALAN CARVALHO

Por meio de uma expressão numérica, é possível representar com quantos reais Marcos ficou após ganhar o troco da mãe.

$$\underbrace{20,50}_{\textbf{Quantia que Marcos tinha.}} + \underbrace{(20,00 - 18,75)}_{\textbf{Troco que Marcos vai juntar ao que tinha.}}$$

Sabemos que os parênteses indicam a operação a ser feita em primeiro lugar.

Então, calculamos o valor dessa expressão da seguinte maneira:

$$20,50 + (20,00 - 18,75) =$$
$$= 20,50 + 1,25 =$$
$$= \underbrace{21,75}_{\textbf{Quantia com que Marcos ficou.}}$$

**Cálculos**

$$\begin{array}{r} 20,00 \\ -\ 18,75 \\ \hline 1,25 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 20,50 \\ +\ 1,25 \\ \hline 21,75 \end{array}$$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**26** (Saresp) A temperatura normal de Carlos é 37 graus. Ele ficou com gripe e observou que estava com 37,8 graus de temperatura. Tomando um analgésico, sua temperatura baixou 0,5 grau, chegando ao valor de: alternativa **a**

**a)** 37,3 graus.

**b)** 37,4 graus.

**c)** 37,5 graus.

**d)** 37,6 graus.


CLAUDIO CHIYO

29. Espera-se que o aluno perceba a relação fundamental entre a adição e a subtração.

**27** Determine as diferenças.

a) 0,4 − 0,325 0,075
b) 1 − 0,275 0,725
c) 5,6 − 4 1,6
d) 12,36 − 8,634 3,726

**28** Calcule:

a) 0,075 + 0,325 0,4
b) 0,725 + 0,275 1
c) 1,6 + 4 5,6
d) 3,726 + 8,634 12,36
e) 7,7 − 4,7 3
f) 16,05 − 8,8 7,25
g) 26,44 − 25,4 1,04
h) 168,6 − 90,16 78,44

**29** Compare os quatro primeiros itens do exercício **28** com os quatro itens do **27**. Escreva uma conclusão.

**30** Ganhei da minha avó R$ 100,00 na sexta-feira. No sábado, comprei uma camiseta de R$ 37,50 e uma bermuda de R$ 36,25. Além disso, tomei um lanche de R$ 7,75.

a) Quanto sobrou da quantia que ganhei? R$ 18,50
b) Escreva uma expressão numérica que represente essa situação. 100,00 – (37,50 + 36,25 + 7,75)

**31** Verifique se as somas em cada linha, cada coluna e cada diagonal são iguais.

A soma dos números de cada diagonal, de cada linha e de cada coluna dá sempre 3,6.

| | | |
|---|---|---|
| 0,6 | 1,4 | 1,6 |
| 2,2 | 1,2 | 0,2 |
| 0,8 | 1 | 1,8 |

NELSON MATSUDA

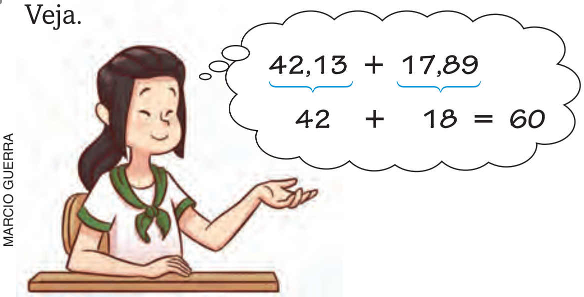
**32** Ana comprou o conjunto de malas do anúncio abaixo. Quanto ela pagou? R$ 451,25


JOSÉ LUÍS JUHAS
IGORXIII/SHUTTERSTOCK

**33** Entre as expressões a seguir, qual tem maior valor? E o menor? a) menor valor; d) maior valor

a) 2,4 − (1,3 + 0,2)
b) 2,4 − 1,3 + 0,2
c) 2,4 + (1,3 − 0,2)
d) 2,4 + 1,3 + 0,2

**34** Débora quer calcular mentalmente o valor aproximado de 42,13 + 17,89. Para isso, ela arredondou cada parcela para a casa das unidades mais próxima e, em seguida, efetuou o cálculo. Veja.

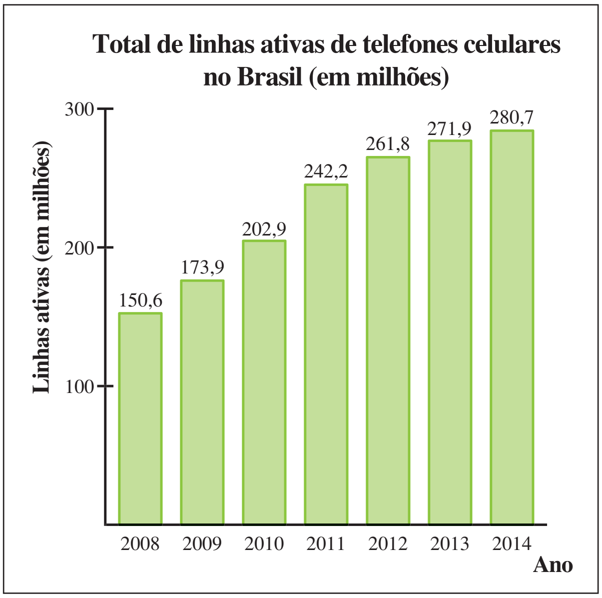



MARCIO GUERRA

Calcule mentalmente o resultado aproximado de cada item abaixo. Faça o registro e, com uma calculadora, verifique se os resultados arredondados são próximos aos exatos.

a) 2,86 + 4,95 8; 7,81
b) 11,24 + 5,67 17; 16,91
c) 9,11 + 31,74 41; 40,85
d) 12,12 − 6,43 6; 5,69
e) 32,77 − 9,64 23; 23,13
f) 53,42 − 10,38 43,04

**35** Com o avanço da tecnologia no setor de telecomunicação, o número de linhas ativas de telefones celulares no Brasil tem aumentado a cada ano. Observe o gráfico.




ADILSON SECCO

Dados obtidos em: <www.anatel.gov.br>. Acesso em: 28 fev. 2015.

Responda: 35. a) 202,9 milhões b) 9,3 milhões

a) Em 2010, existiam quantos milhões de ativas de telefone celulares?
b) De 2012 a 2013 houve aumento de quantos milhões de linhas ativas de celulares?
c) De acordo com o gráfico, em que ano o número de linhas ativas de telefones celulares adquiridas foi menor? 2008

# 8 Multiplicação de números na forma decimal por potências de 10

Ao observar este anúncio, Plínio e Marta imediatamente calcularam o total a ser pago pelo *tablet*. Veja como cada um fez.


MARCIO GUERRA

- Plínio

$$44{,}51 + 44{,}51 + 44{,}51 + 44{,}51 + 44{,}51 + 44{,}51 + 44{,}51 + 44{,}51 + 44{,}51 + 44{,}51 = 445{,}10$$

- Marta

$$10 \times 44{,}51 = 10 \times \frac{4.451}{100} = \frac{44.510}{100} = 445{,}10$$

Note que, embora os dois modos sejam equivalentes, Marta fez menos cálculos para encontrar esse valor, fazendo uma multiplicação.

Usando uma calculadora, esse cálculo poderia ser feito da seguinte maneira:


NELSON MATSUDA

Observe outros exemplos, nos quais multiplicamos um número na forma decimal por 10, 100 ou 1.000.

**a)** $5{,}32 \times 10 = \frac{532}{100} \times 10 = \frac{5.320}{100} = 53{,}20$

A vírgula de 5,32 se deslocou **uma** casa decimal para a direita.

**b)** $4{,}3 \times 100 = \frac{43}{10} \times 100 = \frac{4.300}{10} = 430$ ou $430{,}0$

A vírgula de 4,3 se deslocou **duas** casas decimais para a direita.

**c)** $10{,}5912 \times 1.000 = \frac{105.912}{10.000} \times 1.000 = \frac{105.912.000}{10.000} = 10.591{,}2$

A vírgula de 10,5912 se deslocou **três** casas decimais para a direita.

> Na prática, para multiplicar um número na forma decimal por 10, 100, 1.000, 10.000, e assim por diante, deslocamos a vírgula para a direita, respectivamente uma, duas, três, quatro, ... casas decimais.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**36** Resolva mentalmente.

a) 3,18 × 10 31,8

b) 3,18 × 100 318

c) 3,18 × 1.000 3.180

d) 10 × 9,5 95

e) 100 × 0,0075 0,75

f) 10.000 × 0,0456 456

**37** Resolva.


CLAUDIO CHIYO

125,6 gramas

**38** Em um supermercado, cada garrafa com 0,5 litro de água custa R$ 1,97.

a) Miranda comprou 10 dessas garrafas de água. Quantos litros de água ela comprou? 5 litros

b) Para pagar as garrafas de água, Miranda usou esta cédula:


ACERVO DO BANCO CENTRAL DO BRASIL

Que quantia ela recebeu de troco? R$ 0,30

c) Um comerciante comprou 1.000 dessas garrafas de água. Quanto ele gastou? R$ 1.970,00



## 9 Multiplicação de números na forma decimal

Laura quer comprar uma fita para fazer um laço para seu vestido.


MARCIO GUERRA

Laura tinha de saber o preço a ser pago por essa fita. Para isso, ela multiplicou 2,2 por 3,75. Veja como fez.

$$2{,}2 \times 3{,}75 = \frac{22}{10} \times \frac{375}{100} = \frac{8.250}{1.000} = 8{,}250 = 8{,}25$$

Então, o preço a ser pago por Laura em 2,2 metros de fita é de R$ 8,25.

Repare que transformamos os números dados em frações. Com isso, o cálculo da multiplicação foi feito apenas entre números naturais ($22 \times 375$ e $10 \times 100$). Entretanto, o produto dos denominadores (1.000) indica que no resultado devem ser consideradas as casas decimais até milésimos.

Na prática, você não precisa recorrer às frações. Observe.

$$\begin{array}{r} 375 \\ \times\ 22 \\ \hline 750 \\ +\ 750\phantom{0} \\ \hline 8.250 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 3{,}75 & \leftarrow \textbf{duas casas decimais (2)} \\ \times\ 2{,}2 & \leftarrow \textbf{uma casa decimal (1)} \\ \hline 750 & \\ +\ 750\phantom{0} & \\ \hline 8{,}250 & \leftarrow \textbf{três casas decimais (2 + 1 = 3)} \end{array}$$

> Para multiplicar números na forma decimal, procedemos como se eles fossem números naturais e damos ao produto um número de casas decimais igual à soma das casas decimais dos fatores.

Com o auxílio de uma calculadora, fazemos esse cálculo do seguinte modo:


NELSON MATSUDA

Veja mais alguns exemplos.

**a)** $0{,}75 \times 4$

$$\begin{array}{rl} 0{,}75 & \leftarrow \textbf{duas casas decimais} \\ \times\ 4 & \\ \hline 3{,}00 & \leftarrow \textbf{duas casas decimais} \end{array}$$

**c)** $7{,}32 \times 0{,}23$

$$\begin{array}{rl} 7{,}32 & \leftarrow \textbf{duas casas decimais} \\ \times\ 0{,}23 & \leftarrow \textbf{duas casas decimais} \\ \hline 2196 & \\ +\ 1464\phantom{0} & \\ \hline 1{,}6836 & \leftarrow \textbf{quatro casas decimais} \end{array}$$

**b)** $4{,}5 \times 7{,}6$

$$\begin{array}{rl} 4{,}5 & \leftarrow \textbf{uma casa decimal} \\ \times\ 7{,}6 & \leftarrow \textbf{uma casa decimal} \\ \hline 270 & \\ +\ 315\phantom{0} & \\ \hline 34{,}20 & \leftarrow \textbf{duas casas decimais} \end{array}$$

**d)** $0{,}3 \times 0{,}02$

$$\begin{array}{rl} 0{,}3 & \leftarrow \textbf{uma casa decimal} \\ \times\ 0{,}02 & \leftarrow \textbf{duas casas decimais} \\ \hline 0{,}006 & \leftarrow \textbf{três casas decimais} \end{array}$$

Na situação da página anterior, sabendo que Laura pagou a fita com uma nota de R$ 10,00, quanto de troco a vendedora Ana lhe devolverá?

Para saber, Ana deverá calcular o valor da expressão $10 - 3{,}75 \times 2{,}2$.

$$\begin{aligned} & 10 - 3{,}75 \times 2{,}2 = \\ & = 10 - 8{,}25 = \\ & = 1{,}75 \end{aligned}$$

Ana também poderá calcular o troco de Laura usando teclas de memória de uma calculadora. Veja as teclas que ela apertou após "limpar" a memória da calculadora.

SAGEL E KRANEFELD/CORBIS/LATINSTOCK

Há calculadoras em que a sequência de teclas apertadas difere da sequência apresentada aqui.

NELSON MATSUDA

Portanto, Laura receberá R$ 1,75 de troco.

Observe agora alguns exemplos de expressões numéricas.

**a)** $10{,}5 - 7{,}3 \times 0{,}5 =$

$= 10{,}5 - 3{,}65 =$

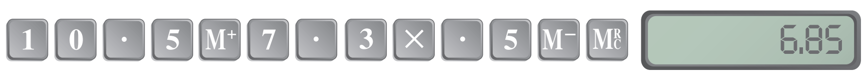
$= 6{,}85$

**b)** $4{,}3 \times (6 - 4{,}75) =$

$= 4{,}3 \times 1{,}25 =$

$= 5{,}375$

Usando a calculadora, temos:

**a)** 


**b)** 

NELSON MATSUDA



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**39** Efetue cada uma das multiplicações abaixo.

**a)** $2{,}7 \times 3{,}9$ 10,53
**b)** $5{,}75 \times 7$ 40,25
**c)** $0{,}45 \times 0{,}82$ 0,369
**d)** $24 \times 3{,}14$ 75,36
**e)** $4{,}5 \times 7{,}6$ 34,2
**f)** $0{,}125 \times 48$ 6

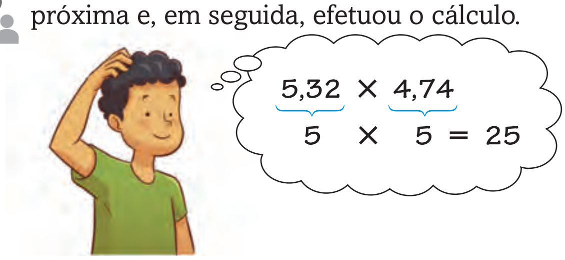
**40** Calcule o dobro de:

**a)** 7,5; 15 **b)** 1,25; 2,5 **c)** 0,5. 1

**41** Calcule, em seu caderno, o triplo de:

**a)** 15,20; 45,6 **b)** 17,8; 53,4 **c)** 10,5. 31,5

**42** Pedro quer calcular mentalmente o valor aproximado de $5{,}32 \times 4{,}74$. Para isso, ele arredondou cada fator para a casa das unidades mais próxima e, em seguida, efetuou o cálculo.



MARCIO GUERRA

Calcule mentalmente o resultado aproximado de cada item abaixo. Faça o registro e, com uma calculadora, verifique se os resultados arredondados são próximos aos exatos.

**a)** $6{,}89 \times 7{,}10$ 49; 48,919
**b)** $2{,}12 \times 8{,}09$ 16; 17,1508
**c)** $4{,}67 \times 9{,}89$ 50; 46,1863
**d)** $6{,}79 \times 12{,}12$ 84; 82,2948
**e)** $32{,}77 \times 6{,}32$ 198; 207,1064
**f)** $42{,}78 \times 8{,}21$ 344; 351,2238

**43** Determine o valor das expressões abaixo.

**a)** $6{,}9 \times 8{,}7 - 0{,}03$ 60
**b)** $14 - 15{,}6 \times 0{,}84$ 0,896
**c)** $2{,}4 \times (5 - 3{,}75)$ 3
**d)** $4{,}6 \times 5 - 12{,}36$ 10,64
**e)** $3{,}4 \times 0{,}5 - 0{,}8 \times 1{,}6$ 0,42
**f)** $12{,}78 - 4{,}3 \times 2{,}6$ 1,6

**44** Confira os resultados da questão **43** refazendo os cálculos com uma calculadora.
respostas iguais às da questão **43**

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**45** De acordo com o *site* <www.anp.gov.br> (acesso em: 19 mar. 2015), o preço médio do etanol em São Luís, no Maranhão, era de R$ 2,708.

**a)** Que quantia em real seria necessária para encher o tanque de um carro que comporta 45 litros? R$ 121,86

**b)** Calcule mentalmente.
João colocou 10 litros de etanol no tanque do carro. Que quantia em real ele gastou? R$ 27,08

**46** Calcule mentalmente.

Sandra comprou em uma loja 10 metros de fita dourada e pagou R$ 0,85 cada metro. Em outra loja, ela comprou 8 metros de fita prateada por R$ 0,90 cada metro.

Estime: em qual dessas compras Sandra gastou menos de 8 reais? na compra da fita prateada

**47. a)** Poderia dar mais 30 centavos e receberia R$ 40,00 de troco.

**47** Nas compras, muitas vezes enfrentamos o problema da falta de troco. Veja as situações a seguir e responda às questões.

**a)** Mário comprou três livros que custaram R$ 20,10 cada um. Para pagar, deu uma nota de R$ 100,00. Quanto a mais ele poderia dar para facilitar o troco? Com isso, quanto receberia de troco?

**b)** No mercado, Maria gastou R$ 169,30. Deu quatro notas de 50 reais para o caixa. Qual é a menor quantia que ela poderia dar a mais para facilitar o troco, uma vez que o caixa só tinha notas de 10 e de 5 reais? E qual seria seu troco? R$ 4,30; R$ 35,00

**48** Os valores das moedas que circulam no Brasil são:

FOTOS: ACERVO DO BANCO CENTRAL DO BRASIL

**a)** 100 moedas de 1 centavo; 10 moedas de 10 centavos

**a)** Quantas moedas de 1 centavo são necessárias para obter 1 real? E de 10 centavos?

**b)** Usando apenas três moedas, de quantos modos diferentes posso ter R$ 1,50?

**48. b)** 2 modos: 3 moedas de 50 centavos; 1 moeda de 1 real e 2 de 25 centavos

**c)** De quantas moedas de 25 centavos preciso para ter 1 real? 4

**d)** Descreva pelo menos seis modos diferentes pelos quais, reunindo moedas, conseguimos obter R$ 1,00.

**48. d)** resposta possível: 1 moeda de 1 real; 2 moedas de 50 centavos; 1 moeda de 50 centavos e 2 de 25 centavos; 4 moedas de 25 centavos; 1 moeda de 50, 1 de 25, 2 de 10 e 1 de 5 centavos; 1 moeda de 50 e 5 de 10 centavos

**49** No final de um mês, Jonas tinha 50 moedas.

**a)** Calcule quanto Jonas possuía, sabendo que ele tinha 2 moedas de 1 centavo, 4 moedas de 25 centavos, 12 moedas de 5 centavos, 9 moedas de 50 centavos, 12 moedas de 1 real e 11 moedas de 10 centavos. R$ 19,22

**b)** Com esse dinheiro, Jonas foi ao cinema e comprou um pacote de pipoca por R$ 5,50. Quanto sobrou, se o ingresso do cinema foi R$ 12,00? R$ 1,72

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## Pense mais um pouco...

Reúna-se com um colega e considerem os resultados destas multiplicações:
$38{,}2 \times 4 = 152{,}8$ e $38{,}2 \times 7 = 267{,}4$

**1.** Calculem mentalmente os produtos de:

**a)** $38{,}2 \times 40$ e $38{,}2 \times 70$ 1.528 e 2.674

**b)** $38{,}2 \times 400$ e $38{,}2 \times 700$ 15.280 e 26.740

**c)** $38{,}2 \times 4.000$ e $38{,}2 \times 7.000$ 152.800 e 267.400

**2.** Calculem os produtos a seguir efetuando uma adição ou uma subtração.

**a)** $38{,}2 \times 11$ 420,2

**b)** $38{,}2 \times 3$ 114,6

**c)** $38{,}2 \times 14$ 534,8

**d)** $38{,}2 \times 8$ 305,6

**e)** $38{,}2 \times 47$ 1.795,4

**f)** $38{,}2 \times 74$ 2.826,8

Espera-se que cada aluno:
- perceba que os produtos devem ser multiplicados por potências de 10 (10, 100 e 1.000);
- note uma aplicação intuitiva da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e em relação à subtração: $38{,}2 \times 11 = 38{,}2 \times 4 + 38{,}2 \times 7$ e $38{,}2 \times 3 = 38{,}2 \times 7 - 38{,}2 \times 4$

## 10 Divisão com números na forma decimal por uma potência de 10

Uma mesa de pingue-pongue é vendida em 10 prestações iguais. O preço total a prazo é de R$ 456,50.

Para saber o valor de cada prestação, podemos efetuar:

$$456{,}50 : 10 = \frac{45.650}{100} : 10 = \frac{45.650}{100} \times \frac{1}{10} = \frac{45.650}{1.000} = 45{,}650 = 45{,}65$$

Então, o valor de cada prestação é de R$ 45,65.


ALAN CARVALHO

Usando a calculadora, podemos fazer esses cálculos da seguinte maneira:

NELSON MATSUDA



Acompanhe estas outras divisões:

**a)** $12{,}5 : 10 = \frac{125}{10} : \frac{10}{1} = \frac{125}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{125}{100} = 1{,}25$

A vírgula de 12,5 se deslocou **uma** casa decimal para a esquerda.

**b)** $54{,}62 : 100 = \frac{5.462}{100} : \frac{100}{1} = \frac{5.462}{100} \times \frac{1}{100} = \frac{5.462}{10.000} = 0{,}5462$

A vírgula de 54,62 se deslocou **duas** casas decimais para a esquerda.

**c)** $6.354 : 1.000 = 6.354 \times \frac{1}{1.000} = \frac{6.354}{1.000} = 6{,}354$

Lembrando que 6.354 é igual a 6.354,0, entendemos por que, na divisão por 1.000, a vírgula de 6.354 (6.354,0) se desloca **três** casas decimais para a esquerda.

> Na prática, para dividir um número na forma decimal por 10, 100, 1.000, 10.000, e assim por diante, deslocamos a vírgula para a esquerda, respectivamente uma, duas, três, quatro, ... casas decimais.

### EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**50** Em uma confeitaria, o quilograma do bolo de chocolate custa R$ 30,00. Comprei um com 2 quilogramas e o dividi em 10 partes iguais. Quanto custa cada pedaço desse bolo? R$ 6,00

**51** Efetue mentalmente as divisões a seguir.

**a)** 54,6 : 10 5,46
**b)** 54,6 : 100 0,546
**c)** 214,3 : 100 2,143
**d)** 214,3 : 1.000 0,2143
**e)** 35 : 10 3,5
**f)** 35 : 100 0,35

**52** Sabendo que 1.000 quilogramas equivalem a 1 tonelada, quantas toneladas correspondem a 12.560 quilogramas? 12,560 toneladas

## 11 Divisão com números na forma decimal

A seguir, vamos estudar, em várias etapas, a divisão que envolve números na forma decimal.

### Divisão de números naturais com quociente na forma decimal

Considere as seguintes situações.

#### *Situação 1*

Bárbara pagou 26 reais pela compra de 8 canetas coloridas. Para saber o preço de cada caneta, devemos dividir 26 por 8. Sabemos que o quociente dessa divisão é $\frac{26}{8}$. Veja como podemos encontrar a forma decimal desse quociente.

HOMESTUDIO/SHUTTERSTOCK

Dividimos 26 por 8 para encontrar sua parte inteira:

| | |
|---|---|
| 26 | 8 |
| 2 | 3 |

**quociente: 3 inteiros ou 3 unidades**
**resto: unidades ou 20 décimos**

Dividimos 20 décimos por 8 para encontrar os décimos do quociente:

| | |
|---|---|
| 20 décimos | 8 |
| 4 décimos | 2 décimos |

**quociente: 2 décimos**
**resto: 4 décimos ou 40 centésimos**

Dividimos 40 centésimos por 8 para encontrar os centésimos do quociente:

| | |
|---|---|
| 40 centésimos | 8 |
| 0 | 5 centésimos |

**quociente: 5 centésimos**
**resto: 0**

Desse modo, obtemos o quociente de 26 por 8 na forma decimal: 3,25. Portanto, o preço de cada caneta é de R$ 3,25.

As três etapas da divisão anterior podem ser reunidas em uma só. Veja como.

26 reais
− 24 reais
2 reais

ou

20 décimos de real
− 16 décimos de real
4 décimos de real

ou

40 centésimos de real
− 40 centésimos de real
0

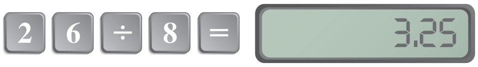
| 8 | | |
|---|---|---|
| 3 reais | 2 décimos de real | 5 centésimos de real |

$\underbrace{\text{3 reais} \quad \text{2 décimos de real} \quad \text{5 centésimos de real}}_{\textbf{R\\$ 3,25}}$

Na prática, procedemos assim:

| | |
|---|---|
| 26 | 8 |
| 20 | 3,25 |
| 40 | |
| 0 | |

Para fazer esse cálculo usando a calculadora, apertamos as seguintes teclas:




NELSON MATSUDA

### Situação 2

Vamos calcular o quociente decimal da divisão de 9 por 16.

Ao dividir 9 inteiros em 16 partes iguais, não obtemos nenhum inteiro em cada parte; dessa forma, a parte inteira no quociente é zero.

| | | |
|---|---|---|
| 9 inteiros | 16 | **quociente: 0 inteiro** |
| 9 inteiros | 0 | **resto: 9 inteiros** |

Depois, transformamos os 9 inteiros em 90 décimos e dividimos por 16. Sobram 10 décimos.

| | | |
|---|---|---|
| 90 décimos | 16 | **quociente: 5 décimos** |
| 10 décimos | 0,5 | **resto: 10 décimos** |

Transformamos os 10 décimos em 100 centésimos e dividimos por 16. Sobram 4 centésimos.

| | | |
|---|---|---|
| 90 | 16 | **quociente: 56 centésimos** |
| 100 centésimos | 0,56 | **resto: 4 centésimos** |
| 4 centésimos | | |

Transformamos os 4 centésimos em 40 milésimos e dividimos por 16. Sobram 8 milésimos.

| | | |
|---|---|---|
| 90 | 16 | **quociente: 562 milésimos** |
| 100 | 0,562 | **resto: 8 milésimos** |
| 40 milésimos | | |
| 8 milésimos | | |

Transformamos os 8 milésimos em 80 décimos de milésimos e dividimos por 16. Não sobra nada.

| | | |
|---|---|---|
| 90 | 16 | **quociente: 5.625 milésimos** |
| 100 | 0,5625 | **resto: 0** |
| 40 | | |
| 80 décimos de milésimos | | |
| 0 | | |

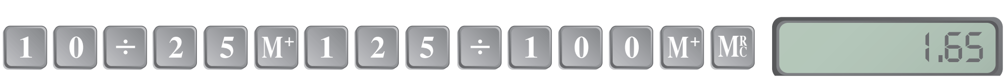
Logo, o quociente da divisão de 9 por 16 na sua forma decimal é 0,5625.

Agora, observe alguns exemplos de expressões numéricas que envolvem divisões de números naturais com quociente na forma decimal.

**a)** 10 : 25 + 125 : 100 = 0,4 + 1,25 = 1,65

**b)** 4 + 5 : 2 − 8 : 10 = 4 + 2,5 − 0,8 = 5,7

Para o cálculo do valor numérico dessas expressões, apertamos as seguintes teclas:

**a)** 


**b)** 


NELSON MATSUDA

**53** Qual é o número que, multiplicado por 4, resulta 25? E o número que, multiplicado por 25, resulta 4? 6,25; 0,16

**54** Resolva. R$ 0,75


JOSÉ LUÍS JUHAS

**55** Usando uma calculadora, encontre o valor de cada expressão.

**a)** $10 : 16 + 16 : 10$ 2,225

**b)** $100 : 125 + 25 : 10$ 3,3

**c)** $10 : 8 - 2 : 5 + 4$ 4,85

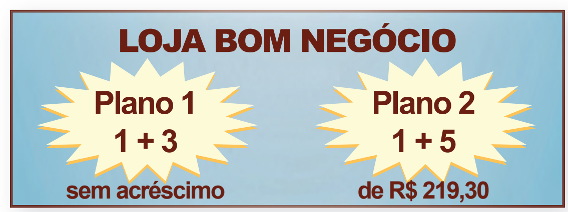
**56** Paula encheu o tanque de combustível do carro e anotou em um bloquinho de papel o número 12.349, que correspondia, no hodômetro (marcador de quilometragem) do painel do carro, aos quilômetros rodados. Após alguns dias, ela retornou ao posto e voltou a encher o tanque do carro. Verificou que a bomba de etanol indicava 48 litros e que o número mostrado no hodômetro de seu carro era 12.805.


MARCIO GUERRA

**a)** Quanto Paula pagou pelos 48 litros de combustível, sabendo que, nesse dia, o etanol custava R$ 2,395 o litro naquele posto? R$ 114,96

**b)** Quantos quilômetros o carro de Paula faz com 1 litro de etanol? 9,5 quilômetros

**57** Para a compra de uma TV com preço à vista de R$ 1.196,40, a loja Bom Negócio oferece dois planos de pagamento:




MARCIO GUERRA

Usando uma calculadora, responda:

**a)** Se uma pessoa optar pelo plano 1, qual será o valor de cada prestação? R$ 299,10

**b)** Se optar pelo plano 2, quanto ela pagará a mais em relação ao preço à vista? R$ 119,40

**58** Faça uma estimativa. Subi os 8 degraus iguais de uma escada. Quando pisei no último degrau, estava a 2,15 metros do chão. A altura de cada degrau é maior ou menor que 25 centímetros?

**58.** Espera-se que o aluno estime que a altura de cada degrau é maior que 25 cm. Pode-se discutir com a classe que um caminho para a resolução é verificar que o produto de 8 por 25 cm (2,0 m) é menor que 2,15 m.



## Divisão de números naturais com quociente aproximado

Juliana e cinco amigas foram a uma sorveteria e gastaram R$ 53,00. No momento de pagar a conta, fizeram os cálculos para dividi-la em partes iguais.

$$\begin{array}{r|l} 53 & 6 \\ \cline{2-2} 5 & 8 \end{array}$$


MARCIO GUERRA

Elas perceberam que cada uma deveria pagar mais que R$ 8,00 e menos que R$ 9,00. Prosseguiram, então, com a divisão:

$$\begin{array}{r|l} 53 & 6 \\ \hline 50 & 8{,}8 \\ 2 & \end{array}$$

Cada uma deveria pagar mais que R$ 8,80 e menos que R$ 8,90. Isso ocorre porque o quociente dessa divisão é maior que 8,8 e menor que 8,9.

Dando continuidade à divisão, Juliana e suas amigas notaram que deveriam pagar mais que R$ 8,83 e menos que R$ 8,84.

$$\begin{array}{r|l} 53 & 6 \\ \hline 50 & 8{,}83 \\ 20 & \\ 2 & \end{array}$$

Então, Juliana e suas amigas resolveram **arredondar** o valor para R$ 9,00. Assim, pagariam a despesa de R$ 53,00 e sobraria R$ 1,00 que deixariam para o garçom.

Para fazermos arredondamentos com números representados na forma decimal, usamos

8,**8** → 9,0 ou 9
8,8**6** → 8,90 ou 8,9
15,78**5** → 15,790 ou 15,79

**Arredondamos "para cima" se o algarismo à direita do da ordem que vai ser arredondada é 5, 6, 7, 8 ou 9.**

8,8**3** → 8,80 ou 8,8
8,83**3** → 8,830 ou 8,83
23,**4** → 23,0 ou 23

**Arredondamos "para baixo" se o algarismo à direita do da ordem que vai ser arredondada é 0, 1, 2, 3 ou 4.**



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**59.** Resposta possível: Normalmente não, pois o valor da conta é de R$ 53,00 e não de R$ 52,80. Só seria possível se o proprietário do estabelecimento aceitasse receber R$ 0,20 a menos.

**59** Pelos critérios matemáticos de arredondamento já estudados, Juliana e suas amigas deveriam arrendondar o resultado 8,83 para 8,80. Em uma situação real como a delas, isso seria possível?

**60** Calcule, com uma casa decimal, o quociente de cada divisão.

**a)** 8 : 3 2,6
**b)** 142 : 21 6,7
**c)** 158 : 6 26,3
**d)** 53 : 9 5,8

**61** Calcule, com duas casas decimais, o quociente de cada divisão a seguir.

**a)** 76 : 3 25,33
**b)** 58 : 6 9,66
**c)** 45 : 8 5,62
**d)** 243 : 17 14,29

**62** Duas clientes entraram na loja Compre Barato. A primeira fez uma compra no valor de R$ 135,00, e a segunda, no valor de R$ 200,00.

ALAN CARVALHO

Sabendo que as duas clientes optaram pelo pagamento parcelado responda:

**a)** Qual foi o valor de cada parcela paga pela primeira cliente? R$ 45,00
**b)** Calcule o valor de cada parcela paga pela segunda cliente, sabendo que nenhum deles apresentava centavos.
resposta possível: um pagamento de R$ 66,00 e dois de R$ 67,00

### *Pense mais um pouco...*

Nesta atividade, é importante ressaltar o uso da calculadora como instrumento de pesquisa, que libera o aluno da preocupação com a operação e o remete a enfocar a conclusão sobre a conservação do quociente mediante a multiplicação do dividendo e do divisor por um mesmo número não nulo.

Reúna-se com um colega, usem uma calculadora e façam o que se pede.

**1.** Efetuem as divisões:

**a)** $85 : 4$ 21,25
**b)** $850 : 40$ 21,25
**c)** $8.500 : 400$ 21,25
**d)** $170 : 8$ 21,25
**e)** $255 : 12$ 21,25
**f)** $340 : 16$ 21,25
**g)** $(5 \times 85) : (5 \times 4)$ 21,25
**h)** $(11 \times 85) : (11 \times 4)$ 21,25
**i)** $(19 \times 85) : (19 \times 4)$ 21,25

**2.** Escolham dois números racionais, *a* e *b*, não nulos, isto é, diferentes de zero, na forma decimal, e dividam *a* por *b*. Em seguida, efetuem as divisões entre: Os alunos devem obter o mesmo quociente de *a* por *b*.

**a)** o dobro de *a* e o dobro de *b*;
**b)** o triplo de *a* e o triplo de *b*;
**c)** o quíntuplo de *a* e o quíntuplo de *b*;
**d)** o sêxtuplo de *a* e o sêxtuplo de *b*.

**3.** Discutam e escrevam uma conclusão sobre esta questão:

"Multiplicando-se o dividendo e o divisor por um mesmo número, diferente de zero, o quociente se altera?". não

## Divisão de dois números na forma decimal

Para encher um aquário que está vazio, Eduardo está usando um copo com capacidade de 0,25 litro. Nesse aquário cabem 12,5 litros. Para determinar quantos copos cheios de água Eduardo precisará despejar no aquário, vamos dividir 12,5 por 0,25.

MARCIO GUERRA

$$\underbrace{12{,}5 : 0{,}25} = \frac{125}{10} : \frac{25}{100} = \frac{125}{10} \times \frac{100}{25} = \frac{12.500}{250} = \frac{1.250}{25} = \underbrace{1.250 : 25}$$

Então, $12{,}5 : 0{,}25 = 1.250 : 25 = 50$.

Portanto, Eduardo precisará despejar 50 copos de água no aquário para enchê-lo.

Usando uma calculadora, fazemos esse cálculo assim:


NELSON MATSUDA

No cálculo da divisão de números na forma decimal, vamos aplicar o seguinte fato:

> Multiplicando-se o dividendo e o divisor por um mesmo número, diferente de zero, o quociente não se altera.

Acompanhe o cálculo de 15,2 : 0,38.

Multiplicando 15,2 e 0,38 por 100, obtemos os números naturais 1.520 e 38. O quociente de 15,2 por 0,38 é igual ao quociente de 1.520 por 38. Observe.

$$\begin{array}{r|l} 1520 & 38 \\ \cline{2-2} 000 & 40 \end{array} \qquad 15{,}2 : 0{,}38 = 1.520 : 38 = 40$$

Portanto, o quociente de 15,2 por 0,38 é 40.

Veja outros exemplos.

**a)** 5,4 : 0,12 = 45

$$\begin{array}{r|l} 540 & 12 \\ \cline{2-2} 060 & 45 \\ 00 & \end{array}$$

**b)** 12 : 0,3 = 40

$$\begin{array}{r|l} 120 & 3 \\ \cline{2-2} 00 & 40 \end{array}$$

**c)** 22,016 : 4,3 = 5,12

$$\begin{array}{r|l} 22016 & 4300 \\ \cline{2-2} 05160 & 5{,}12 \\ 8600 & \\ 0000 & \end{array}$$

Vimos que, em uma divisão, o quociente não se altera quando o dividendo e o divisor são multiplicados por um mesmo número diferente de zero.

Observe mais um exemplo.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 30 & 20 \\ \cline{2-2} 10 & 1 \end{array}$$

**Multiplicamos o dividendo e o divisor por 10.**

$$\begin{array}{r|l} 300 & 200 \\ \cline{2-2} 100 & 1 \end{array}$$

**Multiplicamos o dividendo e o divisor por 100.**

Nessas divisões o quociente se mantém igual, mas o resto não permanece o mesmo.

**× 10**

**× 10**

$$\begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 20 \\ \cline{2-2} 10 & 1 \end{array}$$

**× 10**

**× 100**

**× 100**

$$\begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 300 & 200 \\ \cline{2-2} 100 & 1 \end{array}$$

**× 100**

Multiplicando o dividendo e o divisor por um mesmo número, diferente de zero, o resto também fica multiplicado por esse número.

Veja outro exemplo.

× 10

× 10

| | |
|---|---|
| 5,2 | 1,2 |
| − 4,8 | 4 unidades |
| 0,4 = 4 décimos | |

→

| | |
|---|---|
| 52 | 12 |
| − 48 | 4 unidades |
| 4 = 4 unidades | |

× 10

Considere agora a situação a seguir, que mostra uma aplicação dessa importante propriedade da divisão.

Uma peça de tecido com 12,2 metros de comprimento é dividida em retalhos iguais de 1,3 metro de comprimento. Quantos retalhos são obtidos e quanto tecido sobra nessa divisão?

Para resolver esse problema, basta dividir 12,2 por 1,3 e verificar o quociente e o resto obtidos.

× 10

× 10

| | |
|---|---|
| 12,2 metros | 1,3 metro por retalho |
| resto metros | ? retalhos |

→

| | |
|---|---|
| 122 | 13 |
| 05 | 9 |

× 10

quantidade de retalhos

Para saber o resto, em metro, basta dividir o resto 5 por 10, ou seja, 5 : 10 = 0,5. Assim, obtêm-se 9 retalhos e ainda sobra 0,5 metro de tecido.

**63.** Ao dividir 50 metros por 2,75 metros, é possível que o aluno multiplique esses dois números por 100, tornando-os inteiros, o que não vai alterar o quociente. Entretanto, o resto não será dado em metro, mas em centímetro, já que 50 m e 2,75 m passaram a ser 5.000 cm e 275 cm, respectivamente, quando foram igualadas as casas para efetuar a divisão.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

50 m | 2,75 m → 5.000 cm | 275 cm

4.950    18 túnicas

050 cm    (18 participantes)

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Se houver necessidade, retomar a equivalência 1 m = 100 cm.

**63** Uma costureira usou 2 metros e 75 centímetros de cetim em cada túnica dos participantes de um coral.


CLAUDIO CHIYO

Quantos participantes há nesse coral? Quanto sobrou de tecido? 18; 50 cm

**64** Calcule os quocientes.

a) 25,46 : 6,7 3,8

b) 1,6632 : 0,924 1,8

c) 124,976 : 8,56 14,6

d) 0,09 : 0,36 0,25

e) 203,82 : 15,8 12,9

f) 93,4656 : 9,736 9,6

**65** Determine os quocientes aproximados com uma casa decimal.

a) 7,4 : 6 1,2

b) 12,5 : 0,3 41,7

c) 9,4 : 2,1 4,5

d) 85,6 : 9,6 8,9

**66** Calcule os quocientes aproximados com duas casas decimais.

a) 0,58 : 7 0,08

b) 10 : 0,9 11,11

c) 0,25 : 0,7 0,36

d) 45,6 : 9,2 4,96

**67** Calcule:

a) 10 × 0,1 1

b) 10 : 0,1 100

c) 20 × 0,5 10

d) 20 : 0,5 40

e) 0,2 × 0,001 0,0002

f) 0,2 : 0,001 200

Lembre-se:
Não escreva no livro!

68. a) Resposta possível: o divisor, o dividendo e o resto da 1ª divisão foram multiplicados por 10 e por 100. O resto da 1ª divisão fica multiplicado por 10 e depois por 100. O quociente não muda.

**68** Observe as divisões abaixo e faça o que se pede.

| Dividendo | Divisor | Resto | Quociente |
|---|---|---|---|
| 43 | 9 | 7 | 4 |
| 430 | 90 | 70 | 4 |
| 4.300 | 900 | 700 | 4 |

**a)** Identifique o que muda e o que não muda de uma divisão para a outra.

**b)** Calcule mentalmente o quociente e o resto da divisão de 43.000 por 9.000. quociente: 4; resto: 7.000

**69** Sabendo que 43 : 8 = 5,375 e que 25 : 4 = 6,25, calcule mentalmente e escreva os quocientes na forma decimal.

**a)** 430 : 80 5,375
**b)** 4,3 : 0,8 5,375
**c)** 4.300 : 800 5,375
**d)** 0,43 : 0,08 5,375
**e)** 250 : 40 6,25
**f)** 2,5 : 0,4 6,25
**g)** 2.500 : 400 6,25
**h)** 0,25 : 0,04 6,25

**70** Um garrafão tem 30 litros de água mineral.

Quantas garrafas de 0,5 litro poderão ser enchidas com essa água? 60


BETO CELLI

**71** Uma agência de turismo está oferecendo uma viagem ao Pantanal Mato-grossense ao preço de R$ 1.021,00 à vista ou em 3 prestações de R$ 346,00. Paula e Renata vão participar dessa viagem. Paula pagou à vista, e Renata, a prazo.

Pergunta-se:

**a)** Quanto Renata pagou a mais que Paula? R$ 17,00

**b)** Como a viagem dura 7 dias, qual é o valor aproximado da diária paga por Renata? R$ 148,29

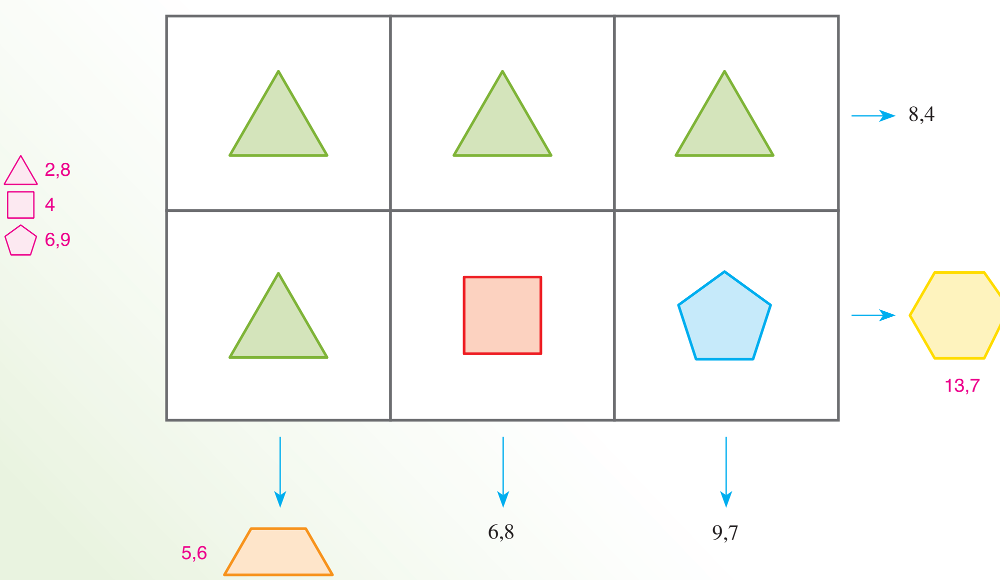

MARIO FRIEDLANDER/PULSAR IMAGENS

O Pantanal Mato-grossense abriga um grande número de espécies de aves, peixes, répteis e mamíferos. (Foto de 2012.)

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

## *Pense mais um pouco...*

No quadro abaixo, as figuras iguais representam o mesmo número. As flechas apontam para a soma dos números de cada linha ou coluna. Descubra o valor que cada figura representa.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

## TRABALHANDO A INFORMAÇÃO i

### Trabalhando com média

Antônio resolveu premiar os vendedores de sua loja de calçados, pagando um adicional de R$ 500,00 àqueles que vendessem acima da média no mês de julho. Ele organizou uma tabela que mostra as vendas de cada um dos vendedores. Observe.

| Vendedor | Valor total de venda |
|---|---|
| Carlos | R$ 23.000,00 |
| Fernanda | R$ 33.500,00 |
| Fábia | R$ 13.500,00 |
| Geraldo | R$ 21.000,00 |
| Marcela | R$ 18.810,00 |
| Pedro | R$ 28.400,00 |

Dados obtidos por Antônio.

Para saber quais vendedores têm direito ao prêmio, Antônio precisa calcular a média de vendas de todos eles. Então, ele somou o valor das vendas de cada vendedor e, em seguida, dividiu o total obtido por 6, pois foram considerados 6 vendedores:

$$(23.000 + 33.500 + 13.500 + 21.000 + 18.810 + 28.400) : 6 = 138.210 : 6 = 23.035$$

Ao somar o valor da venda de cada vendedor e dividir o total obtido pela quantidade de vendedores, Antônio obteve o **valor médio** de vendas do mês de julho, ou seja, ele calculou a **média aritmética** dos valores de venda do mês.

Observe que, nesse caso, o valor médio de vendas obtido (R$ 23.035,00) é diferente dos valores das vendas de todos os vendedores.

Assim, Antônio percebeu que deve pagar um adicional de R$ 500,00 aos vendedores Fernanda e Pedro.



### *Agora quem trabalha é você!*

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Reúna-se em grupo de 4 a 6 alunos e façam o que se pede.

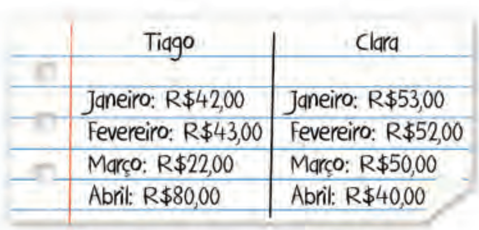
**1** Com relação aos dados acima, se Carlos tivesse vendido um total de R$ 23.040,00, e os outros vendedores permanecessem com os mesmos valores de venda, ele passaria a receber o adicional de R$ 500,00 em seu salário? Não, pois a média das vendas no mês passariam a ser R$ 23.041,70; logo, ele estaria abaixo da média.

**2** Joana, mãe de Tiago e de Clara, ficou assustada ao ver a conta de celular do filho referente ao mês de abril. Ele gastou o dobro da conta de Clara.

Muito esperto, Tiago provou à mãe que Clara havia gasto, em média, mais do que ele, considerando as contas desde o início do ano.

Calculem o gasto médio referentes aos 4 meses considerados, das contas de Tiago e de Clara, para verificar se ele tinha mesmo razão.

Gasto médio de Tiago: R$ 46,75; gasto médio de Clara: R$ 48,75.




LIGIA DUQUE

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**3** Em determinado jogo de basquete entre as equipes A e B, os jogadores que estavam na quadra tinham as alturas registradas no quadro abaixo, em metro.

| | |
|---|---|
| **Equipe A** | 2,04; 2,01; 2,08; 1,90 e 1,82 |
| **Equipe B** | 2,02; 2,01; 1,98; 1,96 e 1,93 |

**a)** Qual é a altura média dos jogadores de cada equipe? equipe A: 1,97 m; equipe B: 1,98 m
**b)** Na equipe A, quantos jogadores têm altura acima da altura média? 3
**c)** Na equipe B, quantos jogadores têm altura abaixo da altura média? 2

**4** Elaborem uma tabela com a altura (em metro), a massa (em quilograma) e a idade (em mês) de cada aluno do grupo e, em seguida, calculem a média do grupo, para cada um desses atributos.
resposta pessoal

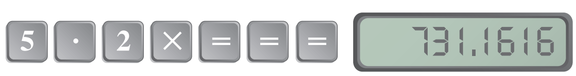
## 12 Potenciação de números na forma decimal

Ao trabalharmos com números naturais, aprendemos que potenciação é a multiplicação de fatores iguais.

Também podemos efetuar potenciação com números racionais na forma decimal. Veja.

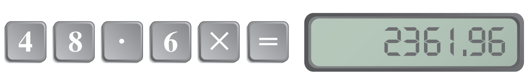
**a)** $(0,2)^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$
**b)** $(0,3)^3 = 0,3 \times 0,3 \times 0,3 = 0,027$
**c)** $(1,3)^5 = 1,3 \times 1,3 \times 1,3 \times 1,3 \times 1,3 = 3,71293$
**d)** $(1,04)^2 = 1,04 \times 1,04 = 1,0816$

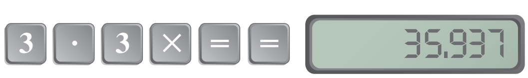
Para obter o valor de $(5,2)^4$, por exemplo, usando a calculadora, devemos apertar as seguintes teclas:




Comente que, em algumas calculadoras, não é possível efetuar os cálculos dessa maneira.

Veja outros exemplos.

**a)** $(48,6)^2$ →



**b)** $(3,3)^3$ →



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

### OBSERVAÇÕES

- As definições adotadas para as potências de números naturais com expoente 1 e expoente 0 também são válidas para os números representados na forma decimal. Ou seja:
  - toda potência de expoente 1 é igual à própria base;
  - toda potência de expoente 0 e base diferente de 0 é igual a 1.

  Como exemplo, temos:

  **a)** $(0,6)^1 = 0,6$ **b)** $(1,4)^1 = 1,4$ **c)** $(2,4)^0 = 1$ **d)** $(7,35)^0 = 1$
- Quando o expoente é um número natural maior que 1, usando uma calculadora, obtemos a potência apertando as teclas dos algarismos da parte inteira, a tecla [·], as teclas dos algarismos da parte decimal, a tecla [×] e a tecla [=] tantas vezes, menos uma, quantas indicar o expoente.

Agora, vejamos exemplos de expressões numéricas que envolvem potenciação.

**a)** $(5{,}1)^2 - (3{,}4)^2 =$
$= 26{,}01 - 11{,}56 =$
$= 14{,}45$

**b)** $(1 - 0{,}5)^2 : (3{,}5 - 2{,}3)^0 =$
$= (0{,}5)^2 : 1 =$
$= 0{,}25 : 1 =$
$= 0{,}25$

Usando uma calculadora, nesses exemplos, temos:

**a)** 5 · 1 × = M+ 3 · 4 × = M− MRC → 14,45

**b)** 1 − 0 · 5 = × = ÷ 1 = → 0,25

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**72** Calcule o valor de cada uma das potências abaixo.

**a)** $(0{,}5)^2$ 0,25
**b)** $(1{,}2)^3$ 1,728
**c)** $(2{,}5)^2$ 6,25
**d)** $(12{,}5)^1$ 12,5
**e)** $(19{,}6)^0$ 1
**f)** $(0{,}01)^1$ 0,01

**73** Com uma calculadora, obtenha cada uma das potências abaixo.

**a)** $(0{,}4)^4$ 0,0256
**b)** $(3{,}1)^2$ 9,61
**c)** $(0{,}3)^4$ 0,0081
**d)** $(1{,}8)^3$ 5,832
**e)** $(0{,}03)^2$ 0,0009
**f)** $(1{,}5)^4$ 5,0625

**74** Calcule o valor das expressões.

**a)** $(3{,}5)^2 - (2{,}1)^3$ 2,989
**b)** $(14{,}4)^2 : 1{,}8$ 115,2
**c)** $(5{,}2 - 3{,}75)^2$ 2,1025
**d)** $(2 - 1{,}2)^3 : 0{,}32$ 1,6

**75** Com uma calculadora, obtenha o valor das expressões.

**a)** $(2 - 0{,}6)^2 + (0{,}1 + 0{,}7)^2$ 2,6
**b)** $(6{,}2 + 2{,}3)^3 - (0{,}5)^3$ 614

**76** Escreva o valor de cada expressão como uma só potência.

**a)** $1{,}5 \times 1{,}5 \times 1{,}5 \times 1{,}5 \times 1{,}5$ $(1{,}5)^5$
**b)** $1 \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5$ $(2{,}5)^4$
**c)** $(0{,}2 \times 0{,}3) \times (0{,}2 \times 0{,}3) \times (0{,}2 \times 0{,}3)$ $(0{,}06)^3$
**d)** $1{,}02 \times (3{,}4 - 2{,}38)$ $(1{,}02)^2$
**e)** $0{,}5 \times (0{,}5 \times 0{,}2) \times 0{,}2$ $(0{,}1)^2$

**77** Mário completou o quadro abaixo, mas, por acidente, derrubou tinta em cima dele. Recupere os resultados e refaça o quadro, seguindo a orientação da primeira linha.

| | $a$ | $b$ | $c$ | $a + b \times c$ | $(a + b) \times c$ | $a^2 \times (b - c)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4,7; 5,33; 3,087 | 2,1 | 2 | 1,3 | | | |
| 8,6; 11,05; 15,925 | 3,5 | 3 | 1,7 | | | |
| 4,46; 1,26; 33,6 | 4 | 2,3 | 0,2 | | | |


MARCIO GUERRA

# 13 Expressões numéricas e problemas

As expressões numéricas são úteis para resolver problemas. Para resolvê-las, há certa ordem nas operações a serem feitas:

- efetuam-se primeiro potenciações, depois multiplicações e divisões e, em seguida, adições e subtrações;
- onde houver sinais de associação, efetuam-se primeiro as operações indicadas entre parênteses, em seguida as indicadas entre colchetes e, finalmente, as indicadas entre chaves.

Veja um exemplo.

| Problema | Expressão |
|---|---|
| Depois de ter comprado 2 embalagens de 1,2 quilograma cada uma de seu chocolate preferido, Júlia ganhou de uma amiga 3 embalagens pequenas do mesmo chocolate, com 0,4 quilograma cada uma, e de sua mãe, outras 3 embalagens grandes, com 2,1 quilogramas desse chocolate. Com quantos quilogramas de chocolate Júlia ficou? | $2 \times 1{,}2 + 3 \times 0{,}4 + 3 \times 2{,}1$ **ou**<br>$(2 \times 1{,}2) + 3 \times (0{,}4 + 2{,}1)$ **ou**<br>$2 \times 1{,}2 + 3 \times (0{,}4 + 2{,}1)$<br>**Como a multiplicação deve ser feita em primeiro lugar, não há necessidade de indicá-la entre parênteses.** |

Resolvendo a expressão, temos:

$2 \times 1{,}2 + 3 \times 0{,}4 + 3 \times 2{,}1 =$

$= 2{,}4 + 1{,}2 + 6{,}3 =$

$= 3{,}6 + 6{,}3 =$

$= 9{,}9$

**Cálculos**

$$\begin{array}{r} 1{,}2 \\ \times \quad 2 \\ \hline 2{,}4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 0{,}4 \\ \times \quad 3 \\ \hline 1{,}2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2{,}1 \\ \times \quad 3 \\ \hline 6{,}3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2{,}4 \\ +\ 1{,}2 \\ \hline 3{,}6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3{,}6 \\ +\ 6{,}3 \\ \hline 9{,}9 \end{array}$$

Portanto, Júlia ficou com 9,9 quilogramas de chocolate.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**78** Represente a resolução do problema a seguir com uma expressão numérica e, depois, resolva-a. resposta possível: $120 \times (0{,}20 + 2{,}5)$

Um alfaiate recebeu um pedido de 120 uniformes. Para fazer cada uniforme, ele usou 0,20 metro de um tecido e 2,5 metros de outro. No total, quantos metros de tecido o alfaiate usou? 324 metros

MARCIO GUERRA

**79** Resolva cada uma das expressões abaixo.

**a)** $6{,}4 \times 0{,}25 + 12{,}6 \times 0{,}15$ 3,49

**b)** $1{,}5 \times (3{,}4 - 1{,}8)$ 2,4

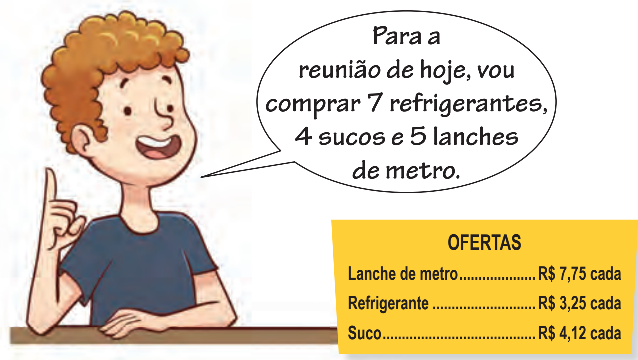
**c)** $(18{,}13 + 7{,}6) : (5{,}6 - 2{,}5)$ 8,3

**d)** $32 \times 0{,}8 - 0{,}2 \times 0{,}12$ 25,576

**80** Escreva um problema que possa ser resolvido pela expressão: $3 \times 1{,}75 + 2 \times 2{,}40$ resposta pessoal

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**81** Para comemorar seu aniversário, Bruno resolveu chamar alguns amigos para uma reunião em sua casa.




MARCIO GUERRA

Faça o que se pede. $7 \times 3{,}25 + 4 \times 4{,}12 + 5 \times 7{,}75$

**a)** Escreva uma expressão numérica que represente quanto Bruno irá gastar.

**b)** Calcule o valor da expressão numérica que você escreveu, descobrindo quanto Bruno irá gastar. R$ 77,98

## 14 Representação decimal de frações

Sabemos que toda fração pode indicar o quociente de uma divisão, como, por exemplo, $\frac{9}{4} = 9 : 4$.

Assim, é possível representar qualquer fração na forma decimal; para isso, basta efetuar os seguintes cálculos:

```
 9   |4
10    2,25
 20
   0
```

Portanto, a representação na forma decimal de $\frac{9}{4}$ é 2,25.

Veja outros exemplos.

**a)** Vamos representar na forma decimal a fração $\frac{7}{3}$.

CLAUDIO CHIYO

```
 7   |3
10    2,333...
  10
    10
      1
```

Observe que, na representação na forma decimal de $\frac{7}{3}$, usamos reticências. Com isso, queremos dizer que o número 2,333... tem infinitas casas decimais.

Portanto, a representação na forma decimal de $\frac{7}{3}$ é 2,333...

Nela, o algarismo 3, chamado de **período**, se repete indefinidamente. O número 2,333... é um exemplo de **dízima periódica**.

Uma dízima periódica pode ser indicada de maneira abreviada, colocando-se um traço sobre o período. Assim:

- o número 2,333... pode ser indicado por $2{,}\overline{3}$;
- o número 0,787878... pode ser indicado por $0{,}\overline{78}$;
- o número 3,2555... pode ser indicado por $3{,}2\overline{5}$.

**b)** Vamos representar na forma decimal a fração $\frac{4}{15}$.

$$\begin{array}{l|l} 40 & 15 \\ \cline{2-2} 100 & 0{,}2666... \\ \;\;100 & \\ \;\;\;\;100 & \\ \;\;\;\;\;\;10 & \end{array}$$

Portanto, a representação na forma decimal de $\frac{4}{15}$ é 0,2666... ou $0{,}2\overline{6}$.

Observe que $\frac{4}{15}$ não é uma fração decimal nem pode ser transformada em uma fração decimal equivalente.

$$\underbrace{\frac{4}{15} = \frac{8}{30} = \frac{12}{45} = \frac{16}{60} = \frac{20}{75} = \frac{24}{90} = \frac{28}{105} = ...}_{\text{Não são frações decimais.}}$$

No entanto, o número 0,2666... é um número racional, pois pode ser representado pela fração $\frac{4}{15}$, por exemplo.



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

82. a) $0{,}\overline{5}$; $0{,}\overline{6}$; $0{,}\overline{7}$; $0{,}\overline{8}$; $1{,}\overline{1}$; $1{,}\overline{2}$ e $1{,}\overline{3}$ b) $0{,}\overline{4}$; $0{,}\overline{3}$; $1{,}\overline{4}$; $1{,}\overline{5}$ e $1{,}\overline{6}$

**82** Reúna-se com um colega e façam o que se pede. Considerem as frações:

$$\frac{5}{9}, \frac{6}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}, \frac{10}{9}, \frac{11}{9} \text{ e } \frac{12}{9}$$

**a)** Com o auxílio de uma calculadora, deem a representação decimal desses números.

**b)** Agora, observando os resultados do item **a** e sem efetuar cálculos, deem a representação decimal de $\frac{4}{9}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{13}{9}$, $\frac{14}{9}$ e $\frac{15}{9}$.

**c)** Com o auxílio dos resultados obtidos nos itens **a** e **b**, deem a representação na forma de fração dos números $0{,}\overline{2}$; $0{,}\overline{1}$; $1{,}\overline{7}$ e $1{,}\overline{8}$. $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{16}{9}$ e $\frac{17}{9}$

**83** Escreva a forma abreviada das dízimas periódicas abaixo.

**a)** 0,222... $0{,}\overline{2}$
**b)** 0,531531531... $0{,}\overline{531}$
**c)** 2,353535... $2{,}\overline{35}$
**d)** 0,0222... $0{,}0\overline{2}$
**e)** 0,56444... $0{,}56\overline{4}$
**f)** 2,7212121... $2{,}7\overline{21}$

**84** Identifique o período de cada dízima periódica.

**a)** 0,744... 4
**b)** 2,45666... 6
**c)** 0,2343434... 34
**d)** 1,7525252... 52

**85** (Fatec-SP) Efetuando as operações indicadas e simplificando a expressão

$$\left\{\left[(1{,}25)\times\frac{4}{25}\right] : 0{,}08\right\} : \left(\frac{16}{25} - 0{,}04\right),$$

temos: alternativa **a**

**a)** $\frac{25}{6}$. **b)** $\frac{3}{2}$. **c)** $\frac{6}{5}$. **d)** $\frac{16}{9}$. **e)** 1.

**86** O preço pago por uma corrida de táxi, em determinado município, inclui uma parcela fixa, denominada bandeirada, e uma parcela que depende da distância percorrida. Nesse município, a bandeirada custa R$ 5,00, e cada quilômetro rodado custa R$ 2,30. Qual é a distância percorrida, em quilômetros, por um passageiro que pagou R$ 37,20 pela corrida? 14 quilômetros

# 15 Porcentagem

Já aprendemos que as frações de denominador 100 podem ser representadas na forma percentual, por exemplo, $\frac{3}{100} = 3\%$.

Agora, vamos aprender a resolver alguns problemas usando a porcentagem. Para isso, considere a reportagem a seguir.

**Lixo eletrônico cresce em quantidade preocupante no mundo**

Montante chegou a quase 50 milhões de toneladas em 2013.

Um telefone celular ultrapassado, aquele televisor analógico, um computador que já não funciona como antes. Jogar equipamentos eletrônicos no lixo virou uma rotina perigosa, de acordo com levantamento feito por uma iniciativa liderada pela Organização das Nações Unidas (ONU). De acordo com a análise, cada ser humano descarta, em média, sete quilos de resíduos eletrônicos todos os anos. Em todo o mundo, o total é de 48,9 milhões de toneladas de dispositivos elétricos jogados fora, o suficiente para cobrir três quartos da linha do Equador com caminhões carregados de 40 toneladas de lixo. E não deve levar muito tempo para essa formação dar a volta ao mundo. De acordo com a estimativa da organização, a montanha de rejeitos deve crescer 33% até 2017 [...]

Disponível em: <www.em.com.br>. Acesso em: 16 fev. 2015.

NACHO DOCE/REUTERS/LATINSTOCK

Cooperativa de reciclagem de equipamentos em São Paulo. (Foto de 2013.)

De acordo com a reportagem, em 2013, havia no mundo 48,9 milhões de toneladas de dispositivos eletrônicos jogados fora e, até 2017, esse número deveria aumentar 33%.

Para descobrir esse acréscimo, devemos calcular 33% de 48,9 milhões de toneladas.

Vamos fazer esse cálculo de dois modos:

- Usando números na forma de fração.

  Sabemos que $33\% = \frac{33}{100}$.

  Então, devemos calcular:

  $$33\% \text{ de } 48{,}9 = \frac{33}{100} \text{ de } 48{,}9 = \frac{33}{100} \times 48{,}9 = \frac{33}{100} \times \frac{489}{10} = \frac{16.137}{1.000} = 16{,}137$$

- Usando números na forma decimal.

  Sabemos que $33\% = \frac{33}{100}$ e que $\frac{33}{100} = 0{,}33$.

  Então, fazemos:

  $33\% \text{ de } 48{,}9 = 0{,}33 \text{ de } 48{,}9 = 0{,}33 \times 48{,}9 = 16{,}137$

Então, 16,137 milhões de toneladas correspondem ao acréscimo da quantidade estimada de dispositivos eletrônicos que seriam jogados fora até 2017.

Veja mais um exemplo de cálculo envolvendo porcentagem.

Marcelo e seus pais foram a um rodízio de *pizza* que cobra R$ 19,90 por pessoa. Eles pediram três sucos, a R$ 6,00 cada um, e três sobremesas, a R$ 8,50 cada uma. Ao receber a conta, Marcelo observou que teve um acréscimo de 10% sobre o valor total consumido como taxa de serviços dos garçons. Qual foi o valor dessa taxa de serviços?

Para resolver esse problema, precisamos calcular 10% do valor total consumido.

Primeiro, precisamos calcular o valor total consumido:

$$3 \times 19{,}90 + 3 \times 6{,}00 + 3 \times 8{,}50 = 3 \times (19{,}90 + 6{,}00 + 8{,}50) = 3 \times (34{,}40) = 103{,}20$$

Assim, o valor total consumido é de R$ 103,20.

Sabemos que $10\% = \dfrac{10}{100}$ e que $\dfrac{10}{100} = 0{,}1$.

Logo:

$$10\% \text{ de } 103{,}20 = 0{,}1 \text{ de } 103{,}20 = 0{,}1 \times 103{,}20 = 10{,}32$$

Portanto, o valor da taxa de serviços dos garçons foi de R$ 10,32.



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

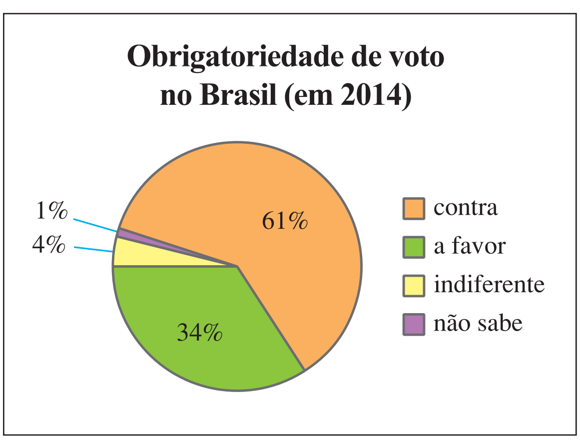
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**87** Leia o texto e, em seguida, responda às questões.

**Rejeição a voto obrigatório atinge 61% e alcança taxa recorde entre brasileiros**

Em 2014, questionados sobre a obrigatoriedade de voto no Brasil, 61% dos entrevistados com idade entre 18 e 70 anos são contra, e 34% são favoráveis. Uma parcela de 4% é indiferente e 1% não soube responder. No total, 2.844 brasileiros foram entrevistados.

Veja os resultados dessa pesquisa, apresentados no gráfico abaixo.




ADILSON SECCO

Dados obtidos em: <datafolha.folha.uol.com.br>. Acesso em: 16 fev. 2015.


CLAUDIO CHIYO

**a)** Do total de entrevistados, quantas pessoas, aproximadamente, são a favor da obrigatoriedade de voto no Brasil? 967 pessoas

**b)** Cerca de quantas pessoas são contra? 1.735 pessoas

**c)** Você acha importante que todo brasileiro vote nas eleições? Por quê? resposta pessoal

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**88** Leia o texto a seguir.

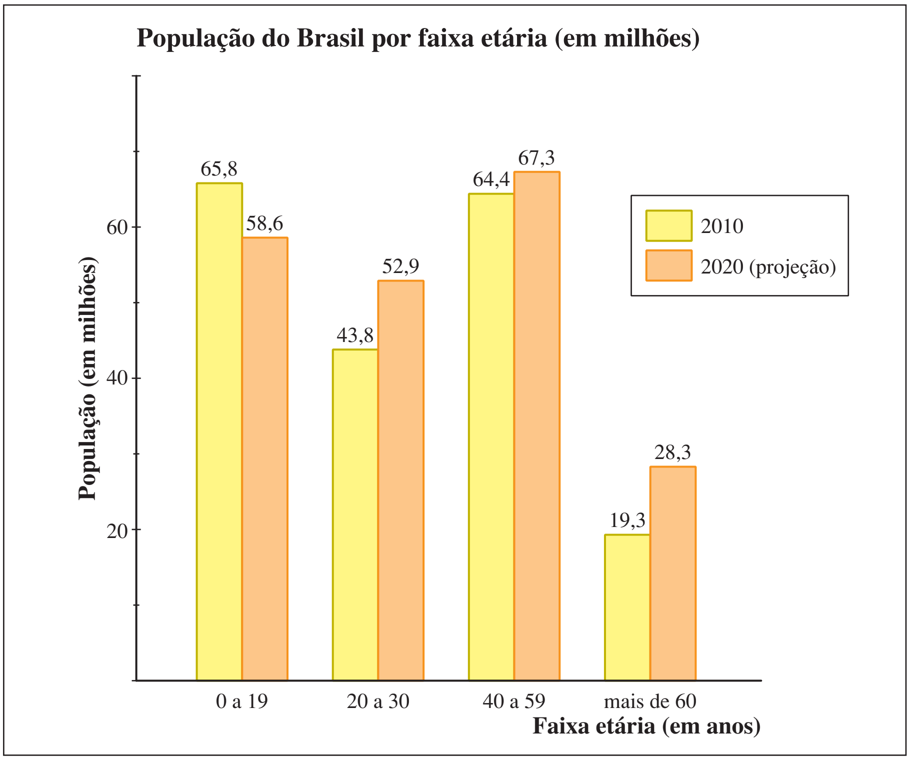
**Custos altos desafiam convênios médicos e elevam concentração**

O envelhecimento da população e as novas tecnologias em saúde preocupam os convênios médicos, que temem aumento dos gastos. As atuais regras limitam o reajuste dos clientes dos planos individuais após os 59 anos e permitem que trabalhadores mantenham o plano coletivo da empresa após a aposentadoria. Além disso, nos últimos anos a ANS (Agência Nacional de Saúde Suplementar) elevou o número de procedimentos obrigatórios cobertos pelos planos, medida que deve ser retomada sempre que a medicina evoluir.

ROBERTO ROSA/TYBA

Idosos próximo ao Chafariz das Musas no Jardim Botânico do Rio de Janeiro. (Foto de 2014.)

ADILSON SECCO




Dados obtidos em: <www.folha.uol.com.br>. Acesso em: 16 fev. 2015.

Observe o gráfico e resolva as questões.

**a)** Qual é o aumento previsto, em porcentagem, da população brasileira com mais de 60 anos entre 2010 e 2020? 46,6%

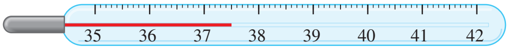
**b)** É possível que haja diminuição da população em alguma faixa etária? Qual faixa é essa e qual será a diminuição em porcentagem? sim; 0 a 19 anos; 10,9%

**c)** Supõe-se que os dados sobre a população de 31 a 39 anos não foram divulgados porque a variação estimada para essa faixa etária não é significativa. Você acha que, mesmo assim, essa informação deveria constar da notícia? resposta pessoal

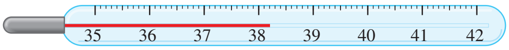
## EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

**1** Indique a temperatura registrada, em graus Celsius, pelo termômetro nos casos a seguir.

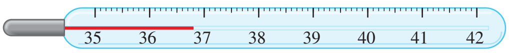
NELSON MATSUDA

**a)** 

37,5 °C

**b)** 

38,2 °C

**c)** 

36,8 °C

FREDERIC LEWIS/GETTY IMAGES


Anders Celsius (1701-1744), astrônomo e físico sueco.

**2** Preciso comprar uma borracha, uma lapiseira e uma caneta.

Qual desses objetos eu posso comprar se tenho apenas R$ 2,60? a borracha ou a caneta

MATTON BILD S.L


Borracha: R$ 2,49

AMADOR TORIL


Lapiseira: R$ 2,99

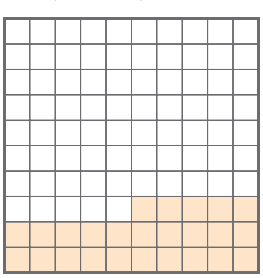
ALIAS STUDIOT OY/ SHUTTERSTOCK


Caneta: R$ 2,06

**3** Represente com uma fração decimal a parte pintada de laranja da figura abaixo.

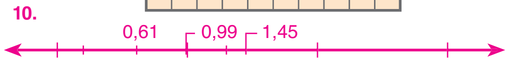
NELSON MATSUDA

$\frac{25}{100}$



NELSON MATSUDA

**10.**




4. a) respostas possíveis: três inteiros e setenta e nove centésimos; um inteiro e cento e dois milésimos; três milésimos

**4** Escreva como lemos:

**a)** os números 3,79; 1,102 e 0,003;

**b)** o número $\frac{1.251}{100}$, quando escrito na forma decimal; resposta possível: doze inteiros e cinquenta e um centésimos

**c)** o maior número na forma decimal menor do que 1, formado pelos algarismos 8, 0 e 1, sem repetição; oitenta e um centésimos

**d)** o maior número na forma decimal entre 6 e 7, formado pelos algarismos 5, 6 e 8, sem repetição. seis inteiros e oitenta e cinco centésimos

**5** Escreva com algarismos os números:

**a)** quatro inteiros e cinco décimos 4,5

**b)** trinta e nove centésimos 0,39

**c)** quatro inteiros e oitenta e dois centésimos 4,82

**d)** seis inteiros e quarenta e cinco milésimos 6,045

**e)** dois inteiros e dois milésimos 2,002

**f)** cento e vinte e cinco décimos de milésimos 0,0125

**6** Escreva cada fração na forma decimal.

**a)** $\frac{32}{10}$ 3,2

**b)** $\frac{475}{100}$ 4,75

**c)** $\frac{21}{1.000}$ 0,021

**d)** $\frac{135}{10}$ 13,5

**e)** $\frac{28}{100}$ 0,28

**f)** $\frac{5}{1.000}$ 0,005

**7** Registre na forma de fração decimal cada número abaixo.

**a)** 2,5 $\frac{25}{10}$

**b)** 0,15 $\frac{15}{100}$

**c)** 2,37 $\frac{237}{100}$

**d)** 4,125 $\frac{4.125}{1.000}$

**e)** 27,5 $\frac{275}{10}$

**f)** 0,3628 $\frac{3.628}{10.000}$

**g)** 31,2 $\frac{312}{10}$

**h)** 0,02 $\frac{2}{100}$

**8** Copie as sentenças verdadeiras.

**a)** 4,2 = 4,20 verdadeira

**b)** 5,0 = 5 verdadeira

**c)** 5,4 = 5,40 = 5,400 verdadeira

**d)** 3,05 = 3,50 falsa

**e)** 0,4 = 4,0 falsa

**f)** 10,00 = 10,0 verdadeira

**9** Qual é o menor número natural maior que 11,7? E o maior número natural menor que 9,02?
12; 9

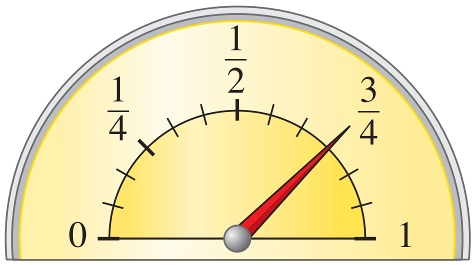
**10** Coloque em ordem crescente os números 0,61; 1,3; 1,45; 0,2; 3,0 e 0,99. Em seguida, represente-os de forma aproximada na reta numérica.
0,2; 0,61; 0,99; 1,3; 1,45; 3,0

16. a) $X = 56$, $Y = 560$ e $Z = 5.600$ b) $X = 7{,}5$, $Y = 75$ e $Z = 750$ c) $X = 53{,}85$, $Y = 5{,}385$ e $Z = 5.385$ d) $X = 17{,}289$, $Y = 1.728{,}9$ e $Z = 17.289$

Lembre-se: Não escreva no livro!

**11** O tanque de combustível de meu automóvel comporta 75 litros. O esquema abaixo mostra quantos litros restam nele. Quantos litros há nesse tanque? 56,25 litros

NELSON MATSUDA




**12** Veja esta oferta:

CLAUDIO CHIYO


Para as pessoas que compraram esses óculos de sol hoje, quanto economizaram em relação ao preço de ontem? R$ 15,30

**13** Calcule:

**a)** 12,5 : 4,6, com uma casa decimal; 2,7
**b)** 15 : 7, com duas casas decimais; 2,14
**c)** 45,6 : 13, com uma casa decimal; 3,5
**d)** 18 : 2,3, com três casas decimais. 7,826

**14** Observe o anúncio abaixo e determine o valor de cada unidade de chocolate. R$ 0,75

MARCIO GUERRA


**15** Veja este anúncio: 15. a) R$ 358,80 b) R$ 520,00

JOSÉ LUÍS JUHAS


Agora, responda às questões:

**a)** Qual é o preço do fogão em 6 vezes?
**b)** Qual é o preço do fogão em 16 vezes?
**c)** Qual é a diferença entre os preços pagos em 16 vezes e em 6 vezes? R$ 161,20
**d)** Qual é a diferença entre os preços pagos em 16 vezes e à vista? R$ 161,20

**16** De acordo com as indicações, determine os valores de $X$, $Y$ e $Z$ em cada caso.

**a)** $5{,}6 \xrightarrow{\times 10} \boxed{X} \xrightarrow{\times 10} \boxed{Y} \xrightarrow{\times 10} \boxed{Z}$

**b)** $0{,}075 \xrightarrow{\times 100} \boxed{X} \xrightarrow{\times 10} \boxed{Y} \xrightarrow{\times 10} \boxed{Z}$

**c)** $538{,}5 \xrightarrow{:\,10} \boxed{X} \xrightarrow{:\,10} \boxed{Y} \xrightarrow{\times 1.000} \boxed{Z}$

**d)** $17.289 \xrightarrow{:\,1.000} \boxed{X} \xrightarrow{\times 100} \boxed{Y} \xrightarrow{\times 10} \boxed{Z}$

**17** Efetue:

**a)** $3{,}91 + 6{,}03 + 0{,}58$ 10,52
**b)** $5{,}2 - 3{,}216$ 1,984
**c)** $6{,}3 \times 4{,}8$ 30,24
**d)** $10 - 4{,}36$ 5,64
**e)** $0{,}025 \times 4$ 0,1
**f)** $25{,}44 : 5{,}3$ 4,8

**18** Resolva cada expressão abaixo.

**a)** $3 \times 1{,}36 + 12{,}22$ 16,3
**b)** $(12 - 9{,}2) \times (6 - 4{,}5 : 6)$ 14,7
**c)** $(3{,}1 - 2{,}8)^3 \times (4{,}5 - 2) : (4{,}25 - 3)$ 0,054

**19** Qual é a representação na forma decimal de $\frac{13}{9}$? Esse número é uma dízima periódica?
1,444...; sim

**20** Com o auxílio de uma calculadora, represente as frações a seguir na forma decimal.

**a)** $\frac{20}{9}$ $2{,}\overline{2}$
**b)** $\frac{2}{3}$ $0{,}\overline{6}$
**c)** $2\frac{1}{6}$ $2{,}1\overline{6}$
**d)** $1\frac{1}{4}$ 1,25
**e)** $\frac{82}{45}$ $1{,}8\overline{2}$
**f)** $\frac{17}{8}$ 2,125

# Diversificando

## Matemática na culinária

Márcio queria fazer um bolo de milho, mas percebeu que tinha metade da manteiga necessária para a receita. Seu pai disse que não precisava se preocupar, pois bastava usar metade da quantidade indicada para cada ingrediente. Veja a receita de Márcio.


ALAN CARVALHO

### *Agora é com você!*

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Escreva como ficará a receita se Márcio fizer o bolo com a metade da manteiga.

**2** Sabendo que a receita original serve 10 pessoas, quantas pessoas Márcio servirá com o bolo que vai fazer? 5 pessoas

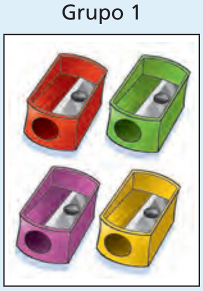
**3** Se Márcio convidasse 20 pessoas para comer o bolo de milho, qual seria a quantidade de cada ingrediente da receita? A nova receita precisaria ter o dobro dos ingredientes da original.

**1.** resposta possível:
0,250 kg de flocos de milho
0,250 kg de manteiga
2 xícaras e meia de açúcar
0,1 ℓ de leite de coco
0,1 ℓ de leite
4 ovos

## Dividindo

A professora distribuiu alguns grupos de objetos para que a classe os dividisse igualmente entre 5 pessoas. Abaixo, temos os grupos de objetos.

Grupo 1

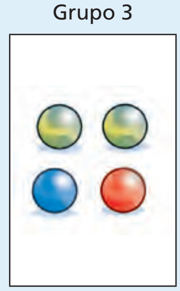


4 apontadores

Grupo 2

4 reais

Grupo 3



4 bolinhas

Grupo 4

4 barras de chocolate

ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS

### *Agora é com você!*

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Com qual grupo é possível fazer a divisão igualmente entre 5 pessoas? Desenhe as divisões possíveis. com o grupo de moedas e o de chocolate

**2** Forme grupos e discutam por que foi possível realizar a divisão com alguns grupos e com outros não? Espera-se que os alunos percebam que só é possível realizar a divisão com o grupo de moedas e com as barras de chocolate, pois 4 reais é igual a 400 centavos de real, que é divisível por 5, e as 4 barras de chocolate estão divididas em 10 partes iguais, totalizando 40 partes, que é divisível por 5.

CAPÍTULO

# 9 Polígonos e poliedros

## 1 Linhas poligonais

Observe a obra *Curva dominante*, do artista Wassily Kandinsky.

COLEÇÃO SOLOMOM R/MUSEU GUGGENHEIM, NOVA YORK

LIPNITZKI/ROGER VIOLLET/GETTY IMAGES

No detalhe, Kandinsky em sua casa-ateliê, em Paris (1936), diante de *Curva Dominante* (1936), uma das obras mais representativas de sua inovadora fase parisiense.

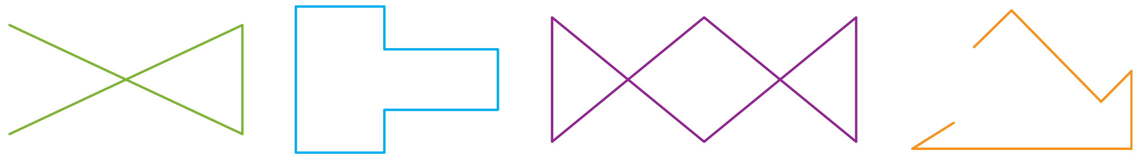


Para compor esse quadro, o artista, nascido na Rússia em 1866 e considerado o fundador da pintura abstrata, usou diversas linhas. Vamos destacar algumas delas.

ADILSON SECCO

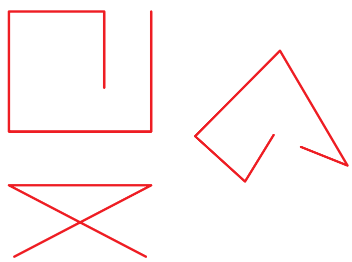
Quando uma linha é formada apenas por segmentos de reta consecutivos e não colineares, ela é chamada de **linha poligonal**.

Veja alguns exemplos.

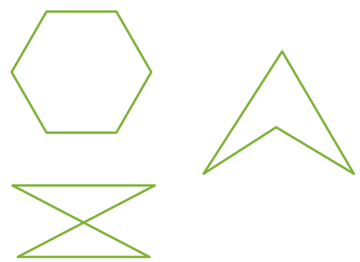


As linhas poligonais podem ser abertas ou fechadas:

**Linhas poligonais abertas**



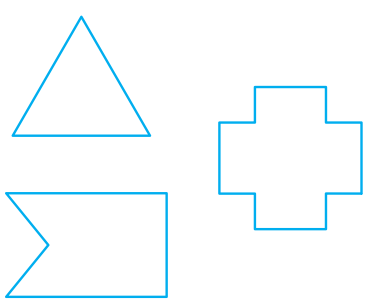
**Linhas poligonais fechadas**



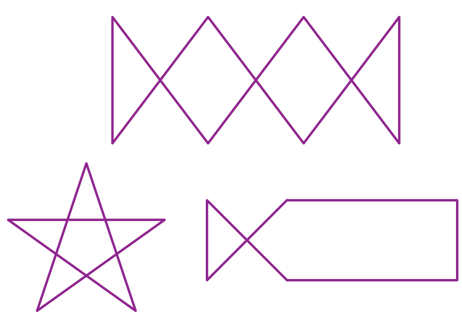
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Entre as linhas poligonais fechadas, há as linhas poligonais simples e as não simples:

**Linhas poligonais simples**



**Linhas poligonais não simples**



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

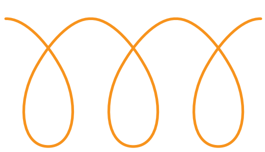


## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

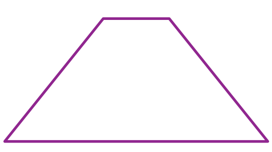
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Das figuras abaixo, verifique quais são linhas poligonais. alternativas **b**, **c**

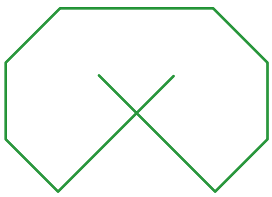
**a)**



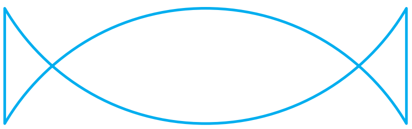
**c)**



**b)**



**d)**



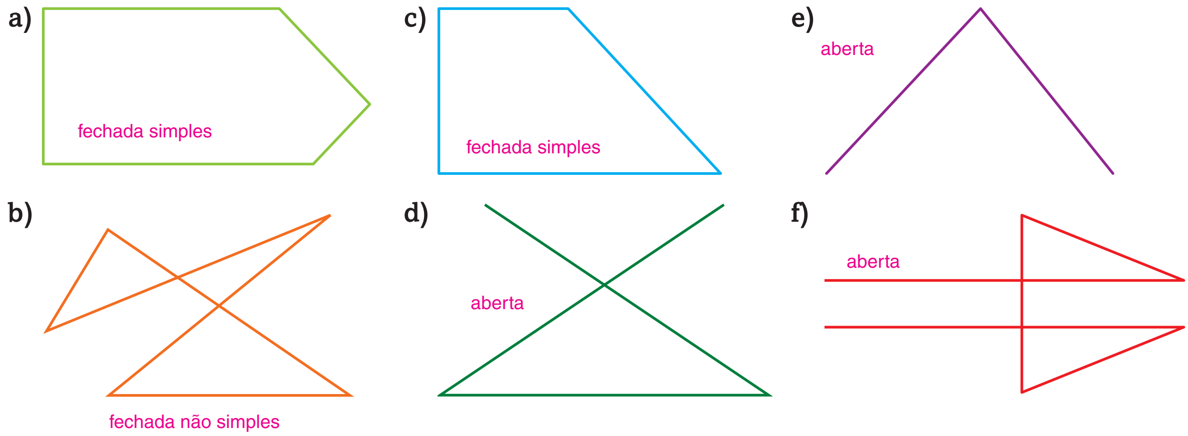
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**2** Elabore um texto caracterizando as linhas poligonais abertas, fechadas, simples e não simples. Em seguida, compare seu texto com o de um colega, e conversem sobre as diferenças entre eles. resposta pessoal

Nesse momento, não esperamos que o aluno elabore definições formais. Consideramos, nesse caso, que a redação é importante para promover a capacidade de apreensão, caracterização e identificação das propriedades extraídas visualmente.

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**3** Classifique as linhas poligonais em aberta ou fechada. Entre as linhas poligonais fechadas, identifique a simples e a não simples.

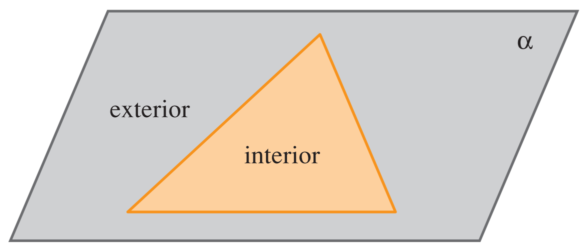



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

## Interior, exterior e convexidade

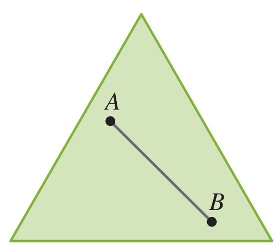
O plano $\alpha$ ao lado é dividido, pela linha poligonal fechada simples, em duas regiões sem pontos comuns. Tais regiões são chamadas de **região interior** e **região exterior**.

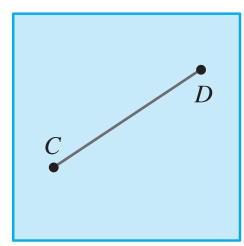
As regiões interiores, determinadas por uma linha poligonal fechada simples, podem ser classificadas em convexas ou não convexas.



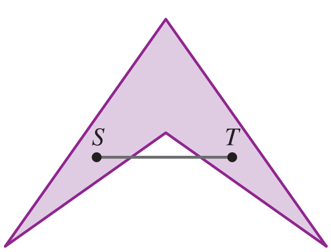

NELSON MATSUDA

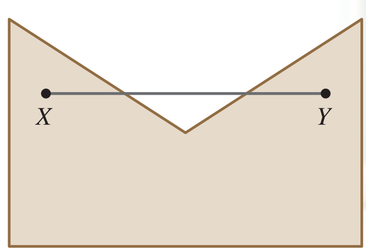
Uma região do plano é chamada de **convexa** quando o segmento com extremos em quaisquer dois pontos da região está contido nessa região, isto é, tem todos os pontos na região.




Por outro lado, uma região do plano é chamada de **não convexa** se existem dois pontos pertencentes a ela que são extremos de um segmento que não está contido na região.



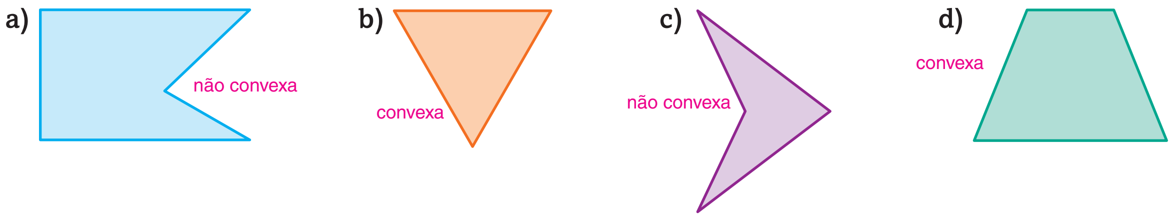

ILUSTRAÇÕES: ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

## EXERCÍCIO PROPOSTO

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

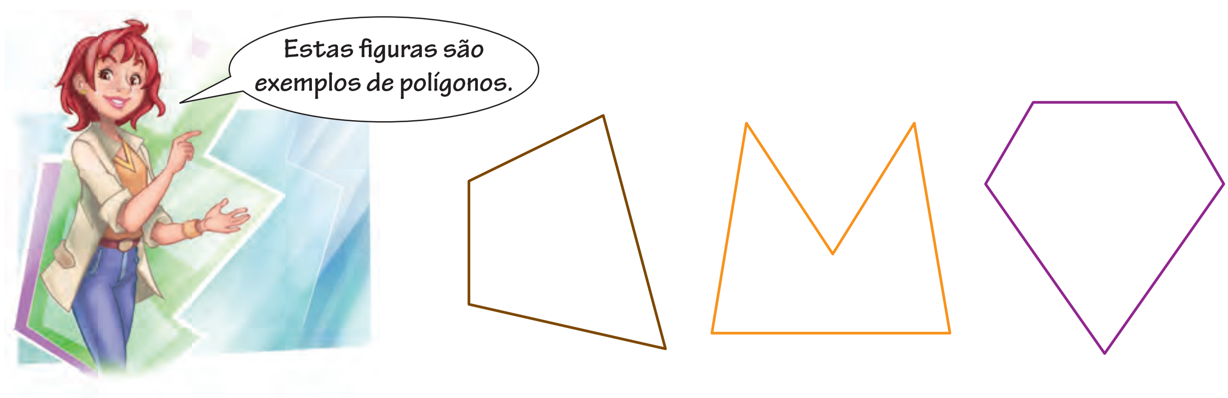
**4** Classifique a região interior das linhas poligonais em convexa ou não convexa.




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

## 2 Polígonos

Observe estas figuras.

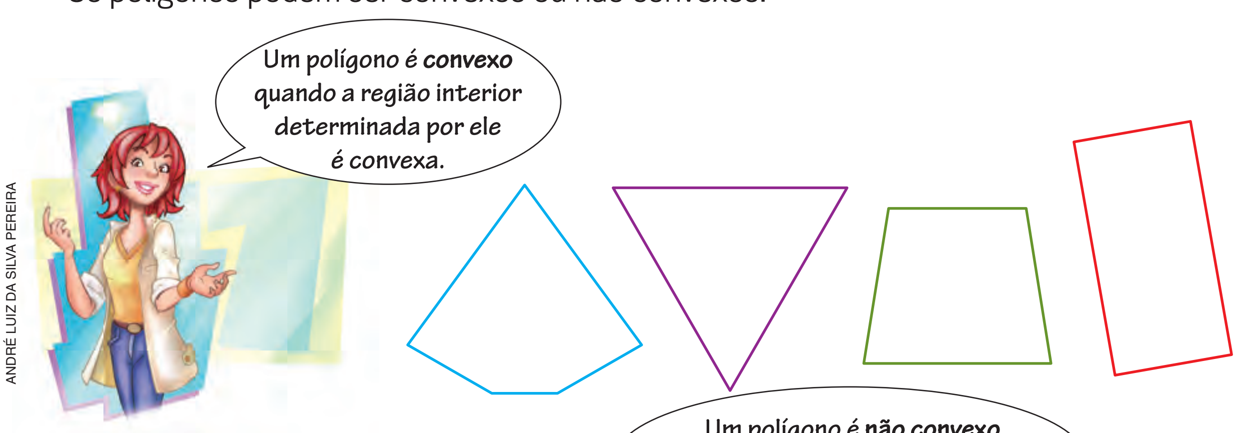



ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

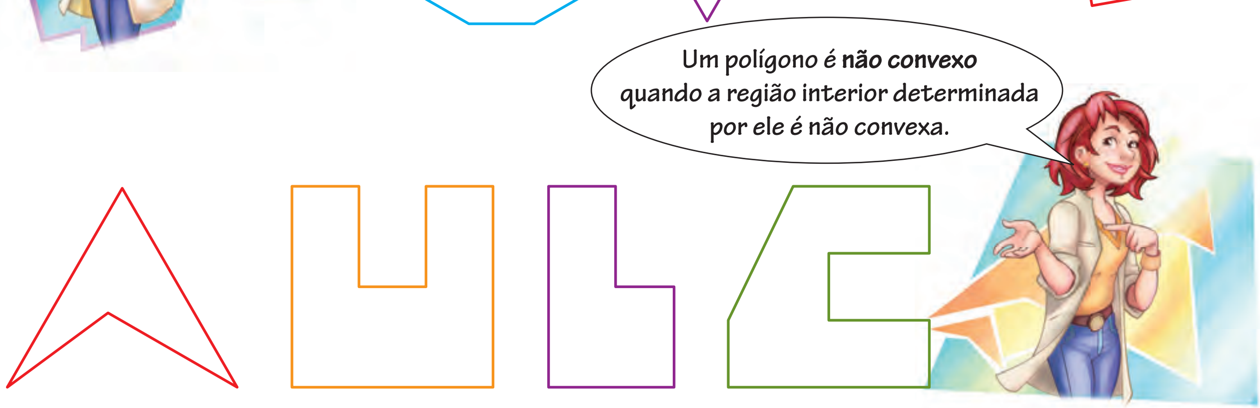
Toda linha poligonal fechada simples é denominada **polígono**.

Os polígonos podem ser convexos ou não convexos.




ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

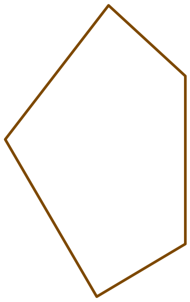
ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

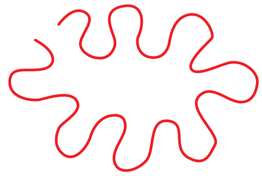
**5** Entre as figuras abaixo, verifique quais são polígonos. alternativas **a**, **d**, **e**

a)

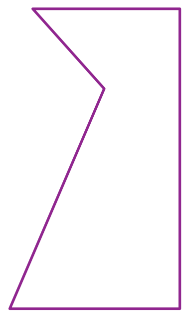


b)

c)

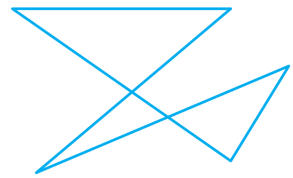


d)



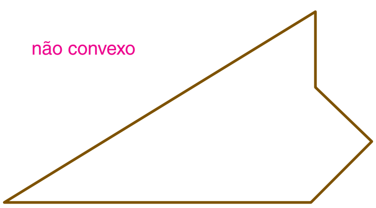
e)

f)

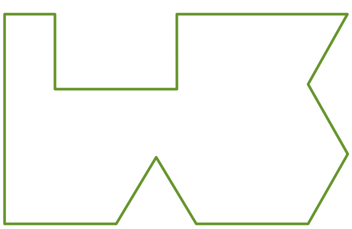


**6** Classifique os polígonos abaixo em convexo ou não convexo.

a) não convexo

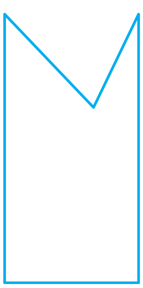


b)



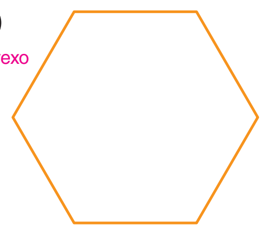
não convexo

c)



não convexo

d) convexo



e)

convexo

f)

não convexo

**7** Logotipo é um símbolo que serve para identificar uma empresa, uma instituição, um produto, uma marca etc. Veja um exemplo.


ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

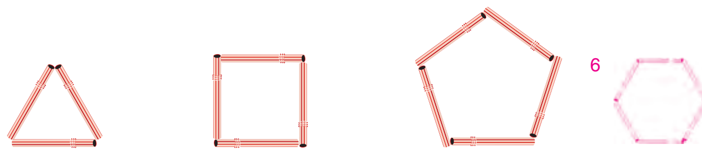
**a)** Pesquise em jornais, revistas ou na internet logotipos em que seja possível identificar formas que lembram polígonos e reproduza seis deles. resposta pessoal

**b)** Crie um logotipo para um brinquedo em que apareça uma figura que lembre um polígono. resposta pessoal

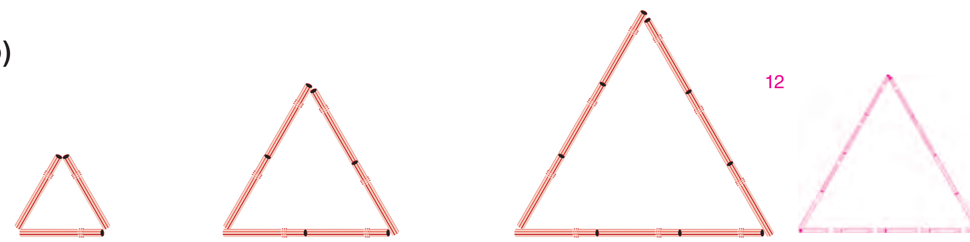
**8** Cada sequência abaixo obedece a uma regra quanto ao número de canudinhos que forma um polígono. Descubra essa regra e, supondo que ela continue valendo, desenhe em seu caderno o próximo polígono, escrevendo o número de canudinhos que o formou. respostas possíveis:

▶ Lembre-se: Não escreva no livro!

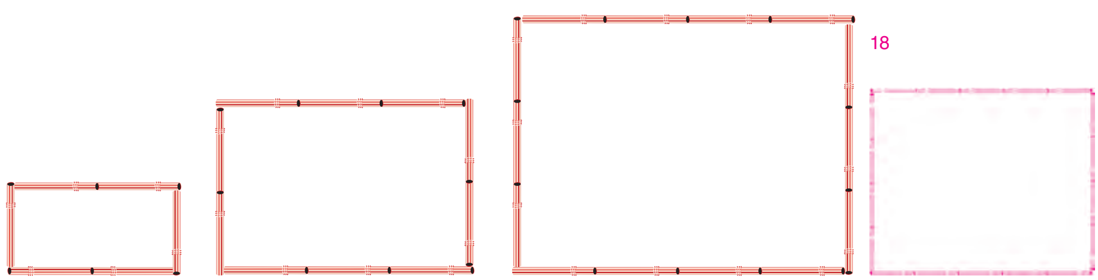
**a)**




**b)**




**c)**




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

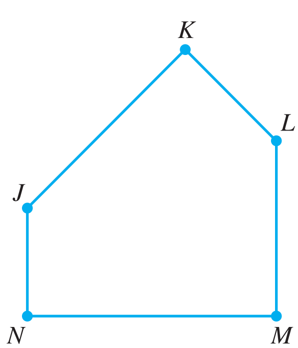


## Elementos de um polígono

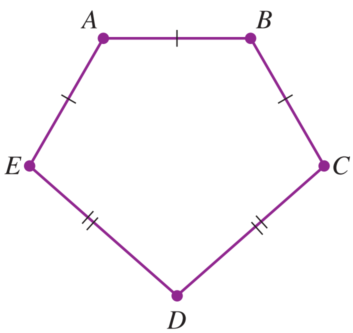
Agora, vamos estudar elementos de um polígono.

Em um polígono qualquer, os segmentos que formam a linha poligonal são chamados de **lados**. O ponto de encontro de dois lados consecutivos é chamado de **vértice** desse polígono.

Veja um exemplo.




- Os vértices desse polígono são os pontos $K$, $L$, $M$, $N$ e $J$.
- Os lados do polígono são os segmentos $\overline{KL}$, $\overline{LM}$, $\overline{MN}$, $\overline{NJ}$ e $\overline{JK}$.
- Indicamos assim: polígono $KLMNJ$.
- Os vértices $K$ e $L$, $L$ e $M$, $M$ e $N$, $N$ e $J$, $J$ e $K$ são consecutivos.
- Os vértices $K$ e $M$, $K$ e $N$, $L$ e $N$, $L$ e $J$, $M$ e $J$ são não consecutivos.




Para indicar os lados de mesma medida (**lados congruentes**) em um polígono, marcamos esses lados com o mesmo número de tracinhos. Veja o exemplo ao lado.

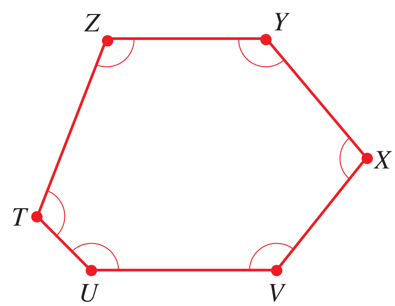
Nesse polígono, os lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AE}$ são congruentes entre si.

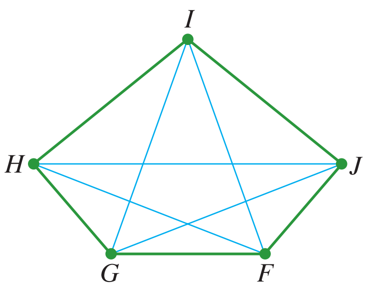
Os lados $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$ também são congruentes entre si, mas têm medida diferente dos outros três lados.



Dois lados consecutivos de um polígono determinam um **ângulo interno** desse polígono. Veja o exemplo ao lado.

No polígono *ZYXVUT*, estão assinalados os ângulos internos, que indicamos por $\hat{Z}$, $\hat{Y}$, $\hat{X}$, $\hat{V}$, $\hat{U}$ e $\hat{T}$.




Os segmentos com extremos em dois vértices não consecutivos são chamados de **diagonais** do polígono. Veja o exemplo ao lado.

Os segmentos $\overline{FI}$, $\overline{FH}$, $\overline{JG}$, $\overline{JH}$ e $\overline{IG}$ são as diagonais do polígono *FGHIJ*.



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

9. b) resposta pessoal

**9** Desenhe um polígono de 7 lados, nomeie seus vértices e trace suas diagonais.

**a)** Quantos vértices tem esse polígono? 7

**b)** Identifique os lados desse polígono.

**c)** Quantos ângulos internos tem esse polígono? Identifique-os. 7; resposta pessoal

**d)** Quantas diagonais tem esse polígono? Identifique-as. 14; resposta pessoal

**10** Desenhe um polígono que tenha 4 ângulos internos e nomeie seus vértices.

**a)** Quantos vértices tem esse polígono? 4

**b)** Identifique seus ângulos internos. resposta pessoal

**c)** Quantos lados tem esse polígono? Identifique-os. 4; resposta pessoal

**11** Desenhe um polígono de 3 lados e trace todas as suas diagonais. Quantas diagonais tem esse polígono? nenhuma

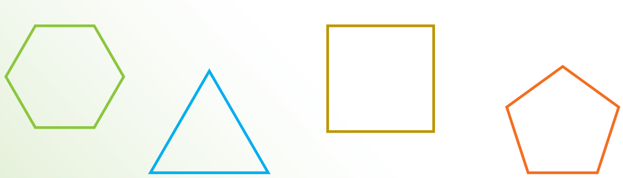
**12** Quantos vértices tem um polígono de 12 lados? E quantos ângulos internos?
12 vértices e 12 ângulos internos

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

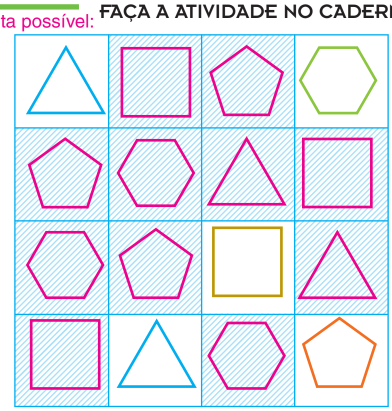
### *Pense mais um pouco...*

Copie o quadro ao lado e termine de preenchê-lo, usando os polígonos abaixo.

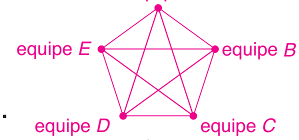
Mas atenção: não pode haver repetição de polígono em uma mesma linha nem em uma mesma coluna.



resposta possível:



15. b) um pentágono




NELSON MATSUDA

## Classificação dos polígonos

A palavra **polígono** é uma composição de **poli** (muitos) e **gonos** (ângulos).

Em um polígono, o número de lados é igual ao número de ângulos internos. Alguns polígonos recebem nomes especiais, de acordo com o número de lados ou de ângulos internos. Observe:

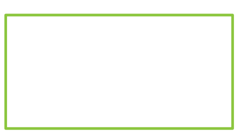
| Número de lados | Número de ângulos | Nome do polígono |
|---|---|---|
| 3 | 3 | triângulo |
| 4 | 4 | quadrilátero |
| 5 | 5 | pentágono |
| 6 | 6 | hexágono |
| 7 | 7 | heptágono |
| 8 | 8 | octógono |
| 9 | 9 | eneágono |
| 10 | 10 | decágono |
| 11 | 11 | undecágono |
| 12 | 12 | dodecágono |
| 15 | 15 | pentadecágono |
| 20 | 20 | icoságono |

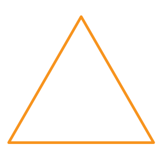


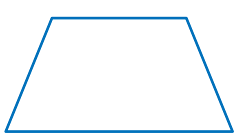
## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

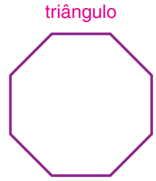
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

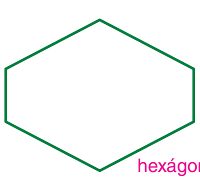
**13** Escreva no caderno o nome dos polígonos abaixo.

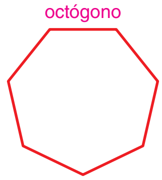
a) 
quadrilátero

d) 
triângulo

b) 
quadrilátero

e) 
octógono

c) 
hexágono

f) 
heptágono

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**14** Responda às questões.

a) Quantos ângulos internos tem um hexágono? 6

b) Qual é o polígono que tem 12 vértices?

c) Quantos vértices, lados e ângulos internos tem o icoságono? 20 vértices; 20 lados; 20 ângulos inteiros

14. b) dodecágono

**15** Em um colégio, foi disputado um torneio de tênis de mesa entre classes. Foram formadas 5 equipes e cada equipe jogou contra todas as outras uma única vez.

ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

a) Quantas partidas foram disputadas ao todo? 10

b) Represente essa situação por meio de um polígono, dispondo cada equipe em um vértice do polígono. Que polígono você formou?

c) Que elementos desse polígono podem representar os jogos entre as equipes?

d) O que você precisa fazer para obter o total de partidas por meio do seu desenho?

15. c) as diagonais e os lados
d) Somar o número de diagonais com o número de lados.

# 3 Triângulos

Diariamente nos deparamos com diversos objetos que nos dão ideia de triângulo. Veja alguns objetos que podem ser relacionados a esse polígono de três lados.

SENK/SHUTTERSTOCK

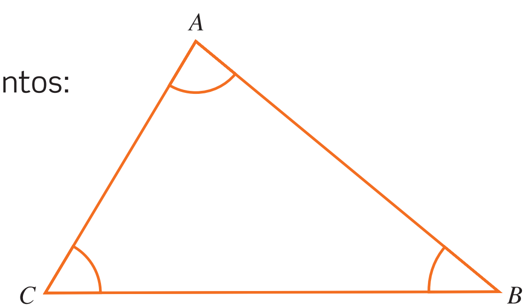
WOLFGANG KAEHLER/EASYPIX

PAUL KENNEDY/ALAMY/GLOW IMAGES

## Elementos de um triângulo

No triângulo *ABC*, ao lado, destacamos seus elementos:

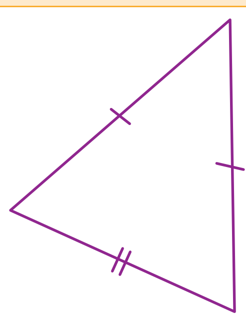
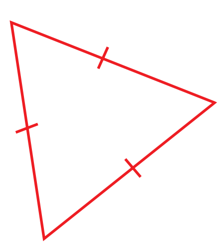
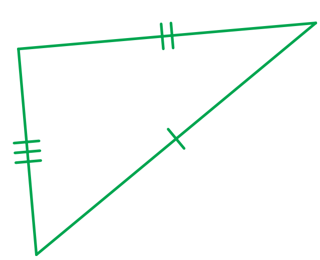
- *A*, *B* e *C* são os **vértices**.
- $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$ são os **lados**.
- $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$ são os **ângulos internos**.




## Classificação dos triângulos

Os triângulos podem ser classificados quanto às medidas de seus lados e quanto às medidas de seus ângulos internos. Observe a seguir os dois tipos de classificação.

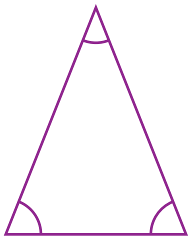
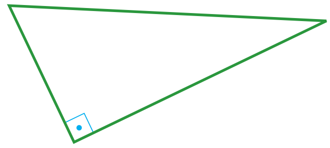
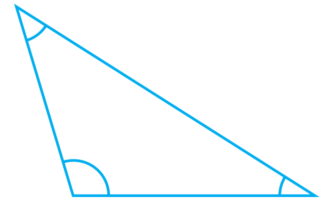
### Classificação quanto aos lados

| Triângulo isósceles | Triângulo equilátero | Triângulo escaleno |
|---|---|---|
| <br>Triângulo isósceles é aquele que tem pelo menos **dois lados congruentes**. | <br>Triângulo equilátero é aquele que tem os **três lados congruentes**. | <br>Triângulo escaleno é aquele que tem os **três lados de medidas diferentes**. |

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Observe que, para ser classificado como isósceles, o triângulo deve ter pelo menos dois lados congruentes. Como os triângulos equiláteros têm três lados congruentes, eles também são classificados como triângulos isósceles.

## Classificação quanto aos ângulos internos

| Triângulo acutângulo | Triângulo retângulo | Triângulo obtusângulo |
|---|---|---|
|  |  |  |
| Triângulo acutângulo é aquele que tem os **três ângulos agudos**. | Triângulo retângulo é aquele que tem **um ângulo reto e dois agudos**. | Triângulo obtusângulo é aquele que tem **um ângulo obtuso e dois agudos**. |

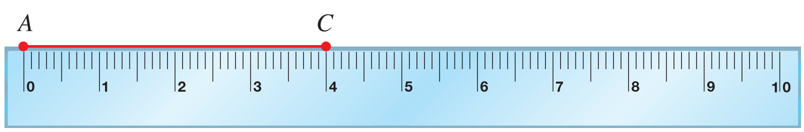
## Construção de triângulos

Já aprendemos a construir ângulos usando o transferidor. Agora, vamos aprender a construir triângulos usando régua, compasso e transferidor.

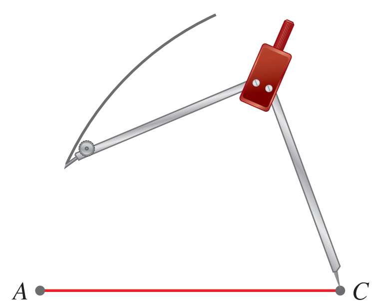
Conhecendo a medida dos três lados de um triângulo, é possível construí-lo usando régua e compasso. Acompanhe o exemplo a seguir.

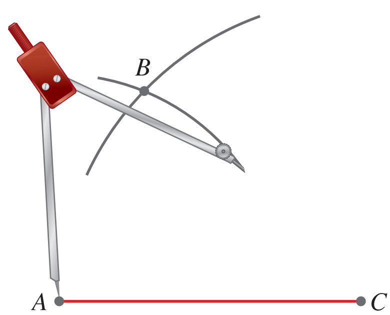
Vamos construir o triângulo *ABC*, sabendo que as medidas de seus lados, em centímetro, são: m($\overline{AC}$) = 4, m($\overline{BC}$) = 4 e m($\overline{AB}$) = 3.

- Com o auxílio da régua, traçamos um segmento $\overline{AC}$.



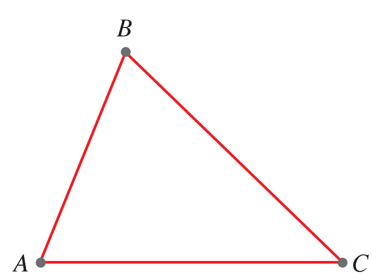

- Abrimos o compasso com a medida do segmento $\overline{BC}$ (4 centímetros) e traçamos um arco com a ponta-seca do compasso centrada em *C*.




- Repetimos o passo anterior para traçar outro arco, porém agora com a medida do segmento $\overline{AB}$ (3 centímetros) e a ponta-seca do compasso centrada em *A*. No encontro dos arcos, marcamos o ponto *B*.

- Com o auxílio da régua, traçamos os segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{AB}$.



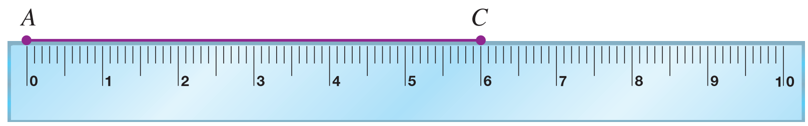



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

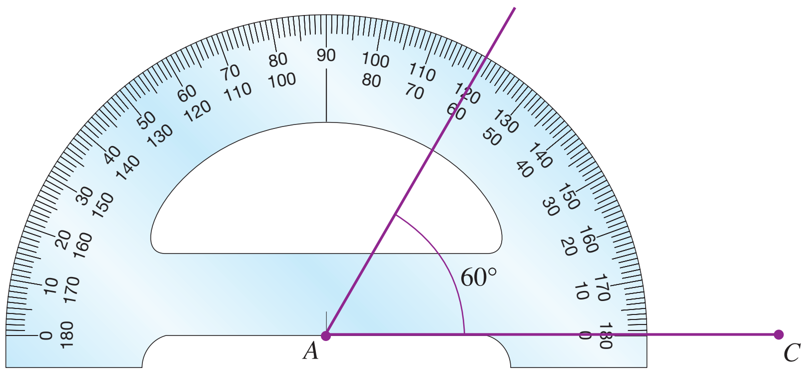
Também podemos construir um triângulo com régua, transferidor e compasso. Para isso, basta ter as medidas de dois lados e de um ângulo interno. Acompanhe o exemplo a seguir.

Vamos construir o triângulo *ABC*, conhecendo as medidas de dois lados (em centímetro) e de um ângulo: $m(\overline{AC}) = 6$, $m(\overline{AB}) = 5$ e $m(\hat{A}) = 60°$.

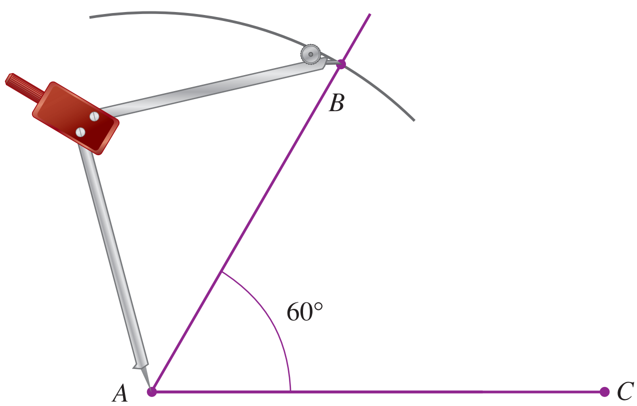
- Com o auxílio da régua, traçamos um segmento $\overline{AC}$ de 6 centímetros.



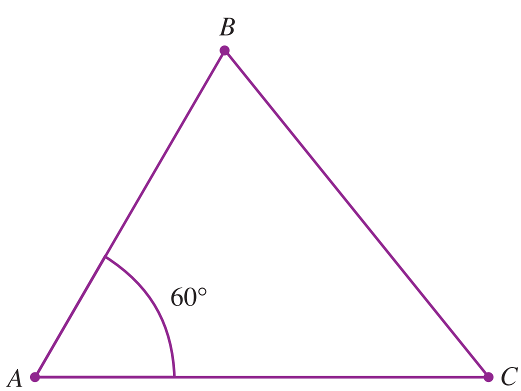

- Com a técnica que aprendemos no **Capítulo 5**, construímos um ângulo de 60°, com lado $\overrightarrow{AC}$.




- Abrimos o compasso com a medida do segmento $\overline{AB}$ (5 centímetros) e, com a ponta-seca em *A*, traçamos o arco para determinar o segmento $\overline{AB}$.




- Com o auxílio da régua, traçamos o segmento $\overline{BC}$.



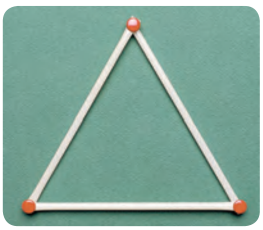
## PARA SABER MAIS +

### Uma propriedade importante dos triângulos

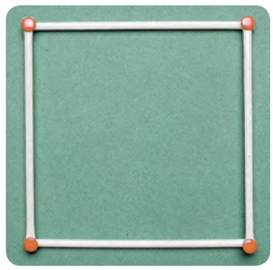
As estruturas abaixo, feitas com canudinhos de refresco presos por percevejos, representam polígonos diversos: triângulo (A), quadriláteros (B e C), pentágonos (D e E) e hexágonos (F e G).

Com a ajuda de um adulto, você pode construí-las para descobrir uma das propriedades dos triângulos: ao tentar movimentar um dos vértices de cada estrutura, você percebe que a única que permanece rígida é a que tem forma triangular.

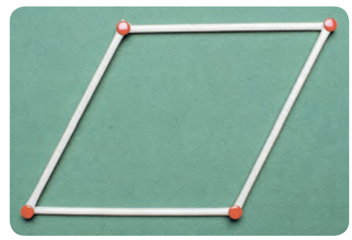
(A)



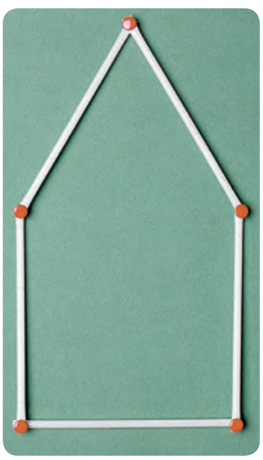
(B)



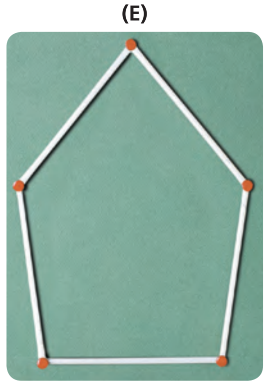
(C)



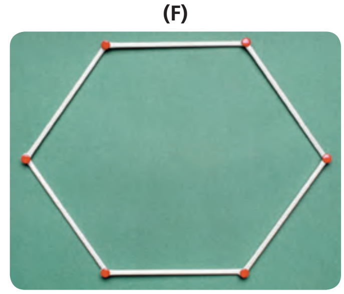
(D)



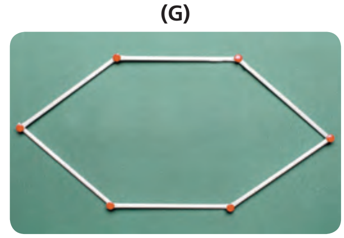
(E)



(F)



(G)



FOTOS: EDUARDO SANTALIESTRA

Essa propriedade do triângulo (rigidez) é aproveitada na construção de muitas estruturas, entre elas portões e armações de telhados, para conservá-las sem deformações.

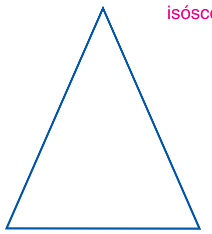
SIMON MARGETSON TRAVEL/ALAMY/OTHER IMAGES

IGOR SOKOLOV (BREEZE)/SHUTTERSTOCK

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

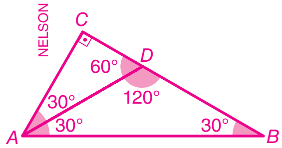
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**16** Com um compasso, compare as medidas dos lados e, com um transferidor, verifique se os ângulos internos são agudos, retos ou obtusos. Em seguida, classifique cada triângulo quanto aos lados e quanto aos ângulos.

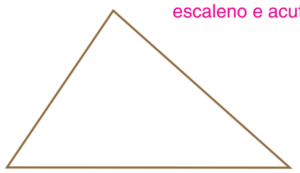
**a)** 

isósceles e acutângulo

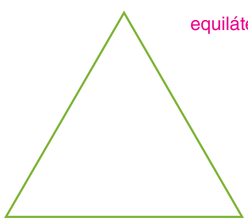
21. **a)** e **b)**



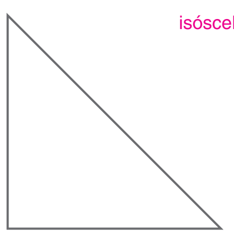

NELSON MATSUDA

**b)** 

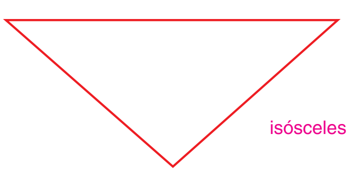
escaleno e acutângulo

**c)** 

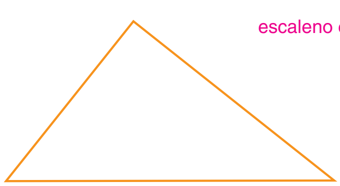
equilátero e acutângulo

**d)** 

isósceles e retângulo

**e)** 

isósceles e obtusângulo

**f)** 

escaleno e retângulo

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**17** Com três palitos de fósforo de uma mesma caixa, você pode construir um triângulo. Ele será um triângulo escaleno, isósceles ou equilátero? Justifique sua resposta.
O triângulo será equilátero, pois terá os três lados de mesma medida.

**18** Com 33 centímetros de um fio de arame, Renato construiu um triângulo equilátero. Com quantos centímetros ficou cada lado? 11 centímetros

**19** Construa triângulos ($ABC$) em seu caderno usando régua e compasso. Se alguma dessas construções for impossível, explique o porquê. (As medidas dos lados são dadas em centímetro.) construção de figuras

**a)** $m(\overline{AB}) = 8$, $m(\overline{AC}) = 6$, $m(\overline{CB}) = 10$

**b)** $m(\overline{AB}) = 8$, $m(\overline{AC}) = 6$, $m(\overline{CB}) = 6$

**c)** $m(\overline{AB}) = 8$, $m(\overline{AC}) = 5$, $m(\overline{CB}) = 5$

**d)** $m(\overline{AB}) = 8$, $m(\overline{AC}) = 4$, $m(\overline{CB}) = 4$

Espera-se que os alunos percebam que no item **d** a construção é impossível, pois a medida de um lado é igual à soma das medidas dos outros dois.

**20** Classifique os triângulos dos itens **a**, **b** e **c** da atividade **19** quanto aos lados e também quanto aos ângulos internos. escaleno e retângulo; isósceles e acutângulo; isósceles e obtusângulo

**21** Usando régua, transferidor e compasso, faça o que se pede. (As medidas dos lados são dadas em centímetro.)

construção de figura

**a)** Construa um triângulo $ABC$ em que: $m(\overline{AB}) = 12$, $m(\overline{AC}) = 6$, $m(B\hat{A}C) = 60°$.

**b)** Construa o ângulo $B\hat{A}D$ de 30°, sendo $D$ um ponto pertencente ao segmento $\overline{BC}$. construção de figura

**c)** A medida do lado $\overline{CD}$ é metade da medida do lado $\overline{AD}$? E a do lado $\overline{AC}$ é metade da medida do lado $\overline{AB}$? sim; sim

**d)** Meça os ângulos $A\hat{C}B$, $A\hat{B}C$, $C\hat{A}D$, $C\hat{D}A$ e $A\hat{D}B$. 90°; 30°; 30°; 60°; 120°

**e)** Classifique os triângulos $ABC$, $ACD$ e $ABD$ quanto aos lados e quanto aos ângulos internos. Os triângulos *ABC* e *ACD* são escalenos e retângulos, e o triângulo *ABD* é isósceles e obtusângulo.

**22** Construa triângulos ($ABC$) em seu caderno usando régua, transferidor e compasso. Se alguma das construções for impossível, explique o porquê. (As medidas dos lados são dadas em centímetro.) construção de figuras

**a)** $m(\overline{AB}) = 7$, $m(B\hat{A}C) = 40°$, $m(A\hat{B}C) = 80°$

**b)** $m(\overline{AB}) = 7$, $m(B\hat{A}C) = 40°$, $m(A\hat{B}C) = 120°$

**c)** $m(\overline{AB}) = 7$, $m(B\hat{A}C) = 40°$, $m(A\hat{B}C) = 140°$

Espera-se que os alunos percebam que no item **c** a construção é impossível, pois um lado é paralelo ao outro.

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

***Pense mais um pouco...***

Desenhe duas retas paralelas, marque sobre uma delas dois pontos e, sobre a outra, três pontos.

**a)** É possível construir quantos triângulos tendo como vértices três desses pontos? 9

**b)** Explique o procedimento que você utilizou para contar os triângulos. resposta pessoal

**c)** Compare sua resposta com a de um colega. Vocês encontraram a mesma quantidade de triângulos? Comparem os procedimentos adotados. resposta pessoal


ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

## 4 Quadriláteros

Vimos anteriormente que os polígonos de 4 lados são chamados de quadriláteros.

Observe como é muito comum encontrar ao nosso redor objetos que dão a ideia de quadrilátero.

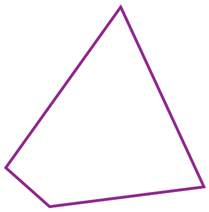
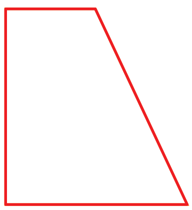
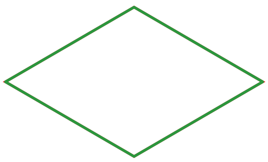

AFRICA STUDIO/SHUTTERSTOCK E PDROCHA/SHUTTERSTOCK


INKA ONE/SHUTTERSTOCK



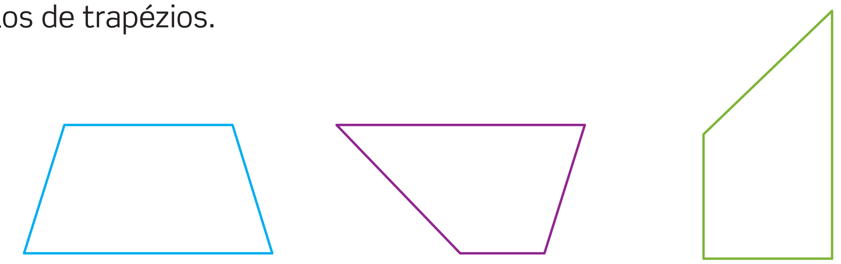
### Classificação dos quadriláteros

Os quadriláteros podem ser classificados quanto ao paralelismo de seus lados: podem não apresentar lados paralelos, podem apresentar apenas um par de lados paralelos ou, ainda, dois pares de lados paralelos.

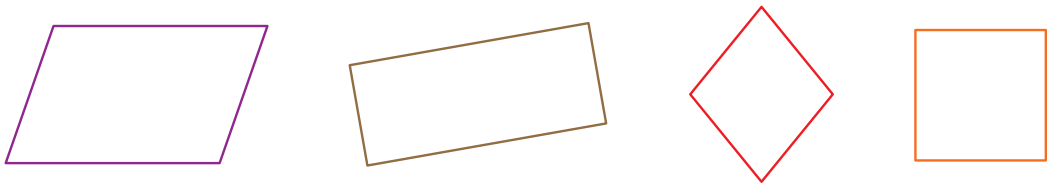
| Nenhum par de lados paralelos | Somente um par de lados paralelos | Dois pares de lados paralelos |
|---|---|---|
|  Quadriláteros como esse não recebem nome especial. |  Quadriláteros que têm apenas um par de lados paralelos são chamados de **trapézios**. |  Quadriláteros que têm dois pares de lados paralelos são chamados de **paralelogramos**. |

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Veja exemplos de trapézios.



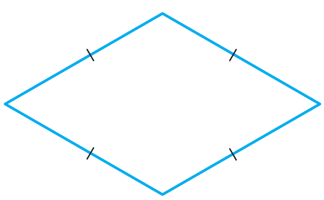
Agora exemplos de paralelogramos.



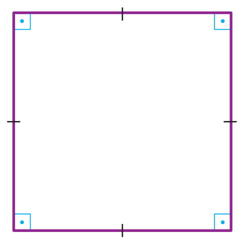
Entre os paralelogramos, vamos destacar o retângulo, o losango e o quadrado.

- **Retângulo** é um paralelogramo que tem os 4 ângulos internos retos.
- **Losango** é um paralelogramo que tem os 4 lados congruentes.
- **Quadrado** é um paralelogramo que tem os 4 ângulos internos retos e os 4 lados congruentes.

**Retângulo**



**Losango**



**Quadrado**



**OBSERVAÇÃO**

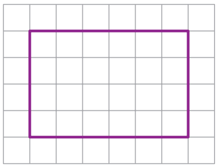
▶ O quadrado é ao mesmo tempo um retângulo e um losango, já que possui os 4 ângulos internos retos e os 4 lados congruentes.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**23** Classifique os quadriláteros em trapézio ou paralelogramo.

**a)**

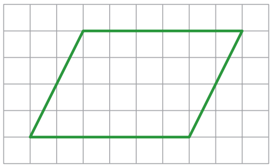


paralelogramo

**b)**

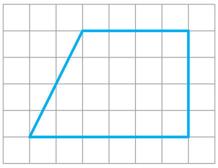
trapézio

**c)**



paralelogramo

**d)**



trapézio

**24** Quantas diagonais tem um quadrilátero? 2

**25** Desenhe em uma folha de papel quadriculado: construção de figuras

**a)** um losango que não seja quadrado;

**b)** um losango que seja quadrado;

**c)** um retângulo que não seja quadrado;

**d)** um retângulo que seja quadrado.

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**26** Desenhe em seu caderno: construção de figuras

**a)** um paralelogramo que tenha diagonais de mesma medida;

**b)** um paralelogramo que não tenha diagonais de mesma medida.

**27** Entre as afirmações a seguir, indique as verdadeiras. Depois, diga por que as demais afirmações são falsas.

ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

**a)** Todo losango é um retângulo.

**b)** Todas as diagonais de um paralelogramo têm medidas iguais.

**c)** Todo quadrado é um losango. verdadeira

**d)** Existem paralelogramos que têm todas as diagonais congruentes. verdadeira

**27. a)** Falsa, pois há losangos cujos ângulos internos não são ângulos retos.
**b)** Falsa, pois um paralelogramo que não é retângulo tem diagonais com medidas diferentes.

**28** Reúna-se com um colega, e construam um ângulo de 75° e vértice $B$. Marquem um ponto $A$ que diste 7 centímetros de $B$ em um de seus lados e um ponto $C$ que esteja a 4 centímetros de $B$ no outro lado. Depois, tracem com o compasso dois arcos: um com a ponta-seca em $A$ e 4 centímetros de abertura, outro com a ponta-seca em $C$ e 7 centímetros de abertura, cortando o primeiro arco em um só ponto ($D$), de modo que $\overline{CD}$ e $\overline{AB}$ não tenham ponto comum.

**a)** Que polígono vocês obtiveram? paralelogramo

**b)** E se substituíssem as distâncias de 4 e 7 centímetros por 6 centímetros? losango

**c)** E se substituíssem o ângulo de 75° por 90°? retângulo

**d)** E se substituíssem as distâncias de 4 e 7 centímetros por 6 centímetros e o ângulo de 75° por 90°? quadrado



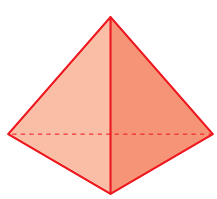
# 5 Planificação dos poliedros

Você já estudou que cada região plana da superfície de um poliedro é uma **face** do poliedro. Também viu que o encontro de duas faces determina um segmento de reta chamado **aresta** do poliedro e que o ponto de encontro de três ou mais arestas é denominado **vértice** do poliedro.

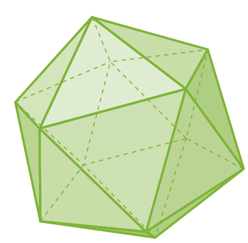
## Classificação dos poliedros

Enquanto os polígonos podem ser nomeados de acordo com o número de lados, os poliedros recebem um nome de acordo com o número de faces. Veja o quadro a seguir.

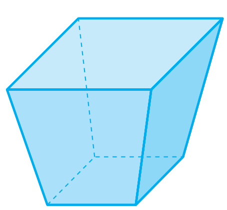
| Número de faces | Nome do poliedro |
|---|---|
| 4 | tetraedro |
| 5 | pentaedro |
| 6 | hexaedro |
| 7 | heptaedro |
| 8 | octaedro |
| 9 | eneaedro |
| 10 | decaedro |
| 12 | dodecaedro |
| 15 | pentadecaedro |
| 20 | icosaedro |



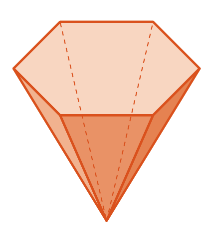
**Tetraedro**
**4 faces**



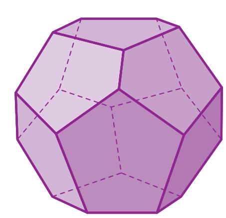
**Icosaedro**
**20 faces**



**Hexaedro**
**6 faces**



**Heptaedro**
**7 faces**



**Dodecaedro**
**12 faces**

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

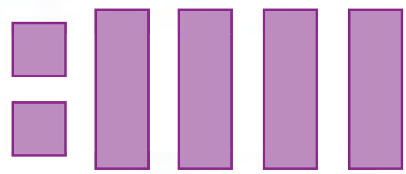
## Planificações

Considere a situação.

Antônio pegou um objeto com o formato de um poliedro e, apoiando-o sobre uma folha de papel em uma mesa, desenhou o contorno de todas as suas faces.

Depois, pintou a região interior desses contornos, obtendo 6 figuras:

ILUSTRAÇÕES: ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA



NELSON MATSUDA

As figuras obtidas por Antônio são regiões planas que representam as faces do poliedro, também denominadas **regiões poligonais**. Uma região poligonal é formada pelo polígono que a delimita e pela região interior desse polígono.

Nesse caso, Antônio obteve 6 regiões poligonais retangulares.

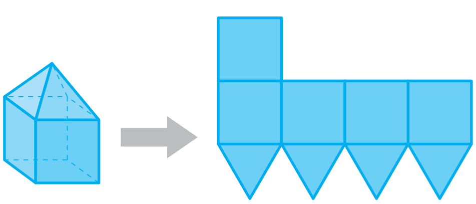
Após pintar os contornos, Antônio recortou as figuras e, com fita adesiva, uniu-as por um dos lados, formando uma nova figura (veja ao lado).

A figura obtida é chamada de **planificação da superfície do poliedro** ou, simplesmente, de **planificação do poliedro**.

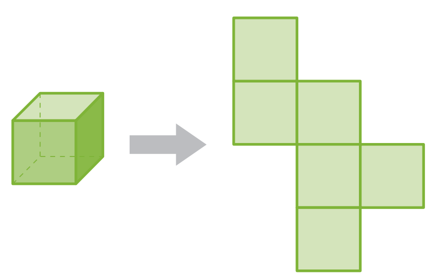
Com a planificação de um poliedro, é mais fácil visualizar quantas faces ele tem. Veja alguns exemplos.

ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA

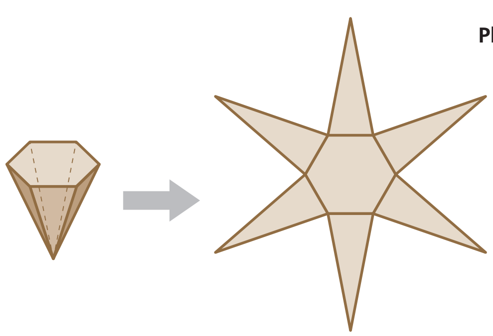




**Planificação de um eneaedro**



**Planificação de um hexaedro**



**Planificação de um heptaedro**

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

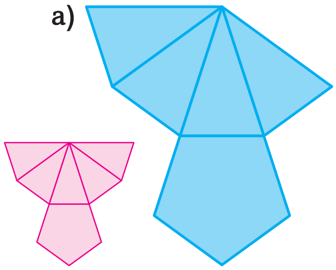
# EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

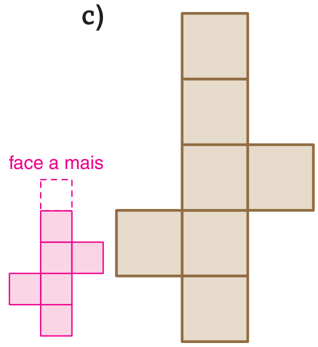
**29** Observe as planificações de alguns poliedros. Em cada uma delas há um erro: há face a menos ou face a mais, ou então uma face errada ou fora de lugar que não permite montar o poliedro com ela. Copie as planificações, corrigindo-as. Há só uma maneira de corrigi-las? não

Compare sua resolução com a dos colegas. respostas possíveis

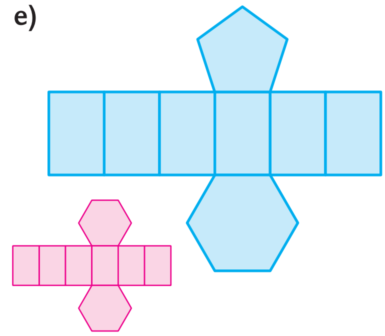
**a)**



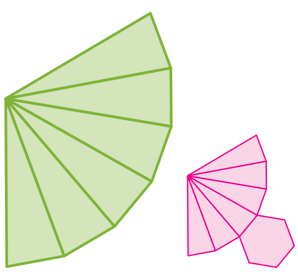
**c)**



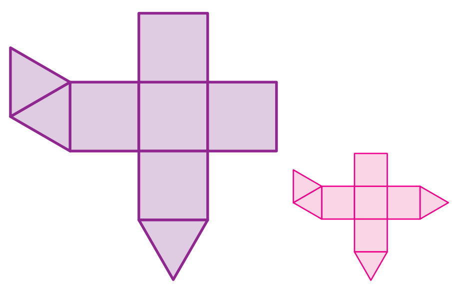

**e)**



**b)**



**d)**



**30** Considere os poliedros das planificações corrigidas na atividade anterior. Quantas faces, arestas e vértices há em cada um deles? respostas possíveis, sendo f (faces), a (arestas) e v (vértices): **a)** 6 f, 10 a, 6 v; **b)** 7 f, 12 a, 7 v; **c)** 6 f, 12 a, 8 v; **d)** 9 f, 16 a, 9 v; **e)** 8 f, 18 a, 12 v

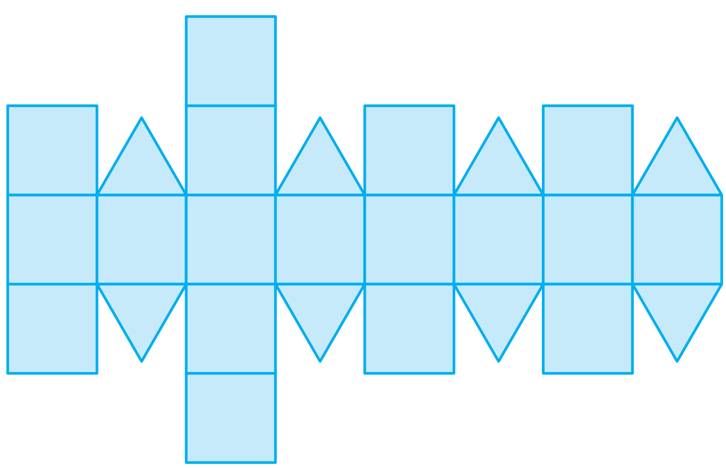
**31** Copie o molde a seguir em uma folha de cartolina e, com um colega, construam o poliedro. Observando a planificação do poliedro, responda.

**a)** Quantas faces, arestas e vértices tem esse poliedro? 26 faces, 48 arestas e 24 vértices

**b)** Quantas e quais são as regiões poligonais que formam esse poliedro? 26 regiões poligonais: 18 quadrangulares e 8 triangulares

**c)** O que você observa de especial nessas regiões poligonais? Você sabe nomeá-las?

**c)** resposta possível: As regiões quadrangulares são todas idênticas e têm os 4 lados de mesma medida (lados congruentes). As regiões triangulares também são todas idênticas e têm os 3 lados de mesma medida.



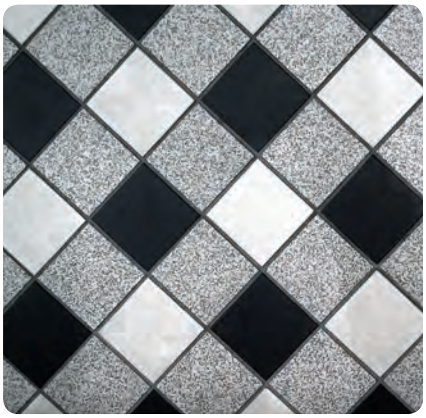
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

## PARA SABER MAIS +

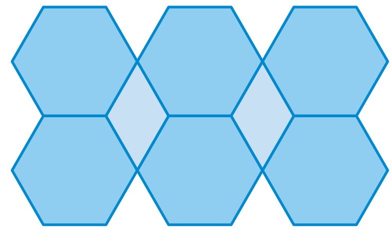
### Ladrilhamento

Quando revestimos uma superfície plana com regiões poligonais sem deixar falhas ou sobrepô-las, dizemos que houve um ladrilhamento dessa superfície. Podemos ladrilhar uma superfície com um ou mais tipos de região poligonal.

MAUVRIES/SHUTTERSTOCK



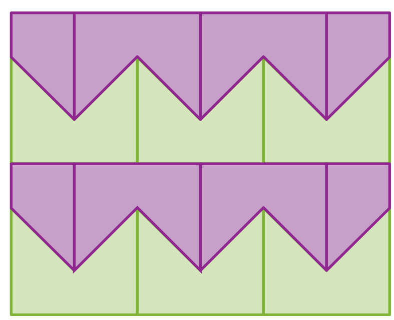
Piso quadriculado em preto, branco e cinza.



Superfície ladrilhada por dois tipos de região poligonal: em forma de hexágono e em forma de losango.

AP DESIGN/SHUTTERSTOCK

Mosaico em mármore.



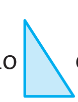
Superfície ladrilhada por regiões poligonais não convexas.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

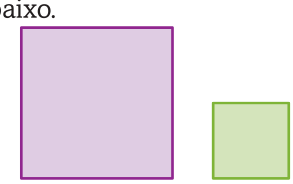


### *Agora é com você!*

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Reproduza esta superfície poligonal na forma de triângulo  e ladrilhe uma superfície retangular de 5 cm por 6 cm. construção de figura

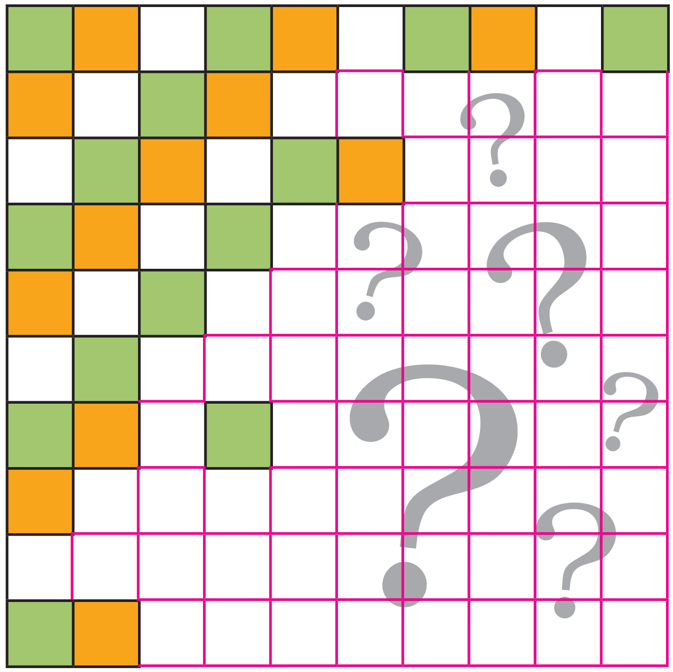
**2** Ladrilhe uma superfície retangular de 7 cm por 4 cm, utilizando apenas superfícies quadrangulares iguais às apresentadas abaixo.
construção de figura



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**3** Copie em papel quadriculado o padrão abaixo e descubra quantas figuras quadradas pintadas de verde e quantas alaranjadas faltam para completar uma superfície quadrada.
20 verdes e 21 alaranjadas




**4** Utilizando uma superfície poligonal qualquer e uma única região poligonal por vez, descubra se é possível fazer um ladrilhamento utilizando regiões poligonais com a forma de:

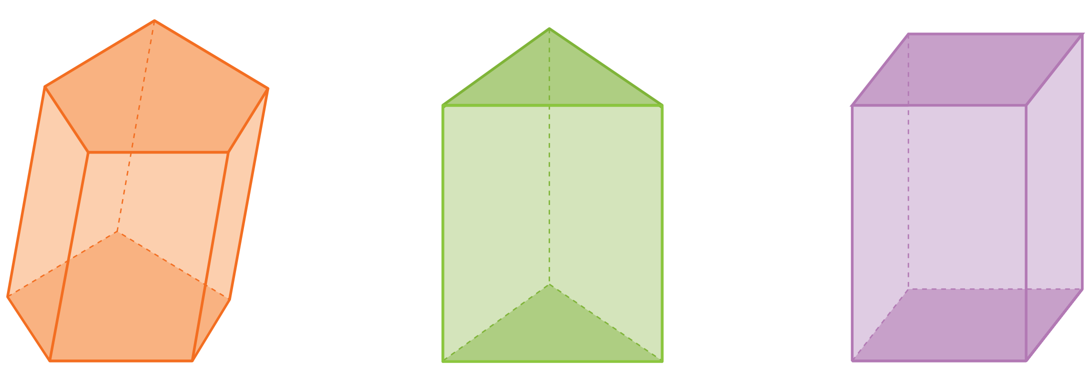
- triângulos equiláteros; sim
- octógono; não
- hexágonos; sim
- quadrado; sim
- pentágono. não



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

## 6 Prismas

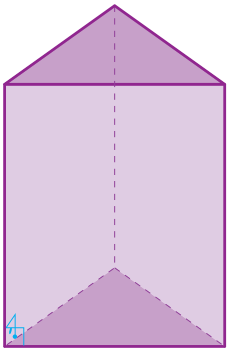
Nós já estudamos alguns poliedros. Agora, vamos nos aprofundar um pouco mais em um grupo deles. Nos poliedros a seguir, estão destacadas duas faces. Essas duas faces são opostas, paralelas e idênticas. As demais têm forma de paralelogramo.



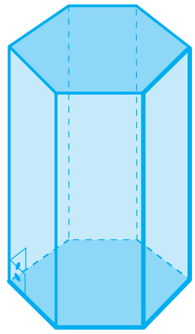
Esses poliedros são classificados como **prismas**. As duas faces opostas idênticas são chamadas de **bases**, e as outras, em forma de paralelogramo, são as **faces laterais**.

## Classificação dos prismas

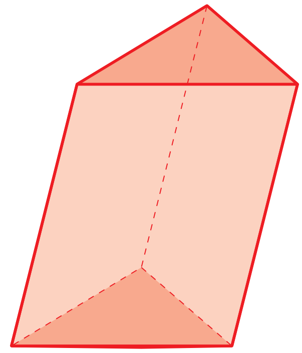
Os prismas podem ser nomeados de acordo com as bases e com a inclinação das arestas laterais em relação às bases.



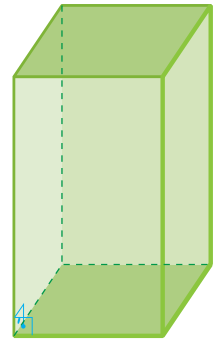
Prisma triangular reto



Prisma hexagonal reto



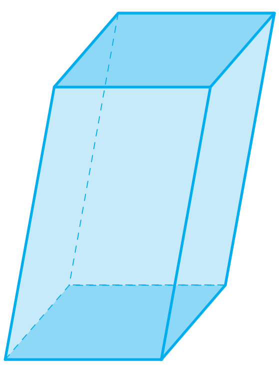
Prisma triangular oblíquo



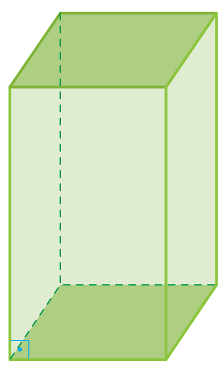
Prisma quadrangular reto

**OBSERVAÇÕES**

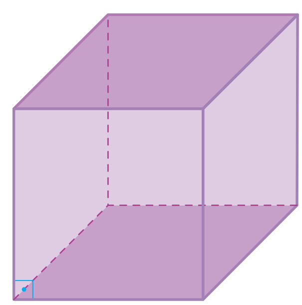
- Em um **prisma reto**, todas as faces laterais têm forma de retângulo.
- Em um **prisma oblíquo**, nem todas as faces laterais têm forma de retângulo.
- Quando um prisma tem **todas** as **faces** em forma de **paralelogramos**, ele é denominado **paralelepípedo**. Veja alguns exemplos de paralelepípedos:



Paralelepípedo oblíquo



Paralelepípedo reto-retângulo



Cubo

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

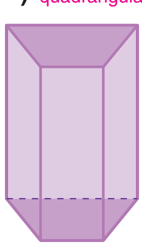


## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

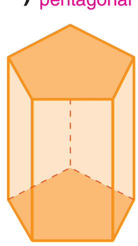
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**32** Classifique os prismas a seguir em relação às bases.

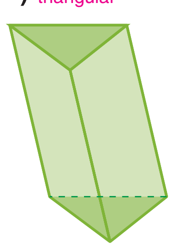
a) prisma quadrangular



b) prisma pentagonal

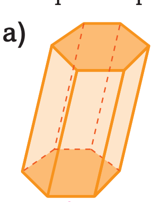


c) prisma triangular



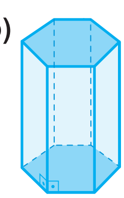
**33** Classifique os prismas a seguir como prisma oblíquo ou prisma reto.

a)



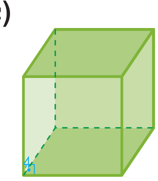
oblíquo

b)



reto

c)



reto

**34** Quantas faces tem um prisma com 15 arestas? E um prisma com 21 arestas? 7; 9

## Paralelepípedo reto-retângulo: um sólido especial

No dia a dia, é possível observarmos objetos que possuem a forma de prisma, com todas as faces retangulares, como é o caso das embalagens, dos edifícios, de alguns objetos pessoais e utensílios, por exemplo.

1

3


4

2

5

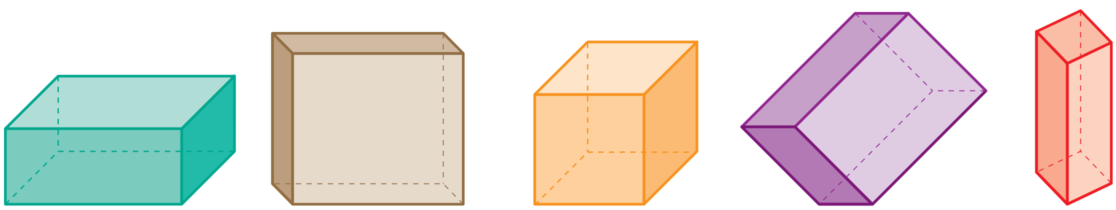
Congresso Nacional. Brasília, Distrito Federal, Brasil. (Foto de 2009.)

CRÉDITOS DAS FOTOS – 1: POLRYAZ/SHUTTERSTOCK; 2: JACQUI HURST/CORBIS/LATINSTOCK; 3: CTR PHOTOS/SHUTTERSTOCK; 4: KAMIRA/SHUTTERSTOCK; 5: PAULO FRIDMAN/SAMBAPHOTO



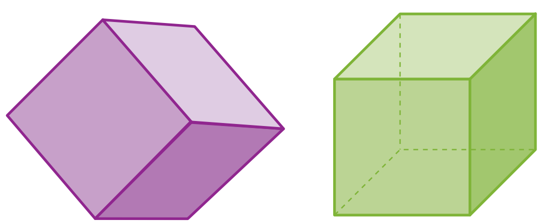
Quando um prisma tem todas as faces retangulares, ele é denominado **paralelepípedo reto-retângulo** ou **bloco retangular**.

Veja os exemplos.



Em todos eles podemos contar: 6 faces, 8 vértices e 12 arestas.

Nos paralelepípedos ao lado, observe que todas as faces são idênticas e têm a forma de um quadrado.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Um paralelepípedo reto-retângulo é denominado **cubo** quando tem todas as faces na forma de quadrado.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**35** Observe como uma parede pode ser construída com o empilhamento de tijolos:


DJA65/SHUTTERSTOCK

Muitos objetos que usamos diariamente têm forma de paralelepípedo reto-retângulo. A que você atribui esse fato? resposta possível: É fácil de manusear e empilhar.


IRENCIK/SHUTTERSTOCK

**36** A maioria das embalagens utilizadas atualmente tem forma de bloco retangular. Por que você acha que isso ocorre?

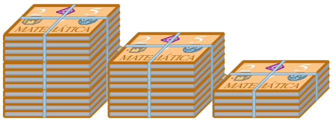
ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS

resposta possível: Embalagens com forma de bloco retangular são mais fáceis de empilhar, armazenar e manusear.

**37** Uma editora vai distribuir sua nova coleção de Matemática, composta de 4 volumes. Cada coleção foi amarrada conforme a figura abaixo:

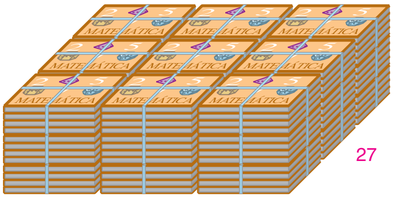
Quantas coleções há em cada um dos itens a seguir?

**a)**



6

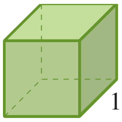
**b)**



27

ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS

**38** Tiago construiu vários cubos de cartolina com arestas de 1 centímetro.



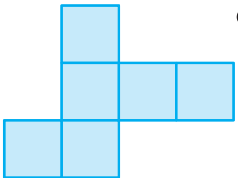
NELSON MATSUDA

**a)** Quantos cubos iguais a esse Tiago precisa construir para formar um cubo com arestas de 2 centímetros? 8

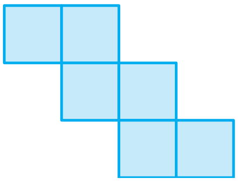
**b)** Quantos desses cubos Tiago precisa construir para formar um cubo com arestas de 3 centímetros? 27

**39** Reúna-se com um colega para copiar as planificações abaixo em uma cartolina. Após recortá-las e dobrá-las, com quais delas vocês conseguem montar um cubo? alternativas **a**, **c**

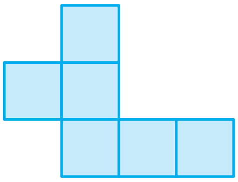
**a)**



**c)**



**b)**

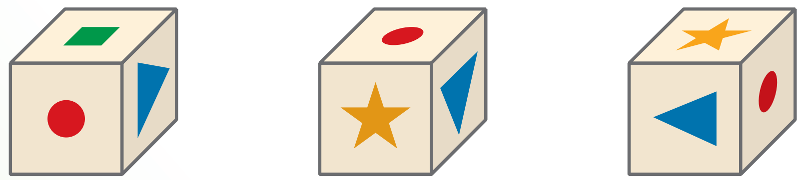


ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

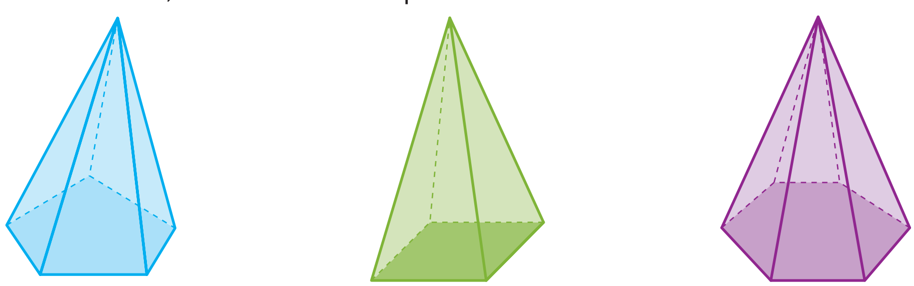
***Pense mais um pouco...***

As figuras mostram o mesmo dado em três posições diferentes. Qual é o símbolo que está na face oposta da ★? A figura que tem a forma de um quadrado verde.



## 7 Pirâmides

Além dos prismas, as pirâmides formam outro grupo importante de poliedros. Para começar nosso estudo sobre elas, considere estes poliedros:

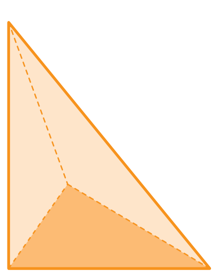


Todos são exemplos de **pirâmides**. Todos eles possuem uma face que é uma região poligonal qualquer, chamada de **base**, e as demais faces são triangulares com um vértice comum, chamadas de **faces laterais**.

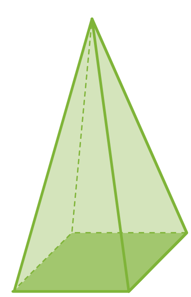
As arestas das faces laterais de uma pirâmide são chamadas de **arestas laterais**.

### Classificação das pirâmides

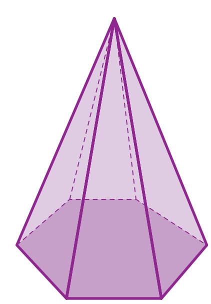
As pirâmides podem ser nomeadas de acordo com a base. Observe.



**Pirâmide triangular**



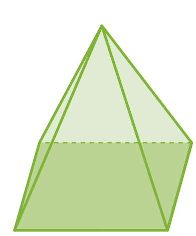
**Pirâmide quadrangular**



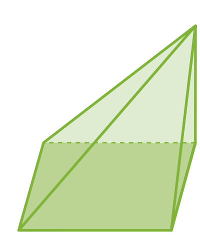
**Pirâmide hexagonal**

As pirâmides também podem ser classificadas como reta ou oblíqua:

- **pirâmide reta** – quando todas as arestas laterais são congruentes;
- **pirâmide oblíqua** – quando não é uma pirâmide reta.



**Pirâmide reta**



**Pirâmide oblíqua**

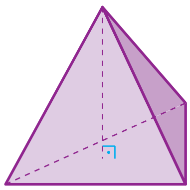
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

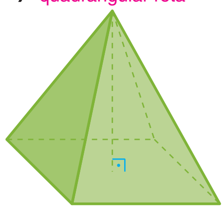
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**40** Classifique as pirâmides abaixo em relação à base e como pirâmide oblíqua ou pirâmide reta.

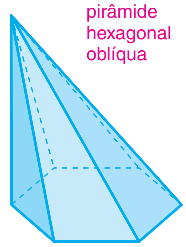
**a)** pirâmide triangular reta



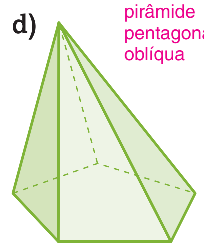
**b)** pirâmide quadrangular reta



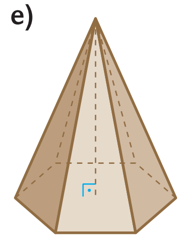
**c)** pirâmide hexagonal oblíqua



**d)** pirâmide pentagonal oblíqua



**e)**



pirâmide hexagonal reta

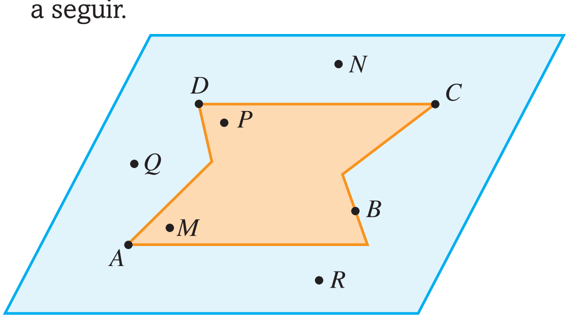
**41** Quantos vértices tem uma pirâmide octogonal? E quantas arestas? 9; 16

**42** Quantas arestas e faces tem uma pirâmide de 10 vértices? 18 arestas e 10 faces

## EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Observe esta figura e responda às questões a seguir.




**a)** Dos pontos assinalados, quais pertencem à linha poligonal? E quais pertencem à sua região interior? linha poligonal: *A*, *B*, *C*, *D* região interior: *P*, *M*

**b)** A região interior determinada pela linha poligonal é convexa ou não convexa? Justifique sua resposta. É não convexa, pois nem todo ponto do segmento *PM* pertence à região interior.

**2** Desenhe um polígono convexo com 4 lados e nomeie seus vértices.

**a)** Quantos ângulos internos tem esse polígono? Quais são? resposta pessoal

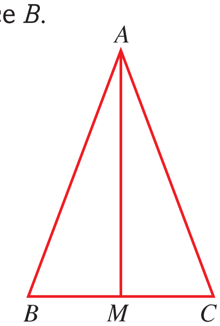
**b)** Dê nome ao polígono que você desenhou. resposta pessoal

**3** Corrija as afirmações a seguir.

**a)** Quadriláteros que têm apenas um par de lados paralelos são chamados paralelogramos. Quadriláteros que têm apenas um par de lados paralelos são chamados trapézios.

**b)** Um triângulo escaleno tem os três lados de mesma medida. Um triângulo escaleno tem os três lados com medidas diferentes.

**4** Copie a figura abaixo em uma folha de papel à parte e recorte-a. Em seguida, dobre-a no segmento $\overline{AM}$, fazendo o vértice $C$ coincidir com o vértice $B$.




**a)** O que se verifica em relação aos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$? Têm a mesma medida.

**b)** E em relação aos ângulos $\hat{B}$ e $\hat{C}$? Têm a mesma medida.

**c)** Como é classificado o triângulo $ABC$? isósceles

**d)** O que se verifica em relação aos segmentos $\overline{BM}$ e $\overline{MC}$? Têm a mesma medida.

**e)** E em relação aos ângulos $B\hat{M}A$ e $C\hat{M}A$? São ângulos retos.

**5** Responda:

**a)** Quantas arestas tem um prisma cuja base tem 9 lados? E se a base tiver 10 lados? E 11 lados? E se a base tiver um número $n$ de lados? 27; 30; 33; 3$n$

**b)** Quantas arestas tem uma pirâmide cuja base tem 9 lados? E se a base tiver 10 lados? E 11 lados? E se a base tiver um número $n$ de lados? 18; 20; 22; 2$n$

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

## Diversificando


CLAUDIO CHIYO

### Poliedros com massinha

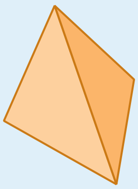
Giovanna e Gabriela gostam de fazer modelos de poliedros usando massa de modelar.
Veja o modelo de tetraedro que uma fez e o de hexaedro (cubo) feito pela outra.

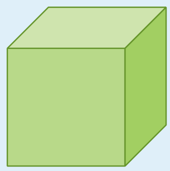
**Receita de massa de modelar**

Ingredientes:

- 4 xícaras de farinha de trigo
- 1 xícara de sal
- 1 colher de sopa de óleo
- 1 xícara e meia de água
- Anilina suficiente para colorir

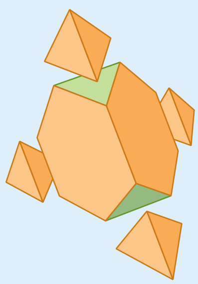
Misture tudo em uma vasilha.

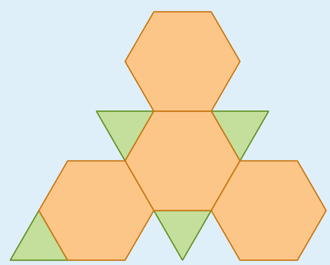




Depois de terminado seu tetraedro, Giovanna construiu um tetraedro truncado, cortando com planos seus quatro "bicos". Ela obteve um poliedro com quatro faces triangulares e quatro faces hexagonais.
Veja o tetraedro truncado e sua planificação.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO





No dicionário, encontramos alguns significados do verbo **truncar**:

**1.** separar do tronco; cortar;
**2.** retirar uma parte de; mutilar;
**3.** (Rubrica: geometria) cortar (sólido geométrico) com um plano secante.

### Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Em um papel sulfite, copie a planificação do tetraedro truncado acima e monte um modelo desse poliedro.

**2** Se Gabriela truncar o modelo de seu hexaedro do mesmo modo como fez Giovanna, quantas faces e que tipo ela obterá no novo modelo de poliedro? (Se quiser, antes de responder, você pode fazer sua própria massinha, construir um modelo de cubo e truncá-lo.)
8 faces triangulares e 6 faces hexagonais

**3** Com massa de modelar, construa um modelo de uma pirâmide quadrangular reta e trunque-a com um só plano, de modo a obter um modelo de poliedro que contenha o vértice e outro que contenha a base da pirâmide.

**a)** O poliedro que contém o vértice é uma pirâmide? De que tipo? sim, uma pirâmide quadrangular

**b)** Quantas faces terá o poliedro que contém o vértice? E o outro poliedro? Classifique essas faces.
o 1º: 4 faces triangulares e 1 face quadrangular; o 2º: 6 faces quadrangulares

CAPÍTULO

10

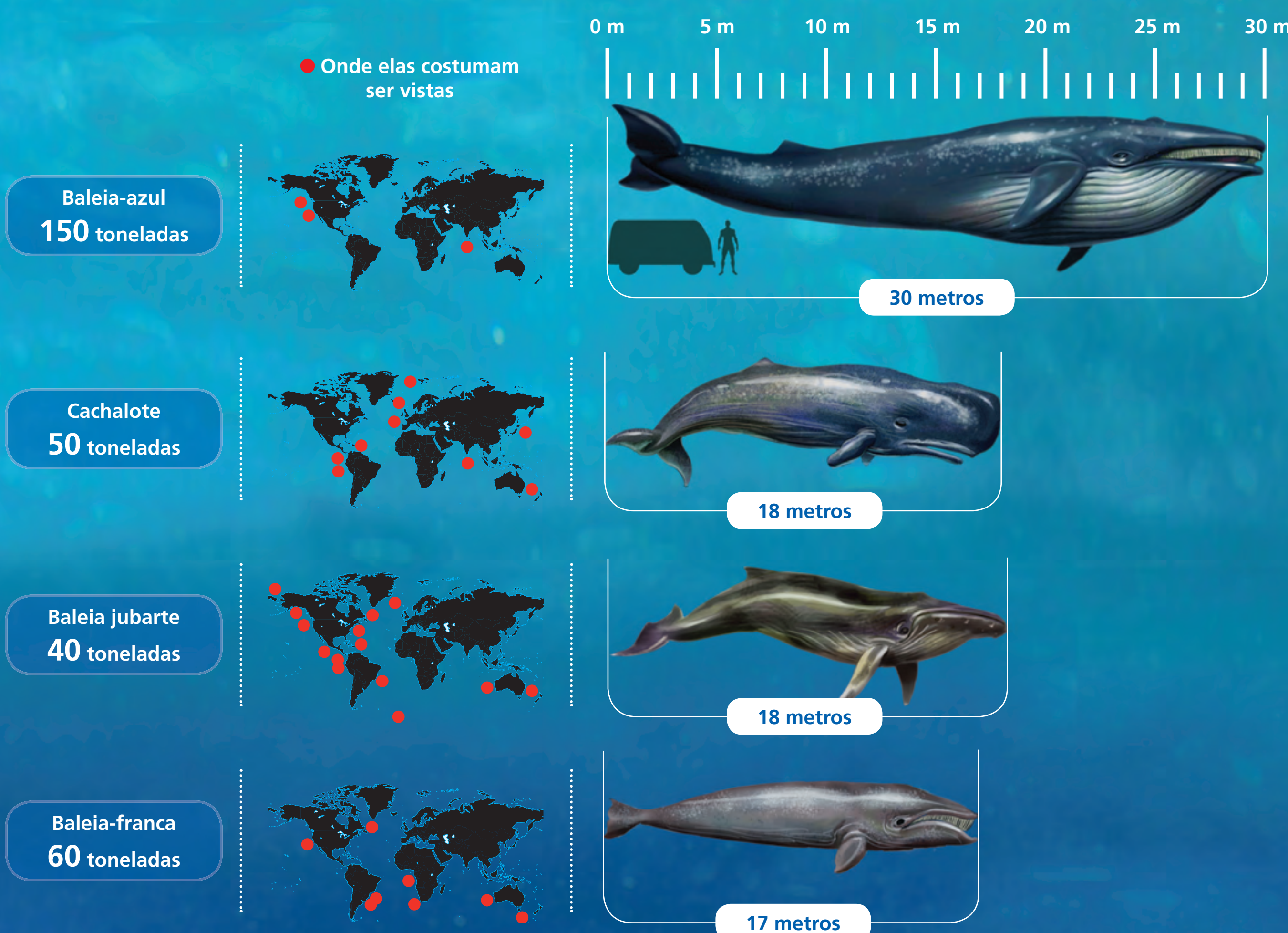
# Comprimentos e áreas

## 1 As medidas na natureza

Os animais são dotados de instintos que garantem sua preservação. Esses instintos são responsáveis por atitudes que asseguram sua sobrevivência, como migração, procriação, busca por alimentos e proteção.

Leia a reportagem a seguir, que trata do maior mamífero do mundo, a baleia.

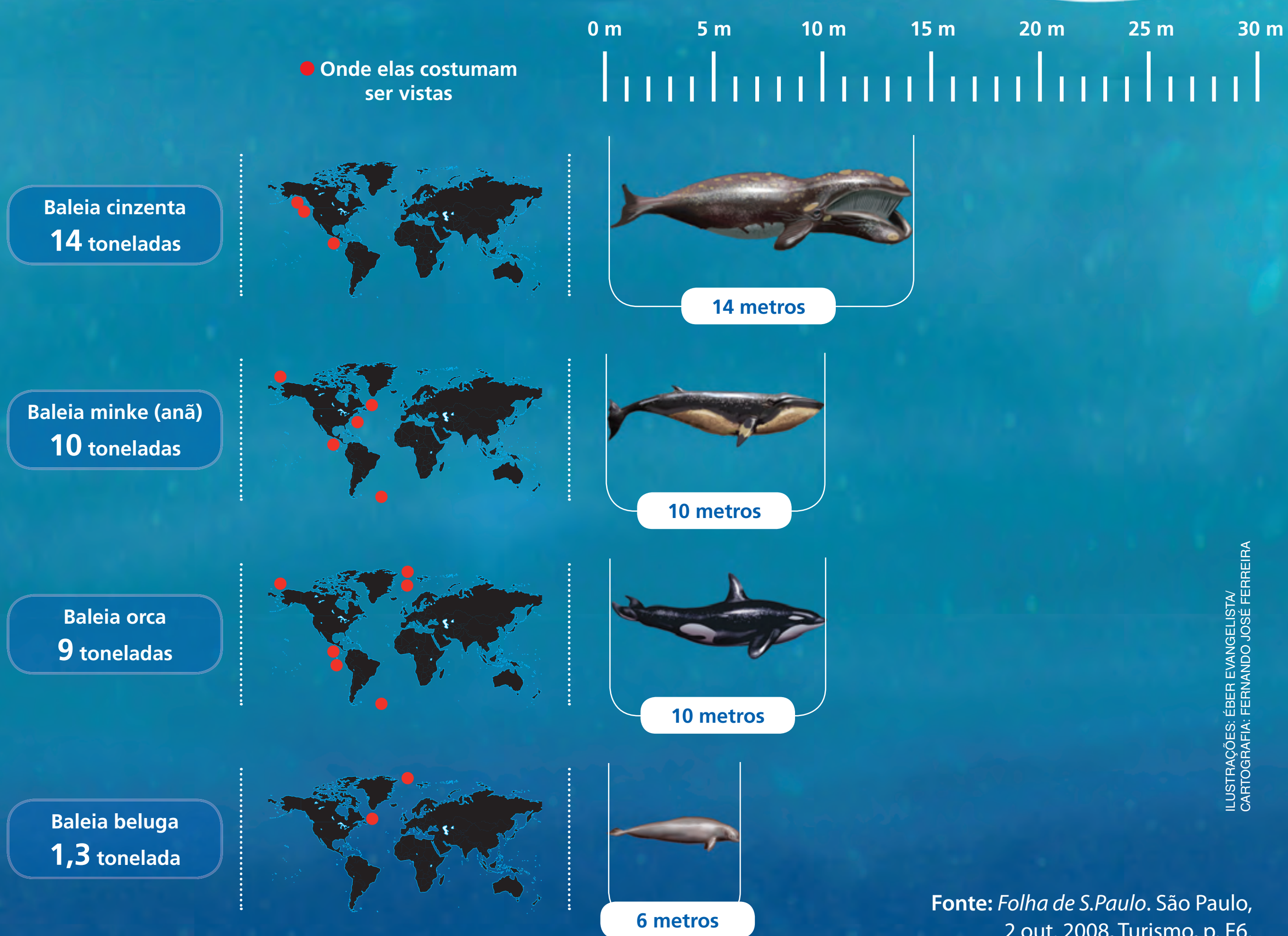
Nessa matéria jornalística, você verá expressões como 24 °C, 37 °C, 150 toneladas, 1,3 tonelada, 30 metros, 6 metros, que representam medidas no **Sistema Internacional de Unidades** (**SI**), que estudaremos adiante.



## Jubartes e francas vêm até o litoral do Brasil para dar à luz

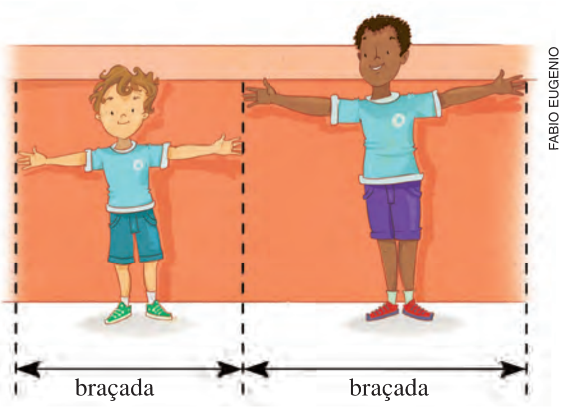
Águas na temperatura ideal, por volta de 24 °C, para que o bebê baleia não sofra com a alteração drástica de temperatura ao sair do corpo da mãe, que costuma ficar perto de 37 °C. "As baleias-francas e jubartes vêm para a costa brasileira para copular e dar à luz. A temperatura agradável da água causa um estresse menor ao filhote, diminuindo os riscos de mortalidade", explica Eduardo Secchi, pesquisador e responsável pelo laboratório de tartarugas e mamíferos marinhos do Instituto de Oceanografia da Universidade Federal do Rio Grande [...].

Até novembro dá tempo de avistá-las no litoral do Espírito Santo e da Bahia – no caso da jubarte – e em Santa Catarina – no caso da baleia-franca. A minke também costuma dar o ar da graça por aqui, geralmente no Nordeste do país. [...]




**Fonte:** *Folha de S.Paulo*. São Paulo, 2 out. 2008, Turismo, p. F6.

## 2 Conhecendo algumas unidades de medida de comprimento




Em uma gincana escolar, os alunos tinham de realizar medições sem utilizar instrumentos de medida. Fazia parte da gincana medir um dos muros da escola e o tampo da carteira escolar.

Pedro e Bruno sabem que, para medir um comprimento, precisam compará-lo com outro comprimento, tomado como **unidade de medida**.

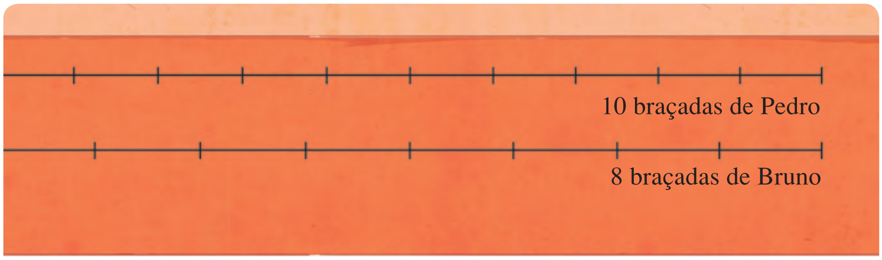
Para medir o comprimento de um muro da escola, Pedro sugeriu que adotassem como unidade de medida o que chamou de braçada: distância da ponta do dedo médio de uma de suas mãos à ponta do dedo médio da outra mão, estando com os braços abertos, como mostra a figura acima.

Pedro percebeu que, após 10 braçadas, sobrava uma parte do muro em que não cabia uma braçada inteira.

Quando chegou a vez de Bruno, ele também notou que, após 8 braçadas, ainda restava uma parte do muro em que não cabia uma braçada completa.

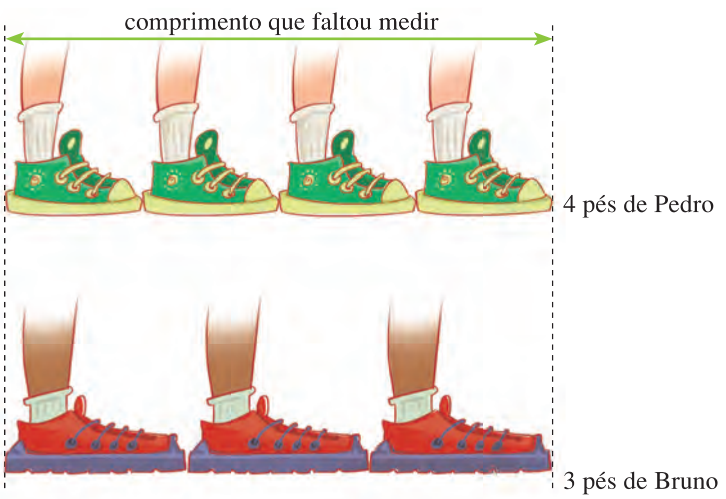
Notaram que, por coincidência, 10 braçadas de Pedro correspondiam a 8 braçadas de Bruno.

Observe o esquema abaixo.





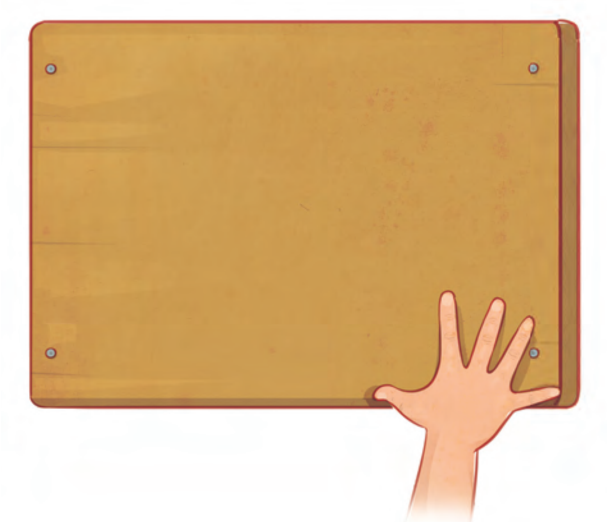

Em seguida, eles resolveram usar o comprimento dos pés para medir a parte restante do muro. Pedro mediu 4 pés, e Bruno, 3.




Assim, Pedro disse que o comprimento do muro era de 10 braçadas e 4 pés, enquanto Bruno afirmou que o comprimento era de 8 braçadas e 3 pés.

Durante essa medição, Pedro e Bruno escolheram uma unidade de medida de comprimento — a braçada — e, em seguida, outra unidade menor — o pé. Entretanto, essas unidades de medida não são muito precisas, porque variam de pessoa para pessoa.

Agora, para medir o comprimento do tampo da carteira escolar, Pedro e Bruno usaram como unidade de medida o **palmo** (indicado na figura abaixo), pois com a braçada e os pés teriam mais dificuldades. No entanto, o palmo também é uma unidade de medida que varia de uma pessoa para a outra.



FABIO EUGENIO



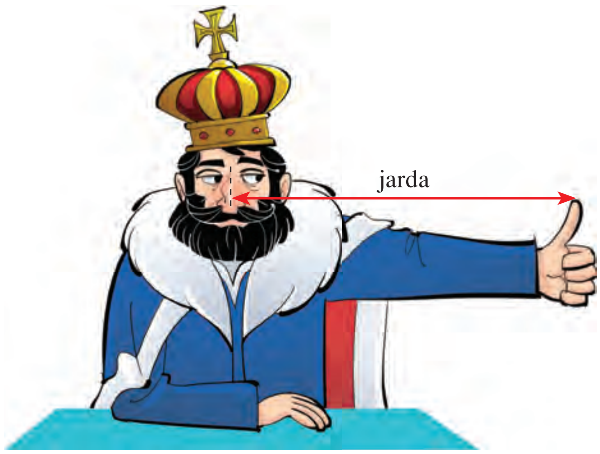
Na Antiguidade, isso também acontecia. Existiam diversas unidades de medida de comprimento que variavam de um povo para outro e, geralmente, estavam relacionadas com partes do corpo humano. Veja uma delas.

O **cúbito** era uma unidade de medida de comprimento utilizada pelos egípcios há cerca de 4.000 anos.


CLAUDIO CHIYO

O cúbito é a distância do cotovelo até a ponta do dedo médio do faraó.

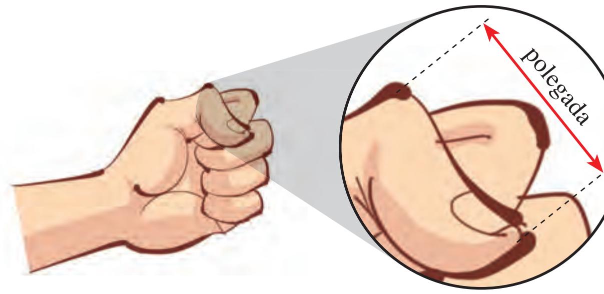
Alguns países, como a Inglaterra e os Estados Unidos, ainda hoje empregam a **jarda** como unidade de medida de comprimento. Em determinadas situações, a jarda também é utilizada em outros países, como o Brasil: em uma partida de futebol (jogo de origem inglesa), quando o juiz marca a distância da bola até a barreira, faz a medição com passos (1 passo de um adulto equivale aproximadamente a 1 jarda).



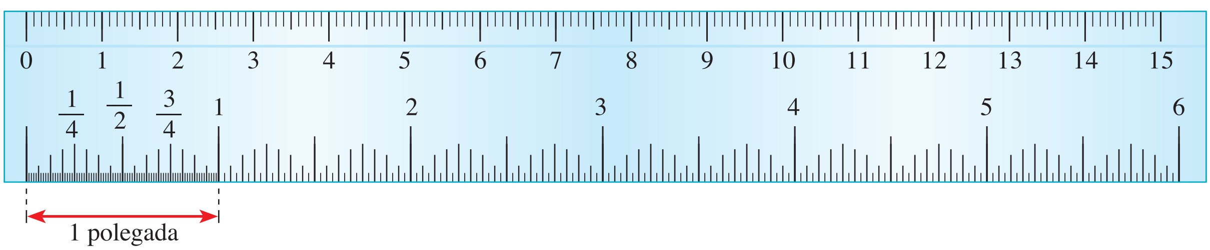

CLAUDIO CHIYO

Conta-se que a jarda teve seu uso oficializado a partir do século XII e que foi estabelecida como a distância entre a ponta do nariz e o polegar de Henrique I, rei da Inglaterra, com o braço esticado.

Outra unidade de medida de comprimento bastante usada na Inglaterra e nos Estados Unidos é a **polegada**.




CLAUDIO CHIYO




NELSON MATSUDA



No Brasil, empregamos a polegada em casos especiais, como quando queremos especificar a “largura” de um cano.


FABIO EUGENIO

Como havia unidades de medida diferentes, utilizadas por vários países e até em regiões de um mesmo país, as dificuldades nas transações comerciais eram grandes. Surgiu, então, a ideia de padronizar essas unidades.

Em 1790, em Paris, uma comissão da Academia de Ciências da França criou um sistema de medidas chamado de **Sistema Métrico Decimal**, constituído inicialmente de três unidades básicas: o **metro**, que deu nome ao sistema, o **litro** e o **quilograma**.

Em 1960, o Sistema Métrico Decimal foi substituído pelo **Sistema Internacional de Unidades** (**SI**). Esse novo sistema passou a compreender não somente essas unidades que interessavam diretamente ao comércio, mas se estendeu a tudo o que diz respeito à ciência da medição.

Para o caso de distâncias muito grandes, como as distâncias **interestelares**, são utilizadas as unidades de medida **ano-luz** ou **parsec**.

**Ano-luz:** unidade astronômica que corresponde à distância percorrida pela luz, no vácuo, durante um ano, à velocidade de 300.000 km/s (≃ 9,5 trilhões de quilômetros).
**Parsec:** unidade astronômica que corresponde a 3,26 anos-luz ou a 30,8 trilhões de quilômetros (equivale a 206.265 vezes a medida do raio da órbita da Terra).

# EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Use seu palmo para medir o comprimento do tampo de sua carteira na sala de aula.
respostas pessoais

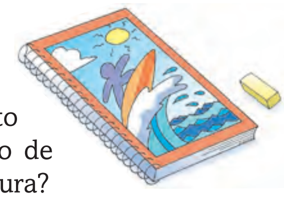
**a)** Quantos palmos você obteve?

**b)** Sobrou uma parte do comprimento da carteira em que não coube um palmo inteiro? Em caso afirmativo, use uma unidade menor (como a polegada) e meça essa parte.

**c)** Qual foi a medida que você obteve para o comprimento do tampo de sua carteira?

**2** Compare a medida que você obteve na atividade anterior com a medida obtida por um colega. Elas são iguais ou diferentes? Por quê?
Se os números obtidos são iguais é porque o comprimento dos palmos e da polegada dos dois são iguais. Caso contrário, quem obteve mais ou menos palmos (ou polegadas) é porque tem o palmo maior ou menor.

**3** Usando o comprimento de sua borracha como unidade de medida, responda: quanto mede o comprimento de seu caderno? E a largura?
respostas pessoais



JOSÉ LUÍS JUHAS

**4** Entre as unidades de medida jarda, cúbito e polegada, qual delas indica o menor comprimento?
a polegada

**5** Usando o comprimento de seu cúbito, de seu palmo e de sua polegada, estime: respostas pessoais

**a)** quantas polegadas cabem em um cúbito;

**b)** quantos palmos cabem em um cúbito;

**c)** quantas polegadas cabem em um palmo.



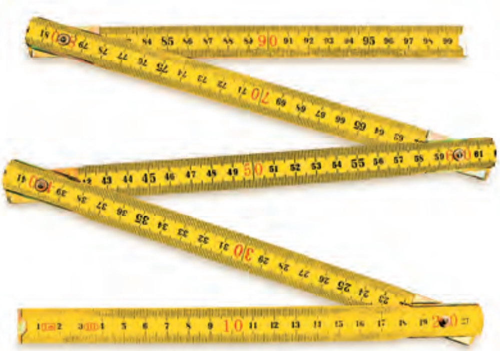
## 3 Metro, seus múltiplos e submúltiplos

O Sistema Internacional de Unidades tem o **metro** como unidade padrão (ou fundamental) de medida de comprimento, cujo símbolo é a letra **m**.

Entre os instrumentos empregados para medir comprimentos, os mais comuns são os apresentados abaixo.


VALZAN/SHUTTERSTOCK

régua



SERGEJ RAZVODOVSKIJ/SHUTTERSTOCK

metro de carpinteiro

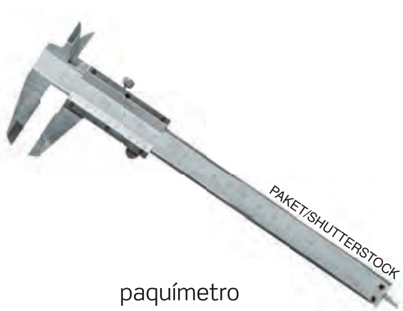
GRAJA/SHUTTERSTOCK

fita métrica

WINSTON LINK/SHUTTERSTOCK

trena

Para medir com mais precisão espessuras muito finas, utilizam-se:



PAKET/SHUTTERSTOCK

paquímetro

MAGICOVEN/SHUTTERSTOCK

micrômetro

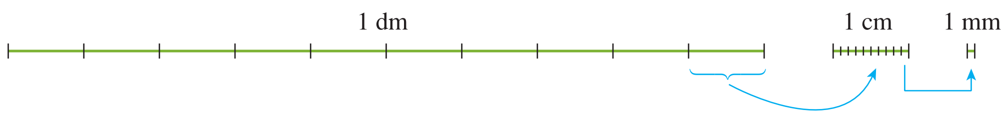
Paquímetro: instrumento utilizado para medir a distância entre dois lados opostos de um objeto.

Micrômetro: instrumento usado para aferir as dimensões lineares de um objeto (como espessura, altura, largura, profundidade, diâmetro etc.).

Dependendo do comprimento que vamos medir, o metro pode não ser a unidade mais adequada. Por exemplo, ele não é indicado para medir o comprimento do pé de uma pessoa ou para medir a distância entre duas cidades. Para situações como essas, podemos usar unidades menores ou maiores que o metro.

Quando precisamos medir um comprimento menor que o metro, utilizamos seus submúltiplos: **decímetro** (**dm**), **centímetro** (**cm**) ou **milímetro** (**mm**).

Veja a representação desses submúltiplos em um segmento de reta.




NELSON MATSUDA

Quando precisamos medir um comprimento muito maior, utilizamos seus múltiplos: **quilômetro** (**km**), **hectômetro** (**hm**) ou **decâmetro** (**dam**).

Observe o quadro abaixo com os múltiplos e os submúltiplos do metro. Na linha lilás estão os nomes dessas unidades de medida de comprimento; na linha verde, os símbolos correspondentes; e, na linha amarela, os valores de cada unidade em relação ao metro.

| Múltiplos | | | Unidade padrão | Submúltiplos | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| quilômetro | hectômetro | decâmetro | metro | decímetro | centímetro | milímetro |
| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
| 1.000 m | 100 m | 10 m | 1 m | 0,1 m | 0,01 m | 0,001 m |

No quadro acima, podemos observar que:

- cada unidade corresponde à décima parte da unidade imediatamente superior (à esquerda); Veja alguns exemplos.

FABIO EUGENIO

**a)** $1 \text{ cm} = \dfrac{1}{10} \text{ dm} = 0{,}1 \text{ dm}$

**b)** $1 \text{ dam} = \dfrac{1}{10} \text{ hm} = \left(\dfrac{1}{10} \times \dfrac{1}{10}\right) \text{km} = \dfrac{1}{100} \text{ km} = 0{,}01 \text{ km}$

**c)** $1 \text{ dm} = 0{,}1 \text{ m} = (0{,}1 \times 0{,}1) \text{ dam} = 0{,}01 \text{ dam}$

- cada unidade corresponde a 10 vezes a unidade imediatamente inferior (à direita). Observe alguns exemplos.

**a)** $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$

**b)** $3 \text{ m} = (3 \times 10) \text{ dm} = (3 \times 10 \times 10) \text{ cm} = 300 \text{ cm}$

**c)** $2{,}6 \text{ km} = (2{,}6 \times 10) \text{ hm} = (2{,}6 \times 10 \times 10) \text{ dam} = (2{,}6 \times 10 \times 10 \times 10) \text{ m} = 2.600 \text{ m}$

Algumas unidades de medida de comprimento, como o hectômetro, o decâmetro e o decímetro, são usadas com menos frequência nas atividades cotidianas.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**6** Represente as unidades de medida de comprimento a seguir com algarismos e símbolos.

**a)** Três milímetros. 3 mm
**b)** Trinta centímetros. 30 cm
**c)** Vinte e três quilômetros. 23 km
**d)** Quarenta e dois metros. 42 m

**7** Indique a unidade de medida do sistema métrico que você usaria para medir:

**a)** o comprimento de sua casa; m
**b)** a distância entre duas cidades; km
**c)** o comprimento de seu caderno; cm
**d)** a espessura de um celular; mm

**8** Estime quantos centímetros tem: respostas pessoais

**a)** seu pé;
**b)** seu palmo;
**c)** seu passo.

**9** Represente, com algarismos e símbolos, as unidades de medida de comprimento a seguir.

**a)** Dois decímetros e cinco centímetros. 2,5 dm
**b)** Um quilômetro, cento e dez metros. 1,110 km
**c)** Trinta e dois metros e cinco centímetros. 32,05 m

## Transformação de unidades de medida

Em muitas situações do dia a dia, precisamos transformar unidades de medida de comprimento. Vamos analisar algumas delas.

### *Situação 1*

Para que os animais de sua fazenda não fujam, Eduardo vai colocar arame farpado em uma área reservada para eles.



ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS

Veja como Eduardo pode fazer essa transformação.

Como cada unidade de medida de comprimento corresponde a 10 vezes a unidade imediatamente inferior, as transformações de unidades de medida de comprimento podem ser feitas segundo o esquema abaixo.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | : 10 | | : 10 | | : 10 | | : 10 | | : 10 | | : 10 | |
| km | | hm | | dam | | m | | dm | | cm | | mm |
| | × 10 | | × 10 | | × 10 | | × 10 | | × 10 | | × 10 | |

Então, para obter o comprimento, em metro, do arame que Eduardo deverá comprar, fazemos:

$$\begin{tikzcd} \text{km} \arrow[r, "\times 10"] \arrow[rrr, bend right, "\times 1.000"'] & \text{hm} \arrow[r, "\times 10"] & \text{dam} \arrow[r, "\times 10"] & \text{m} \end{tikzcd}$$

Assim, 1,5 km = (1,5 × 1.000) m = 1.500 m.

Portanto, Eduardo deverá comprar 1.500 m de arame farpado.

## Situação 2

Segundo a Bíblia, a arca de Noé tinha 300 côvados de comprimento. Sabendo que 1 côvado tem 525 mm, vamos determinar, em metro, o comprimento dessa arca.

Como cada côvado tem 525 mm, 300 côvados terão (300 × 525) mm, ou seja:

300 côvados = 157.500 mm

Agora, precisamos expressar 157.500 milímetros em metro:

JOSÉ LUÍS JUHAS

$$\begin{tikzcd} \text{m} & \text{dm} \arrow[l, ": 10"'] & \text{cm} \arrow[l, ": 10"'] & \text{mm} \arrow[l, ": 10"'] \arrow[lll, bend right, ": 1.000"'] \end{tikzcd}$$

Assim, 157.500 mm = (157.500 : 1.000) m = 157,5 m.

Portanto, o comprimento da arca de Noé era de 157,5 metros.


FABIO EUGENIO



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

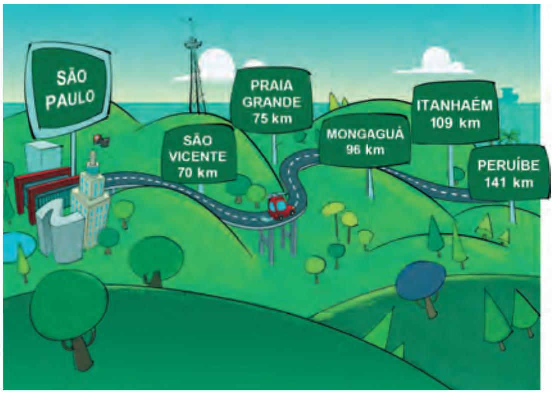
**10** O passo de Luís tem 70 cm de comprimento. Para ir de sua casa à escola, Luís caminha sem parar durante 20 minutos, dando um passo por segundo (1 minuto = 60 segundos). Quantos metros separam a casa de Luís da escola? 840 m

**11** Telma usou o palmo para medir o comprimento da janela de sua casa e encontrou 9 palmos. Sabendo que o palmo de Telma mede 195 mm, qual é, em metro, o comprimento dessa janela? 1,755 m

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**12** A figura a seguir representa a estrada que liga a cidade de São Paulo (considerada como quilômetro zero) a Peruíbe (litoral sul do estado de São Paulo).

CLAUDIO CHIYO




Dados obtidos em: <www.entrecidadesdistancia.com.br>. Acesso em: 18 mar. 2015.

Uma vez por semana, Marcos sai de São Paulo, passa por todas as cidades do caminho e vai até Peruíbe para fazer entregas de mercadorias.

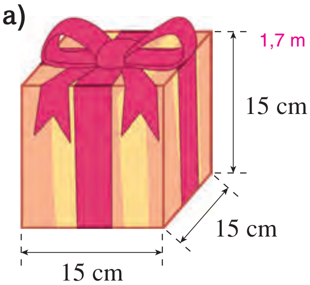
**a)** Quantos quilômetros Marcos percorre quando vai de Itanhaém a Peruíbe? 27 km

**b)** Em uma ocasião, o pneu do automóvel de Marcos furou entre Praia Grande e Mongaguá, a 600 m de Praia Grande. A quantos quilômetros do centro de São Paulo estava Marcos quando seu pneu furou? 75,6 km

**c)** De São Vicente a Itanhaém, a companhia telefônica estendeu um cabo para a instalação de linhas telefônicas. Quantos metros de cabo foram instalados, no mínimo? 39.000 m

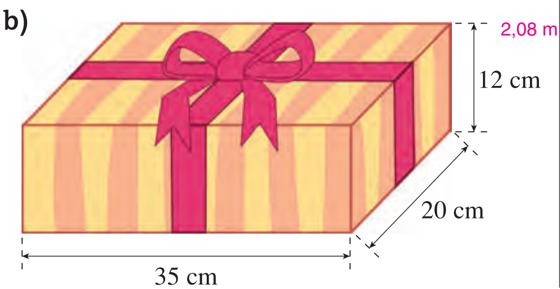
**13** Quantos metros de fita foram usados em cada pacote de presente, se o laço foi feito com 50 cm?

**a)**




1,7 m

**b)**

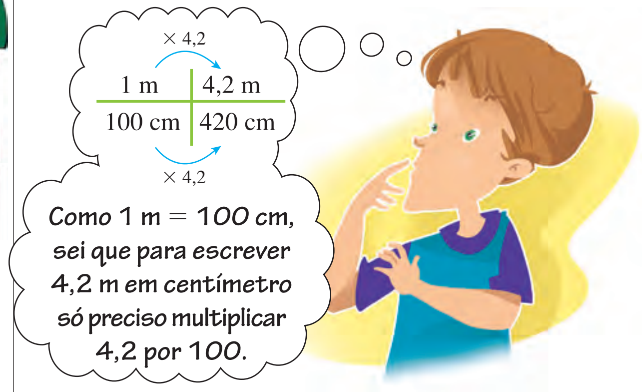



2,08 m

ILUSTRAÇÕES: CLAUDIO CHIYO

**14** O Pico da Neblina, que fica na Serra do Imeri (AM), tem 2.993,78 m de altitude, e o Pico dos Três Estados, na Serra da Mantiqueira (SP/MG/RJ), tem 2,665 km. Qual é a diferença entre as altitudes dos dois picos, em metro? 328,78 m

**15** Pedro precisa escrever 4,2 m em centímetro. Para isso, mentalmente, ele criou um esquema de relações. Observe.




FABIO EUGENIO

Calcule mentalmente, utilizando um esquema de relações, as transformações pedidas.

**a)** 2 m em cm 200 cm

**b)** 0,45 cm em mm 4,5 mm

**c)** 2,4 km em m 2.400 m

**d)** 3 dm em m 0,3 m

**e)** 4,5 cm em dm 0,45 dm

**f)** 38,2 m em km 0,0382 km

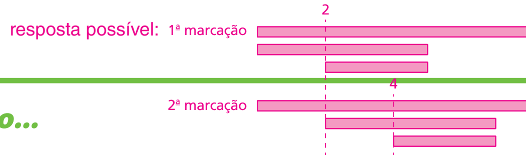
**16** Quanto devo pagar por 380 cm de uma fita que custa R$ 2,50 o metro? R$ 9,50

**17** Um navio cargueiro percorreu 930 milhas marítimas. Sabendo que uma milha marítima equivale a 1.852 m, quantos quilômetros o navio percorreu? 1.722,36 km

**18** O triatlo é uma modalidade esportiva na qual o atleta participa de três etapas: 1.500 m de natação, 400 hm de bicicleta e 10 km de corrida. Quanto mede, em quilômetro, todo o percurso da prova? 51,5 km


SÉRGIO MORAES/REUTERS/LATINSTOCK

Reinaldo Colucci do Brasil cruza a linha de chegada para vencer o triatlo nos Jogos Pan-Americanos em Puerto Vallarta. (Foto de 2011.)




FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

**Pense mais um pouco...**

Reúna-se com um colega e resolvam a questão a seguir.

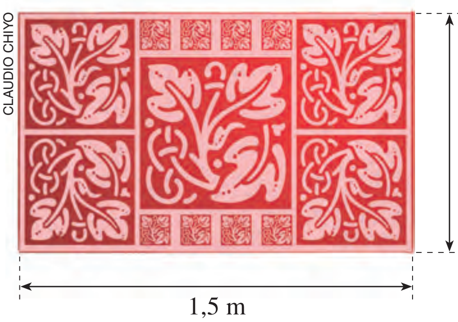
Para instalar um encanamento em sua casa, Vitório comprou três canos: um de 8 m, um de 5 m e outro de 3 m de comprimento. Chegando em casa, notou que precisava dividir o cano de 8 m ao meio. Como não tinha instrumento para medir, usou os canos de 5 m e de 3 m como medida e, assim, dividiu o cano de 8 m exatamente ao meio.

Como Vitório fez isso? Façam desenhos para exemplificar a resposta de vocês.

CLAUDIO CHIYO

## 4 Perímetro

Pensando em presentear uma amiga, Zenaide fez uma toalha de mesa com formato retangular e, para que fique mais bonita, colocará renda em todo o contorno da toalha. Veja as medidas da toalha no esquema ao lado.




CLAUDIO CHIYO

Para saber quantos metros de renda precisará comprar, Zenaide terá de calcular o **perímetro** da toalha, ou seja, deverá encontrar a soma das medidas dos lados da toalha. Mas, antes de calcular seu perímetro, ela precisará transformar todas as medidas em uma mesma unidade de medida de comprimento. Ou seja, as medidas dadas em centímetro terão de ser convertidas para metro.

Vamos, então, transformar centímetro em metro:

$$\text{m} \xleftarrow{:10} \text{dm} \xleftarrow{:10} \text{cm} \qquad (\text{cm} \xrightarrow{:100} \text{m})$$

90 cm = (90 : 100) m = 0,9 m

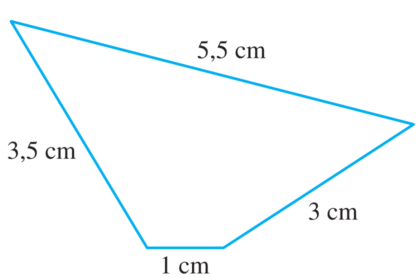
Agora, somamos as medidas para determinar o perímetro, que indicaremos por $P$:

$$P = 0{,}9\text{ m} + 1{,}5\text{ m} + 0{,}9\text{ m} + 1{,}5\text{ m} = 4{,}8\text{ m}$$

Portanto, Zenaide deverá comprar 4,8 m de renda para colocar em todo o contorno da toalha.

O **perímetro** de um polígono é a soma das medidas dos seus lados.

Indicando por $P$ o perímetro do polígono abaixo, temos:




NELSON MATSUDA

$$P = 1\text{ cm} + 3\text{ cm} + 5{,}5\text{ cm} + 3{,}5\text{ cm} = 13\text{ cm}$$

**OBSERVAÇÃO**

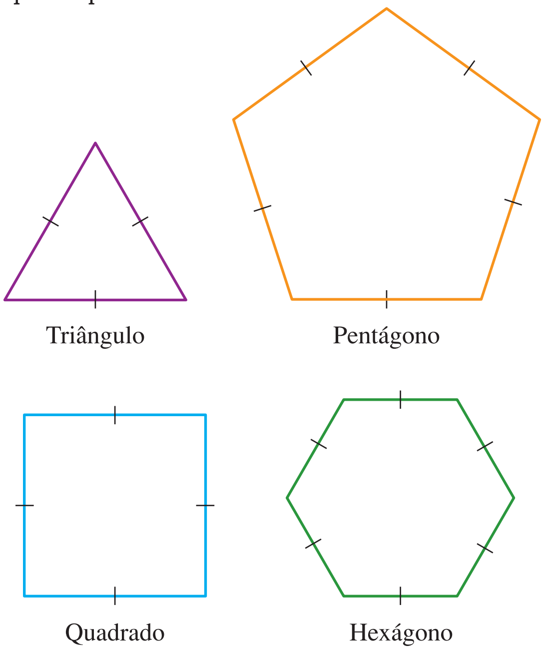
- O perímetro não é usado somente para polígonos, mas também para expressar a medida do contorno de qualquer figura plana.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

19. a) triângulo: 7,2 cm; quadrado: 9,6 cm; pentágono: 12,5 cm; hexágono: 9 cm

**19** Observe os polígonos a seguir e depois faça o que se pede.




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**a)** Com o auxílio de uma régua, determine o perímetro de cada polígono.

**b)** Construa um quadro apresentando o nome de cada polígono, a medida do lado e o perímetro (obtido no item **a**). construção de quadro

**c)** Que unidade você usou para fazer essas medições? cm ou mm

**20** O perímetro de um triângulo isósceles é igual ao de um triângulo equilátero cujo lado mede 7 cm. Determine a medida dos lados do triângulo isósceles sabendo que um deles mede 8 cm.

8 cm, 6,5 cm e 6,5 cm ou 8 cm, 8 cm e 5 cm

**21** Tenho um terreno retangular cujo comprimento é igual ao triplo da largura. Pensando em colocar um muro ao redor desse terreno, consultei um pedreiro para saber quantos tijolos deveria comprar. Ele me disse que seriam necessários 130 tijolos por metro. Então, comprei 10.000 tijolos. Sabendo que a largura desse terreno é de 10,8 m, sobraram ou faltaram tijolos? Quantos? Faltaram 1.232 tijolos.

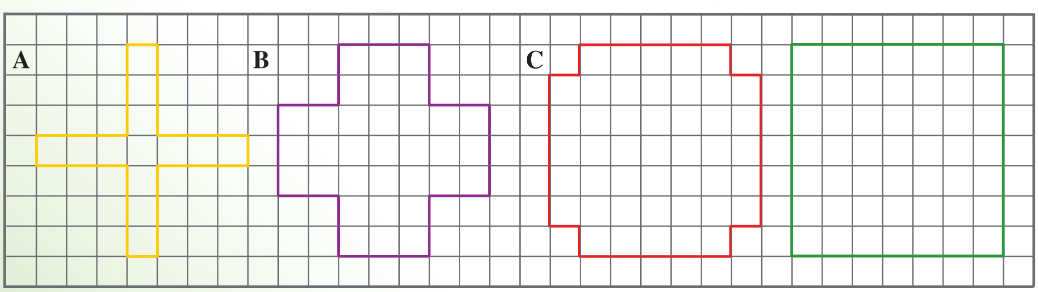
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

### *Pense mais um pouco...*

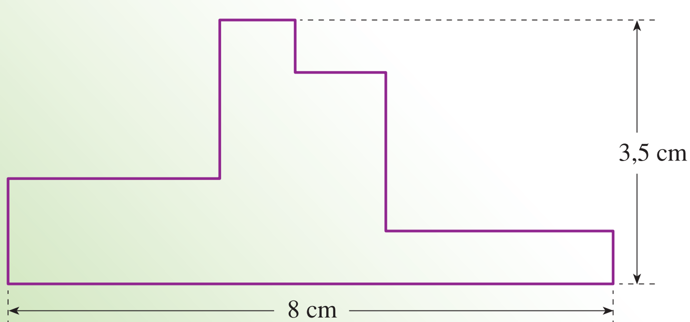
Reúna-se com um colega e resolvam as questões a seguir.

1. Entre os dodecágonos **A**, **B** e **C**, qual tem perímetro maior que o do quadrado?

Todos têm perímetro igual ao do quadrado.




2. Observem atentamente o polígono a seguir e determinem seu perímetro. 23 cm




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

# 5 Medindo superfícies

CLAUDIO CHIYO

Quando estudamos poliedros, aprendemos que as faces dos poliedros são superfícies planas. Podemos ter ideia do que seja uma superfície passando a mão no tampo de uma mesa, por exemplo.

A região da mesa na qual nossa mão toca é denominada **superfície** da mesa.

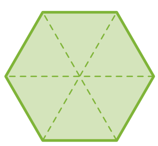
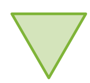
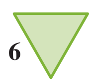
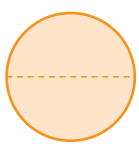
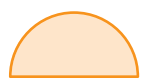
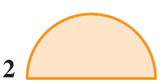
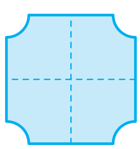
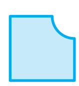
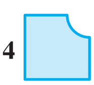
Muitas vezes precisamos medir superfícies: quando, por exemplo, queremos saber a quantidade de papel necessária para decorar a superfície de uma caixa de presente, ou quantos azulejos são necessários para recobrir as paredes de uma cozinha.

Vamos aprender como fazer isso.

Para medir uma superfície, devemos compará-la com outra superfície, tomada como unidade de medida.

Acompanhe os exemplos.

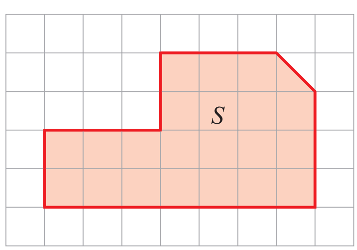
**a)** Quando medimos a superfície de cada figura com as unidades apresentadas em cada caso, obtemos uma medida chamada de **área**.

| Figura | Unidade de medida | Área da figura |
|---|---|---|
|  |  | 6  |
|  |  | 2  |
|  |  | 4  |

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA



**b)** Considerando a superfície da figura *S*, vamos medir sua superfície, ou seja, vamos obter sua área usando como unidade de medida a superfície do quadradinho da malha quadriculada, que chamaremos de *u*: 



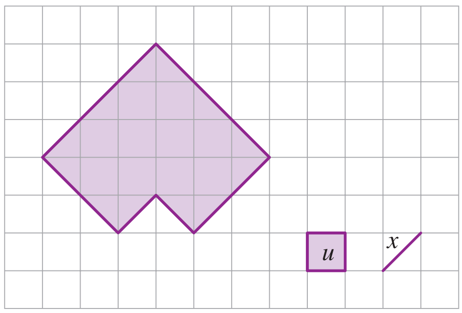

NELSON MATSUDA

Observando o desenho, verificamos que essa unidade cabe 21,5 vezes na superfície da figura *S*. Portanto, a medida da superfície da figura *S* (ou área da figura *S*) é igual a 21,5 *u*.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**22** Meça o contorno da figura desenhada na malha quadriculada a seguir usando a unidade de medida *x*, e a superfície usando a unidade de medida *u*, ambas representadas na mesma malha. 12 *x*, 16 *u*



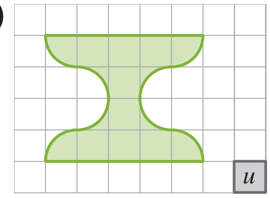

NELSON MATSUDA

**23** Em uma folha de papel quadriculado, desenhe três retângulos de perímetros diferentes que delimitem superfícies com 20 *u* de área, em que *u* é a área da superfície de um quadradinho do quadriculado. Em seguida, compare suas respostas com as de um colega e verifique se há alguma diferença em relação às suas. Construção de figura; espera-se que os alunos concluam que há outras respostas.

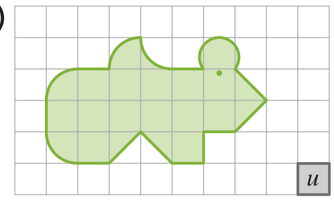
**24** Duas figuras com o mesmo perímetro têm necessariamente a mesma área? Por quê?
Não; ver comentários no *Suplemento com orientações para o professor.*

**25** Calcule a área aproximada das figuras a seguir considerando $\boxed{u}$ a unidade de área.

**a)** 12 *u*



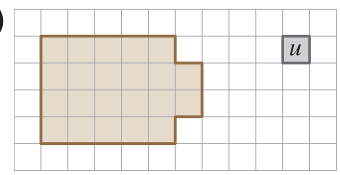

**b)** 19 *u*



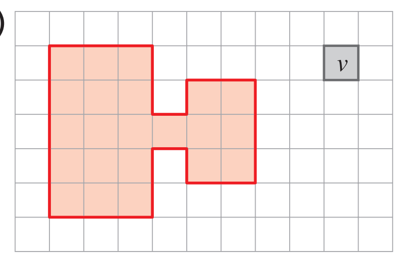

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**26** Determine, em seu caderno, a área das figuras abaixo usando as unidades de medida indicadas.

**a)** 22 *u*




**b)** 22 *v*




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

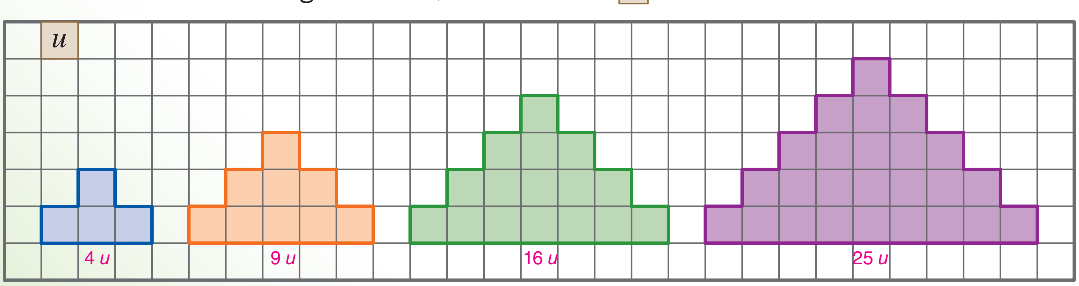
- As duas figuras têm a mesma área? Justifique.

**26.** Não, pois as unidades de medida são diferentes. Os alunos devem perceber que, apesar de o valor numérico que exprime a medida de cada uma das duas superfícies ser o mesmo (22), as duas figuras não têm a mesma área, pois as unidades de medida são diferentes (os quadradinhos têm tamanhos diferentes). Esta atividade ajudará os alunos a perceber mais tarde a diferença entre outras unidades de medida padronizadas, como 22 cm² ≠ 22 m².

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

### *Pense mais um pouco...*

**1.** Determine a área de cada figura abaixo, considerando $\boxed{u}$ como unidade de área.




NELSON MATSUDA

**2.** Considerando que essas figuras formam uma sequência que mantém um padrão de crescimento, desenhe em um papel quadriculado a próxima figura da sequência. Qual é sua área? construção de figura; resposta possível: 36 *u*

**3.** Desenhe em uma folha de papel quadriculado as figuras das atividades **1** e **2** e recorte-as. Em seguida, corte cada uma em duas partes e depois junte essas duas partes de modo que formem uma superfície quadrada. construção de figura

PARA SABER MAIS +

## A Matemática na História

Não podemos afirmar com precisão a origem das medidas de comprimento e de área, pois os primórdios desse assunto são mais antigos que a escrita.

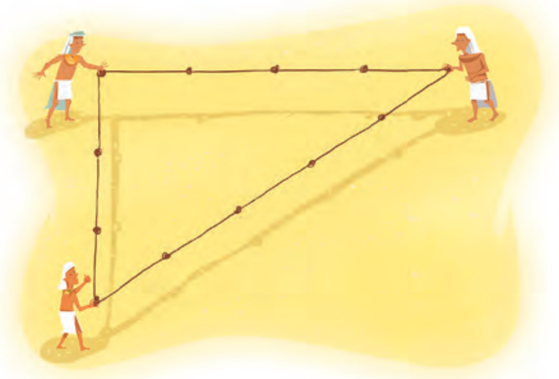
Somente nos últimos 6.000 anos o ser humano foi capaz de expressar descobertas e pensamentos de forma escrita, tornando possível que historiadores e outros estudiosos afirmassem com precisão alguns fatos históricos.

Provavelmente, as medidas de comprimento e área começaram a ser usadas por egípcios ou babilônios, civilizações que construíram grandes edificações, como as famosas pirâmides do Egito, próximas ao rio Nilo.

Acredita-se que, sobretudo no Egito, a arte de medir tenha surgido também da necessidade prática de fazer novas medições de terra (agrimensura) após as cheias anuais no vale do rio Nilo. (A agrimensura portanto, é uma das práticas mais antigas do ser humano.)

Além de restabelecer os limites das áreas inundadas dos diversos proprietários, os agrimensores tinham muitas outras funções relacionadas à medição de terras. Como se percebe, esses "inspetores" deviam aprender uma Matemática prática. Esse conhecimento envolvia técnicas que permitiam a medição de distâncias e de superfícies, não apenas para orientar as vistorias que faziam, como também para realizar qualquer cálculo requerido pelo governo ou por autoridades locais com o intuito de estabelecer taxações ou outras finalidades.

Por exemplo, na prática, os agrimensores já sabiam que um triângulo com lados medindo 3, 4 e 5 tinha um ângulo interno de 90°. Assim, eles faziam 12 nós $(3 + 4 + 5)$ em uma corda a distâncias iguais. Amarravam as pontas e esticavam a corda, dobrando-a convenientemente em três dos nós. Isso lhes permitia traçar perpendiculares, necessárias às tarefas de agrimensura.


FABIO EUGENIO

O fato de os agrimensores serem chamados de "estiradores de cordas" deve-se ao uso dessas cordas como unidade de medida, assinalada tanto para traçar as bases dos templos como para realinhar demarcações apagadas de terras. Essas cordas eram esticadas para que se verificasse quantas vezes aquela unidade de medida estava contida no comprimento que se desejava medir.

Os agrimensores acompanhavam os proprietários de terra na época de colheita para medir os campos. Com essas medidas, era possível determinar a parte da produção que o camponês deveria entregar às autoridades.

A tradição de agrimensores perdurou por muito tempo e foi transmitida para outras culturas, como para a civilização romana, na qual os agrimensores eram inspetores de terras da Roma antiga.



**Agora é com você!** FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Com o auxílio de um barbante, reproduza o triângulo 3, 4 e 5 utilizado pelos "estiradores de cordas".

construção de figura

# 6 Metro quadrado, seus múltiplos e submúltiplos

É comum encontrarmos em revistas e jornais anúncios como estes:


ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS



Observe as medidas 633 m², 272 m², 115 m², 64 m² e 1.500 m² que aparecem nos anúncios. Elas indicam a medida de superfície em **metro quadrado**.

O Sistema Internacional de Unidades adota como unidade padrão para medir superfície o **metro quadrado**, representado por **m²**.

O **metro quadrado** é a medida de uma superfície quadrada que tem 1 metro de lado.

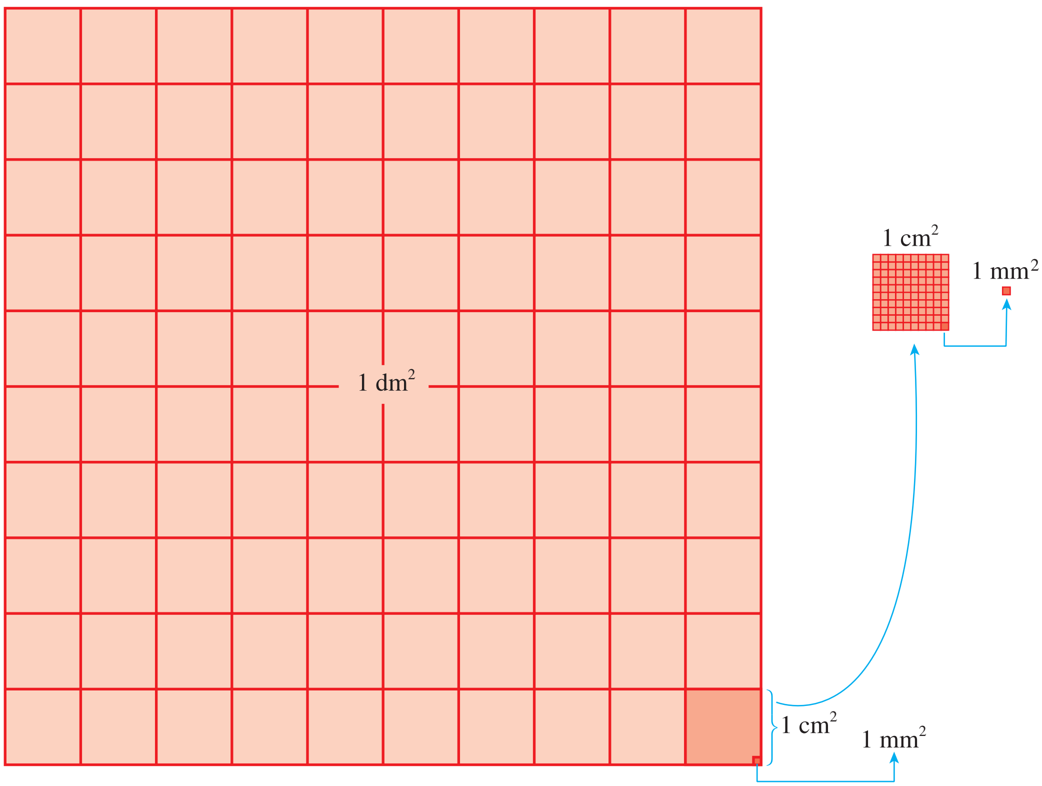
CARLOS CARRARO

Cada lado do tapete desta foto mede 1 metro.

Dependendo da superfície que vamos medir, o metro quadrado pode não ser a unidade mais adequada. Por exemplo, ele não é indicado para medir a superfície de uma das páginas deste livro nem para determinar a área de uma fazenda. Para situações como essas, podemos usar unidades menores ou maiores que o metro quadrado.

Quando precisamos medir uma superfície menor que o metro quadrado, utilizamos seus submúltiplos: **decímetro quadrado** (**dm²**), **centímetro quadrado** (**cm²**) ou **milímetro quadrado** (**mm²**).

Na figura abaixo, representamos alguns submúltiplos do metro quadrado.




NELSON MATSUDA

Observe que a superfície quadrada de 1 dm² é formada por 10 fileiras com 10 regiões quadradas de 1 cm² em cada uma. Assim, temos: $1 \text{ dm}^2 = 10 \times (10 \text{ cm}^2) = 100 \text{ cm}^2$

Do mesmo modo, em 1 cm² cabem 10 fileiras com 10 regiões quadradas de 1 mm² em cada uma. Logo: $1 \text{ cm}^2 = 10 \times (10 \text{ mm}^2) = 100 \text{ mm}^2$

Podemos construir com folhas de jornal uma placa quadrada com 1 m² de área, isto é, com 1 m de lado. Preenchendo essa placa com regiões quadradas de 1 dm de lado (com 1 dm² de área), verificamos que $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$.

Em resumo:

$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$
$1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$
$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$

→

$1 \text{ m}^2 = 10.000 \text{ cm}^2$
$1 \text{ m}^2 = 1.000.000 \text{ mm}^2$

ou

ou

$$1 \text{ dm}^2 = \frac{1}{100} \text{ m}^2 = 1 \text{ m}^2 : 100$$
$$1 \text{ cm}^2 = \frac{1}{100} \text{ dm}^2 = 1 \text{ dm}^2 : 100$$
$$1 \text{ mm}^2 = \frac{1}{100} \text{ cm}^2 = 1 \text{ cm}^2 : 100$$

→

$$1 \text{ cm}^2 = \frac{1}{10.000} \text{ m}^2$$
$$1 \text{ mm}^2 = \frac{1}{1.000.000} \text{ m}^2$$

Quando precisamos medir uma superfície maior que o metro quadrado, utilizamos seus múltiplos: **quilômetro quadrado** (**km²**), **hectômetro quadrado** (**hm²**) ou **decâmetro quadrado** (**dam²**).

Também entre os múltiplos do metro quadrado existe uma "relação centesimal". Assim, temos:

$$1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2 \quad \text{e} \quad 1 \text{ m}^2 = \frac{1}{100} \text{ dam}^2$$

$$1 \text{ hm}^2 = 100 \text{ dam}^2 \quad \text{e} \quad 1 \text{ dam}^2 = \frac{1}{100} \text{ hm}^2$$

$$1 \text{ km}^2 = 100 \text{ hm}^2 \quad \text{e} \quad 1 \text{ hm}^2 = \frac{1}{100} \text{ km}^2$$

Observe o quadro a seguir. Nele, colocamos os múltiplos e os submúltiplos do metro quadrado. Na linha lilás, estão os nomes das unidades de área; na verde, os símbolos correspondentes; e, na amarela, os valores de cada unidade em relação ao metro quadrado.

| **Múltiplos** | | | **Unidade padrão** | **Submúltiplos** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| quilômetro quadrado | hectômetro quadrado | decâmetro quadrado | metro quadrado | decímetro quadrado | centímetro quadrado | milímetro quadrado |
| km² | hm² | dam² | m² | dm² | cm² | mm² |
| 1.000.000 m² | 10.000 m² | 100 m² | 1 m² | 0,01 m² | 0,0001 m² | 0,000001 m² |



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**27** Considerando o Sistema Internacional de Unidades, indique a unidade de medida mais adequada para expressar:

**a)** a medida da superfície de Pernambuco; km²

**b)** a área de uma das páginas deste livro de Matemática; cm²

**c)** a área de um campo de futebol; m²

**d)** a medida da superfície do chão de sua sala de aula. m²

**28** Alterando apenas um dos números das sentenças, corrija aquelas que são falsas.

**a)** $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$ verdadeira

**b)** $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ dm}^2$ falsa; resposta possível: 1 cm² = 0,01 dm²

**c)** $1 \text{ cm}^2 = 0{,}0001 \text{ m}^2$ verdadeira

**d)** $1 \text{ m}^2 = 10 \text{ dm}^2$ falsa; resposta possível: 1 m² = 100 dm²

**29** O Parque Estadual da Cantareira (SP) tem área de 80 quilômetros quadrados, nos quais caberiam cinquenta parques como o do Ibirapuera (SP). A área do Parque Estadual da Cantareira é o dobro da área da Floresta da Tijuca (RJ). Qual é a área do Parque do Ibirapuera e a área da Floresta da Tijuca? 1,6 km² e 40 km²

EDUARDO ZAPPIA/PULSAR IMAGENS

Vista da Pedra da Gávea no Parque Nacional da Tijuca, Rio de Janeiro, RJ. (Foto de 2014.)

# Transformação de unidades de medida

No dia a dia, é comum transformar unidades de medida de superfície. Cada unidade de medida de superfície é 100 vezes maior que a unidade imediatamente inferior; por isso, as transformações de unidades de medida de superfície podem ser feitas de acordo com o esquema abaixo.

$$\begin{tikzcd} km^2 \arrow[r, bend right, "\times 100"'] & hm^2 \arrow[l, bend right, ": 100"'] \arrow[r, bend right, "\times 100"'] & dam^2 \arrow[l, bend right, ": 100"'] \arrow[r, bend right, "\times 100"'] & m^2 \arrow[l, bend right, ": 100"'] \arrow[r, bend right, "\times 100"'] & dm^2 \arrow[l, bend right, ": 100"'] \arrow[r, bend right, "\times 100"'] & cm^2 \arrow[l, bend right, ": 100"'] \arrow[r, bend right, "\times 100"'] & mm^2 \arrow[l, bend right, ": 100"'] \end{tikzcd}$$

Vamos analisar algumas situações.

## Situação 1

Carlos é o engenheiro responsável por um loteamento de 1,1 km² de área, que deverá ter um *camping* de 100.000 m² de área e chácaras de 5.000 m² cada uma. Carlos precisa fazer os cálculos para definir quantas chácaras serão colocadas à venda.


DELFIM MARTINS/PULSAR IMAGENS

Topógrafo. (Foto de 2002.)

Antes de calcular a quantidade de chácaras, Carlos transformou quilômetro quadrado em metro quadrado.

$$\begin{tikzcd} km^2 \arrow[r, bend right, "\times 100"'] & hm^2 \arrow[r, bend right, "\times 100"'] & dam^2 \arrow[r, bend right, "\times 100"'] & m^2 \end{tikzcd}$$

Para isso, ele multiplicou 1,1 por 100 × 100 × 100, ou seja, multiplicou 1,1 por 1.000.000. Assim:

$$1{,}1 \text{ km}^2 = (1{,}1 \times 100 \times 100 \times 100) \text{ m}^2 = (1{,}1 \times 1.000.000) \text{ m}^2 = 1.100.000 \text{ m}^2$$

Em seguida, Carlos subtraiu a área destinada ao *camping*:

$$1.100.000 \text{ m}^2 - 100.000 \text{ m}^2 = 1.000.000 \text{ m}^2$$

Finalmente, ele dividiu os 1.000.000 m² pelos 5.000 m² (área de cada chácara), encontrando como resultado 200 chácaras.

## Situação 2

Vamos transformar 1.235.000 cm² em m².

$$\begin{tikzcd} m^2 & dm^2 \arrow[l, bend right, ": 100"'] & cm^2 \arrow[l, bend right, ": 100"'] \end{tikzcd}$$

Dividimos 1.235.000 por 100 × 100, ou seja, dividimos 1.235.000 por 10.000. Assim:

$$1.235.000 \text{ cm}^2 = (1.235.000 : 10.000) \text{ m}^2 = 123{,}5 \text{ m}^2$$

Portanto, 1.235.000 cm² = 123,5 m².

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**30** Transforme:

**a)** 0,5 km² em metro quadrado; 500.000 m²

**b)** 0,25 m² em centímetro quadrado; 2.500 cm²

**c)** 4.230 cm² em metro quadrado; 0,423 m²

**d)** 125 mm² em centímetro quadrado. 1,25 cm²

**31** Um pedreiro precisa saber quantas lajotas de 900 cm² serão necessárias para revestir o piso de um banheiro cuja área é de 10,8 m². Calcule essa quantidade. 120

**32** Em uma atividade, Ana precisava escrever 2,3 dm² em centímetro quadrado. Para isso, mentalmente, ela construiu um esquema de relações. Observe.
Com base em um esquema de relações, calcule mentalmente as transformações pedidas.

**a)** 3 cm² em mm² 300 mm²

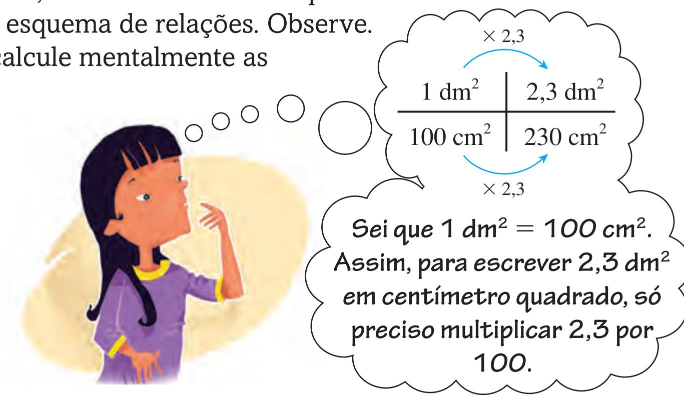
**b)** 0,45 dm² em cm² 45 cm²

**c)** 42,1 km² em m² 42.100.000 m²

**d)** 32 cm² em m² 0,0032 m²

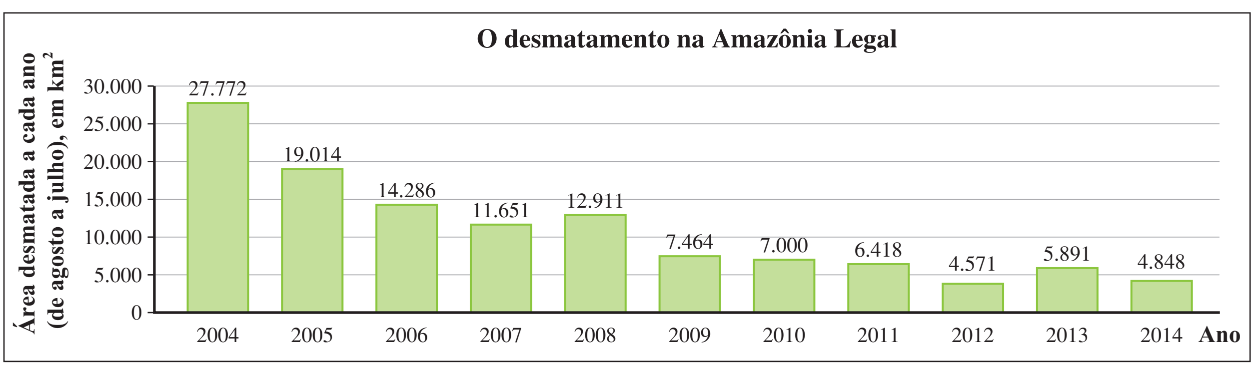
**e)** 23,5 dm² em m² 0,235 m²

**f )** 235 m² em km² 0,000235 km²




FABIO EUGENIO

**33** O gráfico abaixo apresenta dados sobre o desmatamento na Amazônia desde 2004 até 2014. Observe-o com atenção.




ADILSON SECCO

Dados obtidos em: <www.obt.inpe.br/prodes/prodes_1988_2014.htm>. Acesso em: 5 fev. 2015.

Analisando essas informações, responda às questões.

**a)** Em qual desses anos a Amazônia Legal teve a maior área devastada? E a menor? 2004; 2012

**b)** Entre quais dois anos consecutivos ocorreu a maior diminuição no desmatamento? E o maior aumento? entre 2004 e 2005; entre 2012 e 2013

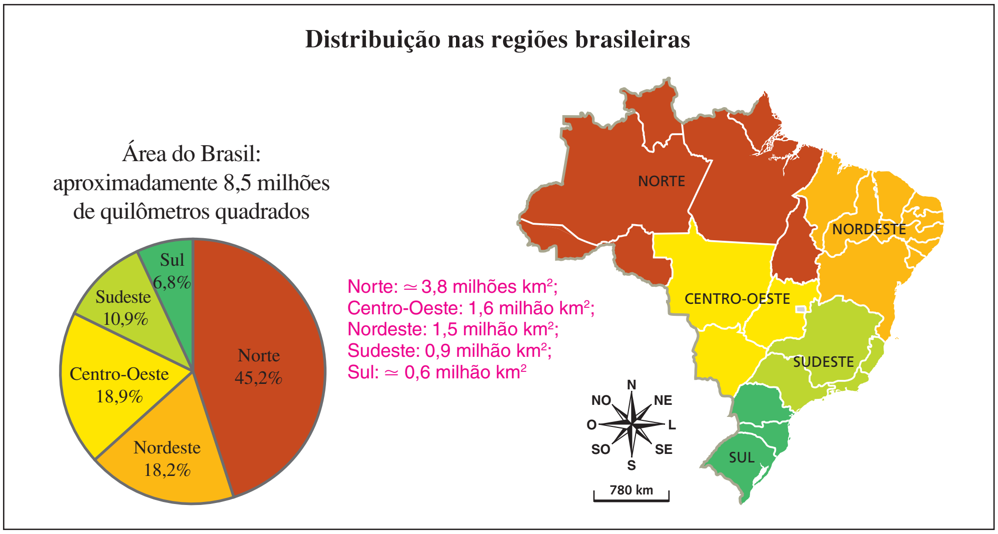
**c)** A média do desmatamento ocorrido em um período é calculada dividindo-se a soma dos desmatamentos do período pela quantidade de anos desse período. O desmatamento ocorrido de 2004 a 2008 foi em média maior que o de 2009 a 2014? A média do desmatamento de 2004 a 2008 (≃17.126,8 km²) foi bem maior que a de 2009 a 2014 (≃6.032 km²).

**d)** O desmatamento pode ser o passo inicial para a desertificação. Os desertos cobrem a maior parte do território da Síria, país do Oriente Médio cuja extensão territorial é de 185.180 km².
Calcule a área de desmatamento da Amazônia do ano em que você nasceu até 2014. Ela é menor do que a área da Síria? As respostas dependem do ano de nascimento do aluno.

**e)** Pesquise sobre a área do maior deserto da América do Sul, o Atacama. A área que você calculou no item **d** é maior que a área do Atacama? Depende da área que o aluno calculou.

**f)** Pesquise em livros, revistas, na internet ou com seus professores as causas para a resposta que encontrou no item **c**. O desmatamento da Amazônia Legal diminuiu após políticas federais entrarem em vigor, como o Plano de Ação para a Prevenção e o Controle do Desmatamento na Amazônia Legal (PPCDAm). Para mais informações, acesse: <www.mma.gov.br>.

**34** O gráfico abaixo fornece a distribuição percentual, por região, da área do Brasil.




ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL

Fonte: *Almanaque Abril 2014*. São Paulo: Abril, 2014. p. 654.

- Calcule, em quilômetro quadrado, a área aproximada de cada região.

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

## *Pense mais um pouco...*

A resolução de problemas não deve ser entendida como um conteúdo em si, mas como uma capacidade a ser conquistada sistematicamente na prática educativa.

Reúna-se com um colega e leiam o texto a seguir.

Quando precisamos resolver um problema, temos de, inicialmente, entendê-lo. Depois de ler atentamente o enunciado, podemos escrever no caderno o que é dado, o que é pedido e verificar se a construção de um desenho com essas informações ajuda na compreensão do problema.

É indispensável ter uma estratégia, um caminho para a resolução: devemos verificar que relações existem entre o que é dado e o que é pedido, se é melhor separar a resolução em etapas, por onde começar, se há informações a mais ou a menos, se há algum problema que já conhecemos e que seja parecido com esse.

É necessário traçar o caminho imaginado para a resolução, isto é, executar a estratégia passo a passo até chegar a uma conclusão.

Finalmente, é preciso conferir essa conclusão substituindo o que foi pedido pelo resultado obtido, além de verificar se esse resultado satisfaz as condições do problema.

Agora, considerando o que acabaram de ler, resolvam o problema de Nei, apresentado a seguir.

Nei comprou azulejos quadrados, com 25 cm de lado, para revestir uma piscina como a ilustrada ao lado.

Essa piscina tem 5,25 m de comprimento, 4 m de largura e 1,50 m de profundidade. No meio do trabalho, Nei percebeu que a quantidade comprada era suficiente para revestir apenas o piso da piscina e as paredes maiores. Quantos azulejos estão faltando? 192 azulejos

FABIO EUGÊNIO

# 7 Medidas agrárias

Observe algumas notícias.

São Paulo permanece como o maior produtor de cana-de-açúcar do Brasil, na safra de 2014-2015, com 52% da área plantada, que corresponde a 468.570.000 **ares**.

Os produtores de Minas Gerais esperam um rendimento médio de 116 sacas de café por **alqueire**.

A produção da safra 2014-2015 de grãos está estimada em 202,18 milhões de toneladas. A área utilizada para o plantio será de 57,76 milhões de **hectares**.

PAULO FRIDMAN/PULSAR IMAGENS

Colheita mecanizada de café na zona rural de Bragança Paulista, São Paulo. (Foto de 2013.)

ADILSON SECCO



Como você pode perceber, nas notícias foram usadas três unidades de medida: are, alqueire e hectare. Essas são algumas **unidades de medidas agrárias**, que são unidades de medida de superfície utilizadas para expressar áreas de propriedades rurais (áreas normalmente bastante extensas).

Vamos comparar essas três unidades de medida mencionadas nas notícias dos recortes de jornal com o metro quadrado.

O **are**, cujo símbolo é **a**, equivale a 1 dam², ou seja, a 100 m².

O **hectare** (**ha**) equivale a 100 ares, ou seja, 10.000 m².

Outra unidade de medida agrária utilizada no Brasil é o **alqueire**.

O alqueire apresenta um inconveniente que você pode observar no quadro a seguir: ele não corresponde a uma mesma quantidade de metro quadrado em todos os estados brasileiros. Por causa disso, ele geralmente é substituído pelo hectare.

| Alqueire paulista | Alqueire mineiro | Alqueire goiano | Alqueire baiano |
|---|---|---|---|
| 24.200 m² | 48.400 m² | 48.400 m² | 96.800 m² |

**35** Uma velha fazenda com 260 hectares será transformada em um loteamento. Dessa área, 20% serão usados para ruas e praças. Quantos lotes de 400 m$^2$ terá o loteamento? 5.200 lotes

**36** A área de um sítio é 300 a. Qual é a área desse sítio em hectares? 3 ha

**37** Uma fazenda em São José dos Campos, no estado de São Paulo, tem 100 alqueires paulistas. Quantos hectares tem essa fazenda? 242 ha

**38** Alcides plantou 35.000 m$^2$ de arroz e colheu na safra deste ano, em média, 2.760 quilogramas por hectare. Qual foi sua produção de arroz nessa safra? 9.660 quilogramas

ALE RUARO/PULSAR IMAGENS

Colheita de arroz em Uruguaiana, Rio Grande do Sul. (Foto de 2010.)

**39** Um fazendeiro tem uma parte de suas terras em São Paulo com 84 alqueires paulistas e outra parte em Minas Gerais com 48 alqueires mineiros. Qual parte é maior: a mineira ou a paulista? a parte mineira

**40** Lavoura permanente é o nome que se dá às culturas agrícolas de longo ciclo vegetativo, que permitem colheitas sucessivas, sem necessidade de novo plantio. Observe a tabela abaixo e veja a área total plantada referente à lavoura permanente de cada grande região brasileira.

**Área destinada à colheita da lavoura permanente, por regiões brasileiras em 2012**

| Região | Área (em hectare) |
|---|---|
| Norte | 639.794 |
| Nordeste | 2.678.313 |
| Sudeste | 4.358.004 |
| Sul | 503.497 |
| Centro-Oeste | 134.092 |

Dados obtidos em: <www.ibge.gov.br>. Acesso em: 6 fev. 2015.

Agora, com base nos dados da tabela, responda às questões.

**a)** Qual é a área total plantada em todo o território brasileiro? 8.313.700 ha

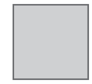
**b)** Qual região tem a maior área plantada? E a menor? Sudeste; Centro-Oeste

**c)** Qual é a área total plantada, em quilômetro quadrado, na região Nordeste? 26.783,13 km$^2$

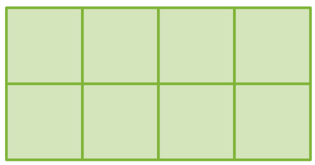
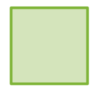
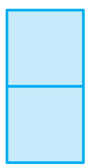
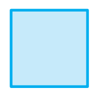
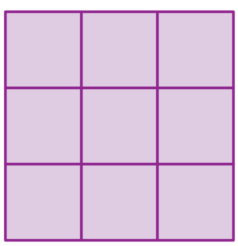
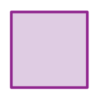
**d)** As regiões Norte, com 3.851.560 km$^2$, e Centro-Oeste, com 1.604.852 km$^2$, são as regiões de maior área do território brasileiro. Em sua opinião, o que explicaria elas terem áreas de lavoura permanente menores que as regiões Nordeste e Sudeste? resposta possível: Grande parte da região Norte é ocupada pela Floresta Amazônica; na região Centro-Oeste, além da existência do Pantanal, há o predomínio da agropecuária.

## 8 Área da superfície retangular

Já aprendemos que a medida de uma superfície é denominada área. Vamos, então, encontrar a área de algumas regiões retangulares, empregando também uma região retangular como unidade de medida.

A unidade que escolhemos é a superfície de um quadrado com 1 cm de lado: 

Essa unidade é o centímetro quadrado (1 cm²).

| Região retangular | Unidade de medida (1 cm²) | Área da região |
|---|---|---|
|  |  | 8 cm² |
|  |  | 2 cm² |
|  |  | 9 cm² |

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Observe que, ao contar as superfícies quadradas de cada região retangular, obtemos sua área. Entretanto, nem sempre é conveniente fazer essa contagem uma a uma, principalmente quando o número de superfícies quadradas da figura é muito grande.

Veja como podemos proceder nesse caso.

### *Situação 1*

A figura 1 é formada por 7 colunas com 5 superfícies quadradas em cada uma. Cada superfície tem 1 cm de lado, ou seja, 1 cm².

Então, ao todo, a região apresenta 35 superfícies quadradas (7 × 5), isto é, sua área é de 35 cm².

CLAUDIO CHIYO

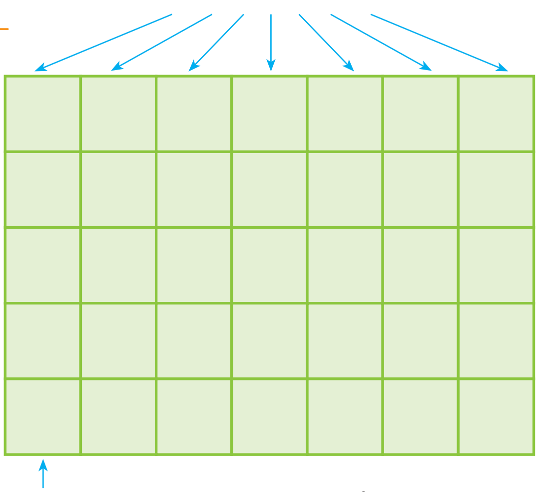



Figura 1

NELSON MATSUDA

Observe na figura 2 que:

- 7 é igual ao número que indica o comprimento da região retangular (7 cm);
- 5 é igual ao número que indica a largura dessa região (5 cm).

Então, conhecendo as medidas dos lados de uma região retangular em uma mesma unidade, podemos determinar sua área, multiplicando os números que indicam essas medidas, e a unidade de área considerada.

Assim, a área da figura ao lado pode ser determinada por: $(7 \times 5)\ cm^2 = 35\ cm^2$.

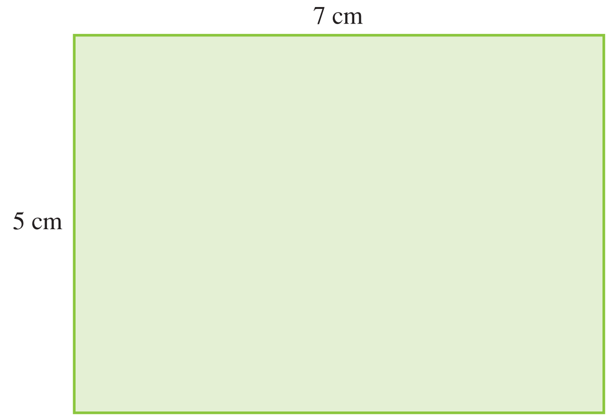



Figura 2



**OBSERVAÇÕES**

- No estudo que faremos em toda a coleção, vamos nos referir à área da região poligonal simplesmente por **área do polígono**. Por exemplo, a área de uma região retangular será denominada área do retângulo.
- O comprimento e a largura de um retângulo podem ser chamados de **base** e **altura**, respectivamente.



## Situação 2

Agora, acompanhe um caso em que as medidas dos lados do retângulo da figura são números racionais não inteiros (figura 3).

Para calcular a área, vamos utilizar a figura dada para fazer uma outra figura. Assim, fica mais fácil observar a unidade de medida utilizada. Em seguida, basta dividir a base da figura dada por 4 e a altura por 2.

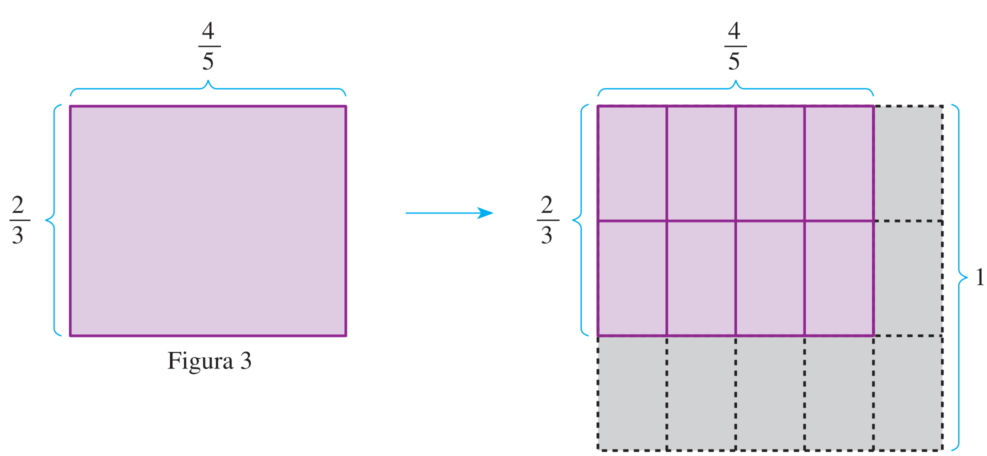



Figura 3



Cada parte obtida nessa divisão é $\frac{1}{15}$ da unidade. Como o retângulo tem 8 dessas partes, a área é $\frac{8}{15}$.

Também podemos obter a área do retângulo multiplicando as medidas da base e da altura:

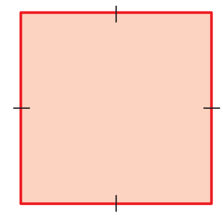
$$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$$

área do retângulo = (medida da base) × (medida da altura)

## Área de um quadrado

Como o quadrado é um retângulo cujos lados têm mesma medida, para determinar sua área procedemos do mesmo modo:

área do quadrado = (medida do lado) × (medida do lado)



NELSON MATSUDA

Vejamos alguns exemplos.

**a)** Vamos calcular a área de um terreno quadrado com 41,6 m de lado.
A área do terreno, em metro quadrado, é dada por: 41,6 m × 41,6 m = 1.730,56 $m^2$.
Logo, a área desse terreno é 1.730,56 $m^2$.

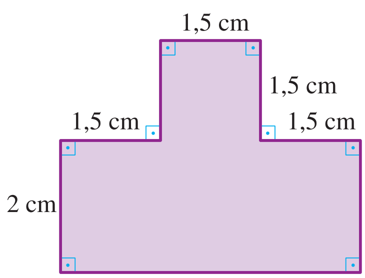
**b)** Vamos encontrar a medida do lado de um quadrado cuja área é 121 $cm^2$.
Para isso, basta procurar um número que, elevado ao quadrado, dê 121. Esse número é 11. Assim, como a área foi dada em centímetro quadrado, a medida do lado será em centímetro, ou seja, o lado desse quadrado mede 11 cm.



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**41** Calcule a área da figura abaixo. 11,25 $cm^2$




NELSON MATSUDA

**42** Quantos azulejos quadrados de 20 cm de lado são necessários para recobrir uma parede de 3,6 m por 3 m? 270

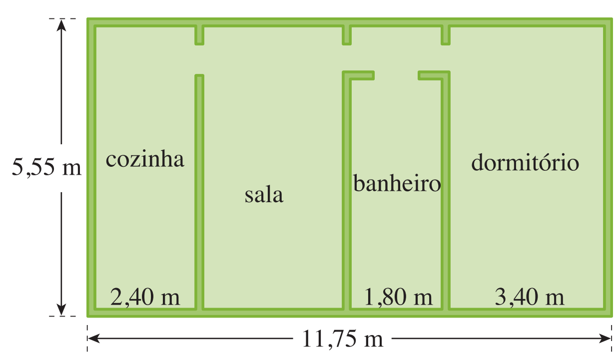
**43** Recortei de uma cartolina dois quadrados, um de 4 cm de lado e outro de 8 cm de lado. Quantas vezes o quadrado menor cabe no maior? 4

**44** Um terreno retangular tem 12,60 m de frente e 20 m de fundo.

**a)** Determine a área desse terreno. 252 $m^2$

**b)** Determine o preço desse terreno, sabendo que cada metro quadrado vale R$ 122,00. R$ 30.744,00

**45** Esta é a planta do apartamento de Eduardo.




NELSON MATSUDA

Sabendo que a espessura da parede é 0,15 m, calcule:

**a)** o comprimento do dormitório; 5,25 m

**b)** a largura da sala; 3,40 m

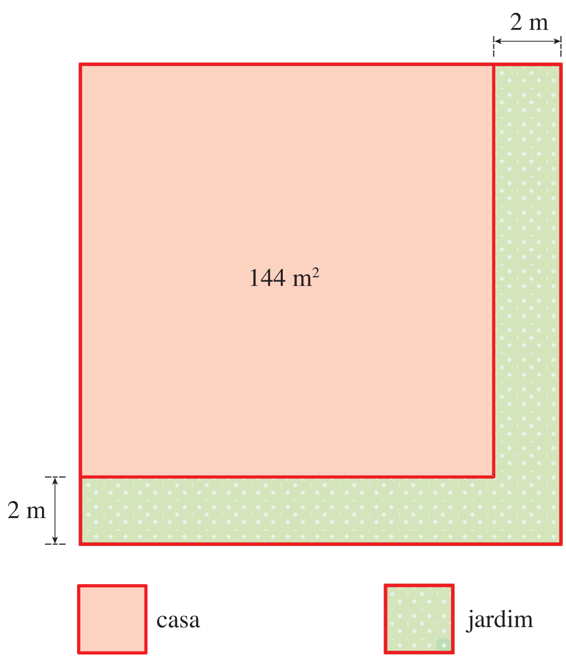
**c)** a área da cozinha; 12,60 $m^2$

**d)** quantos metros quadrados de carpete são necessários para forrar o chão da sala. 17,85 $m^2$

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**46** Considere uma mesa que tem o tampo em forma de um quadrado. Uma formiga, partindo de um dos cantos do tampo, contornou-o até voltar ao ponto inicial. Andou 5,20 m. Qual é a área do tampo dessa mesa? 1,69 m²

**47** Uma casa ocupa uma parte quadrada de um terreno, como mostra o esquema abaixo. Qual é a área do jardim? 52 m²



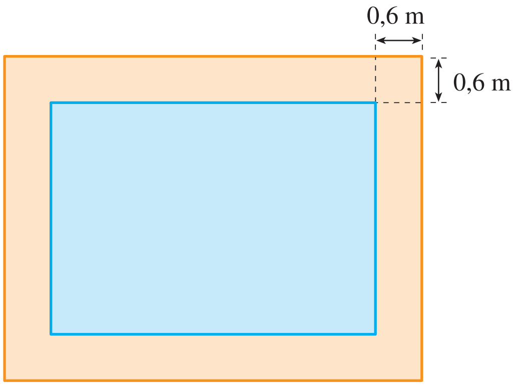



**48** Um cubo tem 12 cm de aresta.

**a)** Calcule a área de uma de suas faces. 144 cm²

**b)** Determine a soma das áreas de todas as suas faces. 864 cm²

**49** (Uneb-BA) Deseja-se fazer uma calçada de 0,6 m de largura em volta de uma piscina, como mostra a figura abaixo.






A pedra a ser utilizada é vendida em blocos medindo 0,2 m × 0,3 m cada. Se a piscina tem 4,2 m de comprimento por 3 m de largura, o menor número de blocos de pedras a ser utilizado é: alternativa **b**

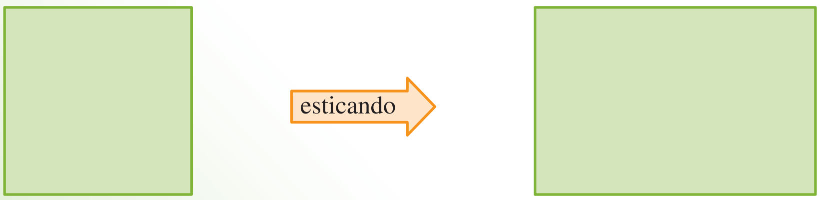
**a)** 192.
**b)** 168.
**c)** 126.
**d)** 108.
**e)** 84.



**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

### *Pense mais um pouco...*

1. Um retângulo tem 4 cm de base e 12 cm de altura.
   **a)** Aumentando a medida da base em 100%, quantos por cento aumenta a área desse retângulo? 100%
   **b)** Aumentando a medida da base e da altura em 100%, quantos por cento aumenta a área desse retângulo? 300%
2. João observou um quadrado em uma folha de "borracha" e depois esticou essa folha só no sentido do comprimento.






Verificou que o quadrado que tinha 4 cm de lado se transformou em um retângulo com área 50% maior que a do quadrado. Qual é a área do novo retângulo? E o perímetro? 24 cm²; 20 cm

# EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** O contorno médio do crânio de um bebê, ao nascer, em determinada população, é de 35 cm. Sabendo que esse contorno aumenta 2 cm por mês, nos três primeiros meses, e 1 cm por mês, nos três meses seguintes, quanto deve medir o crânio de um bebê aos 5 meses? 43 cm

FABIO EUGENIO

**2** Duas estações espaciais, $\alpha$ e $\beta$, entraram em contato para localizar a posição de um satélite. O astronauta da estação $\alpha$ informou que, naquele instante, o satélite encontrava-se na direção norte a distância de 7.000 milhas do centro da Terra. O astronauta da estação $\beta$ entendeu 7.000 km, pois a transmissão estava ruim e, ao calcular a nova posição desse satélite, não conseguiu mais localizá-lo, por causa do mal-entendido.


JOSÉ LUÍS JUHAS

Sabendo que 1 milha equivale a 1,609 km, responda às questões.

**a)** Qual era a verdadeira distância do satélite ao centro da Terra, em quilômetro? 11.263 km

**b)** Qual é a diferença dessas distâncias, em quilômetro, provocada pelo erro de recepção da estação $\beta$? 4.263 km

**3** Um triângulo equilátero tem 10,5 cm de perímetro. Quanto mede cada lado desse triângulo? 3,5 cm

**4** Uma senhora encomendou um quadro a uma artista. O comprimento do quadro poderia ser qualquer medida entre 1 m e 1,20 m, mas a altura deveria ter $\frac{3}{4}$ do comprimento. A pintora Elza Bernardes realizou a obra com 1,04 m de comprimento.

ELZA BERNARDES – COLEÇÃO PARTICULAR

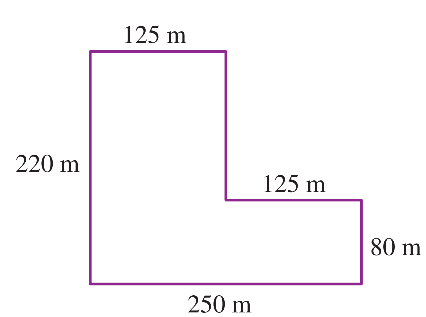
Elza Bernardes. *Cesto com rosas*, 1994. Óleo sobre tela.

**a)** Qual é a altura da tela? 0,78 m

**b)** Quantos metros de moldura foram utilizados nesse quadro? 3,64 m

**c)** Se o metro de moldura custa R$ 58,00, a tela, R$ 20,00, e o trabalho artístico, R$ 460,00, qual é o preço desse quadro? R$ 691,12

**5** A chácara do senhor Luís tem o formato e as medidas indicadas na figura abaixo. Quantos metros de arame farpado ele precisa comprar para cercar a chácara com 6 fios? 5.640 m




NELSON MATSUDA

**6** Uma empresa já asfaltou 30% de uma rua que tem 1,2 km de comprimento. Quantos metros já foram asfaltados? 360 m

7. A resposta depende do valor proposto. Espera-se que os alunos cheguem à conclusão de que 0 < ■ < 330.

**7** Reúna-se com um colega e façam o que se pede. No problema abaixo, cada um de vocês indica um valor para ■, propondo ao outro que resolva o problema, se possível, com o valor imaginado. Em seguida, ao analisarem o enunciado, ambos determinam para quais números de ■ a situação-problema é possível.

Um terreno retangular tem ■ m de comprimento. O perímetro dele é igual ao de um outro terreno quadrado cujo lado mede 165 m. Calcule a largura desse terreno retangular.

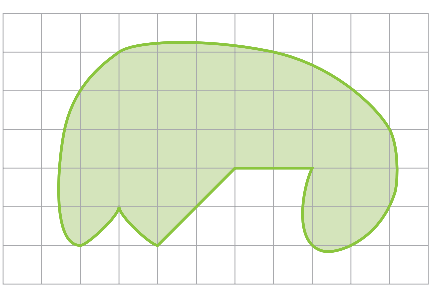
**8** (Saresp) Um campo de futebol tem forma retangular e mede 110 m por 75 m. Com 10 sacos de grama, podemos gramar 50 m² de campo. Então, o número de sacos de grama de que vamos precisar para gramar esse campo é:

**a)** 1.000.
**b)** 1.650. alternativa **b**
**c)** 2.000.
**d)** 2.200.

**9** (Saresp) Uma folha de papel de seda tem 40 cm de perímetro. Ela tem a forma de um retângulo e um de seus lados tem 4 cm de comprimento. Então, os outros lados medem: alternativa **d**

**a)** 6 cm, 6 cm, 4 cm.
**b)** 9 cm, 4 cm, 9 cm.
**c)** 12 cm, 4 cm, 12 cm.
**d)** 16 cm, 4 cm, 16 cm.

**10** Calcule a área aproximada da figura a seguir, considerando $\boxed{u}$ como unidade de área. 33 *u*



NELSON MATSUDA

**11** A rua em que moro tem 14 m de largura. Minha casa tem 11 m de frente. A prefeitura está asfaltando a rua e cobrando R$ 12,60 o metro quadrado. Quanto gastarei com o asfalto?
R$ 970,20

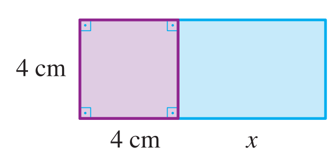

CLAUDIO CHIYO

**12** Júlia quer recobrir um piso de 48 m² de área. Ela pretende aproveitar a oferta da loja de material para construção e economizar o máximo possível. Veja qual era a oferta: lajota lisa de 20 cm × 20 cm por R$ 0,50 cada e lajota decorada de 10 cm × 12 cm por R$ 0,20 cada. Que tipo de lajota ela deve comprar? Quanto Júlia gastará para recobrir o piso? a lajota lisa; R$ 600,00

**13** Alguns alunos de uma escola juntaram várias mesas, cujos tampos formaram uma região retangular de 3 m de comprimento por 0,8 m de largura. Sabendo que o tampo de cada mesa mede 60 cm de comprimento por 40 cm de largura, quantas mesas foram usadas para esse fim? 10 mesas

FABIO EUGENIO

**14** Sabendo que a área total da figura é 40 cm², determine a medida *x*. 6 cm

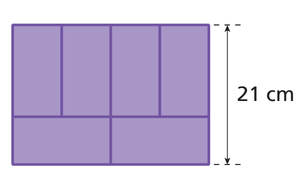



NELSON MATSUDA

**15** Um retângulo com 20,5 cm de base tem o mesmo perímetro de um quadrado com 16,5 cm de lado. Calcule a área desse retângulo. 256,25 cm²

**16** (OBM) Seis retângulos idênticos são reunidos para formar um retângulo maior, conforme indicado na figura. Qual é a área do retângulo maior? alternativa **c**

**a)** 210 cm²
**b)** 430 cm²
**c)** 588 cm²
**d)** 280 cm²
**e)** 504 cm²

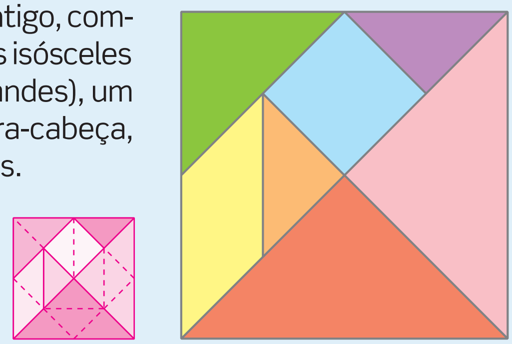



NELSON MATSUDA

# Diversificando

## Tangram

O tangram é um quebra-cabeça chinês muito antigo, composto de sete peças: cinco triângulos retângulos isósceles (dois triângulos pequenos, um médio e dois grandes), um quadrado e um paralelogramo. Com esse quebra-cabeça, é possível formar milhares de figuras diferentes.



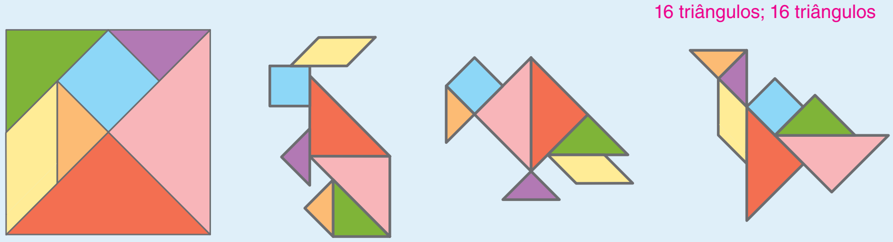
### Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** No tangram, são necessários quatro triângulos pequenos para compor um triângulo grande. Já para compor o quadrado, o paralelogramo ou o triângulo médio, são necessários dois triângulos pequenos.

Sabendo disso e tomando como unidade de medida de área o triângulo menor, qual é a área do quadrado formado pelas sete peças? E das figuras ao lado do quadrado?

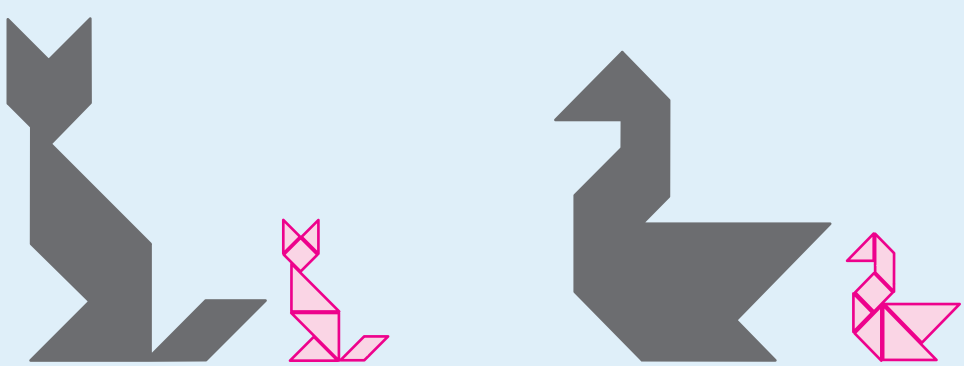
16 triângulos; 16 triângulos



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**2** Se a unidade de medida de área fosse o quadrado menor, qual seria a área de uma figura construída com as sete peças do tangram? 8 quadrados

**3** Forme um grupo com três colegas. Em uma cartolina, desenhem as peças do tangram e recortem-nas para formar uma das figuras abaixo. Utilizem todas as peças sem sobrepor nenhuma.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**4** Ainda em grupo, usem a imaginação, inventem uma figura e troquem com outro grupo. Não se esqueçam de fazer um esquema da composição da figura que vocês inventaram.

resposta pessoal

CAPÍTULO

# 11 Outras unidades de medida

## 1 Unidades de medida de tempo

No dia a dia, usamos diversos objetos para medir o tempo. Vejamos alguns.

BETO CELLI


Com o calendário, medimos o dia, a semana, o mês e o ano.

MONTICELLO/SHUTTERSTOCK

Com o relógio, medimos a hora, o minuto e o segundo.

GARSYA/SHUTTERSTOCK

Com o cronômetro, medimos tempos menores que 1 segundo.

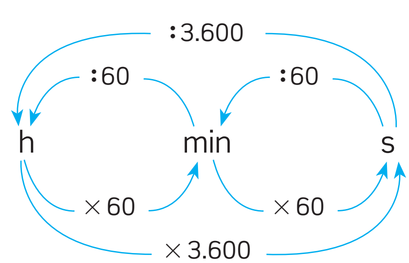


O Sistema Internacional de Unidades adota como unidade padrão de medida de tempo o **segundo**, representado por **s**.

Dependendo do período que pretendemos medir, podemos usar outras unidades:

- **minuto** (**min**), que corresponde a 60 segundos;
- **hora** (**h**), que corresponde a 60 minutos, ou a 3.600 segundos (60 × 60).

No esquema ao lado, mostramos como essas três unidades de medida de tempo se relacionam. Veja.




Observe como essas relações nos ajudam a resolver problemas do cotidiano.

### *Situação 1*

O triatlo é uma modalidade esportiva composta de três provas: natação, ciclismo e corrida. Magda está treinando bastante para participar do campeonato estadual de triatlo. Em seu último treino, ela obteve os seguintes tempos: 22 min e 32 s na natação, 24 min e 43 s no ciclismo e 1 h 30 min 13 s na corrida. Qual foi o tempo total de Magda nesse treino?

O tempo total de Magda é a soma dos tempos das provas:

$$\begin{array}{rr} & 22 \text{ min } 32 \text{ s} \\ + & 24 \text{ min } 43 \text{ s} \\ & 1 \text{ h } 30 \text{ min } 13 \text{ s} \\ \hline & 1 \text{ h } 76 \text{ min } 88 \text{ s} \end{array}$$

Para converter os segundos em minutos e os minutos em horas, devemos responder às seguintes questões.

- Quantos minutos há em 88 segundos?

$$\begin{array}{r|l} 88 & 60 \\ \cline{2-2} \underbrace{28}_{\text{segundos}} & \underbrace{1}_{\text{minuto}} \end{array} \longrightarrow 88 \text{ s} = \underbrace{1 \text{ min}}_{\text{Deve ser somado a 76 minutos.}} 28 \text{ s}$$

- Quantas horas há em (76 + 1) minutos?

$$\begin{array}{r|l} 77 & 60 \\ \cline{2-2} \underbrace{17}_{\text{minutos}} & \underbrace{1}_{\text{hora}} \end{array} \longrightarrow 77 \text{ min} = \underbrace{1 \text{ h}}_{\text{Deve ser somado a 1 h.}} 17 \text{ min}$$

Assim, temos: $1 \text{ h } 76 \text{ min } 88 \text{ s} = 1 \text{ h } \underbrace{77 \text{ min}}_{76\,+\,1} 28 \text{ s} = \underbrace{2 \text{ h}}_{1\,+\,1} 17 \text{ min } 28 \text{ s}$

Logo, o tempo total de Magda foi 2 h 17 min 28 s.

## Situação 2

Em 2014, a 90ª corrida internacional de São Silvestre, realizada em São Paulo, teve como vencedora a etíope Ymer Wude Ayalew com o tempo de 50 min e 43 s. Já a primeira brasileira, Joziane da Silva Cardoso, chegou em oitavo lugar com o tempo de 53 min e 18 s.

Vamos calcular quanto tempo Ymer foi mais rápida que Joziane.

Para obter o resultado, subtraímos o tempo da etíope do tempo da brasileira. Observe abaixo.

$$\begin{array}{rr} & 53 \text{ min } 18 \text{ s} \\ - & 50 \text{ min } 43 \text{ s} \\ \hline & ? \end{array}$$


MIGUEL SCHINCARIOL/AFP

Corredora etíope Ymer Wude Ayalew cruzando a linha de chegada para vencer a 90ª corrida internacional de São Silvestre. (Foto de 2014.)

Como não conseguimos subtrair 43 de 18, pois 18 é menor que 43, devemos transformar o tempo de Joziane. Como 1 minuto = 60 segundos, temos:

$$53 \text{ min } 18 \text{ s} = 52 \text{ min } 60 \text{ s} + 18 \text{ s} = 52 \text{ min } 78 \text{ s}$$

Assim, podemos escrever o tempo de Joziane como 52 min 78 s e resolver a subtração:

$$\begin{array}{rr} & 52 \text{ min } 78 \text{ s} \\ - & 50 \text{ min } 43 \text{ s} \\ \hline & 2 \text{ min } 35 \text{ s} \end{array}$$

Logo, Ymer foi 2 min e 35 s mais rápida que Joziane.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** Ano escolar é o período do ano durante o qual são realizadas todas as atividades escolares. Verifique o calendário de sua escola e responda às questões a seguir. As respostas dependem do calendário da escola.

**a)** Quais dias marcam o início e o fim do ano escolar? Quantos dias tem o ano escolar?

**b)** Dia letivo é o dia em que há aula. Quantos dias letivos o calendário escolar registra para cada bimestre? E para cada semestre?

**c)** Verifique se o calendário de sua escola está de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), que estabelece um mínimo de 200 dias letivos para o ano escolar.

**d)** Em que horário começa e termina o recreio? E cada uma das aulas? Quantos minutos tem o recreio? E cada aula?

**2** (UPM-SP)




Fonte: *Folha de S. Paulo*, São Paulo, 1º mar. 2007. Ilustrada.

Se, durante o seu turno de trabalho, das 17 h à 1 h, o dono do bar decidiu ouvir 30 histórias, descansando 30 minutos a cada 3 horas, o tempo que ele destinou a cada história, em minuto, foi: alternativa **c**

**a)** 12. **b)** 18. **c)** 14. **d)** 16. **e)** 15.

**3** Leia o texto a seguir e responda às questões.

[…] Quem passa muitas horas diante do PC pode desenvolver uma das doenças mais frequentes entre "infomaníacos": a LER (lesão por esforço repetitivo). A doença atinge, geralmente, as mãos, dificultando os movimentos e provocando dor. "Muitas pessoas preferem fingir que não sentem nada a correr o risco de serem mandadas embora", comentam médicos especializados na doença.

Derivada da mesma situação estressante, mas menos frequente que a LER, a síndrome da vista cansada está diretamente relacionada à redução no número de piscadas que o usuário dá diante da tela do computador. Quanto menos piscadas, menos lubrificação, o que expõe o olho a diversos tipos de bactérias e vírus. [...]

**Fonte:** BARBOSA, Gabriel. Uso do computador requer cuidados. *Planetanews*, 8 nov. 2006. Disponível em: <www.jornalplaneta.com>. Acesso em: 10 fev. 2015.

**a)** Observe que o problema descrito no texto é antigo, mas ainda exige atenção. Você usa instrumentos de tecnologia que provocam esforço repetitivo todos os dias? Quantas horas por dia? resposta pessoal

**b)** A recomendação feita por médicos é que, após cada hora de uso do computador, haja um descanso de 10 minutos. Considerando essa informação, construa uma tabela para uma pessoa que trabalha das 8 h às 14 h, com o horário de cada parada de descanso. Depois, responda: qual é o tempo total diário que essa pessoa tem para descansar nesse período? E para trabalhar? construção de tabela; 50 min; 5 h 10 min

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**4** Faça uma pesquisa com 8 colegas da classe sobre a distribuição do tempo de cada um no dia a dia: quantas horas e minutos gastam por dia com cuidados pessoais (sono, descanso, higiene), com trabalhos escolares, com lazer e outras atividades.

Organize os dados em uma tabela como esta, com 6 colunas e 9 linhas. Não se esqueça de dar um título e uma fonte à tabela.

MODELO

| Nome | Sexo | Cuidados pessoais | Trabalhos escolares | Lazer | Outras atividades |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | | | | | |

- Calcule a média aritmética das 8 pessoas para cada atividade. As respostas dependem dos dados.

Se julgar oportuno, essa atividade **4** pode ter continuidade elaborando-se uma só tabela com todos os alunos da classe, que pode resultar em um instrumento de discussão e de orientação para o bom uso do tempo dos alunos em casa e na escola. Uma leitura interessante, como subsídio a essa atividade, é o texto de Marie J. S. Carvalho e Juliana B. Machado: Análise do uso do tempo acerca das relações de gênero e de classe social. *Currículo sem fronteiras*, jan./jun. 2006. Disponível em: <www.curriculosemfronteiras.org>. Acesso em: 10 fev. 2015.

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

## *Pense mais um pouco...*

Reúna-se com um colega, leiam o texto a seguir e respondam às questões.

A equipe brasileira de revezamento 4 × 100 m *medley* conquistou o quarto ouro do país neste domingo e o sétimo em todo o Campeonato Mundial de Natação em Piscina Curta, em Doha, no Catar. [...]

O quarteto formado por Guilherme Guido, Felipe França, Marcos Macedo e Cesar Cielo obteve o tempo de 3 min 21 s 14", superando por muito pouco, exatos 35 centésimos, a equipe americana.

Disponível em: <http://esportes.terra.com.br/>. Acesso em: 10 fev. 2015.

FRANÇOIS NEL/GETTY IMAGES


Guilherme Guido, Felipe França Silva, Marcos Macedo e Cesar Cielo comemoram, no pódio, a vitória do 4 × 50 m *medley*. (Foto de 2014.)

**a)** Vocês já fizeram natação? Se sim, quantos dias por semana e quantas horas por dia? respostas pessoais

**b)** Pesquisem na internet como é uma competição de natação estilo *medley* e elaborem um texto com suas palavras. resposta pessoal

**c)** No texto, após o **s** (segundo) aparece um número com dois algarismos que representa centésimo de segundo. Quantos centésimos de segundo o tempo 3 min 21 s 14" tem a menos do que 3 min 22 s? 86 centésimos de segundo

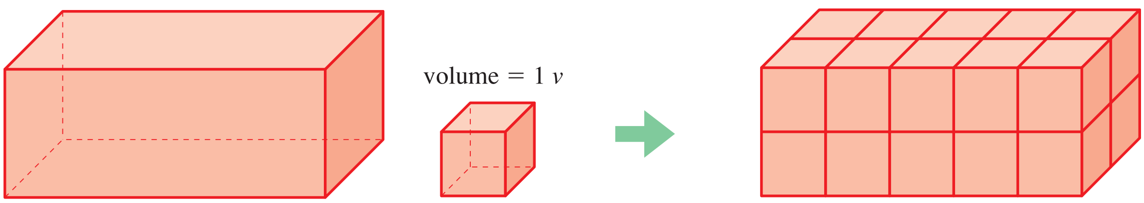
**d)** Qual foi o tempo final da equipe americana? 3 min 21 s 49"

## 2 Volume

A medida do espaço ocupada por um sólido, por um líquido ou por um gás é chamada de **volume**.

Para calcular o volume de um sólido, devemos comparar seu volume com o volume de outro sólido, tomado como unidade de medida.

Considere, por exemplo, o sólido A, a seguir. Vamos obter o volume desse sólido, empregando como unidade de medida o sólido B.



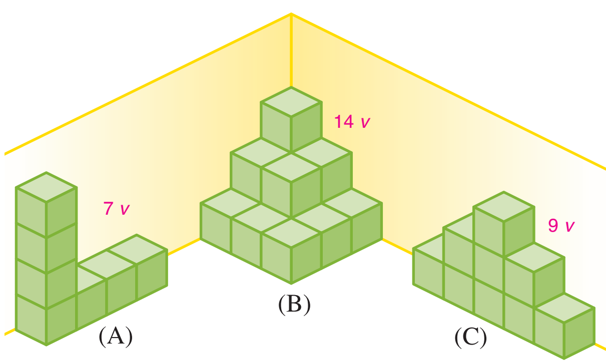



Observando as figuras, verificamos que o sólido B cabe 20 vezes no sólido A. Então, considerando o volume do sólido B igual a 1 *v*, dizemos que o volume do sólido A é 20 *v*.

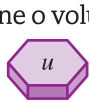
## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

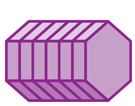
**5** Alguns sólidos foram encostados nas paredes de uma sala. Eles são constituídos de cubinhos idênticos. Empregando como unidade de volume o cubinho, cujo volume é *v*, calcule o volume de cada sólido.

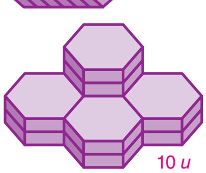





**6** Determine o volume dos sólidos a seguir considerando  como unidade de medida.

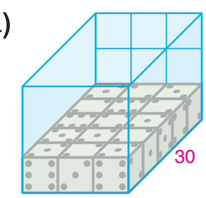


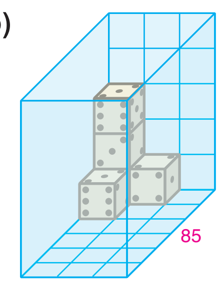
**a)** 


**b)** 



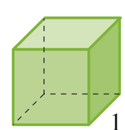

**7** Quantos dados ainda cabem em cada caixa?

**a)** 


**b)** 




**8** Tiago construiu com cartolina vários cubos de 1 cm de aresta.






**a)** Quantos cubos iguais a esse Tiago precisa construir para, empilhando, formar um cubo de 2 cm de aresta? 8

**b)** E para formar um cubo de 3 cm de aresta? 27

**c)** E um cubo de 5 cm de aresta? 125

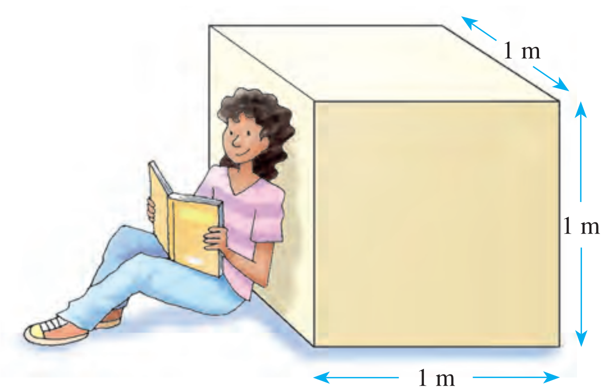
**9** Tenho 400 cubinhos de 1 cm de aresta para montar o maior cubo possível. Quantos cubinhos devo desprezar? Quantos centímetros de aresta ele terá? 57; 7 cm

## Metro cúbico, seus múltiplos e submúltiplos

O Sistema Internacional de Unidades adota como unidade padrão de volume o **metro cúbico**, representado por **m³**. O metro cúbico corresponde ao volume de um cubo de 1 metro de aresta.


CARLOS CARRARO

Cada aresta do "cubo" desta foto mede 1 metro.



JOSÉ LUÍS JUHAS

Muitas vezes, o metro cúbico não é a unidade mais indicada para obter determinado volume, como, por exemplo, o volume de água do reservatório de uma usina hidrelétrica ou o volume de certo medicamento colocado em uma seringa.

Dependendo do volume a ser calculado, podemos empregar os múltiplos ou os submúltiplos do metro cúbico.

Quando precisamos obter um volume menor que o metro cúbico, empregamos seus submúltiplos: **decímetro cúbico** (**dm³**), **centímetro cúbico** (**cm³**) ou **milímetro cúbico** (**mm³**).

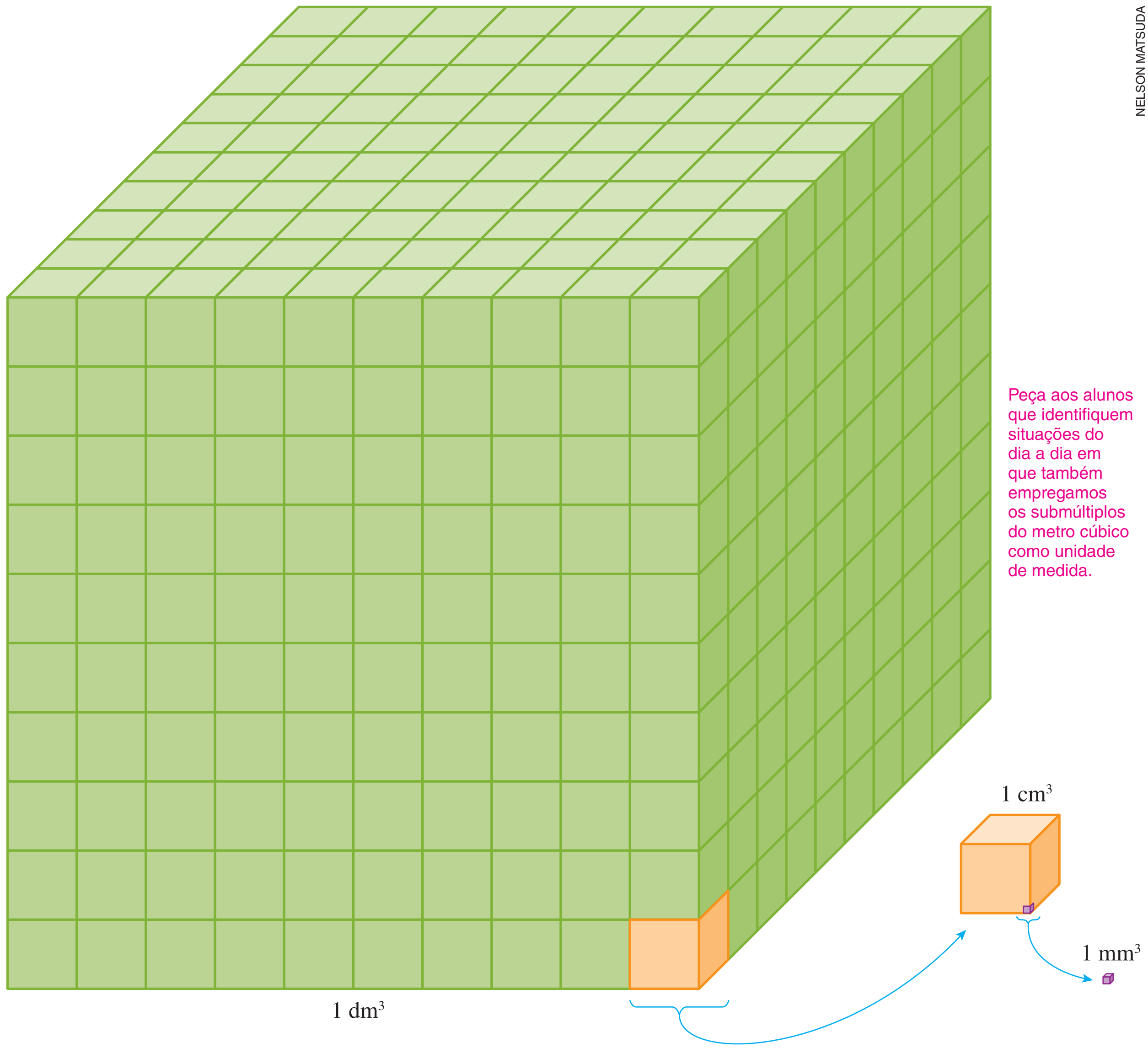
Quando o volume a ser obtido é maior que o metro cúbico, empregamos seus múltiplos: **quilômetro cúbico** (**km³**), **hectômetro cúbico** (**hm³**) ou **decâmetro cúbico** (**dam³**).


LUCAS LACAZ RUIZ/FOTOARENA

Vista aérea da represa Billings (volume de armazenamento: 995.000.000 m³) em São Paulo, SP. Na ocasião da foto, que é de 2015, São Paulo passava por uma grande seca.

Usualmente, empregamos o centímetro cúbico e o milímetro cúbico para calcular pequenos volumes, e o quilômetro cúbico para calcular grandes volumes.

As figuras a seguir mostram a relação entre o decímetro cúbico, o centímetro cúbico e o milímetro cúbico.




Peça aos alunos que identifiquem situações do dia a dia em que também empregamos os submúltiplos do metro cúbico como unidade de medida.



Note que o cubo de 1 $dm^3$ de volume contém 1.000 cubinhos de 1 $cm^3$ de volume, e cada um destes contém 1.000 cubos de 1 $mm^3$ de volume.

O quadro a seguir apresenta o nome das unidades de volume (linha lilás), os símbolos correspondentes (linha verde) e os valores de cada unidade em relação ao metro cúbico (linha amarela).

| **Múltiplos** | | | **Unidade padrão** | **Submúltiplos** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| quilômetro cúbico | hectômetro cúbico | decâmetro cúbico | metro cúbico | decímetro cúbico | centímetro cúbico | milímetro cúbico |
| $km^3$ | $hm^3$ | $dam^3$ | $m^3$ | $dm^3$ | $cm^3$ | $mm^3$ |
| 1.000.000.000 $m^3$ | 1.000.000 $m^3$ | 1.000 $m^3$ | 1 $m^3$ | 0,001 $m^3$ | 0,000001 $m^3$ | 0,000000001 $m^3$ |

Relacionando essas unidades de medida, temos:

- cada unidade é a milésima parte da unidade imediatamente superior;
- cada unidade é 1.000 vezes a unidade imediatamente inferior.

Veja alguns exemplos.

**a)** 1 cm³ = 0,001 dm³

**b)** 1 mm³ = (0,001 × 0,001) dm³ = 0,000001 dm³

**c)** 1 km³ = 1.000.000.000 m³ = (1.000.000.000 × 1.000) dm³ = 1.000.000.000.000 dm³

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**10** Represente, em seu caderno, os volumes indicados a seguir, usando algarismos e símbolos do Sistema Internacional de Unidades.

**a)** Trinta e cinco metros cúbicos. 35 m³
**b)** Quarenta centímetros cúbicos. 40 cm³
**c)** Quinze quilômetros cúbicos. 15 km³
**d)** Três milímetros cúbicos. 3 mm³
**e)** Oito decímetros cúbicos. 8 dm³
**f)** Seis decâmetros cúbicos. 6 dam³

**11** Indique a unidade de medida mais adequada, no Sistema Internacional de Unidades, para calcular o volume:

**a)** das águas do planeta Terra; km³
**b)** da água da piscina de um clube; m³
**c)** do líquido contido em uma seringa; cm³ ou mm³
**d)** do ar contido em uma sala de aula; m³
**e)** de um manto de gelo (associação de muitas geleiras); km³
**f)** do ar contido em um elevador; m³
**g)** do pó químico contido em um extintor de incêndio. cm³


HART PHOTOGRAPHY/SHUTTERSTOCK

Bombeiro usando extintor de incêndio.

**12** Leia o texto e responda às questões a seguir.

A **hidrosfera** é a parte da superfície terrestre coberta pelas águas oceânicas e continentais. Ela engloba oceanos, mares, rios, lagos, lençóis subterrâneos, geleiras e neves eternas. A hidrosfera da Terra tem um volume aproximado de **1,4 bilhão de km³**; estima-se que 97,5% das águas sejam salgadas.

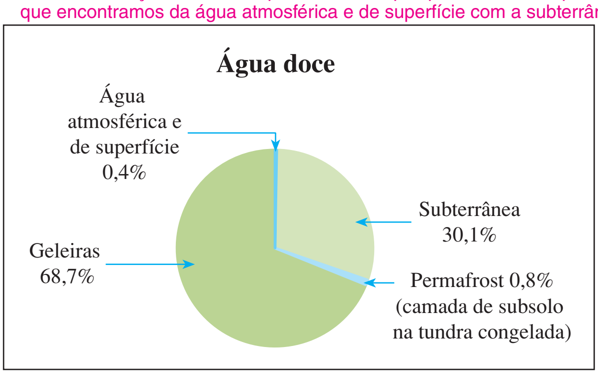
JOSÉ LUÍS JUHAS

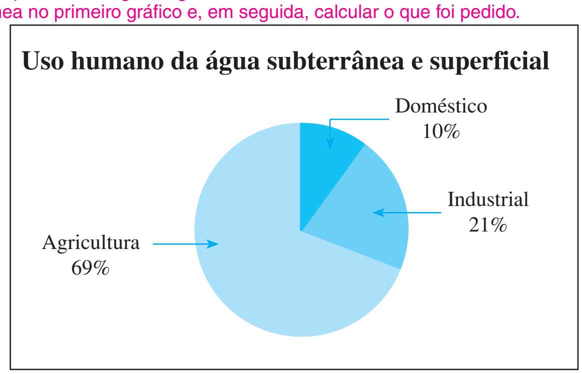
Fonte: *Almanaque Abril 2014*. São Paulo, Abril, 2014. p. 198.

**a)** Calcule, em quilômetro cúbico, o volume de água doce do nosso planeta. 35.000.000 km³

**b)** Calcule, em quilômetro cúbico, os dados dos gráficos abaixo.

Chame a atenção dos alunos para o fato de que, para calcular o que foi pedido no segundo gráfico, será necessário adicionarmos os dados que encontramos da água atmosférica e de superfície com a subterrânea no primeiro gráfico e, em seguida, calcular o que foi pedido.




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Fonte: *Almanaque Abril 2014*. São Paulo, 2014. p. 199.

**12.b)** água atmosférica e de superfície: 140.000 km³; permafrost: 280.000 km³; subterrânea: 10.535.000 km³; geleiras: 24.045.000 km³

(água subterrânea + água superficial = 10.675.000 km³) uso doméstico: 1.067.500 km³; uso industrial: 2.241.750 km³; uso agrícola: 7.365.750 km³

## Transformação de unidades de medida

Em algumas situações do dia a dia, é necessário transformar uma unidade de volume em outra.

Você já viu que cada unidade de volume é 1.000 vezes maior que a unidade imediatamente inferior. Por isso, as transformações de unidades de volume podem ser feitas segundo o esquema abaixo.

$$\mathrm{km}^3 \xleftarrow{:\,1.000} \mathrm{hm}^3 \xleftarrow{:\,1.000} \mathrm{dam}^3 \xleftarrow{:\,1.000} \mathrm{m}^3 \xleftarrow{:\,1.000} \mathrm{dm}^3 \xleftarrow{:\,1.000} \mathrm{cm}^3 \xleftarrow{:\,1.000} \mathrm{mm}^3$$

$$\mathrm{km}^3 \xrightarrow{\times\,1.000} \mathrm{hm}^3 \xrightarrow{\times\,1.000} \mathrm{dam}^3 \xrightarrow{\times\,1.000} \mathrm{m}^3 \xrightarrow{\times\,1.000} \mathrm{dm}^3 \xrightarrow{\times\,1.000} \mathrm{cm}^3 \xrightarrow{\times\,1.000} \mathrm{mm}^3$$

Veja uma situação em que aplicamos a conversão de unidades de volume.

O volume de um tijolo ecológico produzido na fábrica Construções Ecológicas é de 3.375 cm³. Quantos desses tijolos é possível fabricar com 135 m³ de matéria-prima?

Inicialmente, escrevemos 135 m³ em centímetros cúbicos:

$$\mathrm{m}^3 \xrightarrow{\times\,1.000} \mathrm{dm}^3 \xrightarrow{\times\,1.000} \mathrm{cm}^3$$

STALEY TALIÃO/FUTURA PRESS

Fabricação de tijolo ecológico pela Universidade Federal da Paraíba em João Pessoa, PB.

Para isso, devemos multiplicar 135 por 1.000 × 1.000, ou seja, multiplicar 135 por 1.000.000. Assim:

$$135\ \mathrm{m}^3 = (135 \times 1.000.000)\ \mathrm{cm}^3 = 135.000.000\ \mathrm{cm}^3$$

Em seguida, dividimos 135.000.000 por 3.375, para obter o número de tijolos procurado:

$$135.000.000 : 3.375 = 40.000$$

Portanto, com 135 m³ de matéria-prima, a fábrica produz 40.000 tijolos ecológicos.

Peça aos alunos que façam uma pesquisa na internet sobre os benefícios da utilização do tijolo ecológico comparado ao tijolo cerâmico. Sugira também uma pesquisa sobre inovações ecológicas que podem ser utilizadas no dia a dia.



### EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**13** Na construção de 39 km do prolongamento da rodovia dos Bandeirantes, foram escavados 8.800.000 m³ de terra. Isso equivale a quantos quilômetros cúbicos? 0,0088 km³

LEONARDO CONCEIÇÃO

**14** Roberto comprou um *freezer*, com volume interno útil de 1,17 m³, para armazenar potes de sorvete de 1,8 dm³. Até quantos potes de sorvete desse tipo ele poderá guardar no *freezer*? 650 potes

**15** Em um copo cabem 250 cm³ de farinha. Quantos desses copos cheios de farinha são necessários para encher uma vasilha que tem 2 dm³ de volume? 8 copos

**16** A massa preparada por Luciana para fazer goiabada ocupou toda a vasilha com 5,4 dm³ de volume. Isso permitiu que Luciana fizesse 300 tabletes iguais de goiabada.

**a)** Quantos centímetros cúbicos tem cada um desses tabletes de goiabada? 18 cm³

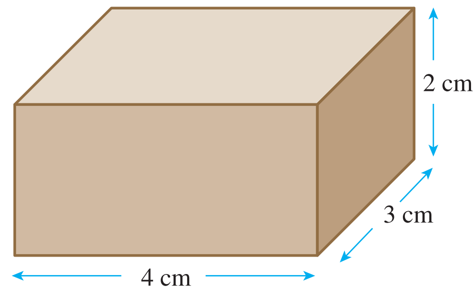
**b)** Quanto Luciana receberá se vender todos os tabletes a R$ 0,60 cada um? R$ 180,00

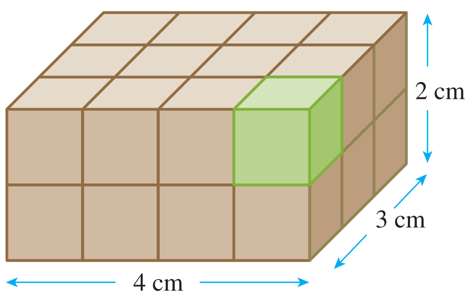
**c)** De quantos decímetros cúbicos dessa massa Luciana precisaria para fazer 500 desses tabletes? 9 dm³

# 3 Volume de um paralelepípedo de faces retangulares

A figura ao lado representa um paralelepípedo de faces retangulares com 4 cm de comprimento, 3 cm de largura e 2 cm de altura. Vamos determinar seu volume em centímetro cúbico.

Para isso, dividimos o paralelepípedo em cubos de 1 cm de aresta.



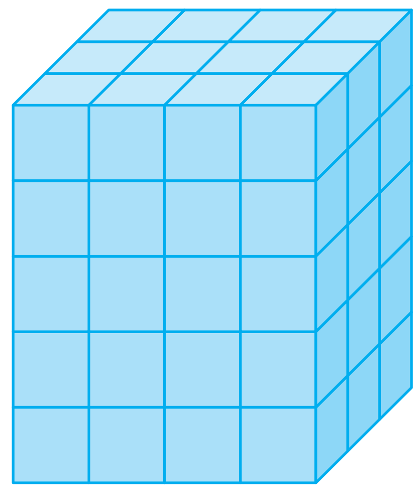

Nesse caso, cada um desses pequenos cubos representa uma unidade de volume: 1 cm³.

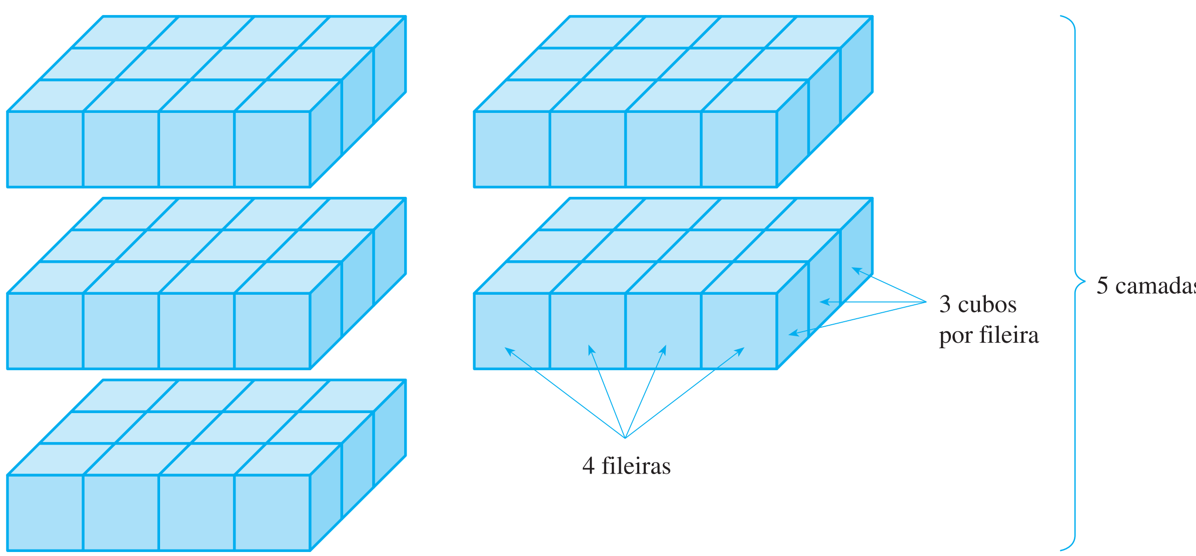
Contando a quantidade de pequenos cubos, obtemos o volume do paralelepípedo: 24 cm³.

volume $= 24 \times 1$ cm³

Nem sempre a simples contagem de cubos é conveniente para determinar o volume de um paralelepípedo.

Considere a figura ao lado. Esse paralelepípedo foi dividido em cubos de 1 cm de aresta. Ele é constituído de 5 camadas de cubos e, em cada camada, há 4 fileiras de 3 cubos em cada uma. Veja abaixo.






ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Ao todo, temos: $\underbrace{5}_{\text{camadas}} \times \underbrace{4}_{\text{fileiras por camada}} \times \underbrace{3}_{\text{cubos por fileira}}$ cubos $= 60$ cubos

Como cada cubo tem 1 cm³ de volume, esse paralelepípedo tem 60 cm³ de volume. Essa medida também pode ser obtida multiplicando-se as dimensões do cubo: $(5 \times 4 \times 3)$ cm³ $= 60$ cm³.

Procedendo do mesmo modo, concluímos que o volume do paralelepípedo marrom, cujas dimensões são 4 cm, 3 cm e 2 cm, também pode ser obtido efetuando-se $(4 \times 3 \times 2)\ cm^3 = 24\ cm^3$.

| |
|---|
| Volume do paralelepípedo = (medida do comprimento) × (medida da largura) × (medida da altura) |

## Volume de um cubo

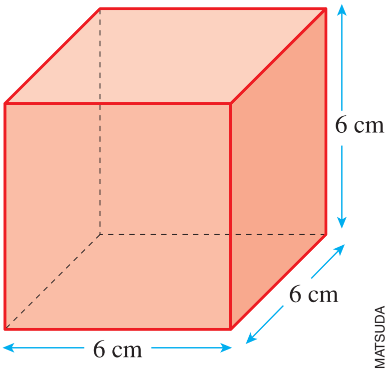
Como você já estudou, o cubo é um paralelepípedo de faces retangulares cujas arestas têm a mesma medida. Assim, para determinar seu volume, basta multiplicar as medidas de seu comprimento, largura e altura.

Então, se a aresta de um cubo mede 6 cm, seu volume, em centímetro cúbico, é dado por:

$$(6 \times 6 \times 6)\ cm^3 = 6^3\ cm^3 = 216\ cm^3$$

Portanto, o volume do cubo é $216\ cm^3$.

| |
|---|
| Volume do cubo = (medida da aresta)$^3$ |




NELSON MATSUDA

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

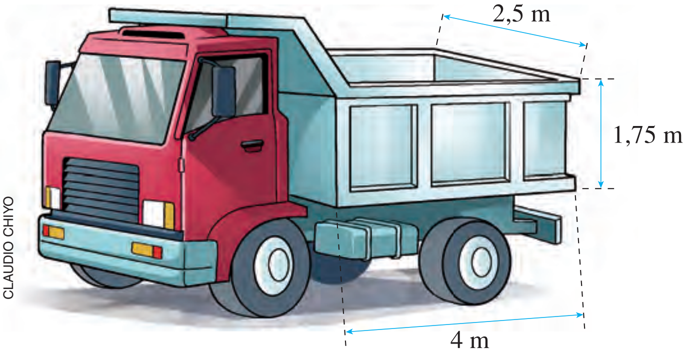
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**17** Uma sala de aula tem 7 m de comprimento, 6,40 m de largura e 3,20 m de altura. Calcule:

**a)** a área do piso; $44{,}8\ m^2$

**b)** o volume do ar da sala de aula. $143{,}36\ m^3$

**18** Um deslizamento ocorrido em uma encosta de estrada deslocou $337{,}5\ m^3$ de terra sobre a pista. Para a limpeza dessa área, a prefeitura destinou caminhões com as dimensões indicadas na figura abaixo.

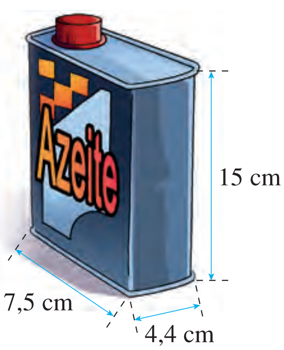



CLAUDIO CHIYO

**a)** No máximo, quantos $m^3$ de terra podem ser transportados em cada caminhão? $17{,}5\ m^3$

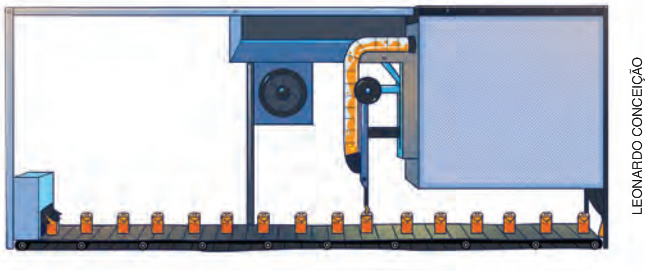
**b)** No mínimo, quantas viagens serão necessárias para transportar todo o entulho utilizando apenas um caminhão? 20 viagens

**19** Observe as dimensões da lata de azeite indicadas na figura ao lado e calcule, em decímetro cúbico, o volume de azeite que a preenche totalmente. $0{,}495\ dm^3$




CLAUDIO CHIYO

**20** Os sucos de fruta produzidos em uma fábrica são vendidos em embalagens com 12 cm de altura, 4,5 cm de largura e 3,5 cm de profundidade. Sabendo que o reservatório usado para o enchimento das embalagens é uma caixa cúbica com 2,5 m de aresta, aproximadamente quantas embalagens de suco são necessárias para utilizar todo o conteúdo do reservatório? Use uma calculadora para facilitar seus cálculos. 82.672



LEONARDO CONCEIÇÃO

26. b) A fatia A, pois seu volume é de 480 cm³. Os volumes das fatias B e C são, respectivamente, 400 cm³ e 240 cm³, porções menores do que cada um recebeu.

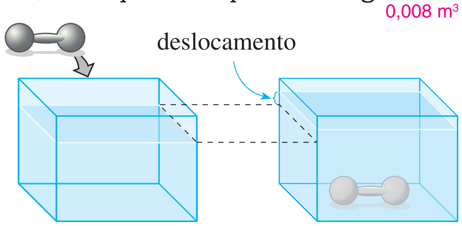
Lembre-se: Não escreva no livro!

**21** Faça algumas estimativas e responda às questões em seu caderno. respostas pessoais

**a)** Quantas bolas de basquete cabem em sua sala de aula?

**b)** E quantas bolas de gude?

**22** Uma das maneiras de calcular o volume de um objeto é mergulhá-lo em um recipiente contendo água. O volume da água deslocada corresponde ao volume do objeto. Calcule, então, o volume de um peso para ginástica sabendo que a base do recipiente mede 0,5 m por 0,4 m e que o nível da água sobe de 0,30 m para 0,34 m quando o peso é mergulhado. $0{,}008\ m^3$



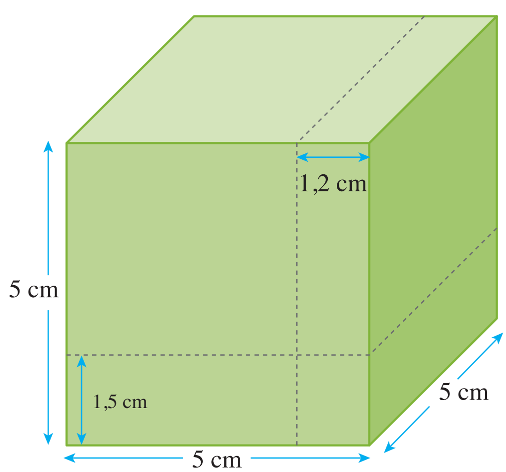

NELSON MATSUDA

**23** Considerando cubinhos de 1 milímetro de aresta, responda às questões a seguir. 1 bilhão ($10^9$)

**a)** Quantos desses cubinhos são necessários para formar um cubo de 1 metro de aresta?

**b)** Se você empilhar essa quantidade de cubinhos, um sobre o outro, qual será a altura da pilha? 1 bilhão de milímetros ou 1 milhão de metros

**24** Leonardo fez alguns cortes em um modelo de cubo de espuma, conforme mostra a imagem a seguir.



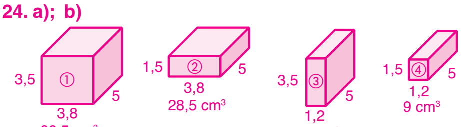

NELSON MATSUDA

**a)** Desenhe em seu caderno cada um dos quatro paralelepípedos de faces retangulares em que esse cubo ficou dividido.

**b)** Qual é o volume de cada um?

**c)** Qual era o volume do cubo antes de ser cortado? $125\ cm^3$

24. a); b)

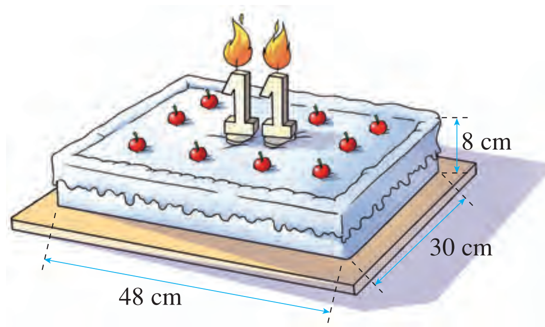



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**25** O bolo de noiva representado abaixo tem 6 cm de altura em cada uma das 3 camadas. A camada do topo do bolo, tem 30 cm de comprimento e 20 cm de largura. As demais camadas aumentam sempre 15 cm em cada uma das medidas (comprimento e largura). Quantos centímetros cúbicos tem esse bolo? $31.050\ cm^3$

CLAUDIO CHIYO

**26** Rafael pediu à sua mãe que fizesse um bolo para comemorar seu aniversário com seus amigos. O bolo tinha as medidas indicadas na figura.

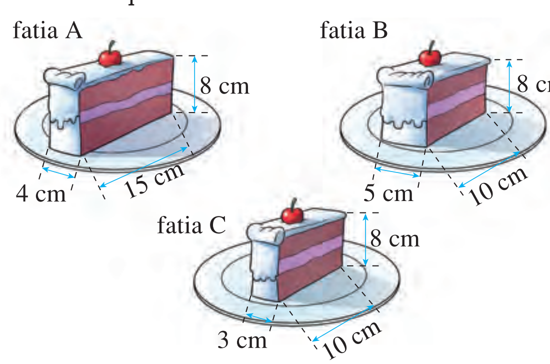



CLAUDIO CHIYO

Considerando essa situação, responda às questões a seguir.

**a)** No dia do aniversário, o bolo foi dividido igualmente entre as pessoas presentes na casa de Rafael: os 23 amigos e o aniversariante. Quantos centímetros cúbicos de bolo cada um recebeu? $480\ cm^3$

**b)** Entre as fatias a seguir, qual pode representar a fatia de bolo que cada um recebeu? Por quê?




ILUSTRAÇÕES: CLAUDIO CHIYO

**c)** Qual é o número máximo de fatias em que o bolo poderia ser cortado, se cada uma tivesse as medidas indicadas na fatia C? 48 fatias

Os alunos podem experimentar diferentes estratégias: contar os paralelepípedos ou cubos do sólido; contar os que faltam para completar o paralelepípedo ou o cubo; calcular a diferença da quantidade entre o "todo" e a "parte"; calcular a diferença entre os volumes do "todo" e da "parte".

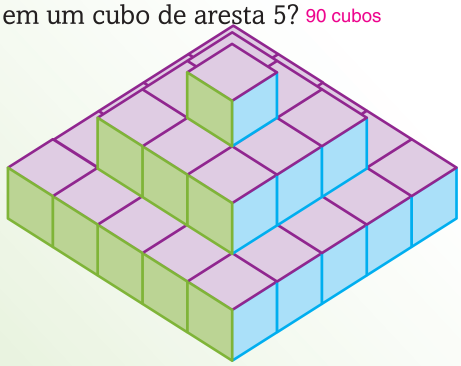
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

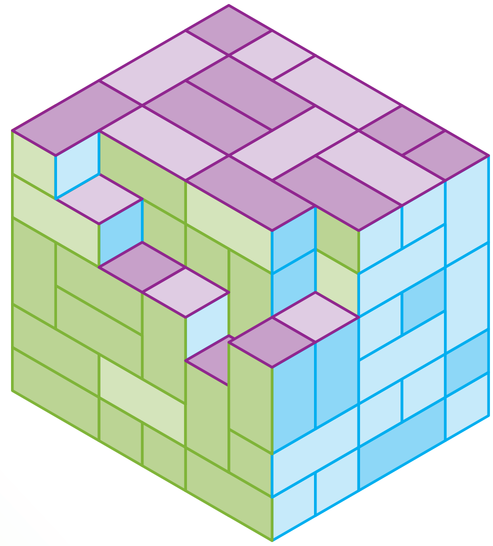
### Pense mais um pouco...

Reúna-se com um colega e cronometrem o tempo em que realizam o que se pede.

1. O sólido representado à direita é composto de paralelepípedos que medem $1 \times 1 \times 2$. Quantos desses paralelepípedos compõem o sólido? (Vocês podem imaginar que os paralelepípedos "ocultos" estão presentes.) 84 paralelepípedos
2. O sólido à esquerda é composto de cubos de aresta 1. Quantos desses cubos faltam para transformar esse sólido em um cubo de aresta 5? 90 cubos

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA





Dados obtidos em: *Treinando seu cérebro*: centenas de jogos e passatempos para exercitar sua mente. Rio de Janeiro: Reader's Digest, 2002. p. 46.

## 4 Unidades de medida de capacidade

Um líquido, quando colocado em um recipiente, toma a forma desse recipiente.

ELENA ELISSEEVA/SHUTTERSTOCK

ADISA/SHUTTERSTOCK

EVGENY KARANDAEV/SHUTTERSTOCK

SERGIEIEV/SHUTTERSTOCK

AFRICA STUDIO/SHUTTERSTOCK

Chamamos de **capacidade** o volume do interior de um recipiente.

**Capacidade** é a medida do espaço interno de um recipiente que pode ser preenchido, por exemplo, por um líquido ou um gás.

O Sistema Internacional de Unidades adota como unidade padrão de medida de capacidade o **litro**, representado por ($\ell$).

Para medir capacidades maiores que o litro, empregamos seus múltiplos: **quilolitro** (**k$\ell$**), **hectolitro** (**h$\ell$**) ou **decalitro** (**da$\ell$**).

Para medir capacidades menores que o litro, empregamos seus submúltiplos: **decilitro** (**d$\ell$**), **centilitro** (**c$\ell$**) ou **mililitro** (**m$\ell$**).

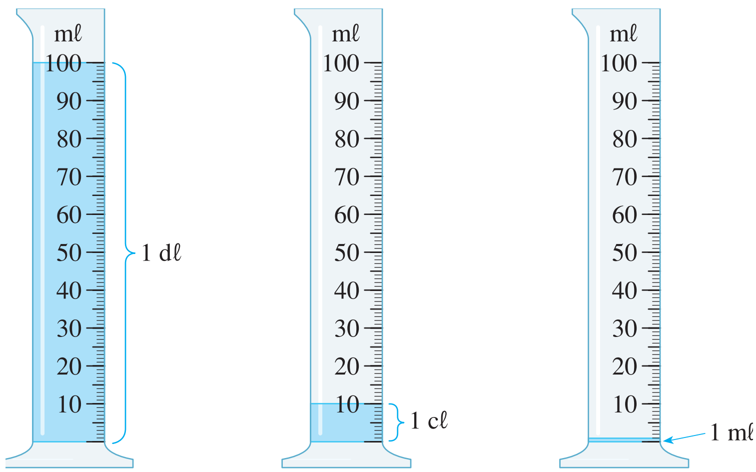
Você já deve ter percebido que muitos produtos são comercializados em embalagens de 1 litro. Veja ao lado alguns exemplos.

Mas, no dia a dia, é mais comum usar o mililitro para medir pequenas capacidades, como no caso das garrafas de água de 500 mℓ.

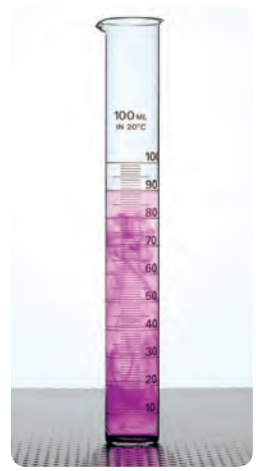

ILUSTRAÇÕES: CLAUDIO CHIYO

Existem recipientes próprios para medir capacidades. A proveta é um deles. De vidro ou de plástico, ela é bastante usada em laboratórios químicos e farmacêuticos.

Nas provetas representadas abaixo, é possível perceber a relação existente entre os submúltiplos do litro:




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA



DAVID J. GREEN/ALAMY/GLOW IMAGES

O quadro a seguir apresenta o nome das unidades de medida de capacidade (linha lilás), os símbolos correspondentes (linha verde) e os valores em relação ao litro (linha amarela).

| Múltiplos | | | Unidade padrão | Submúltiplos | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| quilolitro | hectolitro | decalitro | litro | decilitro | centilitro | mililitro |
| kℓ | hℓ | daℓ | ℓ | dℓ | cℓ | mℓ |
| 1.000 ℓ | 100 ℓ | 10 ℓ | 1 ℓ | 0,1 ℓ | 0,01 ℓ | 0,001 ℓ |

Observe que o litro, seus múltiplos e submúltiplos mantêm uma relação decimal, do mesmo modo que o metro e os respectivos múltiplos e submúltiplos: cada 10 unidades equivalem a 1 unidade da medida de capacidade imediatamente superior. Por exemplo: 10 cℓ = 1 dℓ e 10 hℓ = 1 kℓ.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**27** Represente as medidas de capacidade usando algarismos e símbolos.

**a)** Oito litros. 8 ℓ **b)** Cinco quilolitros. 5 kℓ **c)** Oitenta mililitros. 80 mℓ

**28** Descubra a capacidade da caixa-d'água da casa ou do prédio onde você mora. resposta pessoal

## Transformação de unidades de medida

Em algumas situações, é conveniente transformar uma medida de capacidade em outra.

Sabemos que cada unidade de medida de capacidade corresponde a 10 vezes a unidade imediatamente inferior. Isso permite montar o seguinte esquema para a conversão de unidades de medida de capacidade:

$$\text{k}\ell \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{h}\ell \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{da}\ell \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \ell \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{d}\ell \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{c}\ell \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{m}\ell$$

Acompanhe duas situações em que aplicamos a conversão de unidades de medida de capacidade.

### *Situação 1*

CLAUDIO CHIYO

Uma garrafa térmica com 1,20 ℓ de capacidade está cheia de chá. Quantas xícaras de 150 mℓ é possível servir?

Inicialmente, vamos transformar 1,20 ℓ em mililitros:

$$\ell \xrightarrow{\times 10} \text{d}\ell \xrightarrow{\times 10} \text{c}\ell \xrightarrow{\times 10} \text{m}\ell$$

Para isso, multiplicamos 1,20 por 10 × 10 × 10, ou seja, multiplicamos 1,20 por 1.000.

Assim, 1,20 ℓ = (1,20 × 1.000) mℓ = 1.200 mℓ.

Em seguida, dividimos 1.200 por 150, para obter o número de xícaras: 1.200 : 150 = 8

Portanto, uma garrafa com 1,20 ℓ de capacidade, consegue encher 8 xícaras de chá.

### *Situação 2*

Vamos calcular agora a capacidade, em litro, de uma garrafa térmica que pode conter, no máximo, 10 xícaras de chá cheias com capacidade de 200 mℓ cada uma.

A capacidade, em mililitro, de 10 xícaras cheias é dada por: (10 × 200) mℓ = 2.000 mℓ

Precisamos transformar 2.000 mℓ em litros:

$$\ell \xleftarrow{:10} \text{d}\ell \xleftarrow{:10} \text{c}\ell \xleftarrow{:10} \text{m}\ell$$

Para isso, dividimos 2.000 por 10, novamente por 10 e mais uma vez por 10, ou seja, dividimos 2.000 por 1.000 (10 × 10 × 10).

Assim: 2.000 mℓ = (2.000 : 1.000) ℓ = 2 ℓ

Portanto, a capacidade dessa garrafa térmica é de 2 ℓ.

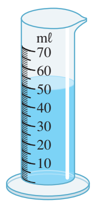
## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**29** Considerando o líquido contido na proveta representada ao lado, dê a sua capacidade em:

**a)** decilitro; 0,5 dℓ

**b)** centilitro. 5,0 cℓ



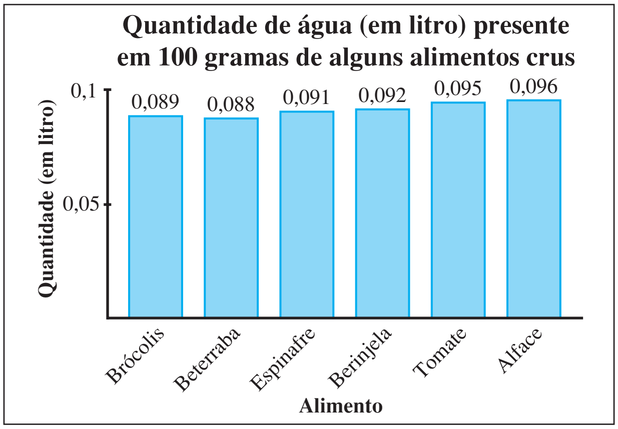

NELSON MATSUDA

**30** Um médico receitou a Amanda que tomasse diariamente 10 mℓ de um xarope durante 8 dias, 4 vezes ao dia. Esse xarope é vendido em frascos de 240 mℓ. Amanda precisará comprar mais de um frasco para esse tratamento? Sobrará xarope? Quanto? sim; sim; 160 mℓ

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**31** Segundo um estudo realizado em São Paulo, ao ingerir alimentos com certa quantidade de água, a pessoa se hidrata da mesma maneira como se estivesse bebendo essa quantidade de água. Observe o gráfico a seguir.

ADILSON SECCO




Dados obtidos em: <www.unifesp.br>. Acesso em: 13 fev. 2015.

31. d) Não. O quilolitro é utilizado para medir grandes volumes.

Considerando o gráfico, faça o que se pede.

**a)** Indique o alimento que tem maior quantidade de água. alface

**b)** Encontre a diferença entre a quantidade de água presente em 100 gramas de alface e a quantidade de água presente em 100 gramas de espinafre. 0,005 litro

**c)** Construa um gráfico de barras mostrando a quantidade de água, em mililitro, existente em 100 gramas dos alimentos que constam no gráfico de colunas. construção de gráfico

**d)** O quilolitro é uma unidade de medida adequada para medir a quantidade de água existente nesses alimentos? Justifique sua resposta.

**e)** Quantos mililitros de água estão presentes em 100 gramas de brócolis? 89 mililitros

**32** Sabendo que em uma colher de sopa (cheia) cabem 10 mℓ, quantas colheres de sopa (cheias) equivalem a 1 ℓ? 100 colheres

**33** Você sabe o que é **sustentabilidade**?

É uma proposta de todos os que se preocupam com o destino de nosso planeta para que a atuação humana use os recursos naturais com consciência, de modo que as futuras gerações também possam usufruir desses recursos. Algumas empresas, organizações não governamentais (ONGs) e instituições do governo criaram o Projeto Planeta Sustentável (www.planetasustentavel.com.br) para divulgar a proposta.

A Organização das Nações Unidas (ONU) considera suficiente um consumo diário de 110 litros de água por pessoa. Veja algumas informações fornecidas pela Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (Sabesp) em seu *site*:

Gotejando, uma torneira chega a desperdiçar 46 litros por dia.

No banho com chuveiro elétrico, em 15 minutos com o registro meio aberto, são gastos 45 litros. Se fecharmos o registro ao nos ensaboar e reduzirmos o tempo para 5 minutos, o consumo cairá para 15 litros.

Lavar calçada com a mangueira (a chamada "vassoura hidráulica") é um hábito comum e que traz grandes prejuízos. Em 15 minutos são perdidos 279 litros de água.

Se uma pessoa escova os dentes em 5 minutos com a torneira não muito aberta, gasta 12 litros de água. Mas se molhar a escova e fechar a torneira enquanto escova os dentes e, ainda, enxaguar a boca com um copo de água, conseguirá economizar mais de 11,5 litros de água.

ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS

33.b) 150 ℓ; 4.500 ℓ; 54.750 ℓ

**a)** Quantos litros de água por mês de 30 dias uma torneira gotejando desperdiça? E por ano de 365 dias? 1.380 ℓ; 16.790 ℓ

**b)** Se uma família de 5 pessoas seguir o conselho da Sabesp em relação a 1 banho diário por pessoa, quantos litros de água ela economizará por dia? E por mês? E por ano?

**c)** Se na escovação dos dentes você fechar a torneira e usar um copo para enxaguar a boca, quantos mililitros de água serão gastos?

**d)** Se, em vez da "vassoura hidráulica" por 15 minutos na lavagem semanal de uma calçada, for usada uma vassoura comum e três baldes de água, isto é, cerca de 60 litros de água, quantas caixas-d'água de 500 litros deixarão de ser consumidas nas 52 semanas do ano? quase 23

**e)** Se houver desperdício de água em sua casa, você acha que, argumentando com os dados divulgados pela Sabesp, conseguirá fazer as pessoas mudarem de atitude? resposta pessoal

**f)** Pesquise sobre outras formas de contribuir com a sustentabilidade do planeta. resposta pessoal

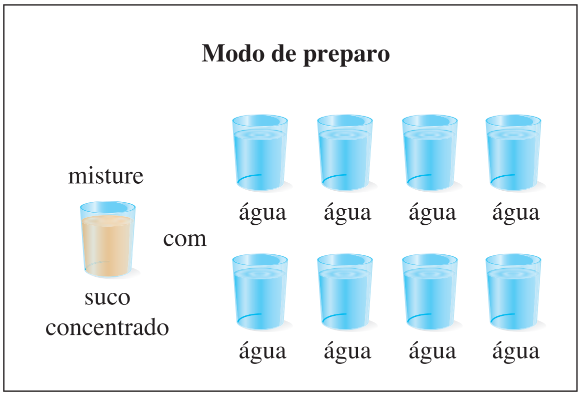
33. c) 500 mℓ

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**34** As informações ao lado estão no rótulo de uma garrafa de suco concentrado de 350 mℓ e indicam como preparar um refresco.

**a)** Usando uma dessas garrafas de suco concentrado, quantas garrafas de refresco obtemos? E quantos litros de refresco podemos preparar? 9; 3,15 ℓ

**b)** Faça uma estimativa.
Se você quiser preparar 1,5 litro de refresco, deve usar mais da metade de 1 garrafa de suco concentrado? E se quiser preparar 2 litros? menos da metade; mais da metade




NELSON MATSUDA

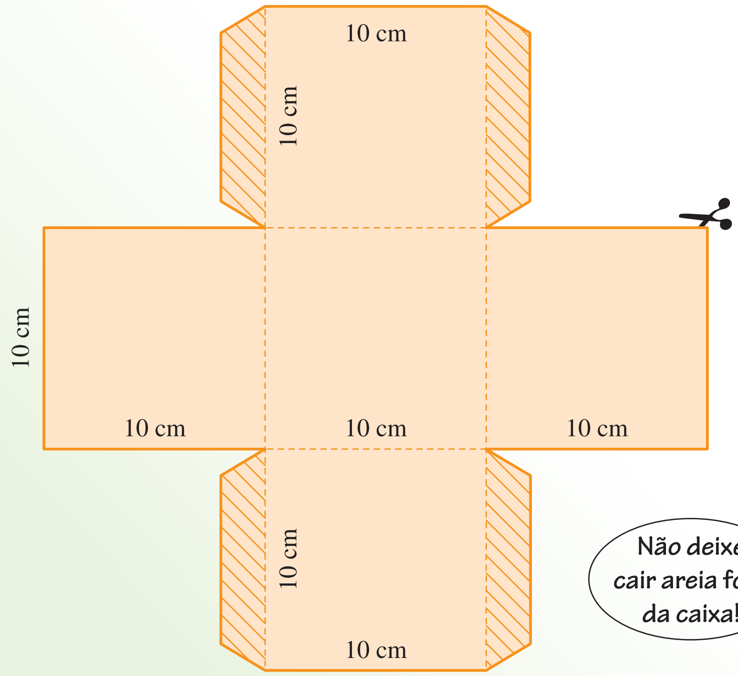
FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

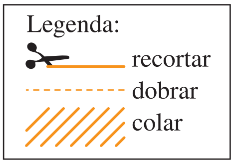
***Pense mais um pouco...*** Espera-se que os alunos observem que a caixa montada tem volume de 1 $dm^3$ e que a capacidade de uma caixa de 1 ℓ equivale ao volume de 1 $dm^3$, relação importante que será estudada mais adiante.

**A caixa de leite e o decímetro cúbico**

A figura abaixo representa o molde da superfície de uma caixa.

Reproduza em papel-cartão esse molde, com as dimensões indicadas.




NELSON MATSUDA


ENAGIO COELHO

Recorte o molde reproduzido e monte a caixa seguindo as instruções da legenda. Depois de montada, encha a caixa com areia.

**a)** Quantos decímetros cúbicos tem a caixa que você montou? Por quê? A caixa tem 1 $dm^3$, pois é uma caixa cúbica de aresta 1 dm (1 dm = 10 cm).

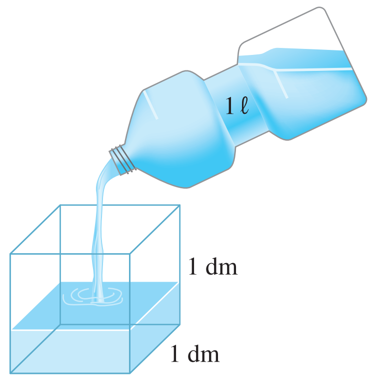
Depois, pegue uma caixa de leite vazia de 1 litro e retire a tampa. Despeje na caixa de leite a areia que está na caixa montada.

**b)** Quantos decímetros cúbicos cabem na caixa de leite? 1 $dm^3$

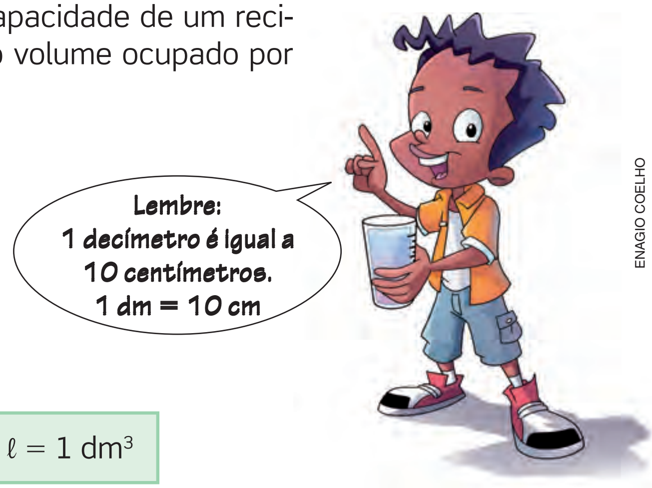
Escreva em seu caderno o que você observou. resposta pessoal

## 5 Relação entre volume e capacidade

Já estudamos que o litro corresponde à capacidade de um recipiente cúbico com 1 dm de aresta, ou seja, o volume ocupado por 1 ℓ de líquido é 1 dm³.




NELSON MATSUDA




ENAGIO COELHO

$1\ \ell = 1\ \text{dm}^3$

Então, podemos escrever as seguintes relações:

- $1\ \ell = 1\ \text{dm}^3$

  $1.000\ \text{m}\ell = 1.000\ \text{cm}^3$

  $\boxed{1\ \text{m}\ell = 1\ \text{cm}^3}$

- $1\ \ell = 1\ \text{dm}^3$

  $1.000\ \ell = 1.000\ \text{dm}^3$

  $\boxed{1.000\ \ell = 1\ \text{m}^3}$


STUDIO BM/SHUTTERSTOCK

Pequenas quantidades de líquido podem ser medidas em um copo graduado.


JULIO COSTA/FUTURA PRESS

Nesta caixa-d'água cabe 1 m³ de líquido.

Veja dois exemplos de conversão de unidades de medida de volume em unidades de medida de capacidade.

**a)** 1,2 m³ em litros

Como $1\ \text{m}^3 = 1000\ \ell$, temos:

$1{,}2\ \text{m}^3 = 1.200\ \ell$

**b)** 3.200 cm³ em centilitros

Inicialmente, transformamos 3.200 cm³ em dm³:

$3.200\ \text{cm}^3 = 3{,}2\ \text{dm}^3$

Como $1\ \text{dm}^3 = 1\ \ell$, temos:

$3.200\ \text{cm}^3 = 3{,}2\ \ell = 320\ \text{c}\ell$

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

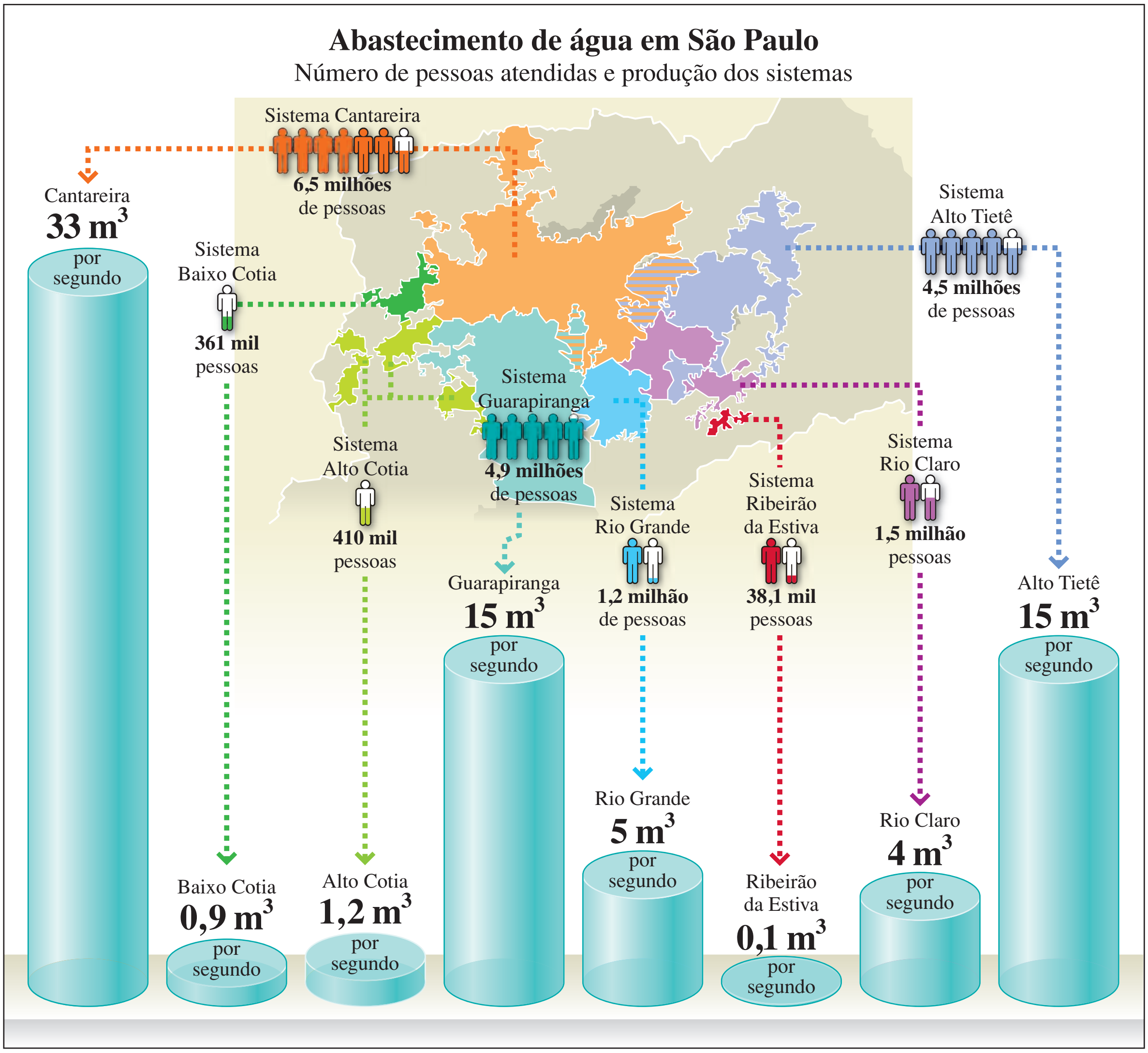
**35** Escreva a conversão de:

**a)** 12 dm³ em ℓ; 12 ℓ
**b)** 5,4 m³ em ℓ; 5.400 ℓ
**c)** 30 cm³ em ℓ; 0,030 ℓ
**d)** 30 cm³ em mℓ; 30 mℓ
**e)** 500 mm³ em mℓ; 0,5 mℓ
**f)** 0,25 m³ em ℓ. 250 ℓ

**36** Um hidrômetro registrou o consumo mensal de água de uma casa em 22 m³ em determinado mês. Quantos litros de água foram gastos nessa residência? 22.000 ℓ

**37** Qual é a capacidade, em litro, de uma caixa cúbica com 0,80 m de aresta? 512 ℓ

**38** Observe o gráfico e responda às questões.




ADILSON SECCO

Dados obtidos em: <www.sabesp.com.br>. Acesso em: 16 fev. 2015.

**a)** Qual é a produção total, em decímetro cúbico por segundo, dos sistemas de água apresentados no gráfico? 74.200 dm³ por segundo
**b)** Qual é a produção de água do Sistema Cantareira em litro por segundo? 33.000 ℓ por segundo
**c)** Qual desses sistemas produz maior volume de água? Cantareira
**d)** Qual desses sistemas produz menor volume de água? Ribeirão da Estiva
**e)** Qual é a diferença de produção entre o Sistema Guarapiranga e o Rio Claro? Dê a resposta em litro por segundo. 11.000 ℓ por segundo

**39. a)** 209.000.000 ℓ; 103.000.000 ℓ; 31.200.000 ℓ; 28.400.000 ℓ; 18.620.000 ℓ; 13.500.000 ℓ; 11.000.000 ℓ; 9.700.000 ℓ; 8.800.000 ℓ; 8.440.000 ℓ; 5.500.000 ℓ; 4.150.000 ℓ; 2.850.000 ℓ; 1.290.000 ℓ

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**39** Reúna-se com um colega, leiam o texto e façam o que se pede.

A **vazão** de um rio indica o volume de água que escoa por esse rio em determinado tempo (geralmente medido em segundo). Vejam a tabela.

**Rios brasileiros com maior vazão**

| Rio | Vazão (em m³ por segundo) | Rio | Vazão (em m³ por segundo) |
|---|---|---|---|
| Amazonas | 209.000 | Xingu | 9.700 |
| Solimões | 103.000 | Içá | 8.800 |
| Madeira | 31.200 | Juruá | 8.440 |
| Negro | 28.400 | Araguaia | 5.500 |
| Japuá | 18.620 | Uruguai | 4.150 |
| Tapajós | 13.500 | São Francisco | 2.850 |
| Purus Tocantins Paraná | 11.000 | Paraguai | 1.290 |

Fonte: <www.ana.gov.br>. Acesso em: 16 fev. 2015.


TOM ALVES/KINO

Rio São Francisco, divisa natural entre os estados de Sergipe e Alagoas. (Foto de 2013.)

Com base nesses dados e com o auxílio de uma calculadora, resolvam as questões.

**a)** Convertam as medidas indicadas na tabela para litro.

**b)** O rio São Francisco é chamado de "o rio da unidade nacional", pois une as regiões mais populosas do país, a Sudeste e a Nordeste, e sua bacia também serve ao Centro-Oeste. Em seus 2.624 km de extensão, ele corta cinco estados: Minas Gerais, Bahia, Pernambuco, Sergipe e Alagoas. Em 2010, esses estados tinham população apresentada na tabela a seguir: **39. b)** ≃ 1.837 s ou ≃ 31 min

**Estados banhados pelo rio São Francisco**

| Estado | População |
|---|---|
| Minas Gerais | 19.597.330 |
| Bahia | 14.016.906 |
| Pernambuco | 8.796.448 |
| Sergipe | 2.068.017 |
| Alagoas | 3.120.494 |

Dados obtidos em: <www.ibge.gov.br>. Acesso em: 16 fev. 2015.

Considerando que a necessidade diária de água seja de 110 litros por pessoa e supondo que toda a água do rio São Francisco pudesse ser utilizada para consumo humano, quanto tempo seria preciso para o rio suprir as necessidades dessas populações?

**c)** Pesquisem o número de habitantes de sua cidade no *site* do IBGE: <www.ibge.gov.br>. Agora, calculem a quantidade de domicílios que existem nela. Para isso, utilizem o número 3,4 como o número médio de moradores em uma residência. Em seguida, respondam à questão a seguir.
Supondo que, em média, os domicílios tenham uma caixa-d'água com capacidade de 500 ℓ, calculem em quanto tempo o rio Amazonas encheria todas as caixas-d'água de sua cidade.

**40** Junte-se a um colega e façam o que se pede. Leiam com atenção os textos a seguir.

### Um tesouro líquido sob nossos pés

**Água subterrânea** é toda água que ocorre abaixo da superfície da Terra. As águas subterrâneas constituem-se em importantes reservas de água doce. Alguns especialistas indicam que a quantidade mundial pode chegar a 60 milhões de km³, mas a ocorrência em grandes profundidades pode impossibilitar seu uso. Por essa razão, a quantidade que pode ser captada compreenderia cerca de 8 a 10 milhões de km³. No Brasil, as reservas de água subterrânea são estimadas em 112.000 km³ (112 trilhões de m³).

**39. c)** A resposta depende da população da cidade. Exemplos: para Manaus (AM), com 1.802.525 habitantes (IBGE 2010), o rio Amazonas encheria as caixas-d'água em aproximadamente 1,27 segundo; para Porto Seguro (BA), com 126.770 habitantes (IBGE 2010), em aproximadamente 0,09 segundo.

40. Pode-se promover um debate com a classe sobre a importância da água para o organismo humano e para todo o planeta, pedindo aos alunos que deem sugestões para ajudar a combater o desperdício de água.

Lembre-se: Não escreva no livro!

### Aquífero

**Aquífero** é uma formação do subsolo, constituída por rochas permeáveis (que permitem a passagem de líquidos), que armazena água em seus poros ou fraturas e permite a fácil transmissão dessa água. Um aquífero apresenta uma reserva **permanente** de água e uma reserva **ativa ou reguladora**, que são continuamente abastecidas através da infiltração da chuva e de outras fontes subterrâneas.

O Brasil tem pelo menos 23 grandes mananciais desse tipo, sendo o mais importante deles uma parte do **Aquífero Guarani**, que se estende por três países vizinhos. É uma das maiores reservas de água doce subterrânea do mundo. Sua área se estende por 1,15 milhão de km$^2$, sendo a maior parte (71%) localizada sob território brasileiro. Em seguida vêm: Argentina, com 19%, Paraguai, com 6%, e Uruguai, com 4%. De acordo com a Embrapa (Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária), o Aquífero Guarani tem recarga de 140 bilhões de m$^3$ por ano, mas, para que o reservatório seja preservado, apenas 40 bilhões de m$^3$ poderiam ser utilizados. A população atual do domínio de ocorrência do aquífero é estimada em 15 milhões de habitantes.

[Informações levantadas por estudos datados de 1995 a 2003.]

### O tesouro ameaçado

Durante décadas, acreditou-se que o Aquífero Guarani fosse uma fonte inesgotável de água doce. Estudos recentes, porém, mostraram que essa crença estava equivocada. Pontos de difícil acesso e a existência de água salobra (contendo sais, desagradável ao paladar) ou quente reduzem bastante o volume de água que realmente pode ser usado pelo homem. Além disso, o manancial encontra-se ameaçado pelo consumo excessivo e pela poluição causada pelos plantios de cana-de-açúcar ou pela abertura irregular de poços. Em áreas de Santa Catarina, por exemplo, a água já é inadequada para o consumo humano.

O próprio tamanho do aquífero já está sendo revisto, pois se verificou que na Argentina ele é um pouco menor, o que corresponderia a uma redução de 10% em sua extensão.

Dados obtidos em: *Atualidades Vestibular 2009*, São Paulo, 2009, p. 185, e Globo Rural, São Paulo, ago. 2008, p. 20.

AMÉRICA DO SUL: ÁREA DO AQUÍFERO GUARANI


ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL

Dados obtidos em: <www.uniagua.org.br>. Acesso em: 16 fev. 2015.

Agora, resolvam as questões.

**a)** Transformem em litro:

- a estimativa da quantidade mundial de água subterrânea;
  60 milhões km$^3$ = 60.000.000.000.000.000.000 ℓ
- a estimativa das reservas brasileiras de água subterrânea;
  112 trilhões m$^3$ = 112.000.000.000.000.000 ℓ
- a estimativa da Embrapa para o volume de água do Aquífero Guarani que poderia ser utilizado anualmente pelo homem.
  40 bilhões m$^3$ = 40.000.000.000.000 ℓ

**b)** Com base nos estudos feitos em 2008 e 2009, qual é a nova área, em quilômetro quadrado, estimada para o Aquífero Guarani em relação à área estabelecida pelos estudos anteriores? Como seria essa medida em metro quadrado? 1,035 milhão km$^2$; 1.035.000.000.000 m$^2$

**c)** Que porcentagem as reservas brasileiras representam do total mundial de água subterrânea? ≃ 0,19%

**d)** Na época do estudo anterior, para que o Aquífero Guarani fosse preservado, quantos litros de água seriam reservados por ano a cada habitante da população da área de ocorrência? E quantos litros por dia?
≃ 2.666.667 ℓ; 7.306 ℓ

Lembre-se:
Não escreva no livro!

**41** Uma piscina tem 8 m de comprimento, 4 m de largura e 1,60 m de profundidade. Ela está com água ao nível de 1,50 m.

**a)** Qual é a capacidade da piscina em litro? Quantos litros de água contém? 51.200 ℓ; 48.000 ℓ

**b)** Se 10 pessoas mergulhassem nessa piscina e o nível da água subisse 2 cm, qual seria o volume médio do corpo de cada uma dessas pessoas em decímetro cúbico? 64 dm³

**42** Durante um tratamento, um menino precisou tomar várias injeções. Foram três aplicações diárias durante 10 dias. Em cada aplicação, eram injetados 3 mℓ de medicamento. Quantos centímetros cúbicos desse medicamento foram injetados no menino durante o tratamento? 90 cm³

**43** Os médicos recomendam que uma pessoa beba pelo menos 2 litros de água por dia. Uma única goteira pode desperdiçar 150 litros de água por dia. Determine o tempo, em dia, que essa quantidade de água daria para uma pessoa beber, atendendo à recomendação médica mínima. 75 dias


LEONARDO CONCEIÇÃO

**44** Leia o texto abaixo e responda às questões.

JOSÉ LUÍS JUHAS

O etanol (ou álcool etílico) é produzido em usinas a partir de matérias-primas como cana-de-açúcar, milho ou beterraba. Ele é um biocombustível, ou seja, um combustível renovável, que não precisa de materiais de origem fóssil, como o petróleo. [...]

Porém nem todo biocombustível é uma alternativa tão limpa assim para o planeta. Por causa da complexidade de sua fabricação, o etanol pode, dependendo da matéria-prima, até gerar mais emissão de gases poluentes. Isso sem falar no risco de maiores desmatamentos para ampliar as plantações. Nesse ponto, o etanol brasileiro, feito da cana-de-açúcar, leva vantagem. Ele é mais produtivo que o extraído do milho, por exemplo, e provoca um impacto ambiental menor. Enquanto 1 hectare de milho rende 3.000 litros de etanol, a mesma área plantada com cana gera 7.500 litros!

Fonte: BIANCHIN, Victor. Como é produzido o etanol? *Mundo Estranho*, São Paulo, set. 2008, p. 42.

**44. b)** 35.142.750.000 ℓ

**a)** Quantas vezes mais etanol rende a cana-de-açúcar em relação ao milho? 2,5 vezes

**b)** Em 2014, o estado de São Paulo tinha 4.685.700 hectares plantados de cana-de-açúcar, sendo o maior produtor nacional. Se toda essa cana fosse destinada à produção de etanol, quantos litros seriam obtidos?

**c)** Quantos tanques de automóvel, com capacidade de 50 ℓ, poderiam ser enchidos com a produção de etanol obtida no item **b**? 702.855.000

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

### *Pense mais um pouco...*

O cano de alimentação de um tanque despeja água no ritmo que mostra o quadro a seguir.

| Tempo | Volume de água despejada |
|---|---|
| 1º minuto | 1 ℓ |
| 2º minuto | 2 ℓ |
| 3º minuto | 4 ℓ |
| 4º minuto | 8 ℓ |

Considerando que o tanque está vazio inicialmente, responda às questões.

**a)** Quantos litros de água o cano de alimentação despeja no tanque no 5º minuto? E no 6º? No 7º? No 8º? 16 ℓ; 32 ℓ, 64 ℓ e 128 ℓ

**b)** Após 8 minutos, esse tanque fica com água até a metade. Quantos litros de água ele contém nesse momento? 255 ℓ

**c)** Após 8 minutos, aproximadamente quantos minutos ainda serão necessários para o tanque ficar cheio? 1 minuto

# 6 Medindo a massa de um corpo

O instrumento empregado para medir a massa de um corpo é a **balança**.

Existem diversos tipos de balança. Veja alguns exemplos.


KITCH BAIN/SHUTTERSTOCK

Balança de banheiro.


DIMITAR SOTIROV/SHUTTERSTOCK

Balança de dois pratos.


TISHOMIR/SHUTTERSTOCK

Balança eletrônica.

Observe a balança de dois pratos. Ela mostra que, para medir a massa de um corpo, basta compará-la com a massa do(s) objeto(s) que está(ão) no outro prato.

## Unidades de medida de massa

O Sistema Internacional de Unidades adota o **quilograma** como unidade padrão de medida de massa. Representamos o quilograma por **kg**.

Muitos produtos são vendidos em quilograma:


ILUSTRAÇÕES: ENAGIO COELHO

Apesar de o quilograma ser a unidade padrão de medida de massa, na prática usamos o **grama** como referência para formar os múltiplos e os submúltiplos. O grama é a milésima parte do quilograma e é representado por **g**.

Para medir massas menores que o grama, empregamos seus submúltiplos: **decigrama** (**dg**), **centigrama** (**cg**) ou **miligrama** (**mg**).

Para medir massas maiores que o grama, empregamos seus múltiplos: **quilograma** (**kg**), **hectograma** (**hg**) ou **decagrama** (**dag**).

O quadro a seguir apresenta o nome das unidades de medida de massa (linha lilás), os símbolos correspondentes (linha verde) e os valores em relação ao grama (linha amarela).

| **Múltiplos** | | | **Unidade de referência** | **Submúltiplos** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| quilograma | hectograma | decagrama | grama | decigrama | centigrama | miligrama |
| kg | hg | dag | g | dg | cg | mg |
| 1.000 g | 100 g | 10 g | 1 g | 0,1 g | 0,01 g | 0,001 g |

Assim como o metro e o litro, a relação decimal se repete: cada unidade de medida corresponde a 10 vezes a unidade imediatamente inferior. Por exemplo: 1 g = 10 dg; 0,1 dag = 0,01 hg.

O miligrama (mg) é um submúltiplo do grama muito empregado em situações em que se tem de medir massas bem pequenas.

Veja alguns produtos que contêm substâncias cuja massa é dada em miligrama.



Cada 200 mℓ de leite integral contém **220 mg** de cálcio.


INFORMAÇÃO NUTRICIONAL
Porção de 200 mℓ (1 copo)

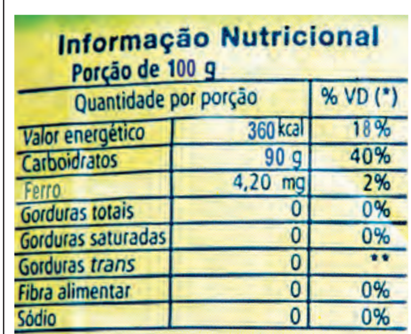
| Quantidade por porção | | %VD(*) |
|---|---|---|
| Valor Energético | 116 kcal=484 kJ | 6% |
| Carboidratos | 9,2 g | 3% |
| Proteínas | 6,2 g | 8% |
| Gorduras Totais | 6g, das quais: | 11% |
| gorduras saturadas | 3,5 g | 16% |
| gorduras trans | 0 g | (**) |
| gorduras monoinsaturadas | 1,5 g | (**) |
| gorduras poliinsaturadas | 0,2 g | (**) |
| colesterol | 35 mg | 12% |
| Fibra Alimentar | 0 g | 0% |
| Sódio | 129 mg | 5% |
| Cálcio | 220 mg | 25% |

Cada 100 mℓ de suco de laranja contém **30 mg** de vitamina C.


INFORMAÇÃO NUTRICIONAL
PORÇÃO DE 100mℓ

| QUANTIDADE POR PORÇÃO | | % VD * |
|---|---|---|
| VALOR ENERGÉTICO | 92 kcal=386 kJ | 5 |
| CARBOIDRATOS | 13g | 8 |
| PROTEÍNAS | 0g | 0 |
| GORDURAS TOTAIS | 0g | 0 |
| GORDURAS SATURADAS | 0g | 0 |
| GORDURAS *TRANS* | 0g | ** |
| FIBRAS | 0g | 0 |
| SÓDIO | 0 mg | 0 |
| VITAMINA C | 30 mg | 66 |

Cada 100 g de açúcar mascavo tem **4,20 mg** de ferro.


Informação Nutricional
Porção de 100 g

| Quantidade por porção | | % VD (*) |
|---|---|---|
| Valor energético | 360 kcal | 18% |
| Carboidratos | 90 g | 40% |
| Ferro | 4,20 mg | 2% |
| Gorduras totais | 0 | 0% |
| Gorduras saturadas | 0 | 0% |
| Gorduras *trans* | 0 | ** |
| Fibra alimentar | 0 | 0% |
| Sódio | 0 | 0% |

FOTOS: DOTTA2

Além dessas unidades, utilizam-se a **tonelada** (**t**), para medir grandes massas, e o **quilate** (**q**), para medir a massa de pedras e metais preciosos.

1 tonelada = 1.000 kg

1 quilate = 0,2 g


JOHAN SWANEPOEL/SHUTTERSTOCK

Um elefante africano adulto tem cerca de 7,5 t (7.500 kg).


SUMIRE8/SHUTTERSTOCK

Diamante, uma das pedras preciosas mais belas do mundo.

**46.** respostas possíveis: **a)** O cérebro humano tem massa aproximada de 1.400 g. / A massa aproximada do cérebro humano é de 1.400 g.
**b)** Em uma banana há 20 mg de vitamina C. / Uma banana contém 20 mg de vitamina C.
**c)** A onça-pintada, o maior carnívoro do Brasil, tem cerca de 160 kg de massa./ O maior carnívoro do Brasil, a onça-pintada, tem cerca de 160 kg de massa.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**45** Responda: o que está errado no anúncio abaixo?
A indicação de grama é g, e não gr.


JOSÉ LUÍS JUHAS

**46** Escreva frases com base nas informações de cada quadro, utilizando a unidade de massa adequada.

**a)** cérebro humano
massa aproximada
1.400

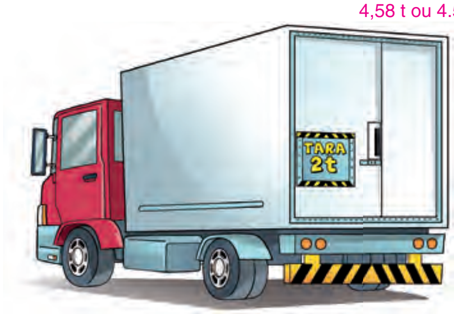
**b)** 20
vitamina C
uma banana

**c)** onça-pintada; massa cerca de 160
maior carnívoro do Brasil

MARIO FRIEDLANDER/PULSAR IMAGENS

O principal hábitat da onça-pintada é a Amazônia.

**47** Os caminhões geralmente trazem uma placa indicando sua tara, ou seja, a massa do caminhão sem a carga. O caminhão representado abaixo, ao passar por uma pesagem em uma estrada, acusou uma massa de 6.580 kg. Qual é a massa da carga que ele estava transportando?
4,58 t ou 4.580 kg




ENAGIO COELHO

**48** A turmalina paraíba é a pedra preciosa mais rara que existe, mais rara até que o diamante. Ela só é encontrada em 5 minas no mundo, e 3 delas estão no Brasil.
Sabendo que o preço médio do quilate dessa pedra preciosa é 75 mil reais, qual é o valor de uma pedra com 0,8 grama?
R$ 300.000,00

DK IMAGES/DIOMEDIA

**49** Leia o texto a seguir.

**Volume de lixo cresce em proporção maior que a população brasileira**

Boa parte do lixo produzido no Brasil termina em lugares inadequados. [...]

Na última década, 40 milhões de brasileiros ascenderam socialmente. Essa nova classe média passou a consumir mais, e quem consome mais gera mais lixo.

Nos últimos dez anos, a população do Brasil aumentou 9,65%. No mesmo período, o volume de lixo cresceu mais do que o dobro disso, 21%.

Segundo a Abrelpe (Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos Especiais), apenas [em 2012], foram descartados 24 milhões de toneladas de resíduos em lugares inadequados. Isso seria suficiente para encher 168 estádios de futebol do tamanho do Maracanã. [...]

Em dez anos, de 2003 a 2012, a geração de lixo por pessoa aumentou de 955 g por dia para 1,223 kg.

Dados obtidos em: <www.g1.globo.com.br>.
Acesso em: 16 fev. 2015.

Use a calculadora para responder às questões.

**a)** Quantos quilogramas, em média, cada habitante do país produziu em 2003? E em 2012? 348,575 kg; 446,395 kg.

**b)** Se a média de produção de lixo brasileiro se mantiver, quanto lixo deve ser produzido no Brasil em 2020, se a projeção populacional do IBGE indica que haverá 212 milhões de habitantes no país? 259.276.000 kg

**c)** Como expressamos o resultado do item **b** em tonelada? 259.276 t

**46.** Atente para o fato de que todas as informações fornecidas em cada item devem constar das respectivas sentenças. Caso haja dificuldade, explicite isso para os alunos.

### *Pense mais um pouco...*

Áurea dispõe de 500 gramas de uma mistura de feijão e farinha de mandioca que estão presentes em quantidades iguais. Ela, no entanto, quer preparar um tutu com $\frac{2}{5}$ de feijão e $\frac{3}{5}$ de farinha de mandioca.

**a)** Qual desses dois ingredientes está faltando para Áurea fazer o tutu do jeito que ela quer? farinha de mandioca

**b)** Quantos gramas desse ingrediente Áurea ainda deve acrescentar aos 500 gramas iniciais da mistura? 125 gramas

ENAGIO COELHO

## Transformação de unidades de medida

Há situações em que convém converter uma unidade de medida de massa em outra.

Conforme já vimos, cada unidade de medida de massa também é 10 vezes maior que a unidade de medida imediatamente inferior. Isso permite montar este esquema para a conversão de unidades de medida de massa:

$$\begin{tikzcd} kg \arrow[r, bend right, "\times 10"'] & hg \arrow[l, bend right, ":10"'] \arrow[r, bend right, "\times 10"'] & dag \arrow[l, bend right, ":10"'] \arrow[r, bend right, "\times 10"'] & g \arrow[l, bend right, ":10"'] \arrow[r, bend right, "\times 10"'] & dg \arrow[l, bend right, ":10"'] \arrow[r, bend right, "\times 10"'] & cg \arrow[l, bend right, ":10"'] \arrow[r, bend right, "\times 10"'] & mg \arrow[l, bend right, ":10"'] \end{tikzcd}$$

Acompanhe as seguintes situações.

### *Situação 1*

Atendendo à prescrição de uma receita médica, uma farmácia de manipulação usou 3,6 g de certa substância para produzir comprimidos de 150 mg cada um. Quantos comprimidos foram produzidos?

Inicialmente, devemos transformar 3,6 g em mg:

$$\begin{tikzcd} g \arrow[r, bend right, "\times 10"'] & dg \arrow[r, bend right, "\times 10"'] & cg \arrow[r, bend right, "\times 10"'] & mg \end{tikzcd}$$

Para isso, multiplicamos 3,6 por $10 \times 10 \times 10$, ou seja, multiplicamos 3,6 por 1.000. Assim:

$$3{,}6 \text{ g} = (3{,}6 \times 1.000) \text{ mg} = 3.600 \text{ mg}$$

Dividindo 3.600 por 150, obtemos 24, que é a quantidade de comprimidos produzidos.

### *Situação 2*

Vamos transformar 3.750 g em kg.

Nesse caso, estamos querendo transformar uma unidade menor em outra maior.

$$\begin{tikzcd} kg & hg \arrow[l, bend right, ":10"'] & dag \arrow[l, bend right, ":10"'] & g \arrow[l, bend right, ":10"'] \end{tikzcd}$$

Devemos dividir 3.750 por 10, novamente por 10 e mais uma vez por 10, ou seja, dividimos 3.750 por 1.000 ($10 \times 10 \times 10$).

Então, 3.750 g = 3,750 kg.

# EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**50** Quantos quilogramas há em 1,5 t? 1.500 kg

**51** Calcule em grama:

**a)** $\frac{1}{4}$ de 1 kg; 250 g **b)** $\frac{3}{4}$ de 1 kg. 750 g

**52** Uma caixa contém 20 pastilhas de 250 mg. Quantos gramas têm, juntas, todas as pastilhas dessa caixa? 5 g

**53** Certo caminhão pode transportar até 9,6 t de carga.

**a)** Esse caminhão pode transportar 240 sacos de cimento de 50 kg cada um? não

**b)** Quantos desses sacos de cimento o caminhão pode transportar no máximo? 192

**54** A massa de 1 $cm^3$ de alumínio é 2,7 g e a de 1 $cm^3$ de ferro é 7,8 g. O que pesa mais: 1 $m^3$ de alumínio, ou um elefante africano de 7,5 t? O que pesa menos: 1 $m^3$ de ferro, ou esse elefante africano? o elefante; o elefante

**55** A quantidade de analgésico que um paciente pode ingerir é 3 mg por kg de massa corporal, desde que não exceda a 200 mg. Se cada gota do analgésico contém 5 mg, qual é a dose máxima a ser receitada a um paciente de 60 kg? 36 gotas

**56** Em um restaurante, o cliente se serve, pesa o prato e paga por quilograma. Andréa foi almoçar nesse restaurante. Para seu prato de comida, a balança marcou 0,875 kg. O prato vazio pesa 350 g. Se o quilograma de comida custa R$ 24,00, quanto custou esse almoço? R$ 12,60


LEONARDO CONCEIÇÃO

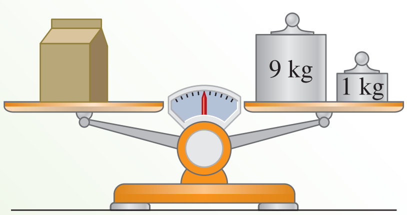
FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

### *Pense mais um pouco...*

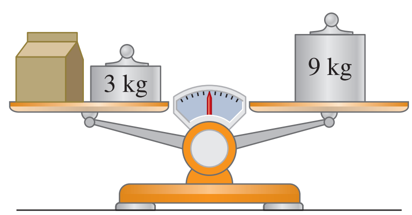
Junte-se a um colega e façam o que se pede.

Odair tem uma balança de dois pratos e três pesos: de 1 kg, 3 kg e 9 kg. Com essa balança e esses pesos, ele consegue pesar pacotes que têm 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg, ..., 13 kg.

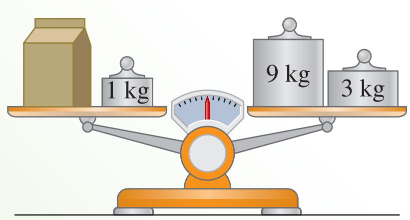
Vejam alguns esquemas que exemplificam o procedimento de Odair.




O pacote tem 10 kg.




O pacote tem 6 kg.




O pacote tem 11 kg.

Se considerar conveniente, acrescente um quarto peso com 27 kg e peça aos alunos que façam os esquemas para pacotes de 14 kg até 40 kg.

Agora, desenhem os esquemas que mostram como Odair faz para pesar os outros dez pacotes. construção de figura

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

## Unidades de medida de massa usadas no comércio atacadista

Observe os preços de alguns produtos que foram comercializados para revendedores em 2014.

Se os alunos ficarem curiosos, explique que existem dois tipos de planta de café: Arábica e Robusta. Os “melhores” cafés são do tipo Arábica, que possuem aroma e doçura intensos com muitas variações de acidez, corpo e sabor. O Arábica tem 50% menos cafeína que o Robusta.


GILLMAR/SHUTTERSTOCK

- A cotação média do café arábica era de R$ 531,85 a **saca de 60 kg**.

- O trigo estava cotado pelo preço médio de R$ 36,34 a **saca de 60 kg**.


ALIKEYOU/SHUTTERSTOCK


AMMIT JACK/SHUTTERSTOCK

- O cacau estava cotado pelo preço médio de R$ 111,00 a **arroba**.

- O boi gordo estava cotado pelo preço médio de R$ 139,50 a **arroba**.


AFNR/SHUTTERSTOCK


LARA S. A. IWANICKI/KINO

- O preço médio do farelo de soja era R$ 1.030,00 a **tonelada**.

Note que, dependendo do produto, usam-se unidades de medida diferentes das estudadas até aqui.

O arroz, o trigo, o café, a soja e o feijão costumam ser comercializados no atacado em quilograma (alguns em sacas de 60 kg). A cana-de-açúcar e o farelo de soja, por sua vez, são comercializados em tonelada. O algodão e o cacau, assim como os bois, os cavalos e os porcos, por exemplo, são negociados em arroba.

E quanto é uma arroba?

Uma arroba, cujo símbolo é **@,** equivale a 15 kg, ou seja:

$$1\ @ = 15\ \text{kg}$$

Dizer que um boi tem 18 arrobas é o mesmo que dizer que ele tem 270 quilogramas, pois $18 \times 15 = 270$.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**57** No início de 2015, a arroba do boi gordo estava sendo vendida pelo preço médio de R$ 139,50. Quanto se pagou por um boi de 360 kg? R$ 3.348,00

**58** Se 1 arroba de porco custava R$ 56,25, qual era o preço do quilograma do porco? R$ 3,75

**59** Uma empresa comprou 20 sacas de 60 kg de café arábica para ser beneficiado. Se a empresa pagou R$ 531,85 por cada saca, qual foi o preço pago por quilograma? ≃ R$ 8,86

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

### *Pense mais um pouco...*

**O decímetro cúbico e o quilograma**


ENAGIO COELHO

**a)** Explique por que a capacidade da caixa cúbica é de 1 litro.

**b)** Agora, acompanhe a experiência feita com a caixa cúbica construída. Veja as etapas a seguir.

Como a aresta é de 1 dm, o volume da caixa cúbica é 1 dm³, que equivale a 1 ℓ.

- Coloca-se a caixa cúbica em uma balança e verifica-se sua massa (Figura 1).
- Derrama-se água destilada bem gelada no interior da caixa cúbica até que ela fique totalmente cheia (Figuras 2 e 3). O quilograma é aproximadamente a massa de 1 dm³ de água destilada (1 ℓ) à temperatura de 4 °C.

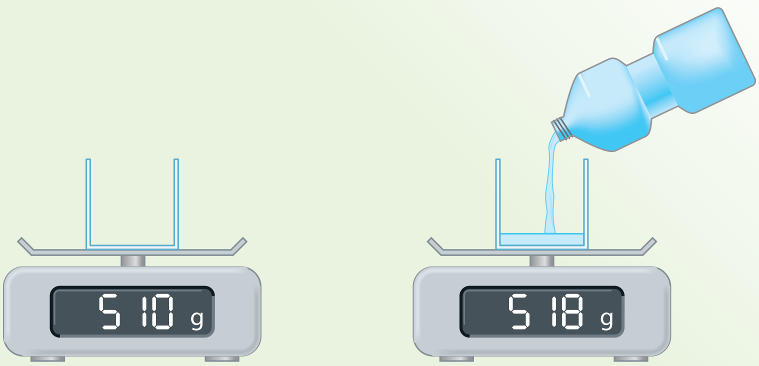



Figura 1 Figura 2 Figura 3

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Observando as figuras, o que você conclui?

Pela figura 1, notamos que a massa da caixa cúbica é de 510 gramas. Depois de colocada a água, a massa do conjunto "caixa com água" é de 1.510 gramas (Figura 3). Logo, houve um acréscimo de 1 quilograma, ou seja, a água destilada contida na caixa pesa 1 quilograma.



## PARA SABER MAIS +

### Estimativas e medidas

Há situações do dia a dia que trazem problemas envolvendo medidas. Em alguns casos, não precisamos ter as medidas exatas para resolver esses problemas, ou seja, as medidas podem ser **estimadas**.

Por exemplo, para embrulhar um presente, o funcionário de uma loja faz uma estimativa do tamanho do papel que deverá usar.

ILUSTRAÇÕES: CLAUDIO CHIYO

Em outros casos, é preciso saber as medidas exatas.

Por exemplo, quando um vidraceiro precisa cortar um vidro para instalar em uma janela, ele precisa conhecer exatamente suas dimensões.

## Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Reúna-se com um colega e façam o que se pede.

**1** Das situações a seguir, identifiquem aquelas em que podemos usar estimativas e aquelas em que precisamos das medidas exatas. estimativa: **a**, **c**; medida exata: **b**, **d**, **e**

**a)** Comprar refrigerante para uma festa com 20 convidados.
**b)** Comprar revestimento para o piso de uma sala.
**c)** Calcular o dinheiro que deve ser levado em uma viagem.
**d)** Sacar o dinheiro para o pagamento dos funcionários de uma empresa.
**e)** Comprar um tecido para fazer uma calça.

**2** Respondam às questões sem fazer cálculos.

**a)** É possível que um cachorro tenha massa igual a 10 dg? não
**b)** É possível que a massa de um abacate seja igual a meio milhão de miligramas? sim
**c)** É possível que um adulto consiga nadar em uma piscina de 1 m de profundidade, 1 m de largura e 1 m de comprimento? não
**d)** A altura de um prédio de 5 andares pode ser igual a 150 m? não
**e)** A capacidade de um balde pode ser igual a 10 $cm^3$? não
**f)** A área de um país pode ser igual ou menor que 20.000 $hm^2$? sim, Vaticano e Mônaco, por exemplo

**3** Estimem estas medidas: respostas pessoais

**a)** a altura de uma árvore;
**b)** a massa de uma mochila de um aluno do 6º ano;
**c)** o comprimento, em centímetro, da sala de aula;
**d)** a espessura deste livro.

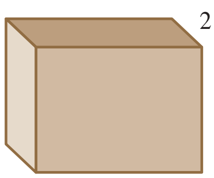
Comparem suas respostas com as de outros colegas. Houve muita diferença nas medidas estimadas? Por que vocês acham que isso aconteceu? resposta pessoal

## EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1** (Saresp) Quantos cubos iguais a este , que tem 1 $cm^3$ de volume, eu precisaria colocar dentro da figura abaixo para não sobrar nenhum espaço interno? alternativa **c**

**a)** 80
**b)** 50
**c)** 40
**d)** 10

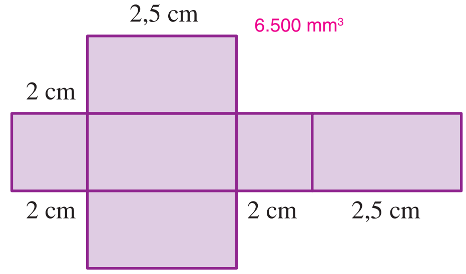



NELSON MATSUDA

**2** Uma piscina tem 8 m de comprimento, 4 m de largura e 1,40 m de profundidade.

**a)** Quantos metros quadrados de azulejo são necessários para revestir essa piscina? 65,60 $m^2$
**b)** Qual é o volume dessa piscina em decímetro cúbico? 44.800 $dm^3$
**c)** Qual é a capacidade da piscina em litro? 44.800 litros

**3** A figura abaixo é a planificação da superfície de um paralelepípedo retângulo. Calcule o volume, em milímetro cúbico, desse paralelepípedo. 6.500 $mm^3$

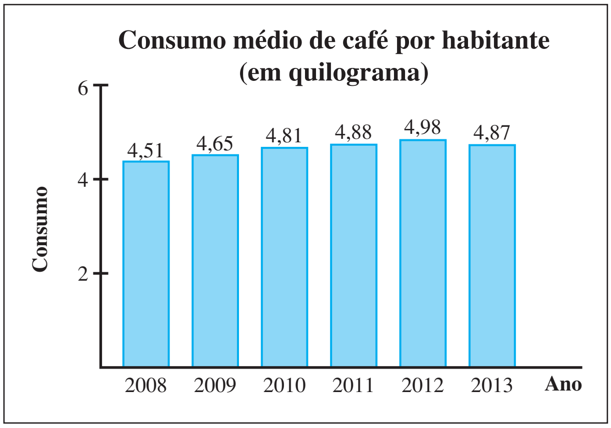



NELSON MATSUDA

**4** Qual é o volume de argila necessário para fabricar 1.000 tijolos com as seguintes medidas: 22 cm de comprimento, 10 cm de largura e 5 cm de altura? 1.100 $dm^3$

**5** O gráfico abaixo mostra o consumo médio de café (torrado e moído) por habitante do Brasil ao ano, em quilograma.

ADILSON SECCO




Dados obtidos em: <www.abic.com.br>. Acesso em: 16 fev. 2015.

Observando o gráfico, responda às questões:

**a)** Quantos quilogramas de café foram consumidos, em média, por habitante em 2010? 4,81 kg

**b)** Qual foi a média de consumo de café no período de 2008 a 2013? aproximadamente 4,78 kg

**c)** A média de consumo de café de 2011 para 2012 aumentou ou diminuiu? Quanto? aumentou; 0,10 kg

**d)** Pela média de 2013, quantos quilogramas de café teriam sido consumidos por 72.000 habitantes? 350.640 kg

**6** Deseja-se cimentar, com uma mistura de areia e cimento, um quintal retangular com 10 m por 14 m. O revestimento terá 3 cm de espessura. Qual deverá ser o volume dessa mistura? 4,2 m$^3$

**7** Construíram-se três cubos de mesmo volume. A soma das medidas de todas as arestas de cada cubo é 64,8 cm. Colocou-se um cubo sobre o outro, obtendo-se um paralelepípedo.

**a)** Qual é a soma das medidas de todas as arestas do paralelepípedo? 108 cm

**b)** Qual é a soma das áreas das faces de cada cubo? 174,96 cm$^2$

**c)** Qual é a soma das áreas das faces do paralelepípedo? 408,24 cm$^2$

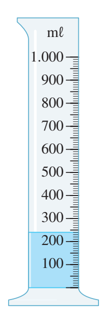
**8** Considerando a proveta ao lado, responda às questões:

**a)** Quantos decilitros mede o líquido nela contido? 2,4 dℓ

**b)** Quantos centilitros mede o líquido nela contido? 24 cℓ

**c)** Quantos mililitros mede o líquido nela contido? 240 mℓ

NELSON MATSUDA




**9** Uma caixa tem 1,20 m de comprimento, 80 cm de largura e 75 cm de altura e está cheia de água.

**a)** Calcule a capacidade dessa caixa em litro. 720 ℓ

**b)** Calcule a massa da água contida nessa caixa. (Considere: a massa de 1 cm$^3$ é 1 g.) 720.000 g

**10** (Unifor-CE) Um aquário com a forma de paralelepípedo de faces retangulares (ou bloco retangular) tem 40 cm de comprimento, 30 cm de largura e 20 cm de altura e contém água, que ocupa $\frac{2}{3}$ de sua capacidade. Um objeto é mergulhado na água de maneira que o conteúdo do aquário passa a ocupar 19.600 cm$^3$. O volume desse objeto em centímetro cúbico é: alternativa **c**

**a)** 600.

**b)** 2.800.

**c)** 3.600.

**d)** 4.800.

**e)** 5.600.

**11** Um conta-gotas tem capacidade de 2,5 cℓ. Qual é sua capacidade em mililitro? 25 mℓ

**12** Marta comprou dois aquários: um tem a forma de um cubo com 30 cm de aresta e o outro tem a forma de um paralelepípedo com 60 cm de comprimento, 250 mm de largura e 0,30 m de altura. Ela colocou água até $\frac{7}{10}$ da capacidade de cada aquário. Para isso, usou uma jarra de 900 mℓ. Quantas vezes ela precisou encher a jarra para colocar a água nos dois aquários? 56

**13** Faça as conversões.

**a)** 54.756 g em kg 54,756 kg

**b)** 2,3 t em kg 2.300 kg

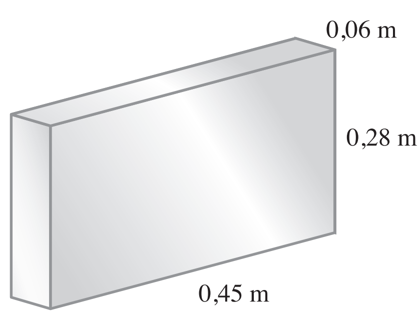
**c)** $\frac{1}{2}$ t em g 500.000 g

**d)** 80 g em mg 80.000 mg

**e)** 15 g em kg 0,015 kg

**f)** $\frac{3}{5}$ kg em g 600 g

**14** Uma peça de alumínio tem as medidas indicadas, em metro, na figura abaixo. Sabendo que 1 cm$^3$ de alumínio tem 2,7 g, quantos quilogramas tem essa peça? 20,412 kg

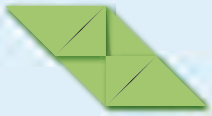



NELSON MATSUDA

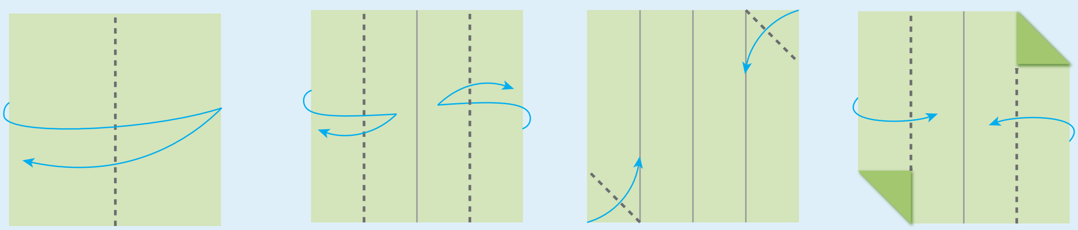
# Diversificando

## Dobradura

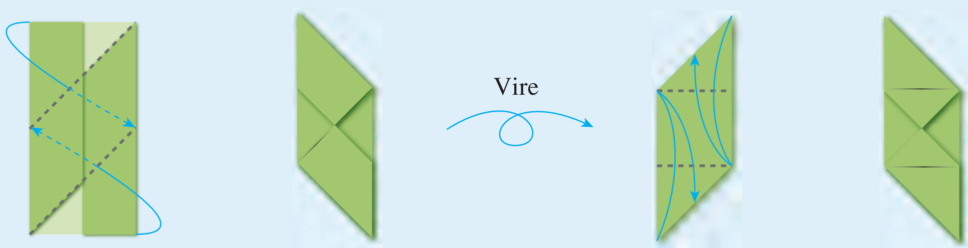
Vamos construir uma caixa de papel com o formato de um cubo? Para isso, precisamos de seis modelos iguais à figura ao lado. Veja como construímos esse modelo.



- Pegue uma folha de papel de formato quadrado com 10 cm de lado e dobre conforme a sequência ilustrada.



Dobre e desdobre. Dobre e desdobre. Dobre e desdobre. Dobre.




Dobre para dentro. Dobre e desdobre.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

- Para montar a caixa, precisamos encaixar os seis modelos. Veja como fazer isso.

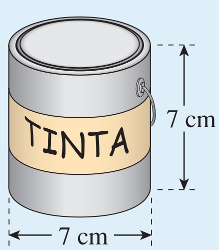
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Começamos com um papel de 10 cm de lado e obtemos uma caixa com aproximadamente 3,5 cm de aresta.

### Agora é com você!

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Para guardar a lata de tinta, Ricardo montou uma caixa, como a feita anteriormente, mas usou um papel com formato de um quadrado de 21 cm de lado. Faça como ele. A lata de tinta de Ricardo caberia nessa nova caixa? sim




NELSON MATSUDA

JOSÉ LUÍS JUHAS

# RESPOSTAS

## CAPÍTULO 1

### Exercícios complementares

*Página 28*

1. **a)** 6.937 **b)** 2.491.109
2. **a)** 761 **c)** 716
   **b)** 167 **d)** 671
3. **a)** 21 **b)** 84
4. **a)** 1.000.223 **b)** 3.221.000
5. **a)** 660 **b)** 113
6. Lúcia – 90; Paula – 81; Rogério – 45; Renato – 41
7. **a)** 700.000; 700 **c)** resposta pessoal
   **b)** 4.000; 4.000.000

### Pense mais um pouco...

*Página 16*

**a)** XX+II=XXII ou XIX+II=XXI
**b)** XIV−VII=VII
**c)** XXVII−XXI=VI

ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS

*Página 20*

12; 12

*Página 25*

1. 16 páginas **2.** 342
3. **a)** Não. Ao fazer esse cálculo, Juliana desconsiderou a página 38.
   **b)** São 90 números de dois algarismos, e não 89. São 51 números de três algarismos, e não 50.
4. 39, 78

### Para saber mais

*Páginas 19*

25 minutos

### Trabalhando a informação

*Páginas 26 e 27*

1. **a)** 2 **c)** 4
   **b)** maçã **d)** jabuticaba

### Diversificando

*Página 29*

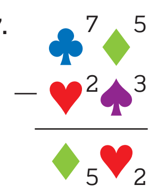
**Quando a base é outra**

- 20: 10100; 33: 10001

## CAPÍTULO 2

### Exercícios complementares

*Páginas 73 e 74*

1. **a)** 80 **d)** 20
   **b)** 150 **e)** 100
   **c)** 90
2. 185 **3.** 15 reais
4. 1.802.014 habitantes
5. resposta pessoal
6. 53, pois, ao somar 1 ao minuendo e ao subtraendo, a diferença fica mantida.
7. 

8. **a)** outubro
   **b)** 29.129 motos
   **c)** 65.137 motos
9. Paulo pode ter dado a ela 2 reais e 50 centavos para que devolvesse 20 reais de troco.
10. **a)** 2010 **c)** 503 milhares
    **b)** 502.602
11. **a)** a 1ª e a 2ª **b)** a 1ª
12. 22 **13.** 10 latas
14. 65 reais
15. **a)** 88 minutos **b)** 1 hora e 28 minutos
16. 225; 256; 289; 324; 361; 400; 441 e 484
17. A = 19, B = 18; C = 4; D = 37; P = 148

### Pense mais um pouco...

*Página 36*

resposta possível: 1, 5, 6, 7, 8, 4, 1, 2, 1 e 2

*Página 41*

**a)** resposta possível: ◇ = 1 □ = 2 △ = 3
**b)** resposta possível: ◇ = 7 □ = 8 △ = 9

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

*Página 45*

1. pelo menos 9 linhas e 10 colunas
2. Não, pois a soma dos dois maiores números do novo quadro seria 20.

*Página 47*

a) 6, 4 e 3
b) 1, 6 e 5
c) 1, 2, 5 e 4
d) 8.164
e) 63.676
f) 6.716
g) 21.770
h) 9, 5, 3 e 6

*Página 53*

24 maneiras

*Página 58*

a) 356.356
b) 499.499

*Página 63*

respostas pessoais

*Página 68*

a) 9.801
b) 998.001
c) 99.980.001
d) 9.999.800.001

*Página 71*

6

## Para saber mais

*Página 33*

1. 600 + 1.600 + 700 = 2.900; o cálculo dela está correto.
2. a) Estimou o total arredondando os números e fazendo um cálculo mental.
   b) 121 reais
   c) resposta pessoal

*Páginas 36 e 37*

1. 204; 15; 150; 69; 123; 177; 96; 231; 42
2. É. A soma mágica aumentou 36 unidades.
3. 1
4. resposta possível:

| | | |
|---|---|---|
| 5 | 4 | 9 |
| 10 | 6 | 2 |
| 3 | 8 | 7 |

JOSÉ LUÍS JUHAS

*Página 53*

1. a) 1.591
   b) 9.576
   c) 1.130.750
2. resposta pessoal

## Trabalhando a informação

*Páginas 42 e 43*

1. a) 6
   b) 61
2. a) 2010; 249.291
   b) 2013; 115.520
   c) 65.763
   d) 2010; houve aumento de 126 mil focos ativos em relação a 2009.

*Página 72*

1. a) 103 milhões de pessoas
   b) de 2009 a 2010
   c) 5 milhões de pessoas
   d) 2013
2. mais comprida

## Diversificando

*Página 75*

**Um pouco mais de quadrado mágico**

1. 5;

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

2. sim, 9 + 5 + 1 = 3 + 5 + 7

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

3. sim

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

4. alternativa **b**

# CAPÍTULO 3

## Exercícios complementares

*Página 91*

1. resposta pessoal
2. resposta pessoal
3. corpo redondo
4. resposta pessoal
5. Não. Como um dos vértices fica fora da face considerada base, sobram 2 vértices para o polígono da base. Isso é impossível, pois não existe polígono com 2 vértices.
6. a) 6 faces, 6 vértices, 10 arestas
   b) 5 faces, 6 vértices, 9 arestas
   c) 4 faces, 4 vértices, 6 arestas
   d) 9 faces, 9 vértices, 16 arestas
7. a) 21 arestas e 7 faces laterais
   b) 11 lados, 11 faces laterais e 22 arestas
   c) 12 faces

## Trabalhando a informação

*Páginas 89, 90 e 91*

1. a) tenor: voz masculina mais aguda; barítono: voz masculina mais grave que a do tenor; baixo: voz masculina

mais grave que a do barítono; soprano: voz feminina mais aguda; contralto: voz feminina mais grave
b) construção de gráfico
c) baixo; soprano
d) Sim, o número de baixos é o dobro do número de barítonos.
e) Sim, o número de baixos é o triplo do número de tenores.

2. a) resposta pessoal
b) resposta pessoal
c) resposta pessoal
d) Sim, basta somar os valores correspondentes a cada coluna.

# CAPÍTULO 4

## Exercícios complementares

*Páginas 117 e 118*

1. 45 pessoas
2. 121 DVDs
3. O número 34.524 é divisível por 6, pois é divisível por 2 e por 3.
4. a) 102 b) 102 c) 105 d) 102
5. a, b
   a) O número 260 é divisível por 2 e por 5, mas não por 3.
   b) O número 2.040 é divisível por 2 e por 3.
6. Dividiria por 2 e, depois, por 18; ou por 3 e, depois, por 12; ou por 4 e, depois, por 9.
7. a) Não, pois ele não é par.
   b) Sim, pois ele termina em 5.
8. 57
9. Multiplicando o número por 3 e, depois, por 4; ou por 2 e, depois, por 6.
10. 5
11. a) 12 b) 16 c) 21 d) 29
12. Sim, 297 é múltiplo de 9; resposta pessoal
13. a) 20 b) 5 rosas brancas e 3 rosas vermelhas
14. a) São iguais a 1.176.
    b) São iguais a 2.268.
    c) São iguais a 840.
    d) Os produtos são iguais.
    e) Basta dividir (a · b) por mmc(a, b).
15. alternativa **c**
16. alternativa **a**
17. alternativa **d**
18. 84; 7
19. 30
20. alternativa **c**
21. 182
22. 72 dias

## Pense mais um pouco...

*Página 98*

Sim, pois 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28

*Página 105*

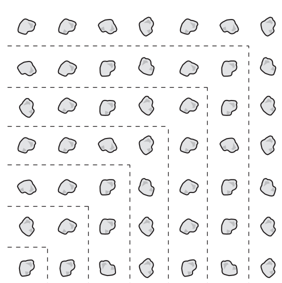
4 e A (Marilda) 2 e B (Joana)
3 e C (Sofia) 1 e D (Cristina)

*Página 107*

31 anos

## Para saber mais

*Páginas 98 e 99*

1. a) 0, 2, 4, 6, 8
   b) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36
   c) 0, 4, 8, 12, 16, 20, ...
2. 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...; o 89; o 93
3. a) 26 b) 6 c) 96
4. 

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 7^2$

NELSON MATSUDA

## Trabalhando a informação

*Páginas 115 e 116*

1. a) 840 c) reposta pessoal
   b) 820
2. a) sexta-feira; quarta-feira
   b) Sim; a barra da quinta-feira deve ter o dobro do comprimento da barra da quarta-feira, pois na quinta-feira houve o dobro de empréstimos ocorridos na quarta-feira.
   c) construção do gráfico

## Diversificando

*Página 119*

### Corrida dos números primos

resposta pessoal

# CAPÍTULO 5

## Exercícios complementares

*Página 138*

1. a) falsa; resposta possível: Duas retas de um mesmo plano nem sempre têm um ponto em comum.

**b)** verdadeira

**c)** falsa; resposta possível: Duas retas oblíquas não podem formar um ângulo reto.

**2. a)** segmento de reta
**b)** semirreta
**c)** semirreta
**d)** segmento de reta
**e)** reta
**f)** reta
**g)** segmento de reta
**h)** semirreta

**3.** resposta pessoal

**4.** colineares: $\overline{AC}$ e $\overline{HF}$; $\overline{EG}$ e $\overline{DB}$

consecutivos: $\overline{AC}$ e $\overline{CE}$; $\overline{CE}$ e $\overline{EG}$; $\overline{EG}$ e $\overline{GH}$; $\overline{GH}$ e $\overline{HF}$; $\overline{HF}$ e $\overline{FD}$; $\overline{FD}$ e $\overline{DB}$

consecutivos e colineares: nenhum

**5. a)** 8 **b)** 2 **c)** 1

**6.** $m(\overline{AB}) = 6$ cm; $m(\overline{BC}) = 3$ cm;
$m(\overline{CD}) = 6$ cm; $m(\overline{AD}) = 3$ cm
são congruentes: $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{AB}$

**7. a)** sim; não; sim **b)** 45°, 135° e 180°

**8.** agudo: verde; reto: rosa; obtusos: azul e laranja

**9.** 12 semirretas

**10. b)** Falsa. Os lados de um ângulo são semirretas.

## Pense mais um pouco...

*Página 132*

**1.** O cachorro andou 1 m para a frente, girou 45° para a direita, andou 2 m para a frente, girou 105° para a esquerda, andou 3 m para a frente, girou 90° para a esquerda e andou 2 m para a frente.

## Para saber mais

*Página 127*

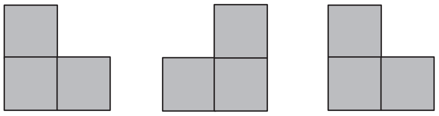
**1.** Figura 1 $\rightarrow m(\overline{AB}) = m(\overline{CD})$
Figura 2 $\rightarrow m(\overline{AB}) = m(\overline{CD})$
Figura 3 $\rightarrow m(\overline{AM}) \neq m(\overline{MB})$

## Diversificando

*Página 139*

### Vistas

**1.** vista frontal vista lateral direita vista superior



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**2.** alternativa **c**

# CAPÍTULO 6

## Exercícios complementares

*Páginas 167 e 168*

**1. a)** 12 **b)** 3 **c)** 9

**2. a)** 50 **b)** $\frac{10}{50}$ **c)** 60%

**3. a)** 3 **b)** $\frac{1}{6}$ **c)** 18 **d)** 9

**4. a)** $\frac{1}{5}$ **b)** 600 reais **c)** 1.200 reais

**5.** 175 reais

**6. a)** $\frac{9}{6}$ **b)** $1\frac{3}{6}$

**7.** 2 pedaços; 4 pedaços

**8.** $\frac{7}{3}$, $2\frac{1}{3}$

**9.** 18

**10.** $\frac{2}{5}$

**11.** alternativa **b**

**12.** alternativa **c**

**13.** Obtemos uma fração equivalente à fração dada.

**14.** $\frac{1}{3}$

**15.** $\frac{12}{20}$

**16.** $\frac{9}{30}$

**17.** verde; vermelho

**18.** alternativa **e**

**19.** alternativa **c**

## Pense mais um pouco...

*Página 147*

**a)** Tanto a parte azul quanto a parte vermelha devem apresentar a mesma quantidade de quadradinhos em todas as figuras: 20 quadradinhos azuis e 30 vermelhos, determinados pelos percentuais 20% e 30%, que são os mesmos para todos.

**b)** As partes vermelha e azul não terão necessariamente a mesma forma, já que cada um escolhe a posição de cada quadradinho a ser pintado de acordo com seu gosto pessoal.

**c)** Não foram pintados 50% da figura inicial, já que dos 100 quadradinhos 50 ficaram em branco (100 − 30 − 20).

*Página 156*

27 reais

*Página 161*

**a)** 9 triângulos **b)** 16 **c)** $\frac{1}{16}$

## Trabalhando a informação

*Páginas 154 e 155*

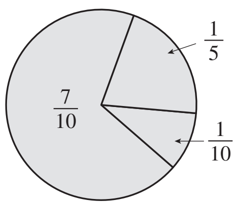
**1. a)** 39%

b) 6 dias por semana
c) respostas pessoais

2. a) construção do gráfico
b) pés
c) $\frac{53}{100}$, $\frac{22}{100}$, $\frac{15}{100}$ e $\frac{10}{100}$
d) De cada 100 pessoas entrevistadas, 10 apontaram o pescoço como a parte do corpo mais afetada pelas atividades físicas.

*Páginas 161 e 162*

1. a) agrícola
b) A resposta depende da população da cidade.
c) setor doméstico: 36°; setor industrial: 75°; setor agrícola: 252°
d)




NELSON MATSUDA

CAPÍTULO 7

## Exercícios complementares

*Página 202*

1. a) 4
b) 5
c) $\frac{8}{3}$
d) $\frac{47}{12}$
e) $\frac{4}{3}$
f) 3
g) $\frac{9}{35}$
h) $\frac{103}{9}$

2. a) $\frac{3}{4}$
b) 4
c) 1
d) $\frac{3}{4}$
e) $\frac{3}{10}$
f) $\frac{5}{27}$
g) $\frac{5}{4}$
h) $\frac{9}{4}$

3. a) $\frac{3}{4}$
b) $\frac{3}{8}$
c) $\frac{5}{8}$
d) $\frac{3}{8}$
e) 48 litros

4. a) $\frac{1}{21}$
b) 1
c) $\frac{7}{22}$

5. alternativa **c**

6. $\frac{3}{8}$

7. a) $\frac{1}{4}$
b) 4
c) 12
d) $\frac{1}{12}$

8. 90 alunos

9. 24 litros

10. $\frac{1}{3}$

## Pense mais um pouco...

*Página 175*

São 3 horas da tarde ou 15 horas.

*Página 181*

resposta pessoal

*Página 189*

1. a) São iguais a $\frac{5}{4}$.
b) São iguais a $\frac{10}{3}$.
c) São iguais a $\frac{7}{3}$.

2. O mais prático é o procedimento de Débora.

3. $\frac{7}{18}$

*Página 197*

a) verdadeira
b) verdadeira
c) verdadeira
d) falsa
e) verdadeira

## Para saber mais

*Páginas 181 e 182*

$$\frac{7}{8} = \frac{1}{8} + \frac{6}{8} = \frac{1}{8} + \frac{3}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} =$$

$$= \frac{2}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$

## Trabalhando a informação

*Páginas 175 e 176*

1. a) parte vermelha: $\frac{40}{100}$, 40%; parte azul: $\frac{60}{100}$, 60%; vitral todo: $\frac{100}{100}$, 100%
b) construção do quadro
c) respostas possíveis:
- $\frac{40}{100} + \frac{60}{100} = \frac{100}{100}$ ou 40% + 60% = 100%
- $\frac{100}{100} - \frac{40}{100} = \frac{60}{100}$ ou 100% − 40% = 60%

2. a) resposta pessoal
b) construção do quadro

*Página 201*

1. Azul, pois: $\frac{25}{100} < \frac{30}{100}$; 25% < 30%

2. $\frac{1}{100}$ ou 1%    3. $\frac{2}{5}$ ou 40%

## Diversificando

*Páginas 203 e 204*

### Matemática e música

1. Uma colcheia, uma mínima, uma semínima e, por último, uma mínima.
2. resposta pessoal

# CAPÍTULO 8

## Exercícios complementares

*Páginas 243 e 244*

**1. a)** 37,5 °C  **b)** 38,2 °C  **c)** 36,8 °C

**2.** a borracha ou a caneta

**3.** $\frac{25}{100}$

**4. a)** respostas possíveis: três inteiros e setenta e nove centésimos; um inteiro e cento e dois milésimos; três milésimos
**b)** resposta possível: doze inteiros e cinquenta e um centésimos
**c)** oitenta e um centésimos
**d)** seis inteiros e oitenta e cinco centésimos

**5. a)** 4,5  **d)** 6,045
**b)** 0,39  **e)** 2,002
**c)** 4,82  **f)** 0,0125

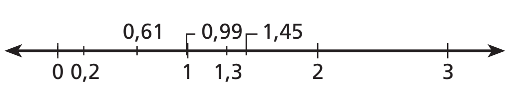
**6. a)** 3,2  **d)** 13,5
**b)** 4,75  **e)** 0,28
**c)** 0,021  **f)** 0,005

**7. a)** $\frac{25}{10}$  **e)** $\frac{275}{10}$
**b)** $\frac{15}{100}$  **f)** $\frac{3.628}{10.000}$
**c)** $\frac{237}{100}$  **g)** $\frac{312}{10}$
**d)** $\frac{4.125}{1.000}$  **h)** $\frac{2}{100}$

**8. a)** verdadeira  **c)** verdadeira  **e)** falsa
**b)** verdadeira  **d)** falsa  **f)** verdadeira

**9.** 12; 9

**10.** 0,2; 0,61; 0,99; 1,3; 1,45; 3,0




NELSON MATSUDA

**11.** 56,25 litros  **12.** R$ 15,30

**13. a)** 2,7  **c)** 3,5
**b)** 2,14  **d)** 7,826

**14.** R$ 0,75

**15. a)** R$ 358,80  **c)** R$ 161,20
**b)** R$ 520,00  **d)** R$ 161,20

**16. a)** $X = 56$, $Y = 560$ e $Z = 5.600$
**b)** $X = 7{,}5$, $Y = 75$ e $Z = 750$
**c)** $X = 53{,}85$, $Y = 5{,}385$ e $Z = 5.385$
**d)** $X = 17{,}289$, $Y = 1.728{,}9$ e $Z = 17.289$

**17. a)** 10,52  **c)** 30,24  **e)** 0,1
**b)** 1,984  **d)** 5,64  **f)** 4,8

**18. a)** 16,3  **b)** 14,7  **c)** 0,054

**19.** 1,444...; sim

**20. a)** $2,\overline{2}$  **c)** $2,1\overline{6}$  **e)** $1,8\overline{2}$
**b)** $0,\overline{6}$  **d)** 1,25  **f)** 2,125

## Pense mais um pouco...

*Página 211*

**1.** respostas possíveis:
- quatro vírgula um;
- zero vírgula quatro;
- trinta e dois milésimos;
- três inteiros e catorze centésimos.

**2. a)** $\boxed{1}\ \boxed{0}\ \boxed{0}\ \boxed{\bullet}\ \boxed{0}\ \boxed{4}$
**b)** $\boxed{\bullet}\ \boxed{0}\ \boxed{2}\ \boxed{1}$ ou $\boxed{0}\ \boxed{\bullet}\ \boxed{0}\ \boxed{2}\ \boxed{1}$
**c)** $\boxed{1}\ \boxed{\bullet}\ \boxed{0}\ \boxed{1}$
**d)** $\boxed{2}\ \boxed{\bullet}\ \boxed{0}\ \boxed{0}\ \boxed{3}$

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**3. a)** 0,5; 0,05; 0,23; 0,004; 4,8; 0,0607; 2,901; 0,000005; 2,3; 0,0023
Escreve-se o numerador da fração com tantas casas decimais quantos forem os zeros do denominador.

**4. a)** 12,7; 1,23; 0,254; 3,254; 20,45; 0,0814
**b)** $\frac{5}{10}$; $\frac{35}{1.000}$; $\frac{445}{100}$; $\frac{4}{100}$; $\frac{132}{10}$; $\frac{5.424}{10.000}$

*Página 224*

**1. a)** 1.528 e 2.674  **c)** 152.800 e 267.400
**b)** 15.280 e 26.740

**2. a)** 420,2  **c)** 534,8  **e)** 1.795,4
**b)** 114,6  **d)** 305,6  **f)** 2.826,8

*Página 230*

**1. a)** 21,25  **d)** 21,25  **g)** 21,25
**b)** 21,25  **e)** 21,25  **h)** 21,25
**c)** 21,25  **f)** 21,25  **i)** 21,25

**2.** Deve-se obter o mesmo quociente de *a* por *b*.

**3.** Multiplicando-se o dividendo e o divisor por um mesmo número, diferente de zero, o quociente se mantém.

**Página 233**

1.  2,8  4  6,9  5,6  13,7

NELSON MATSUDA

## Trabalhando a informação

**Páginas 234 e 235**

1. Não, pois a média das vendas no mês passariam a ser R$ 23.041,70; logo, ele estaria abaixo de média.
2. gasto médio do Tiago: R$ 46,75; gasto médio de Clara: R$ 48,75
3. **a)** equipe A: 1,97 m; equipe B: 1,98 m
   **b)** 3 **c)** 2
4. resposta pessoal

## Diversificando

**Página 245**

### Matemática na culinária

1. resposta possível:
   0,250 kg de flocos de milho — 0,1 ℓ de leite de coco
   0,250 kg de manteiga — 0,1 ℓ de leite
   2 xícaras e meia de açúcar — 4 ovos
2. 5 pessoas
3. A nova receita precisaria ter o dobro dos ingredientes da receita original.

### Dividindo

1. com o grupo de moedas e o de chocolate

# CAPÍTULO 9

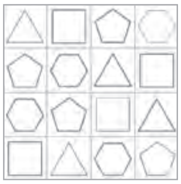
## Exercícios complementares

**Página 270**

1. **a)** linha poligonal: *A*, *B*, *C*, *D*; região interior: *P*, *M*
   **b)** É não convexa, pois nem todo ponto do segmento *PM* pertence à região interior.
2. **a)** resposta pessoal **b)** resposta pessoal
3. **a)** Quadriláteros que têm apenas um par de lados paralelos são chamados trapézios.
   **b)** Um triângulo escaleno tem os três lados com medidas diferentes.
4. **a)** Têm a mesma medida.
   **b)** Têm a mesma medida.
   **c)** isósceles
   **d)** Têm a mesma medida.
   **e)** São ângulos retos.
5. **a)** 27; 30; 33; 3$n$
   **b)** 18; 20; 22; 2$n$

## Pense mais um pouco...

**Página 252**



NELSON MATSUDA

**Página 259**

**a)** 9
**b)** resposta pessoal
**c)** resposta pessoal

**Página 269**

A figura que tem a forma de um quadrado verde.

## Para saber mais

**Páginas 264 e 265**

1. construção da figura
2. construção da figura
3. 20 verdes e 21 alaranjadas
4. sim; não; sim; sim; não

## Diversificando

**Página 271**

### Poliedros com massinha

2. 8 faces triangulares e 6 faces hexagonais
3. **a)** sim, uma pirâmide quandrangular
   **b)** o 1º: 4 faces triangulares e 1 face quadrangular; o 2º: 6 faces quadrangulares

# CAPÍTULO 10

## Exercícios complementares

**Páginas 299 e 300**

1. 43 cm
2. **a)** 11.263 km **b)** 4.263 km
3. 3,5 cm
4. **a)** 0,78 m **b)** 3,64 m **c)** R$ 691,12
5. 5.640 m
6. 360 m
7. A resposta depende do valor proposto.
8. alternativa **b**
9. alternativa **d**
10. 33 *u*
11. R$ 970,20
12. a lajota lisa; R$ 600,00

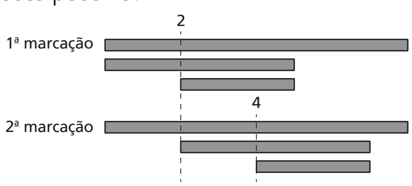
**13.** 10 mesas **14.** 6 cm

**15.** 256,25 cm$^2$ **16.** alternativa **c**

## Pense mais um pouco...

**Página 282**

resposta possível:




**Página 283**

**1.** Todos têm perímetro igual ao quadrado.

**2.** 23 cm

**Página 285**

**1.** 4 *u*, 9 *u*, 16 *u*, 25 *u*

**2.** construção de figura; resposta possível: 36 *u*

**3.** construção de figura

**Página 292**

192 azulejos

**Página 298**

**1. a)** aumenta 100% **b)** aumenta 300%

**2.** 24 cm$^2$; 20 cm

## Para saber mais

**Página 286**

construção de figura

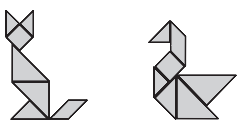
## Diversificando

**Página 301**

**Tangram**

**1.** 16 triângulos; 16 triângulos

**2.** 8 quadrados **3.**



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**4.** resposta pessoal

# CAPÍTULO 11

## Exercícios complementares

**Páginas 332 e 333**

**1.** alternativa **c**

**2. a)** 65,60 m$^2$ **b)** 44.800 dm$^3$ **c)** 44.800 litros

**3.** 6.500 mm$^3$ **4.** 1.100 dm$^3$

**5. a)** 4,81 kg
**b)** aproximadamente 4,78 kg
**c)** aumentou; 0,10 kg
**d)** 350.640 kg

**6.** 4,2 m$^3$

**7. a)** 108 cm **b)** 174,96 cm$^2$ **c)** 408,24 cm$^2$

**8. a)** 2,4 dℓ **b)** 24 cℓ **c)** 240 mℓ

**9. a)** 720 ℓ **b)** 720.000 g

**10.** alternativa **c** **11.** 25 mℓ **12.** 56 vezes

**13. a)** 54,756 kg **c)** 500.000 g **e)** 0,015 kg
**b)** 2.300 kg **d)** 80.000 mg **f)** 600 g

**14.** 20,412 kg

## Pense mais um pouco...

**Página 305**

**a)** respostas pessoais
**b)** resposta pessoal
**c)** 86 centésimos de segundo
**d)** 3 min 21 s 49"

**Página 314**

**1.** 84 paralelepípedos **2.** 90 cubos

**Página 318**

**a)** A caixa tem 1 dm$^3$, pois é uma caixa cúbica de aresta 1 dm (1 dm = 10 cm).
**b)** 1 dm$^3$
resposta pessoal

**Página 323**

**a)** 16 ℓ; 32 ℓ; 64 ℓ; 128ℓ **c)** 1 minuto
**b)** 255 litros

**Página 327**

**a)** farinha de mandioca **b)** 125 gramas

**Página 328**

construção de figura

**Páginas 330 e 331**

**a)** Como a aresta é de 1 dm, o volume da caixa cúbica é 1 dm$^3$, que equivale a 1 ℓ.

**b)** O quilograma é aproximadamente a massa de 1 dm³ de água destilada (1 ℓ) à temperatura de 4 °C.
Pela figura 1, notamos que a massa da caixa cúbica é de 510 gramas. Depois de colocada a água, a massa do conjunto "caixa com água" é de 1.510 gramas (figura 3). Logo, houve um acréscimo de 1 quilograma, ou seja, a água destilada contida na caixa pesa 1 quilograma.

## Para saber mais

*Páginas 331 e 332*

1. estimativa: **a**, **c**

   medida exata : **b**, **d**, **e**

2. **a)** não **c)** não
   **b)** sim **d)** não
   **e)** não **f)** sim, Vaticano e Mônaco, por exemplo

3. respostas pessoais

## Diversificando

*Página 334*

**Dobradura**

A lata de tinta caberia na nova caixa.

# LISTA DE SIGLAS

**OBM —** Olimpíada Brasileira de Matemática

**Saresp —** Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo

**Uece —** Universidade Estadual do Ceará

**Uneb-BA —** Universidade do Estado da Bahia

**Unifor-CE —** Universidade de Fortaleza

**UPM-SP —** Universidade Presbiteriana Mackenzie

**Vunesp —** Fundação para o Vestibular da Unesp



# SUGESTÕES DE LEITURA PARA O ALUNO

IMENES, Luiz Márcio; JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo. *Frações e números decimais*. São Paulo: Atual, 2002. (Coleção Pra que serve Matemática?)

RAMOS, Luzia Faraco. *Aventura decimal*. São Paulo: Ática, 2001. (Coleção A descoberta da Matemática)

______. *Frações sem mistérios*. São Paulo: Ática, 2002. (Coleção A descoberta da Matemática)

______. *O que fazer primeiro?* São Paulo: Ática, 2001. (Coleção A descoberta da Matemática)

______. *O segredo dos números*. São Paulo: Ática, 2001. (Coleção A descoberta da Matemática)

______. *O mistério dos números perdidos*. Trad. Adazir Almeida Carvalho. São Paulo: Melhoramentos, 2010.

______. *Uma aventura na mata*. São Paulo: FTD, 1997. (Matemática em mil e uma histórias)

______. *Matemática e origami*: trabalhando frações. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007.

______. *Em busca dos números perdidos*. São Paulo: Melhoramentos, 2011.

# BIBLIOGRAFIA


AABOE, Asger. *Episódios da história antiga da Matemática*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.

BORIN, Júlia. *Jogos e resolução de problemas*: uma estratégia para as aulas de Matemática. São Paulo: CAEM-USP, 1995.

BOYER, Carl B. *História da Matemática*. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

CASTRUCCI, Benedito. *Fundamentos da geometria*. Rio de Janeiro: LTC, 1978.

COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. *As ideias da álgebra*. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

DANTE, Luiz Roberto. *Didática da resolução de problemas de Matemática*. São Paulo: Ática, 1998.

DAVIS, Philip J.; HERSH, Reuben. *A experiência matemática*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.

DOMINGUES, Hygino H. *Fundamentos de aritmética*. São Paulo: Atual, 1991.

EVES, Howard. *Introdução à história da Matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 1995.

FRANCISCO, Walter de. *Estatística básica*. Piracicaba: Unimep, 1995.

GILLINGS, Richard J. *Mathematics in the time of the pharaohs*. Nova York: Dover Publications, Inc., 1972.

IBGE. *Atlas geográfico escolar*. Rio de Janeiro: IBGE, 2004.

______. *Censo demográfico 2000*: resultados preliminares. Rio de Janeiro: IBGE, 2000.

IFRAH, Georges. *História universal dos algarismos*. Trad. Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. Tomo 1.

KRULIK, S.; REYS, R. E. *A resolução de problemas na Matemática escolar*. Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1994.

LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. *Aprendendo e ensinando geometria*. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

LINS, Rômulo C.; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 1997.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. *O ensino de Matemática no primeiro grau*. São Paulo: Atual, 1986.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria do Ensino Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais*: Matemática (terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: MEC/SEF, 1998.

PÈNE, N.; DEPRESLE, P. *Décimale*. Paris: Éditions Belin, 1996. Math 6.

ROSA NETO, Ernesto. *Didática da Matemática*. São Paulo: Ática, 1996.

SOUZA, E. R.; DINIZ, M. I. S. V. *Álgebra*: das variáveis às equações e funções. São Paulo: CAEM-USP, 1996.

SOUZA, E. R. et al. *A Matemática das sete peças do tangram*. São Paulo: CAEM-USP, 1997.

STRUIK, Dirk J. *História concisa das matemáticas*. Lisboa: Gradiva, 1989.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. *Didática de Matemática*. São Paulo: FTD, 1997.

WALDEGG, G.; VILLASEÑOR, R.; GARCÍA, V. *Matemáticas en contexto*: aprendiendo matemáticas a través de la resolución de problemas. Cidade do México: Iberoamérica, 1999. Tercer curso.

# SUPLEMENTO COM ORIENTAÇÕES PARA O PROFESSOR

# 6º ano

# Sumário

## Parte geral - Orientações para o professor

## Parte específica – Orientações gerais para o desenvolvimento dos capítulos

# Parte geral – Orientações para o professor

## Apresentação

Professor(a),

Como material de apoio à prática pedagógica, este Suplemento traz, de forma concisa, orientações e sugestões para o uso do livro do aluno como texto de referência, com o objetivo de subsidiar seu trabalho em sala de aula. Esperamos que ele o(a) auxilie no melhor aproveitamento e na compreensão das diretrizes pedagógicas que nortearam a atualização dos quatro volumes desta coleção.

Este Suplemento também discute variadas propostas de avaliação da aprendizagem sob a luz dos atuais *Parâmetros Curriculares Nacionais* (PCN). Além disso, oferece indicações de leituras complementares e *sites* de centros de formação continuada, na tentativa de contribuir para a ampliação de seu conhecimento e sua experiência e para sua constante atualização.

As características da coleção, assim como as escolhas didáticas da obra, as opções de abordagem e os objetivos educacionais a alcançar são, também aqui, expostos e discutidos.

## A coleção

Esta coleção tem como principal objetivo servir de apoio ao(à) professor(a) no desenrolar da prática didática e oferecer ao aluno um texto de referência auxiliar e complementar aos estudos.

Através do desenvolvimento dos conteúdos curriculares próprios do 6º ao 9º anos do Ensino Fundamental, a obra procura possibilitar ao aluno a aquisição do conhecimento matemático e subsidiar o trabalho docente. Nesse sentido, dispensa especial importância à apreensão de conceitos de forma precisa e por meio de linguagem clara e objetiva, com destaques pontuais para as noções de maior importância, cuidando da linguagem para que não sejam geradas dificuldades nas aprendizagens posteriores.

As ideias matemáticas são apresentadas e desenvolvidas progressivamente, sem a preocupação de levar o aluno a dar conta da totalidade de cada conteúdo, isto é, sem a pretensão de "esgotar" o assunto na primeira apresentação. Ao longo da coleção, oferecemos constantes retomadas dos conteúdos, não apenas com o objetivo de revisão, mas de complementação e aprofundamento dos conhecimentos desses conteúdos, de forma que o aluno possa ter diversos contatos com as ideias e os objetos matemáticos.

Em relação à abordagem, a apresentação de cada conteúdo é clara e objetiva, buscando situações contextualizadas e problematizadoras que possibilitem ao aluno estabelecer relações da Matemática com outras áreas do saber, com o cotidiano, com sua realidade social e entre os diversos campos conceituais da própria Matemática.

Essa contextualização abarcou situações comuns, vivenciadas pelos jovens em seu cotidiano, assim como informações mais elaboradas, que costumam aparecer nos grandes veículos de comunicação. A obra tem por objetivo, assim, contribuir para a formação global do educando, de modo que, enquanto assimila e organiza os conteúdos próprios da Matemática, coloque em prática, sempre que possível, suas capacidades reflexiva e crítica, inter-relacionando tanto os tópicos matemáticos entre si quanto estes com os de diferentes áreas do saber. O intento é colaborar de forma proficiente para a solidificação do conhecimento matemático e para o desenvolvimento da plena cidadania e da participação positiva na sociedade.

Na sequência, os conceitos teóricos são desenvolvidos e entremeados por blocos de exercícios e, algumas vezes, com atividades de outra natureza em algumas seções. A distribuição dos exercícios em diferentes seções procura facilitar e flexibilizar o planejamento do trabalho docente, bem como possibilitar ao aluno desenvolver habilidades diversas.

As atividades também foram pensadas segundo o mesmo viés da exposição teórica, intercalando-se às mais convencionais, de aplicação direta do aprendizado, algumas propostas que contemplam temas transversais pertinentes, abrangendo informações de outras áreas, como Biologia, Ecologia, Economia, História, Geografia, Política, Artes, Ciências e Tecnologia.

As seções de cada capítulo se inter-relacionam conforme o desenvolvimento do conteúdo abordado e são adequadas à profundidade do tema visto em cada ano escolar.

A obra procura trazer um número suficiente de exercícios, possibilitando a sistematização dos procedimentos e a reflexão sobre os conceitos em construção. Os exercícios procuram abordar diferentes aspectos do conceito em discussão por meio de variados formatos, apresentando, quando possível, questões abertas, que dão oportunidade a respostas pessoais, questões que apresentam mais de uma solução ou aquelas cuja solução não existe. Da mesma forma, há exercícios que colocam o aluno em ação, possibilitando o desenvolvimento de argumentações, a abordagem de problemas de naturezas diversas e as discussões entre colegas e em grupos de trabalho. O professor tem, então, uma gama de questões a seu dispor para discutir os conceitos matemáticos em estudo.

É importante reafirmar que, ao longo de toda a coleção, houve preocupação explícita com a precisão e a concisão da linguagem. A abordagem dos conteúdos procurou ser clara, objetiva e simples, a fim de contribuir adequadamente para o desenvolvimento da Matemática escolar no nível do Ensino Fundamental. Além do correto uso da língua materna e da linguagem propriamente matemática, procuramos auxílio da linguagem gráfica, com ilustrações, esquemas e diagramas que auxiliem a aprendizagem pelas mudanças dos registros de representação.

## Objetivos gerais da obra

- Apresentar a Matemática, em seus diversos usos, como uma das linguagens humanas, explorando suas estruturas e seus raciocínios.
- Introduzir informações que auxiliem a apreensão de conteúdos matemáticos, com vistas à sua inserção em um corpo maior de conhecimentos e à sua aplicação em estudos posteriores.
- Possibilitar ao aluno o domínio de conteúdos matemáticos, os quais lhe deem condições de utilização dessa ciência no cotidiano e na realidade social.
- Propiciar, com o auxílio do conhecimento matemático, o desenvolvimento das múltiplas habilidades cognitivas do aluno, preparando-o como pessoa capaz de exercer conscientemente a cidadania e de progredir profissionalmente.
- Desenvolver hábitos de leitura, de estudo e de organização.

## Estrutura da obra

A coleção é composta por quatro volumes, que cobrem do 6º ao 9º anos do Ensino Fundamental. Os conteúdos estão distribuídos em capítulos. Cada capítulo enfatiza conteúdos referentes a um dos seguintes eixos da Matemática:

- números e operações;
- grandezas e medidas;
- espaço e forma;
- tratamento da informação.

No entanto, sempre que possível, em um mesmo capítulo aparecem conteúdos relacionados a mais de um eixo.

Na maioria das unidades, encontram-se também as seguintes seções:

- **Pense mais um pouco...**

  Atividades e desafios de aprofundamento dos conteúdos desenvolvidos na unidade. Essas atividades solicitam do aluno um pensamento mais elaborado, com a criação de estratégias pessoais de resolução.

- **Para saber mais**

  Conteúdos e atividades que, fundamentados em contextos diversos, integram a Matemática a outras áreas do saber. A seção geralmente é finalizada por **Agora é com você!**, proposta de exercícios relacionados com o tema exposto.

- **Trabalhando a informação**

  Os conteúdos de Estatística e de tratamento da informação, como arredondamentos, tabelas, gráficos e probabilidades, são trabalhados nessa seção.

- **Diversificando**

  Esta seção apresenta atividades que diversificam o conteúdo trabalhado no capítulo, relacionando a outros contextos, como jogos, aplicações e desafios.

As atividades presentes na coleção — distribuídas entre **Exercícios propostos**, **Exercícios complementares** e **Diversificando** — foram pensadas com o intuito de:

- estimular o raciocínio lógico, a argumentação e a resolução de problemas;
- propor temáticas atuais relevantes à faixa etária a que a obra se destina.

Essa estrutura de obra pretende ser organizadora do trabalho docente sem, contudo, tornar-se uma "camisa de força" para alunos e professores. Por isso, os capítulos contemplam aspectos fundamentais a serem trabalhados com os alunos, mas oferecem maleabilidade e flexibilidade em sua abordagem, na tentativa de facilitar o trabalho do(a) professor(a) em fazer as necessárias adaptações a cada turma.

## A importância de aprender Matemática

Ao construir sua história, o homem tem modificado e ampliado constantemente suas necessidades, individuais ou coletivas, de sobrevivência ou de cultura. O corpo de conhecimentos desenvolvido nesse longo trajeto ocupa lugar central no cenário humano. No que diz respeito aos conhecimentos matemáticos, muitos continuam atravessando os séculos, enquanto outros já caíram em desuso, e há outros que ainda estão sendo incorporados ao rol de conteúdos necessários ao desenvolvimento de nossas ações cotidianas — afinal, fomos absorvendo práticas cada vez mais novas, que solicitam a ampliação e o aprofundamento de conhecimentos matemáticos.

Até algumas décadas atrás, "saber bem" Matemática implicava basicamente dominar e aplicar as operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão. Na atualidade, contudo, as pesquisas educacionais e as diretrizes pedagógicas oficiais apontam para a necessidade de que, em todos os anos da Educação Básica, a escola trabalhe conteúdos dos eixos números e operações, grandezas e medidas, espaço e forma, e tratamento da informação, tendo como referência os temas transversais.

Na perspectiva mundial da permanente busca de melhor qualidade de vida, a Matemática, sobretudo em seus aspectos essenciais, contribui de modo significativo para a formação do cidadão crítico e autoconfiante, com compreensão clara dos fenômenos sociais e de sua atuação na sociedade.

Para entender a real importância da Matemática, basta pensar em nosso cotidiano. É fácil fazer uma longa lista de ações nas quais precisamos mobilizar os conhecimentos desse campo: calcular uma despesa para efetuar seu pagamento; examinar diferentes alternativas de crédito; estimar valores aproximados; calcular medidas e quantidades com alguma rapidez; compreender um anúncio ou uma notícia apresentados por meio de tabelas e gráficos; analisar criticamente a validade de um argumento lógico; avaliar a razoabilidade de um resultado numérico ou estatístico; decidir a sequência de passos necessários para resolver um problema; orientarmo-nos no espaço (para deslocamentos ou indicações de trajetórias), entre tantas outras situações.

Podemos afirmar que a maior parte das sociedades de hoje depende cada vez mais do conjunto de conhecimento produzido pela humanidade, incluindo de maneira notável as contribuições da ciência matemática. Ao mesmo tempo, esse arcabouço cultural revigora-se incessantemente, com grande diversificação e sofisticação. Os apelos de um mundo que se transforma em incrível velocidade, em uma crescente variedade de domínios, constituem uma das razões mais significativas para o maior desafio dos educadores: preparar os jovens para uma atuação ética e responsável, balizada por uma formação múltipla e consistente.

## Matemática acadêmica × Matemática escolar

No âmbito específico da Matemática, há muito mais conhecimento já estabelecido do que o que chega à sala de aula. A seleção desses conhecimentos-conteúdos e a forma de apresentá-los aos estudantes exigem bom senso e uma série de estudos e adaptações.

Em sua formação inicial, na universidade, o futuro professor de Matemática tem contato simultâneo com a **Matemática acadêmica** e a **Matemática escolar**. No entanto, em seu exercício profissional, o destaque será para a Matemática escolar; daí a relevância de procurarmos entender a distinção entre ambas.

De acordo com Moreira e David (2003), a Matemática acadêmica, ou científica, é o corpo de conhecimentos produzido por matemáticos profissionais. Nesse caso, as demonstrações, definições e provas de um fato e o rigor na linguagem utilizada ocupam papel relevante, visto que é por meio deles que determinado conhecimento é aceito como verdadeiro pela comunidade científica.

No caso da Matemática escolar, há dois aspectos fundamentais que modificam significativamente o papel do rigor nas demonstrações. O primeiro refere-se ao fato de a "validade" dos resultados matemáticos, que serão apresentados aos estudantes no processo de ensino-aprendizagem, não ser colocada em dúvida; ao contrário, já está garantida pela própria Matemática acadêmica. O segundo aspecto diz respeito à aprendizagem; neste caso, o mais importante é o desenvolvimento de uma prática pedagógica que assegure a compreensão dos conteúdos matemáticos essenciais, assim como a construção de justificativas que permitam ao jovem estudante utilizá-los de maneira coerente e conveniente, tanto na vida escolar quanto na cotidiana.

O pensador Jules Henri Poincaré também discute a diferença entre o rigor necessário e conveniente à Matemática científica e o rigor adequado a um processo educativo. Para ele, uma boa definição é aquela que pode ser entendida pelo estudante. Além disso, deve-se considerar, no contexto escolar, a necessidade e a oportunidade de apresentar uma definição formal para os conteúdos matemáticos em estudo.

Segundo os PCN (1998),

> *[...] Tornar o saber matemático acumulado em um saber escolar, passível de ser ensinado/aprendido, exige que esse conhecimento seja transformado, pois a obra e o pensamento do matemático teórico geralmente são difíceis de ser comunicados diretamente aos alunos. Essa consideração implica rever a ideia, que persiste na escola, de ver nos objetos de ensino cópias fiéis dos objetos da ciência. [...]*
>
> (BRASIL, 1998, p. 36)

Nessa perspectiva, facilitar a aprendizagem com definições mais descritivas e metodologias adequadas ao nível de escolarização do aluno e proceder à avaliação desse processo são elementos fundamentais da práxis da Matemática escolar.

# A Matemática como disciplina do currículo escolar do Ensino Fundamental

Nos currículos da Educação Básica, a Matemática está presente como objeto de estudo desde o início da escolarização. Em nossa cultura, está enraizada a ideia de que é necessário ensiná-la para todas as crianças. Mas, enfim, qual Matemática? E para quê?

Ao professor de Matemática é fundamental refletir sobre o que é ensinado aos alunos da disciplina no nível elementar, isto é, no Ensino Fundamental. Entender por que consideramos importante desenvolver na escola determinados saberes matemáticos em detrimento de outros e por que escolhemos dedicar um tempo maior a alguns conteúdos e menor a outros pode auxiliar o planejamento didático e orientar a prática pedagógica.

Partimos da proposição de que uma característica da Matemática é ser uma linguagem humana e, como forma linguística, tem o poder de decodificar, traduzir e expressar o pensamento humano.

A palavra ***matemática*** vem do grego *mathematike* e, em sua origem, estava ligada ao ato de aprender, pois significava "tudo o que se aprende", enquanto ***matemático***, do grego *mathematikos*, era a palavra usada para designar alguém "disposto a aprender". O verbo ***aprender*** era originalmente, em grego, *manthanein*, mas hoje o radical *math*, antes presente nas palavras ligadas à aprendizagem, parece ter perdido essa conotação, do que talvez resulte a ideia geral de que a Matemática é uma disciplina que lida apenas com números, grandezas e medidas e que se aprende na escola de forma compulsória.

Na realidade, a Matemática fornece ao indivíduo, além de uma linguagem para expressar seu pensamento, ferramentas com as quais ele pode gerar novos pensamentos e desenvolver raciocínios, ou seja,

> *[...] a Matemática não é simplesmente uma disciplina, mas também uma forma de pensar. É por isso que a Matemática, assim como a alfabetização, é algo que deveria ser tornado disponível para todos [...].*
>
> (NUNES; BRYANT, 1997, p. 105)

Ou seja, a Matemática é algo que deve estar disponível a todo ser humano, para que possa fazer uso dela como uma de suas ferramentas de sobrevivência e convívio na sociedade.

Um ponto crucial a considerar é que as formas de pensar características da Matemática podem expandir-se para outros raciocínios, impulsionando a capacidade global de aprendizado. Ao lidar com a Matemática, fundamentamos o pensamento em um conjunto de axiomas, na geração e validação de hipóteses, no desenvolvimento de algoritmos e procedimentos de resolução de problemas — ferramentas aplicáveis a um conjunto de situações similares —, estabelecendo conexões e fazendo estimativas. Analisando situações particulares e inserindo-as na estrutura global, é possível construir estruturas de pensamento também úteis em situações não matemáticas da vida em sociedade.

Hoje sabemos da importância de o indivíduo aprender continuamente, durante toda a vida, para assimilar as incessantes inovações do mundo moderno e, desse modo, realimentar seu repertório cultural. Em um ambiente mundial cada vez mais competitivo e desenvolvido do ponto de vista tecnológico, é preciso tornar acessíveis a todas as pessoas as vantagens desses avanços. E é responsabilidade também da escola levar o aluno a perceber criticamente a realidade, cuja interpretação depende da compreensão de sua estrutura lógica, do entendimento da simbologia adotada no contexto, da análise das informações veiculadas por dados numéricos, imagens, taxas, indexadores econômicos etc. Um indivíduo com poucos conhecimentos matemáticos pode estar privado de exercer seus direitos como cidadão, por não ter condições de opinar em situação de igualdade com os demais membros da sociedade, nem de definir seus atos políticos e sociais com base em uma avaliação acurada da situação.

No ensino da Matemática, assumem grande importância aspectos como o estímulo a relacionar os conceitos matemáticos com suas representações (esquemas, diagramas, tabelas, figuras); a motivação para identificar no mundo real o uso de tais representações; o desafio à interpretação, por meio da Matemática, da diversidade das informações advindas desse mundo.

## A Matemática no currículo

A importância de ensinar Matemática no Ensino Fundamental, conforme indicam os PCN, decorre também da contribuição que a disciplina representa na formação do cidadão. Por isso, um currículo de Matemática

> *[...] deve procurar contribuir, de um lado, para a valorização da pluralidade sociocultural, impedindo o processo de submissão no confronto com outras culturas; de outro, criar condições para que o aluno transcenda um modo de vida restrito a um determinado espaço social e se torne ativo na transformação de seu ambiente [...]*
>
> (BRASIL, 1998, p. 30)

Diversos pesquisadores e profissionais ligados à Educação Matemática têm procurado sintetizar o papel social do ensino dessa disciplina. Na literatura, segundo Ponte (2002), cabem ao ensino da Matemática quatro diferentes papéis:

- instrumento da cultura científica e tecnológica, fundamental para profissionais como cientistas, engenheiros e técnicos, que utilizam a Matemática em suas atividades;
- filtro social para a continuação dos estudos e seleção para as universidades;
- instrumento político, como símbolo de desenvolvimento e arma de diversas forças sociais, que utilizam as estatísticas do ensino da Matemática para seus propósitos;
- promotora do desenvolvimento dos modos de pensar a serem aplicados na vida cotidiana e no exercício da cidadania.

É evidente que cada um desses papéis serve a diferentes interesses e finalidades. Contudo, considerando os indivíduos seres sociais, é o último desses papéis o mais importante e o que mais nos interessa. Como explica Ponte:

> *Incluem-se aqui os aspectos mais diretamente utilitários da Matemática (como ser capaz de fazer trocos e de calcular a área da sala), mas não são esses aspectos que justificam a importância do ensino da Matemática. São, isto sim, a capacidade de entender a linguagem matemática usada na vida social e a capacidade de usar um modo matemático de pensar em situações de interesse pessoal, recreativo, cultural, cívico e profissional. Em teoria, todos reconhecem que esta é a função fundamental do ensino da Matemática. Na prática, infelizmente, é muitas vezes a função que parece ter menos importância.*
>
> (Ibidem)

A função de promotora dos modos de pensar, porém, não se concretiza na prática somente por estar explicitada no currículo e nos programas.

> *O sistema de avaliação, os manuais escolares e a cultura profissional dos professores podem influenciar de tal modo as práticas de ensino que as finalidades visadas pelo currículo em ação, muitas vezes, pouco têm a ver com aquilo que é solenemente proclamado nos textos oficiais.*
>
> (Ibidem)

Ponte, ao discorrer sobre esses papéis, analisa em particular a função de filtro de alunos – "a verdade é que este papel de instrumento fundamental de seleção tem pervertido a relação dos jovens com a Matemática" (ibidem) –, que passam a enxergá-la como obstáculo a ser transposto para a conquista de objetivos, em vez de entendê-la como aliada nesse processo. Ponte enfatiza a importância de identificar os fatores que originam o insucesso dos alunos em Matemática. Para o pesquisador, tais fatores estão relacionados com:

- a crise da escola como instituição, que se reflete na aprendizagem em geral e na Matemática em particular;
- aspectos de natureza curricular — tradição pobre de desenvolvimento curricular de Matemática; insuficiente concretização prática e caráter difuso das finalidades do aprendizado;
- o próprio fato de a Matemática constituir-se em instrumento de seleção, o que, de imediato, desencanta e amedronta o aluno;
- questões ligadas à formação dos professores.

## O papel do livro didático

Entendemos que, em geral, os recursos presentes nas salas de aula não são suficientes para fornecer todos os elementos necessários ao trabalho do professor e à aprendizagem do aluno. Neste caso, o livro didático desempenha um papel importante, assessorando grande parte desse processo, como organização e encaminhamento da teoria e propostas de atividades e exercícios. Assim, o livro didático passaria a ser um contribuinte no processo de ensino-aprendizagem, como mais um interlocutor para o diálogo entre educador e educando.

Mas é preciso considerar que o livro didático, por mais completo que seja, não pode se tornar uma “camisa de força”; seu uso deve ser intercalado com outros recursos de modo que enriqueça o trabalho do professor.

Concordamos com Romanatto (2004) quando diz que, partindo do princípio de que o verdadeiro aprendizado apoia-se na compreensão, e não na memória, e de que somente uma real interação com os alunos pode estimular o raciocínio e o desenvolvimento de ideias próprias em busca de soluções, cabe ao professor aguçar seu espírito crítico perante o livro didático.

Por todas essas razões, é importante que o professor de Matemática, ao adotar um livro didático, verifique se ele está de acordo com seus objetivos e se mantenha atento em não deixar que esse livro comprometa sua autonomia didática.

## Temas transversais

As atuais e inúmeras discussões na área educacional têm nos alertado sobre mudanças na forma de conceber a Educação Básica no mundo. No que diz respeito à Educação Matemática, podemos dizer que ela atravessa um grato momento de revitalização:

> *Novos métodos, propostas de novos conteúdos e uma ampla discussão dos seus objetivos fazem da Educação Matemática uma das áreas mais férteis nas reflexões sobre o futuro da sociedade.*
>
> (D’AMBRÓSIO, 2000)

Uma proposta inovadora para o trabalho de conhecimentos diversificados foi sintetizada nos PCN, que orientam a incorporação de **temas transversais** às propostas curriculares das escolas de Educação Básica.

A orientação de introduzir e interligar no âmbito escolar temas como Trabalho e consumo, Orientação sexual, Pluralidade social, Ética, Meio ambiente e Saúde traz efetivas possibilidades de expansão dos currículos, para além dos conteúdos das disciplinas tradicionais.

Claro que a seleção dos temas transversais não se restringe aos temas propostos oficialmente e que não é possível trabalhar com todas as sugestões em um único ano. Eles podem ser escolhidos de acordo com as necessidades dos estudantes e da comunidade em que estão inseridos.

O importante é ter em vista que, por meio dos temas transversais, é possível incluir as questões sociais nos currículos escolares. Dessa perspectiva, os conteúdos trabalhados em cada disciplina ganham novo papel; o aprendizado da Matemática, entre outras abordagens, concorre para a formação da cidadania e, consequentemente, para um entendimento mais amplo da realidade social.

Por compreender a importância do trabalho com temas transversais, esta coleção procura, na medida do possível, incorporar e discutir alguns conteúdos matemáticos em contextos diversificados.

## Propostas didáticas

Os tópicos a seguir destinam-se a oferecer suporte à discussão sobre as atuais tendências de ensino, que priorizam a globalidade da formação educacional, no sentido de capacitar os jovens para a positiva atuação na sociedade.

### A resolução de problemas

O trabalho com a resolução de problemas é um dos destaques do ensino matemático contemporâneo. Para atender aos pressupostos de uma educação globalmente formadora, o “problema matemático” deve, sempre que possível, ser apresentado em um contexto desafiador, que faça sentido ao aluno, possibilitando a mobilização dos conteúdos estudados na busca de soluções e, sobretudo, abrindo espaço para a criação de estratégias pessoais e para a produção de novos conhecimentos.

De acordo com os PCN, resolver um problema pressupõe que o aluno:

- elabore um ou vários procedimentos de resolução (por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);
- compare seus resultados com os de outros alunos;
- valide seus procedimentos.

Nesta coleção, procuramos entremear aos exercícios convencionais, de pura fixação do conteúdo, aqueles que associam os contextos matemáticos aos de outras áreas do conhecimento. A constante recorrência a imagens, gráficos e tabelas, muitos deles publicados em mídias atuais, tem por objetivo estimular os alunos a estabelecer conexões razoáveis com o mundo em que vivem.

Dentro da mesma proposta, algumas unidades também apresentam jogos desafiadores, já que a atividade lúdica na sala de aula tem sido apontada como parte da estratégia de ensino, pois, além do prazer inerente ao jogo, promove um efetivo desenvolvimento cognitivo ao propiciar, entre outros benefícios:

- a introdução e (re)significação de conceitos;
- a descoberta de estratégias de resolução de problemas;
- o estímulo à tomada de decisões;
- a interação social;
- o conhecimento da própria forma de pensar.

É importante lembrar que, para as atividades lúdicas alcançarem os efeitos esperados, são necessários alguns cuidados, como: a análise do conteúdo do jogo; a escolha do momento adequado — momento real e momento do aprendizado; a organização da sala de aula; e as necessárias intervenções pedagógicas.

## O uso da calculadora nas aulas de Matemática

Esta coleção sugere o uso da calculadora como auxiliar na resolução de problemas. Das tecnologias disponíveis na escola, a calculadora é sem dúvida uma das mais simples e de menor custo.

É importante salientar que, como instrumento de apoio ao processo de ensino-aprendizagem, a calculadora é somente mais um recurso auxiliar, e não um substituto do exercício do raciocínio ou da capacidade analítica. O que propomos é o uso da calculadora de maneira consciente, de modo que contribua para a reflexão dos conteúdos matemáticos.

De acordo com os PCN, alguns estudos recentes evidenciaram que a calculadora pode ser utilizada como instrumento motivador na realização de atividades exploratórias e investigativas e, assim, contribuir para a melhoria do ensino.

Podemos tomar como orientação para o uso da calculadora em atividades matemáticas os seguintes aspectos:

- É um instrumento que possibilita o desenvolvimento de conteúdos pela análise de regularidades e padrões e pela formulação de hipóteses.
- É um facilitador da verificação e análise de resultados e procedimentos.
- Sua manipulação e utilização são, em si, conteúdos a serem aprendidos.

Sugerimos que, inicialmente, o(a) professor(a) verifique o conhecimento que os alunos têm sobre o funcionamento da calculadora. O ideal é que a escola disponha de calculadoras simples, que ofereçam as funções básicas. Caso não seja possível disponibilizar uma calculadora para cada aluno, pode-se trabalhar em duplas ou a critério do(a) professor(a).

As atividades sugeridas pela coleção pressupõem um uso simples da calculadora, o que, no entanto, poderá ser ampliado de acordo com as necessidades e interesses de cada turma.

## O trabalho em grupo

O trabalho em grupo, quando orientado e praticado adequadamente, além de contribuir para o desenvolvimento da habilidade de interação e participação social, auxilia no cultivo de habilidades que dependem do confronto e da partilha de ideias, já que oferece a oportunidade de provar resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos de resolução e validar ou não o pensamento na busca de soluções.

Além de reforçar a aprendizagem conceitual, o trabalho em grupo contribui para o aprimoramento do desenvolvimento de procedimentos e atitudes, tanto em relação ao pensar matemático quanto em relação à dinâmica grupal.

Pesquisas acerca dos processos de aprendizagem indicam que, mesmo com o exercício em grupo, acaba prevalecendo o aprendizado individual, que apenas se enriquece com as múltiplas contribuições geradas pelo trabalho grupal, pela interação entre diferentes modos de pensar.

Repetimos que, de qualquer modo, o sucesso do trabalho em grupo depende notavelmente do planejamento e da supervisão pedagógica, respeitados os diferentes tipos de aprendizes. No intuito de colaborar com a atuação do professor em sala de aula, esta coleção preocupou-se em indicar, pontualmente, as atividades que mais possibilitam a exploração em grupo.

## Outras possibilidades de trabalho

Como já exposto, entendemos o livro didático como apoio do trabalho pedagógico. Nessa perspectiva, o conhecimento, a experiência e a autonomia profissional fazem do docente um coautor do material publicado. Assim, a despeito das propostas explícitas da coleção, o(a) professor(a) sempre poderá ampliar, complementar e inovar no desenvolvimento e nas discussões dos temas e atividades sugeridos, aproveitando as novas questões que emergem em sala de aula no desenrolar do estudo.

É sempre bom lembrar que o estímulo à imaginação e ao interesse dos alunos conta com uma gama interessante de recursos didáticos, como o trabalho com jogos ou com materiais manipulativos, vídeos e ferramentas da informática; a pesquisa em livros paradidáticos, dicionários, periódicos (jornais, boletins, revistas de informação geral e especializada) e internet; ou as propostas para a realização de feiras, gincanas e exposições.

# A avaliação e as práticas avaliativas

O cenário de ampla discussão dos modelos e das práticas pedagógicas que se estabeleceu nos últimos anos de nossa história trouxe à tona um ponto vital para o estabelecimento de novas formas de pensar a educação: as concepções e os métodos de **avaliação da aprendizagem**.

Quanto à importância da avaliação, tomamos emprestadas as palavras de Regina Pavanello e Clélia Nogueira:

> *Se há um ponto de convergência nos estudos sobre a avaliação escolar é o de que ela é essencial à prática educativa e indissociável desta, uma vez que é por meio dela que o professor pode acompanhar se o progresso de seus alunos está ocorrendo de acordo com suas expectativas ou se há necessidade de repensar sua ação pedagógica. Quanto ao aluno, a avaliação permite que ele saiba como está seu desempenho do ponto de vista do professor, bem como se existem lacunas no seu aprendizado às quais ele precisa estar atento.*
>
> *[...] Acreditamos que poucos educadores e educandos têm consciência de que a avaliação é um processo contínuo e natural aos seres humanos, de que os homens se avaliam constantemente, nas mais diversas situações, diante da necessidade de tomar decisões, desde as mais simples até as mais complexas.*
>
> (PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006, p. 30, 36)

As divergências, contudo, têm início quando se pretende **redefinir** a avaliação escolar e os **modos** e **graus de exigência** deste processo. Podemos dizer que, por longo tempo, na maior parte da história da educação matemática, o que vigorou foi a chamada **avaliação informativa**:

> *Na prática pedagógica da Matemática, a avaliação tem, tradicionalmente, centrado-se nos conhecimentos específicos e na contagem de erros. É uma avaliação somativa, que não só seleciona os estudantes, mas os compara entre si e os destina a um determinado lugar numérico em função das notas obtidas. Porém, mesmo quando se trata da avaliação informativa, é possível ir além da resposta final, superando, de certa forma, a lógica estrita e cega do "certo ou errado".*
>
> (Ibidem, p. 36-7)

Alguns autores, porém, concordam que mesmo na avaliação tradicional há algum espaço para uma busca mais consciente do processo formativo do aluno. As mesmas pesquisadoras, por exemplo, fazem a seguinte consideração:

> *Mesmo numa avaliação tradicional, na qual é solicitada ao aluno apenas a resolução de exercícios, é possível avançar para além da resposta final, considerando:*
> - *o modo como o aluno interpretou sua resolução para dar a resposta;*
> - *as escolhas feitas por ele para desincumbir-se de sua tarefa;*
> - *os conhecimentos matemáticos que utilizou;*
> - *se utilizou ou não a Matemática apresentada nas aulas; e*
> - *sua capacidade de comunicar-se matematicamente, oralmente ou por escrito.*
>
> (BURIASCO, 2002, apud PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006, p. 37)

Uma concepção de avaliação que tem se configurado nos últimos anos é a que se refere à **avaliação formativa**. Alguns autores esclarecem que ela consiste num conjunto de métodos e recursos cujos objetivos são recolher informações sobre a aprendizagem e lidar melhor com os problemas experimentados pelos estudantes, ou seja, fazer as devidas ponderações sobre cada caso e partir para as alterações que se fizerem necessárias.

Principalmente a partir da década de 1980, muitos estudiosos têm feito importantes contribuições ao entendimento que devemos ter sobre avaliação como processo, ação contínua. Entre esses pesquisadores, destacamos o trabalho de Luckesi (2001). Segundo o autor, a avaliação deve ser tomada como instrumento para a compreensão do estágio em que se encontra o estudante, tendo em vista a tomada de decisões, suficientes e satisfatórias, para avançar no processo de aprendizagem.

Os PCN, divulgados desde fins dos anos 1990, colaboraram para a ampliação do olhar sobre as funções da avaliação. Destacam, por exemplo, a **dimensão social** e a **dimensão pedagógica** da avaliação.

No primeiro caso, a avaliação tem a função de, para os estudantes, informar acerca do desenvolvimento das potencialidades que serão exigidas no contexto social, garantindo sua participação no mercado de trabalho e na esfera sociocultural. Para os professores, a avaliação deve auxiliar na identificação dos objetivos alcançados, com a intenção de reconhecer as capacidades matemáticas dos educandos.

No segundo caso, a avaliação tem a função de informar os estudantes sobre o andamento da aprendizagem propriamente dita, isto é, dos conhecimentos adquiridos, do desenvolvimento de raciocínios, dos valores e hábitos incorporados e do domínio de estratégias essenciais.

Os **instrumentos de avaliação** (provas, trabalhos e registros de atitudes, entre outros) devem ser capazes de fornecer informações ao professor sobre as condições de cada estudante com relação à resolução de problemas, ao uso adequado da linguagem matemática, ao desenvolvimento de raciocínios e análises e à integração desses aspectos em seu conhecimento matemático. Devem também contemplar as explicações, justificativas e argumentações orais, uma vez que estas revelam aspectos do raciocínio que muitas vezes não se evidenciam em avaliações escritas.

Para Charles Hadji (2001, p. 21), a avaliação formativa implica, por parte do professor, flexibilidade e vontade de adaptação e de ajuste. O autor ressalta que a avaliação que não é seguida da **modificação das práticas pedagógicas** tem pouca capacidade de ser formativa. Posição semelhante é defendida pelas educadoras Pavanello e Nogueira:

> *É preciso reconhecer [...] que o professor deve selecionar, dentre as informações captadas, apenas o que é realmente importante [...]. Para isso, existem indicadores que, segundo Vergani (1993, p.155), podem nortear a observação pelo professor, entre os quais poderiam ser citados:*
>
> - *o interesse com que o aluno se entrega às atividades matemáticas;*
> - *a confiança que tem em suas possibilidades;*
> - *sua perseverança, apesar das dificuldades encontradas;*
> - *se formula hipóteses, sugere ideias, explora novas pistas de pesquisa;*
> - *se avalia criteriosamente a adequação do processo que adotou ou a solução que encontrou;*
> - *se reflete sobre a maneira de planificar uma atividade e de organizar seu trabalho;*
> - *se pede ajuda em caso de dúvida ou de falta de conhecimentos; e*
> - *se comunica suas dificuldades e descobertas aos colegas, de maneira adequada.*
>
> *No entanto, para que essas atitudes possam ser cultivadas pelo aluno, a prática pedagógica não pode mais se centrar na exposição e reprodução de conteúdos que só privilegiam a memorização e não o desenvolvimento do pensamento.*
>
> (PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006, p. 38-9)

Afinal o que deve ser avaliado: conteúdos, habilidades, competências...?

Tudo deve ser avaliado. O fundamental, porém, é saber **como olhar**, **o que olhar** e **como analisar** as coletas. Para isso, o professor pode recorrer a diversificados instrumentos de coleta de informações, selecionando aqueles que permitam compor o melhor panorama da aprendizagem matemática de seus alunos.

## Instrumentos de avaliação nas aulas de Matemática

Como sugestão ao professor, vamos apresentar aqui, resumidamente, um leque de modalidades de avaliação.

- **Autoavaliação**: em primeiro lugar, o professor deve auxiliar os alunos a compreenderem os objetivos da autoavaliação, fornecendo-lhes para isso um roteiro de orientação. Os alunos devem ser motivados a detectar suas dificuldades e a questionar as razões delas.
- **Prova em grupo seguida de prova individual**: nessa modalidade, as questões são resolvidas em grupo e, a seguir, cada aluno resolve questões do mesmo tipo individualmente. O intuito é colaborar para a metacognição, para que o aluno tenha consciência do próprio conhecimento, de suas potencialidades e dificuldades.
- **Testes-relâmpago**: os testes-relâmpago normalmente propõem poucas questões, uma ou duas apenas. Têm por objetivo não permitir que os alunos mantenham-se sem estudo durante longos períodos, de modo que se acumule uma grande quantidade de conteúdos. Este recurso, além de manter os alunos atentos aos assuntos contemplados em aula, ajuda-os na familiarização com os processos avaliativos.
- **Testes e/ou provas cumulativas**: este instrumento de avaliação traz à tona conteúdos trabalhados em momentos anteriores. Tal prática contribui para que os alunos percebam as conexões entre os conteúdos e a importância de usar os conhecimentos matemáticos de forma contínua.

- **Testes em duas fases**: este tipo de teste, ou prova, é realizado em duas etapas:
  1ª) a prova é realizada em sala de aula, sem a interferência do professor;
  2ª) os alunos refazem a prova dispondo dos comentários feitos pelo professor.

  O sucesso desse instrumento depende de fatores como:

  — a escolha das questões deve ser norteada pelos objetivos do teste;
  — o conteúdo dos comentários formulados pelo professor entre as duas fases;
  — a consciência, por parte dos alunos, de que a segunda fase não consiste em mera correção do que está errado, mas em uma oportunidade de aprendizagem.

  As questões devem ser de dois tipos:

  — as que requerem interpretação ou justificação, e problemas de resolução relativamente breve;
  — as abertas, e problemas que exijam alguma investigação e respostas mais elaboradas.
- **Resolução de problemas**: chamamos de "problema matemático" aquele que envolve um raciocínio matemático na busca por solução. Pode ser resolvido individualmente ou em grupo. A atividade de resolução de problemas deve envolver, entre outros fatores:

  — a compreensão da situação-problema por meio de diferentes técnicas (leitura, interpretação, dramatização etc.);
  — a promoção da criação de estratégias pessoais (não haver solução pronta);
  — a identificação do problema e a seleção e mobilização dos conhecimentos matemáticos necessários a sua resolução;
  — a avaliação do processo, para verificar se, de fato, os objetivos estão sendo atingidos;
  — a interpretação e verificação dos resultados, para que se avaliem sua razoabilidade e validade.
- **Mapa conceitual**: durante a fase formal de avaliação, o professor pode solicitar aos alunos que construam o mapa conceitual sobre um tema já discutido e explorado em aula. Esse tipo de instrumento propicia a verificação da aprendizagem mais aberta e pode ser usado como autoavaliação.
- **Trabalho em grupo**: para que o grupo trabalhe de fato como grupo, são fundamentais a orientação e o auxílio do professor no sentido de estimular os alunos a desempenharem novas funções em sala de aula, em colaboração com os colegas. Um incentivo para isso é o grupo receber uma única folha de papel com as atividades propostas, para que todos resolvam em conjunto. A questão a ser respondida deve ser desafiadora, despertando a curiosidade e a vontade de resolvê-la.
- **Diálogos criativos**: a proposta é que os alunos produzam diálogos matemáticos em que estejam inseridos conceitos e propriedades de determinado conteúdo.
- **Histórias em quadrinhos**: nesta modalidade, os alunos criam histórias em quadrinhos para explorar os assuntos estudados em sala de aula. Esse é um recurso que, além de intensificar o interesse pela Matemática, permite ao professor a avaliação do conhecimento assimilado pelos alunos em contextos diversificados.
- **Seminários e exposições**: são atividades que oferecem oportunidade para os alunos organizarem seu conhecimento matemático e suas ideias sobre os assuntos explorados em aula, além de promover a desinibição e autonomia dos alunos.
- **Portfólios***:* é uma coletânea dos melhores trabalhos que podem ser escolhidos pelos próprios estudantes. O professor deve orientá-los e sugerir que selecionem, durante um período, as atividades de Matemática que preferirem e que justifiquem as suas escolhas.

Pretendemos aqui apenas apresentar sugestões que auxiliem a prática avaliativa. Sem dúvida, outros instrumentos de avaliação podem ser contemplados em conformidade com o contexto escolar.

É importante reforçar que um processo fecundo de avaliação deverá considerar, além dos instrumentos apropriados, o estabelecimento de critérios de correção alicerçado em objetivos claros e justos. Chamamos a atenção para o tratamento que devemos dar ao "**erro**" nas atividades de Matemática. Ele deve ser analisado criticamente, de modo que forneça indícios de sua natureza e da correção do percurso pedagógico, para o (re)planejamento e a execução das atividades em sala de aula.

> *Encarados com naturalidade e racionalmente tratados, os erros passam a ter importância pedagógica, assumindo um papel profundamente construtivo, e servindo não para produzir no aluno um sentimento de fracasso, mas para possibilitar-lhe um instrumento de compreensão de si próprio, uma motivação para superar suas dificuldades e uma atitude positiva para seu futuro pessoal.*
>
> (PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006, p. 37)

Por fim, a observação atenta e a percepção aguçada do professor também são relevantes no processo de avaliação, no sentido de detectar as aprendizagens, que muitas vezes não são reveladas pelos instrumentos avaliativos escolhidos.

## Formação continuada e desenvolvimento profissional docente

Assim como os estudantes precisam desenvolver habilidades e competências diversificadas, em sintonia com a época em que vivem, nós, professores, mais que outros profissionais, temos a máxima urgência e necessidade de cuidar da continuidade de nossa formação e do consequente desenvolvimento profissional.

O que aprendemos na universidade e a experiência que adquirimos com a prática pedagógica não são suficientes para nos manter longe de atividades de formação. Pesquisas e estudos no campo da Educação Matemática e áreas afins têm nos auxiliado a encontrar as respostas para as muitas dúvidas e angústias inerentes à profissão: “O que ensinar?”, “Por que ensinar?”, “Como ensinar?”...

O desenvolvimento profissional do(a) professor(a) deve ser entendido como um processo contínuo, que se dá ao longo de toda a vida profissional, não ocorre ao acaso, tampouco é espontâneo, mas é resultado do processo de busca que parte das necessidades e dos interesses que surgem no percurso.

Na realidade, a formação profissional docente tem início na experiência como aluno e na formação acadêmica específica, do período de iniciação à docência, até edificar-se com a experiência profissional e os processos de formação continuada.

Lembramos que as ações de formação continuada podem ser desenvolvidas por múltiplas modalidades, como leituras atualizadas, cursos, palestras, oficinas, seminários e grupos de estudos.

## Algumas associações e centros de Educação Matemática

- APM – Associação de Professores de Matemática (Portugal)
  Disponível em: <http://www.apm.pt>. Acesso em: 10 abr. 2015.
- Caem – Centro de Aperfeiçoamento do Ensino da Matemática (USP)
  Disponível em: <http://www.ime.usp.br/caem/>. Acesso em: 10 abr. 2015.
- CCE – Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Londrina (UEL)
  Disponível em: <http://www.uel.br/cce/portal/>. Acesso em: 10 abr. 2015.
- CECEMCA – Centro de Educação Continuada em Educação Matemática, Científica e Ambiental da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp)
  Disponível em: <http://www2.fc.unesp.br/cecemca/index.htm>. Acesso em: 10 abr. 2015.
- Cecimig – Centro de Ensino de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)
  Disponível em: <http://www.uel.br/cce/portal/>. Acesso em: 10 abr. 2015.

- Cempem – Centro de Estudos Memória e Pesquisa em Educação Matemática da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp)

  Disponível em: <http://www.cempem.fae.unicamp.br/>. Acesso em: 10 abr. 2015.
- CREEM – Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino da Universidade Estadual de Blumenau (Furb)

  Disponível em: <http://www.furb.br/cremm/>. Acesso em: 10 abr. 2015.
- Edumatec – Programa de pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

  Disponível em: <http://www.ufpe.br/ppgedumatec>. Acesso em: 11 abr. 2015.
- Gepem – Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ)

  Disponível em: <http://www.gepem.ufrrj.br>. Acesso em: 11 abr. 2015.
- Gepeticem – Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ)

  Disponível em: <http://www.gepeticem.ufrrj.br/>. Acesso em: 11 abr. 2015.
- GPEEM - Grupo de Pesquisa e Estudo em Educação Matemática da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

  Disponível em: <http://www.ufrgs.br/faced/educacaomatematica>. Acesso em: 11 abr. 2015.
- LEG – Laboratório de Ensino de Geometria da Universidade Federal Fluminense (UFF)

  Disponível em: <http://www.uff.br/leg/>. Acesso em: 11 abr. 2015.
- LEM – Laboratório de Ensino de Matemática da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp)

  Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/lem/>. Acesso em: 11 abr. 2015.
- LEM – Laboratório de Ensino de Matemática da Universidade de São Paulo (USP)

  Disponível em: <http://www.ime.usp.br/lem/>. Acesso em: 11 abr. 2015.
- Lemat – Laboratório de Educação Matemática da Universidade Federal de Goiás (UFGO)

  Disponível em: <http://lemat.mat.ufg.br/>. Acesso em: 15 abr. 2015.
- Lemat – Laboratório de Estudos de Matemática e Tecnologias da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

  Disponível em: <http://lemat.sites.ufsc.br/>. Acesso em: 15 abr. 2015.
- Lepac – Laboratório de Estudos e Pesquisa da Aprendizagem Científica da Universidade Federal da Paraíba (UFPB)

  Disponível em: <http://www.mat.ufpb.br/lepac/frame.htm>. Acesso em: 15 abr. 2015.
- PPGECEM - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

  Disponível em: <http://pos-graduacao.uepb.edu.br/ppgecm/>. Acesso em: 15 abr. 2015.
- PPGECNM – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)

  Disponível em: <http://www.posgraduacao.ufrn.br//ppgecnm>. Acesso em: 15 abr. 2015.
- Projeto Fundão da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

  Disponível em: <http://www.projetofundao.ufrj.br/matematica/>. Acesso em: 15 abr. 2015.
- SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática

  Disponível em: <http://www.sbem.com.br/>. Acesso em: 15 abr. 2015.
- SBHMat – Sociedade Brasileira de História da Matemática

  Disponível em: <http://www.sbhmat.org/>. Acesso em: 22 abr. 2015.
- SBM – Sociedade Brasileira de Matemática

  Disponível em: <http://www.sbm.org.br>. Acesso em: 22 abr. 2015.
- SBMAC – Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional

  Disponível em: <http://www.sbmac.org.br/>. Acesso em: 22 abr. 2015.

# Sugestões de leituras para o professor

## Álgebra

- *Álgebra*: das variáveis às equações e funções. Eliane Reame de Sousa e Maria Ignes Diniz. São Paulo: IME-USP, 1994.
- *Aplicações da matemática escolar*. D. Bushaw; M. Bell; H. O. Pollack. São Paulo: Atual, 1997.
- *Aprenda Álgebra brincando*. I. Perelmann. Curitiba: Hemus, 2001.
- *Erros e dificuldades no ensino da Álgebra*: o tratamento dado por professoras de 7ª série em aula. Renata Anastacia Pinto. 1997. Dissertação (Mestrado) – Unicamp, Campinas.
- *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. R. Lins; C. Rômulo; J. Gimenez. Campinas: Papirus, 1997.
- Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre Álgebra e Geometria no currículo escolar brasileiro. Ângela Miorin; Antonio Miguel; Dário Fiorentini. *Zetetiké*. Campinas: Unicamp, n. 1, 1993.
- *Um estudo de dificuldades ao aprender Álgebra em situações diferenciadas de ensino em alunos da 6ª série do ensino fundamental*. Nathalia Tornisiello Scarlassari. 2007. Dissertação (Mestrado) – Unicamp, Campinas.

## Avaliação

- *Análise de erros*: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Helena Noronha Cury. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- *Avaliação de aprendizagem e raciocínio em Matemática*: métodos alternativos. Vânia Maria Pereira dos Santos (Coord.). Rio de Janeiro: UFRJ; Projeto Fundão, 1997.
- *Avaliação da aprendizagem escolar*. Cipriano Carlos Luckesi. São Paulo: Cortez, 2001.
- *Avaliação:* da excelência à regulação das aprendizagens. Philippe Perrenoud. Porto Alegre: Artmed, 1999.
- *Avaliação desmistificada*. Charles Hadji. Porto Alegre: Artmed, 2001.
- *Avaliação mediadora*: uma prática em construção da pré-escola à universidade. Jussara Hoffmann. Porto Alegre: Mediação, 2000.
- *Currículo e avaliação*: uma perspectiva integrada. Maria Palmira Castro Alves. Porto: Porto, 2004.
- *O erro como estratégia didática*: estudo dos erros no ensino da matemática elementar. Neuza Bertoni Olinto. Campinas: Papirus, 2000.
- Sobre avaliação em Matemática: uma reflexão. Regina Buriasco. *Educação em Revista*. Belo Horizonte: UFMG, n. 36, 2002.

## Educação Matemática

- *Didática da Matemática*: reflexões psicopedagógicas. Cecília Parra; Irma Saiz (Org.). Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- *Educação Matemática, leitura e escrita*: Armadilhas, utopias e realidade. Celi Espasadin Lopes; Adair Mendes Nacarato (Org.). Campinas: Mercado de Letras, 2009.
- *Ensinar e aprender Matemática*. Luiz Carlos Pais. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- *Ensino de Matemática na escola de nove anos*: Dúvidas, dívidas e desafios. Vinício de Macedo Santos. São Paulo: Cengage Learning, 2014.
- *Escritas e leituras na Educação Matemática*. Adair Mendes Nacarato; Celi Espasandin Lopes (Org.). Belo Horizonte: Autêntica, 2005.
- *Etnomatemática*: elo entre as tradições e a modernidade. Ubiratan D'Ambrosio. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- *Fundamentos da Didática da Matemática*. Saddo Ag Almouloud. Curitiba: UFPR, 2007.
- *Letramento no Brasil*: habilidades matemáticas. Maria da Conceição (Org.) F. R. Fonseca. São Paulo: Global, 2004.
- *Matemática, estupefação e poesia*. Bruno D'Amore. São Paulo: Livraria da Física, 2012.
- *Múltiplos olhares*: Matemática e produção de conhecimento. Jackeline Rodrigues Mendes; Regina Célia Grando (Org.). São Paulo: Musa, 2007.
- *Para aprender Matemática*. Sérgio Lorenzato. Campinas: Autores Associados, 2006.

## Espaço e forma

- *Aprendendo e ensinando Geometria*. Mary M. Lindquist; Albert P. Shulte (Org.). São Paulo: Atual, 1994.
- *Ensino de Geometria no virar do milênio*: investigações em Geometria na sala de aula. Eduardo Veloso; Helena Fonseca; João Pedro da Ponte; Paulo Abrantes (Org.). Lisboa: DEFCUL, 1999.
- *Espaço e forma*. Célia Maria C. Pires; Edda Curi; Tânia Maria M. Campos. São Paulo: Proem, 2000.
- *Experiências com Geometria na escola básica*: narrativas de professores em (trans)formação. Adair Mendes Nacarato; Adriana A. M. Gomes; Regina Célia Grando. São Carlos: Pedro & Editores, 2008.
- *Geometria na era da imagem e do movimento*. Maria Laura Lopes; Lilian Nasser (Org.). Rio de Janeiro: UFRJ, 1996.
- O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. Regina Maria Pavanello. *Zetetiké*. Campinas: Unicamp, n. 1, p. 7-17, mar. 1993.

- Por que não ensinar Geometria? Sérgio Lorenzato. *Educação Matemática em Revista*. Florianópolis: SBEM, n. 4, 1º sem. 1995.

## História da Matemática

- *Introdução à história da Educação Matemática*. Antonio Miguel; Maria Ângela Miorim. São Paulo: Atual, 1998.
- *Introdução à história da Matemática*. Howard Eves. Campinas: Unicamp, 1997.
- *História concisa das matemáticas*. Dirk J. Struik. Lisboa: Gradiva, 1998.
- *História da Matemática*. Carl B. Boyer. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
- *História da Matemática*: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Tatiana Roque. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.
- *História universal dos algarismos*. Georges Ifrah. São Paulo: Nova Fronteira, 1997.
- *Tópicos de história da Matemática para uso em sala de aula*: Álgebra. John K. Baumgart. São Paulo: Atual, 1992.
- *Tópicos de história da Matemática para uso em sala de aula*: Geometria. Howard Eves. São Paulo: Atual, 1992.
- *Tópicos de história da Matemática para uso em sala de aula*: Números e numerais. Bernard H. Gundlash. São Paulo: Atual, 1992.
- *Tópicos de história da Matemática para uso em sala de aula*: Trigonometria. Howard Eves. São Paulo: Atual, 1992.

## Jogos

- *Aprender com jogos e situações-problema*. Lino de Macedo; Ana Lúcia S. Petty; Norimar C. Passos. Porto Alegre: Artmed, 2000.
- *Jogos de matemática de 6º ao 9º ano*. Kátia Stocco Smole; Estela Milani Diniz. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- *O jogo como espaço para pensar*: a construção de noções lógicas e aritméticas. Rosely Palermo Brenelli. Campinas: Papirus, 1996.
- *O jogo e a matemática no contexto da sala de aula*. Regina Célia Grando. São Paulo: Paulus, 2004.
- *Os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar*. Lino de Macedo; Ana Lúcia S. Petty; Norimar C. Passos. Porto Alegre: Artmed, 2005.

## Matemática e temas transversais

- *A Matemática e os temas transversais*. Alexandrina Monteiro; Geraldo Pompeu Junior. São Paulo: Moderna, 2001.
- *Matemática escolar e Matemática da vida cotidiana*. José Roberto B. Giardinetto. Campinas: Autores Associados, 1999.
- *Matemática em projetos:* uma possibilidade. Celi Aparecida Espasandin Lopes (Org.). Campinas: Unicamp, 2003.

## Números e operações

- *A compreensão de conceitos aritméticos*: ensino e pesquisa. Analúcia Schliemann; David Carraher (Org.). Campinas: Papirus, 1998.
- *Bolema* (Boletim de Educação Matemática). Rio Claro: Unesp, v. 21, n. 31, 2008.
- *Conteúdo e metodologia da Matemática*: números e operações. Marília Centurión. São Paulo: Scipione, 1994.
- *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. Rômulo Campos Lins; Joaquim Gimenez. Campinas: Papirus, 1997.
- *Repensando adição e subtração*. Sandra Magina; Tânia M. M. Campos; Terezinha Nunes; Verônica Gitirana. São Paulo: Proem, 2001.
- *Sobre a introdução do conceito de número fracionário*. Maria José Ferreira da Silva. 1997. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

## Tecnologia

- A influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos. Katia Maria de Medeiros. *Educação Matemática em Revista*. São Paulo: SBEM, n. 14, 2003.
- *Ensinando com tecnologia*: criando salas de aula centradas nos alunos. Judith H. Sandholtz; Cathy Ringstaff; David C. Dwyer. Porto Alegre: Artmed, 1997.
- *Informática e Educação Matemática*. Marcelo de Carvalho Borba; Miriam G. Penteado. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.
- *Informática educativa*: dos planos e discursos à sala de aula. Ramon de Oliveira. Campinas: Papirus, 1997.
- *Prática pedagógica*: ambientes informatizados de aprendizagem, produção e avaliação de software educativo. Celina Couto Oliveira; José Wilson Costa; Mércia Moreira. Campinas: Papirus, 2001.
- *Projetos de trabalho em informática*: desenvolvendo competências. Sônia Petitto. Campinas: Papirus, 2003.
- *Uso didático da calculadora no ensino fundamental*: possibilidades e desafios. Juliana de Alcântara S. Rubio. 2003. Dissertação (Mestrado) – Unesp, Marília.

## Tratamento da Informação

- *A Probabilidade e a Estatística no Ensino Fundamental*: uma análise curricular. Celi Aparecida Espasandin Lopes. 1998. Dissertação (Mestrado) – Unicamp, Campinas.
- *Encontro das crianças com o acaso, as possibilidades, os gráficos e as tabelas*. Anna Regina Lanner; Celi Aparecida Espasandin Lopes (Org.). Campinas: Unicamp, 2003.
- *Tratamento da Informação para o Ensino Fundamental e Médio*. Irene Maurício Cazorla; Eurivalda dos Santos Santana. Ilhéus: Via Litterarum, 2006.
- *Tratamento da Informação*: explorando dados estatísticos e noções de probabilidade a partir das séries iniciais. Maria Laura M. Leite Lopes (Org.). Rio de Janeiro: UFRJ, 2005.

## Resolução de problemas

- *A arte de resolver problemas*: um novo aspecto do método matemático. George Polya. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.
- *A resolução de problemas na Matemática escolar*. Stephen Krulik; Robert E. Reys (Org.). São Paulo: Atual, 1997.
- *Didática da resolução de problemas de Matemática*. Luiz Roberto Dante. São Paulo: Ática, 1991.
- *Ler, escrever e resolver problemas*: habilidades básicas para aprender Matemática. Kátia Stocco Smole; Maria Ignez Diniz. Porto Alegre: Artmed, 2001.

## Algumas publicações de associações e centros de Educação Matemática

- BOLEMA (Boletim de Educação Matemática)

  Publicado pelo Departamento de Matemática do Instituto de Geociência e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (IGCE-Unesp), *campus* de Rio Claro.

  Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/bolema/>. Acesso em: 22 abr. 2015.
- Boletins do *GEPEM*

  Publicado pelo Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ)

  Disponível em: <http://www.gepem.ufrrj.br/>. Acesso em: 22 abr. 2015.
- *Educação Matemática em Revista*

  Publicada pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática

  Disponível em: <http://www.sbem.com.br>. Acesso em: 22 abr. 2015.
- *História & Educação Matemática*

  Publicada pela Sociedade Brasileira de História da Matemática

  Disponível em: <http://www.sbhmat.com.br/>. Acesso em: 22 abr. 2015.
- *Jornal do professor de Matemática*

  Publicado pelo Departamento de Ensino de Matemática da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp)

  Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/lem/jpm.html>. Acesso em: 22 abr. 2015.
- *Revemat – Revista eletrônica de Educação Matemática*

  Publicada pelo Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática

  Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>. Acesso em: 22 abr. 2015.
- *Revista Educação* e *Matemática* e *Revista Quadrante*

  Publicada pela Associação de Professores de Matemática de Portugal

  Disponível em: <http://www.apm.pt>. Acesso em: 22 abr. 2015.
- *Revista do professor de Matemática*

  Publicada pela Sociedade Brasileira de Matemática

  Disponível em: <http://www.sbm.org.br>. Acesso em: 22 abr. 2015.
- Revista *Zetetiké*

  Publicada pelo Centro de Estudos Memória e Pesquisa em Educação Matemática da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp)

  Disponível em: <http://www.cempem.fae.unicamp.br/>. Acesso em: 22 abr. 2015.

# Bibliografia consultada


ABRANTES, Paulo; SERRAZINA, Maria de Lurdes; OLIVEIRA, J. *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica, 1999.

ARAKI, Tetsuo. *As práticas avaliativas em sala de aula de Matemática*: possibilidades e limites. 2005. Dissertação (Mestrado) – Universidade São Francisco, Itatiba.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/ Secretaria de Educação Fundamental. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional no 9.394*. Brasília, 20 dez. 1996.

______. Ministério da Educação e Cultura. *PNLD 2008* – Guia de Livros Didáticos. Brasília: MEC, 2007.

______. Ministério da Educação e do Desporto; Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Volume 3: Matemática, Ministério da Educação e do Desporto, Brasília: MEC; SEF, 1998.

BURIASCO, Regina. Sobre avaliação em Matemática: uma reflexão. *Educação em Revista (UFMG),* Belo Horizonte, n. 36, dez. 2002.

CAPORALE, Silvia M. M. *Formação continuada de professores que ensinam Matemática*: possibilidades de desenvolvimento profissional a partir de um curso de especialização. 2005. Dissertação (Mestrado) – Universidade São Francisco, Itatiba.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática*: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 2000.

FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes; PINTO, R. Saberes da experiência docente em Matemática e educação continuada. *Quadrante*, v. 8, n. 1/2, p. 33-60, 1999.

FIORENTINI, Dario et al. Formação de professores que ensinam Matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. *Educação em Revista*, n. 36, p. 137-160, 2002.

HADJI, Charles. *Avaliação desmistificada*. Trad. Patrícia C. Ramos. Porto Alegre: Artmed, 2001.

HOFFMANN, Jussara. *Avaliação mediadora*: uma prática em construção da pré-escola à universidade. 18. ed. Porto Alegre: Mediação, 2000.

LUCKESI, Cipriano C. *Avaliação da aprendizagem*. São Paulo: Cortez, 2001.

MEDEIROS, Katia Maria de. A influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos. *Educação Matemática em Revista*, n. 14, p. 19-28, 2003.

MONTEIRO, Alexandrina; POMPEU, Geraldo Jr. *A Matemática e os temas transversais*. São Paulo: Moderna, 2001.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. Matemática escolar, Matemática científica, saber docente e formação de professores. *Zetetiké*, v. 11, n. 19, p. 57-80, 2003.

NUNES, T.; BRYANT, P. *Crianças fazendo Matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PAVANELLO, R. M.; NOGUEIRA, C. M. I. Avaliação em Matemática: algumas considerações. *Estudos em Avaliação Educacional*, v. 17, n. 33, jan./abr. 2006.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, João Pedro da. O ensino da Matemática em Portugal: uma prioridade educativa? Conferência plenária apresentada no seminário "O Ensino da Matemática: Situação e Perspectivas". Lisboa: CNE, 2002.

ROMANATTO, Manoel Carlos. O Livro Didático: alcances e limites. VII Encontro Paulista de Educação Matemática, 2004, São Paulo. *Anais*.

SANTOS, Vânia Maria Pereira dos. *Avaliação de aprendizagem e raciocínio em Matemática*: Métodos alternativos. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática da UFRJ, 1997. v. 1. 224 p.

# Parte específica – Orientações gerais para o desenvolvimento dos capítulos

## CAPÍTULO 1

## Números

### Objetivos do capítulo

Levar o aluno a:

- Reconhecer os significados dos números naturais em diferentes contextos.
- Conhecer outros sistemas de numeração (egípcio, babilônico e romano).
- Conhecer a origem do sistema de numeração indo-arábico.
- Compreender o sistema de numeração decimal, identificando o conjunto de regras e símbolos que o caracterizam.
- Praticar a leitura e a escrita dos números naturais.
- Comparar números naturais, assim como reconhecer sucessor e antecessor de qualquer um deles.
- Iniciar a construção de tabelas como maneira de organizar, representar e interpretar dados.

### Orientações gerais do capítulo

Nesse primeiro contato mais formal com o mundo numérico, é importante que o professor trabalhe com os alunos a ideia da grande presença e importância dos números em nosso dia a dia.

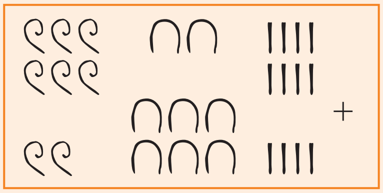
Os alunos deverão ter uma noção clara dos diferentes empregos da numeração, nas situações de contagem, registro, medição, codificação e ordenação.

Para isso, deve-se recorrer ao máximo às situações cotidianas em que os números estejam presentes. Uma maneira simples e eficiente de discutir isso com a classe é sugerir aos alunos que relatem a rotina de um dia comum, tentando detectar todas as ações em que os números, de forma direta ou indireta, são relevantes: o horário em que se desperta; o cálculo automático (e quase inconsciente) para as ações de levantar da cama e caminhar até o banheiro, por exemplo; a quantidade de creme dental que se coloca na escova de dentes ou a quantidade de água que se usa para a higiene pessoal; o cálculo do tempo de que dispomos para nos vestir, tomar café da manhã e nos preparar para as ações fora de casa etc.

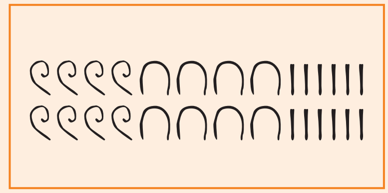
Outro recurso de fácil acesso é a pesquisa de números em mídias diversas, como livros, jornais, revistas, televisão ou internet. Na própria sala de aula, os alunos certamente encontrarão a presença de números variados.

Na apresentação dos mais conhecidos sistemas de numeração elaborados pelo ser humano, pode-se aproveitar a oportunidade para discutir a importância do conhecimento dos fatos históricos essenciais que nortearam o desenvolvimento das ciências e das civilizações, introduzindo as primeiras reflexões sobre os percursos que conduziram ao atual estágio do conhecimento e incentivando os alunos a comparações significativas.

O **exercício 1** permite propor comparações entre os aspectos comuns e os divergentes do cotidiano do aluno, valorizando a contextualização. Além disso, e, principalmente, valoriza a expressão escrita ao solicitar aos alunos que “criem três situações”. A escrita na aula de Matemática tem um papel importante para a aprendizagem dos alunos, pois dá a eles a oportunidade de repensar e aprofundar os textos que produziram, registrar suas reflexões, percepções e o que descobriram sobre um conceito ou mesmo sobre uma situação vivida. Para o professor, a produção escrita dá não apenas uma boa ideia do que o grupo aprendeu sobre o que foi desenvolvido nas aulas, mas também permite avaliar como os alunos expressam suas ideias. Já no **exercício 2**, pode-se estimular a discussão sobre a presença da Matemática em diversos contextos culturais e históricos, como na construção de monumentos arquitetônicos. A leitura dos símbolos egípcios permite que sejam retomadas as ideias básicas do sistema de numeração decimal. Pode-se, por exemplo, solicitar aos alunos que, em grupo, elaborem uma situação de adição ou de subtração usando os símbolos da numeração egípcia, e as troquem para ver o que os colegas fizeram. O professor poderá observar como os grupos efetuaram as operações. Se, por exemplo, em uma situação que envolva:



Os alunos derem como resposta:



ADILSON SECCO

O professor poderá perceber se há, na turma, necessidade de discutir os fatos fundamentais da adição, para retomar as “trocas” de unidades, dezenas e centenas. Com base nisso, ele poderá propor situações de jogos que envolvam trocas para que os alunos superem tais dificuldades.

Para o **exercício 3**, incentivar os alunos a realizarem a leitura dos números diretamente dos caracteres egípcios ou babilônicos, sem fazer a conversão para o indo-arábico. Entretanto, alguns números babilônicos representados podem causar dificuldade, pois há um espaço entre os símbolos, e isso deve ser discutido com os alunos, pois era também uma dificuldade que os babilônicos enfrentavam em sua época. Assim, no item **c**, o número representado é, no sistema indo-arábico, $1 \times 60 + 5 \times 10 = 110$. No item **e**, o número representado é $2 \times 60 + 2 \times 1 = 122$. E, no item **g**, está representado o número $2 \times 10 \times 60 + 2 \times 10 = 1.220$. Desta forma, os pares de fichas que possuem números iguais são: **a** e **d**, **b** e **e**, **c** e **h** e **f** e **g**.

Quanto ao **exercício 10**, é importante notar que o brinquedo apresentado não tem por finalidade fazer o jogador observar ou compreender o valor posicional dos algarismos em um número. Entretanto, com as intervenções e os questionamentos propostos, o aluno poderá analisar o que acontece com um mesmo algarismo, conforme a posição que ele ocupa em um número. Nesse caso, como o deslocamento dos algarismos ocorre de maneira concreta, é possível ampliar as discussões com perguntas do tipo:

- O que interfere no valor posicional: a linha ou a coluna que o algarismo ocupa?
- Em que lugar devemos colocar o algarismo 8 para que ele tenha o maior valor posicional?
- Escreva números diferentes de modo que o algarismo 4 tenha valores posicionais diferentes.

Na questão do “Agora é com você!”, os alunos devem perceber que enquanto o relógio de pulso de Lucas está marcando 5 h 50 min, o relógio digital do despertador marca 6 h 15 min. Assim, o relógio de Lucas está atrasado em 25 min.

Para o trabalho com a seção “Pense mais um pouco...” da **página 20**, vale a pena, após a resolução dos alunos, solicitar a alguns deles que expliquem como chegaram às respostas, de modo que todos reflitam a respeito:

- da necessidade da palavra menor no enunciado “menor número de flechas”. Caso contrário, existiriam diversas possibilidades de respostas, sendo que 2.523 seria a maior delas, no caso de todas as flechas acertarem a faixa do alvo correspondente ao número “1”.
- de por que existem duas respostas “12”. Os alunos devem observar que não foi mera coincidência ser necessário um mínimo de 12 flechas para marcar 2.523 ou 5.223 pontos. O mesmo resultado seria válido para qualquer número de quatro algarismos cuja soma dos algarismos fosse igual a 12.
- da relação entre a pontuação final e a quantidade de acertos em cada área de pontuação, a qual pode ser mais bem visualizada nesta tabela:

| **Nº de flechas** | **Área de pontuação** | | | | **Pontuação final** |
|---|---|---|---|---|---|
| | **1.000** | **100** | **10** | **1** | |
| | 1 | 7 | 0 | 1 | 1.000 + 700 + 10 + 1 = 1.711 |
| | 2 | 2 | 6 | 1 | 2.000 + 200 + 60 + 1 = 2.261 |
| | 4 | 2 | 5 | 6 | 4.000 + 200 + 50 + 6 = 4.256 |
| | 6 | 0 | 3 | 7 | 6.000 + 0 + 30 + 7 = 6.037 |

Espera-se que os alunos cheguem à conclusão de que, quando em nenhuma das áreas de pontuação ocorre acerto superior a 9, a pontuação final pode ser mais facilmente calculada, uma vez que cada um desses algarismos ocupa uma posição no número que compõe a pontuação final.

As situações apresentadas na **página 21**, que ampliam o trabalho com as ordens e classes no sistema decimal, extrapolam o simples contato com dados numéricos, já que introduzem informações sobre a realidade. Se considerar adequado, solicite aos alunos pesquisas adicionais, em que os números naturais estejam relacionados a situações cotidianas.

Quanto ao **exercício 11**, queremos lembrar que, em geral, os alunos dessa faixa etária, ao mesmo tempo que têm fascínio e curiosidade por “números grandes”, dão pouca importância à sua leitura ou não gostam de escrevê-los por extenso. Esse tipo de atividade, entretanto, contribui para a ampliação do conhecimento sobre os números.

Esse mesmo exercício também se relaciona com a Geografia, oferecendo a oportunidade para que discutam, por exemplo, as noções de população absoluta *versus* a densidade demográfica ou de distribuição populacional (ou seja, a relação entre superfície territorial e população absoluta), ou ainda as diferenças regionais que se verificam no Brasil quanto à ocupação do espaço, assim como o fenômeno da urbanização e sua contraposição ao mundo rural ou, no campo da Geografia política, as diferentes esferas administrativas instauradas no país (municipal, estadual, federal).

A importância da Matemática nas aproximações e estimativas que dão suporte a, por exemplo, ações de proteção à vida na Terra pode ser discutida durante a resolução do **exercício 12**.

Já a resolução do **exercício 14** é uma boa oportunidade para trabalhar três aspectos relevantes no uso e no estudo de "números grandes":

- O uso de *arredondamentos* pelos meios de comunicação.
  É importante que os alunos percebam que, nesses casos, o arredondamento não prejudica a precisão da informação, pois o que se destaca na comunicação jornalística é a ordem de grandeza, não os valores exatos dos dados tratados.
- O emprego da *escrita mista* pelos meios de comunicação.
  Não há nenhum erro nesse tipo de registro, a intenção é facilitar a comunicação, deixando sempre em destaque a ordem de grandeza.
- A organização e representação das *classes numéricas*.
  De modo similar ao que fazemos quando escrevemos por extenso um certo número, o processo inverso — escrever um número em algarismos a partir de sua escrita por extenso — exige a noção de como são organizadas as classes e de como tal organização é expressa na escrita, especialmente quanto ao uso do ponto como um "separador de classes".

Quanto ao **exercício 17**, vale destacar que os "números astronômicos" não fazem parte do dia a dia dos alunos, mas aparecem como curiosidade, para aqueles estudantes dispostos a buscar informações em jornais, revistas ou livros. O exercício, então, além de ampliar o conteúdo exposto, toma o caráter de desafio. É possível ainda aprofundar o assunto em um trabalho conjunto com os professores de Geografia e Ciências, que poderão sugerir mais exemplos de números grandes usados em suas respectivas áreas de conhecimento que, eventualmente, podem fazer parte do repertório de leitura dos alunos.

A situação de partida para o **exercício 20** dá chance para o debate de questões de cidadania, como o respeito às filas e aos processos que procuram agilizar o atendimento ao público.

Para enriquecer o trabalho, a partir do **exercício 24**, pode-se perguntar por que os alunos acham que as placas de numeração de casas são vendidas em algarismos separados, e não em números já compostos. Espera-se que concluam que as placas estampadas com algarismos isolados possibilitam diferentes combinações, em relação tanto à quantidade de algarismos, quanto à posição que estes ocupam no número. Outro ponto a destacar é que, quando a numeração das casas de uma rua não é aleatória, está relacionada com a distância da casa em relação ao início da rua, o que justifica o fato de casas vizinhas não terem números necessariamente sucessores ou antecessores.

A atividade 3 do "Pense mais um pouco..." da **página 25** solicita a reflexão sobre os procedimentos de resolução das atividades anteriores. No item **a**, os alunos são instigados a encontrar o erro de resolução na situação apresentada. No item **b**, devem justificar os procedimentos empregados para a resolução. Essa é uma maneira significativa de conhecer e compreender processos de resolução, trocar ideias com os colegas e refinar estratégias. Caso alguns alunos ainda estejam registrando todas as possibilidades para então contá-las, é preciso incentivá-los a observar regularidades e a fazer generalizações.

A compilação em tabela dos dados levantados por uma contagem dos países de naturalidade dos ganhadores de Medalhas Fields dá início, na seção "Trabalhando a informação" das **páginas 26 e 27**, aos processos de construção de tabelas, destacando as alternativas para sua organização e desafiando os alunos, nas atividades subsequentes, a construir e interpretar novas tabelas. É sempre bom lembrar quanto a vida moderna exige em relação à correta leitura de tabelas, que dão suporte a muitas das informações veiculadas pelos meios de comunicação. Nesta seção, pode-se chamar a atenção para a participação dos brasileiros e das mulheres no desenvolvimento da Matemática. No caso de Artur Ávila, ele foi condecorado com a medalha por seu trabalho em sistemas dinâmicos. Já a iraniana Maryam Mirzakhani recebeu a medalha por descobrir como calcular o volume em espaços de superfícies hiperbólicas.

Na seção **Exercícios complementares** da **página 28**, são oferecidas novas oportunidades para que os alunos exercitem os conteúdos e procedimentos do capítulo. O **exercício complementar 3** pode ser enriquecido solicitando-se aos alunos que formulem novas perguntas, com mais de uma solução ou sem nenhuma solução, a partir do mesmo enunciado, por exemplo:

- Qual será o número se ele for par? (Poderá ser 42 ou 84.)
- Qual será o número se ele for maior que 10? (Poderá ser 21, 42, 63 ou 84.)
- Qual será o número se ele terminar em 5? (Impossível, porque, nesse caso, o algarismo das dezenas seria "10".)
- Qual será o número se ele for maior que 90? (Impossível, já que o algarismo das dezenas será necessariamente o 9, e a metade de 9 não é um número inteiro.)

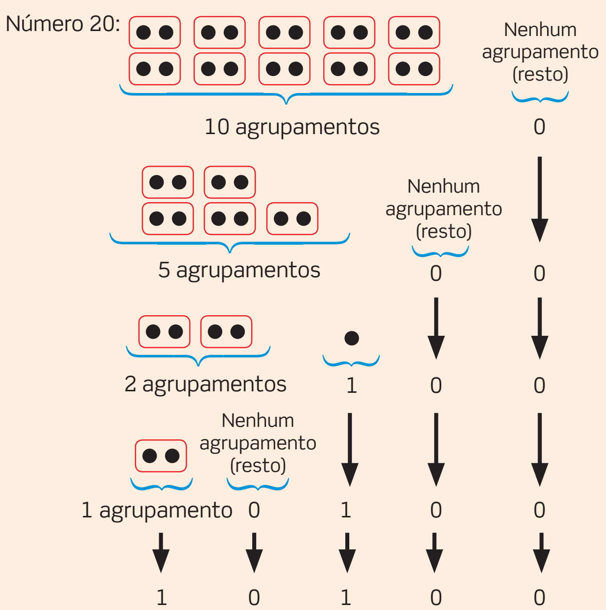
Para o **exercício complementar 5** lembramos que, como os alunos já foram desafiados com problemas a respeito de numeração de páginas, esse é um momento oportuno para verificar se ainda há dificuldades para a generalização de regularidades, isto é, se ainda há alunos que precisam registrar cada um dos números e contá-los para então chegar à resposta final. Uma possibilidade de trabalho, nesse caso, é formar grupos misturando os alunos que manifestaram maior facilidade nas generalizações com aqueles que ainda apresentam dificuldade para esse raciocínio.

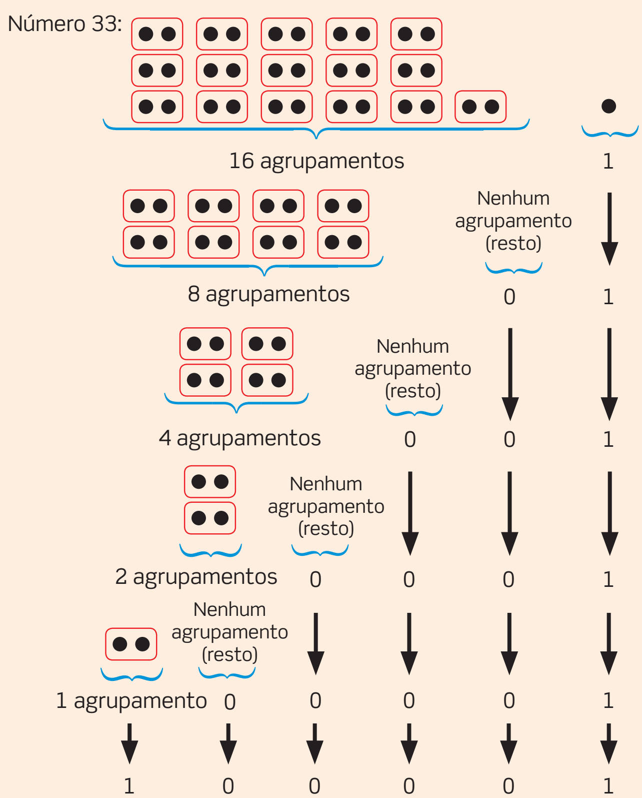
Ao trabalhar com o **exercício complementar 7**, o professor poderá discutir com a classe a razão pela qual, em 1993, efetuou-se o corte de três zeros na moeda nacional, destacando aspectos históricos como:

- a comunicação complicava-se pelo uso de números muito grandes até mesmo para representar preços de produtos básicos, como café e feijão;
- a expressão "milhões de cruzeiros" não mantinha o significado de sua época de criação, já que o poder de compra no país diminuíra drasticamente;
- por muito tempo, o brasileiro enxergava apenas as cédulas como valorosas, menosprezando as moedas, porque elas não valiam praticamente nada; caso esse corte de zeros não fosse feito, os centavos de nossa moeda não serviriam para comprar nenhuma mercadoria.

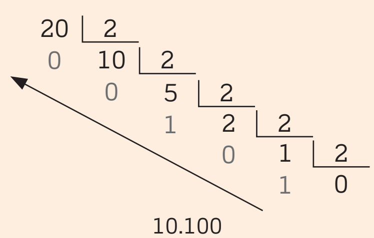
(A esse respeito, outras informações interessantes e complementares podem ser encontradas no *site* do Banco Central, <www.bcb.gov.br>).

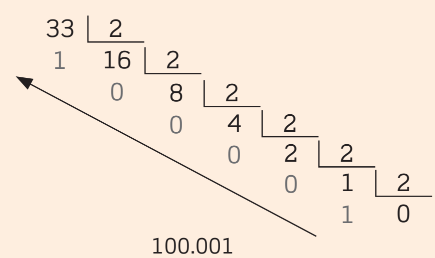
Uma das formas de fazer o exercício do "Agora é com você!", da seção "Diversificando", **página 29**, é por meio de figuras, distribuindo os agrupamentos, como apresentado no livro do aluno.




Outra maneira de fazer o exercício é por meio de divisões sucessivas por 2, que consiste no seguinte procedimento: divide-se o número escrito na base decimal e os seus quocientes por 2, até que o quociente em uma das divisões seja zero. O número binário procurado é o obtido pelos restos na ordem inversa dessas divisões.



## Sugestões de atividades

### A construção de um ábaco

**1.** Solicitar aos alunos que, em duplas, leiam o texto a seguir:

**O ábaco**

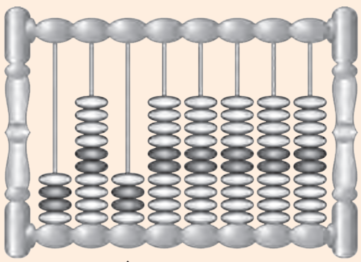
Segundo os historiadores, os ábacos surgiram milhares de anos antes da era cristã. Esses instrumentos foram inventados para ajudar as pessoas a resolver alguns de seus problemas de contagem e realizar operações.

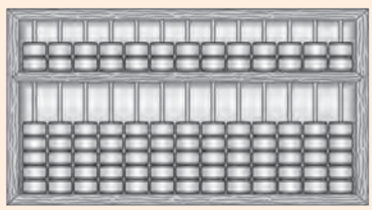
Os mais antigos ábacos eram formados por sulcos feitos na areia, nos quais eram colocadas pedrinhas conforme a figura ao lado. De acordo com a quantidade de pedrinhas nos sulcos, tinha-se a representação de um número.

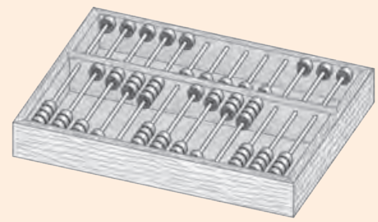

ÉBER EVANGELISTA

Representação de um número através de pedras colocadas em sulcos na areia.

Com o tempo, surgiram outros tipos de ábaco. Veja alguns deles:

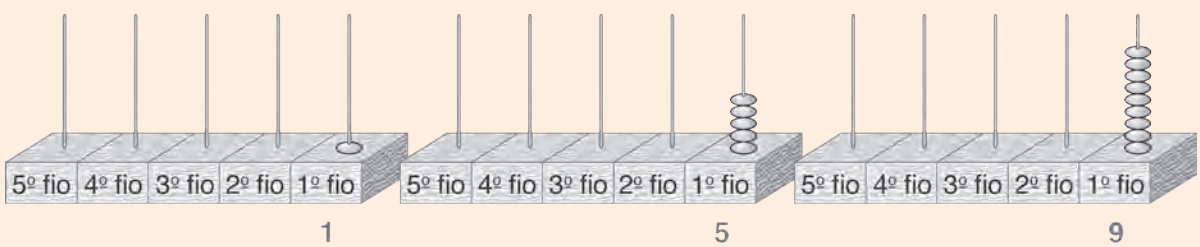

Ábaco russo


*Suan pan*, ábaco chinês


*Soroban*, ábaco japonês

ILUSTRAÇÕES: PAULO MANZI

Observe agora como efetuar contagens com o auxílio de um ábaco constituído de cinco fios de arame verticais. A cada unidade a ser contada, coloca-se uma conta no 1º fio (o da direita).

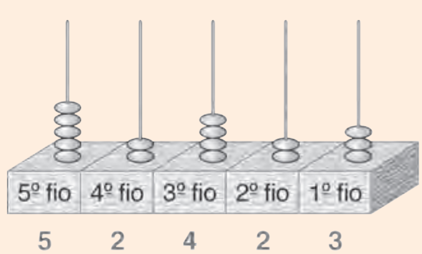



Ao completar **dez** contas nesse fio, estas são substituídas por uma única conta, que é colocada no 2º fio. Então, cada conta do 2º fio vale 10 vezes mais do que uma conta do 1º fio.

Esse procedimento se repete até que o 2º fio tenha **dez** contas, que são, então, substituídas por uma única conta, colocada no 3º fio. Assim, cada conta do 3º fio vale 10 vezes mais do que uma conta do 2º fio, e assim por diante.

No ábaco, cada fio representa uma **ordem**. O 1º fio representa a ordem das unidades simples (U), o 2º, a ordem das dezenas (D), o 3º, a ordem das centenas (C), o 4º, a ordem das unidades de milhar (UM) etc.

Por exemplo, neste ábaco está representado o número 52.423.



PAULO MANZI

**2.** Solicitar que construam um ábaco seguindo as instruções e, depois, que respondam às questões:

**Material necessário**

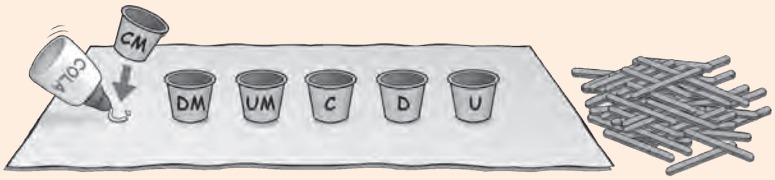
– 6 copos descartáveis

– um pedaço de cartolina

– 60 palitos de sorvete (podem ser substituídos por pedaços de canudinho de tamanhos iguais)

**Instruções**

Após colar os 6 copos na cartolina, como mostrado na figura ao lado, coloquem os palitos de sorvete dentro dos copos para representar o número desejado.



JOSÉ LUÍS JUHAS

Com o ábaco pronto, resolvam as questões a seguir e registrem as respostas no caderno.

**a)** Como representar os números 521 e 125? De que modo as representações desses números se diferenciam?

**b)** Qual é o maior número com algarismos diferentes que vocês podem representar em seu ábaco?

**c)** Qual é o maior número que vocês podem representar nesse ábaco?

**d)** Como representar o número 101?

*Respostas:*

**a)** Espera-se que os alunos expliquem que, apesar de usarem a mesma quantidade de palitos nas duas representações, estas se diferenciam porque, para representar o número 521, usaram 5 palitos no copo das centenas, 2 no das dezenas e 1 no das unidades simples e, na representação do número 125, usaram 1 palito no copo das centenas, 2 no das dezenas e 5 no das unidades simples.

**b)** 987.654

**c)** 999.999

**d)** 1 palito no copo das centenas e 1 no copo das unidades simples. O copo vazio, o das dezenas, representa o zero.

## Sistemas de numeração

**1.** Um extraterrestre chega à Terra vindo de uma galáxia próxima. Sua missão é obter informações sobre nossos conhecimentos matemáticos. Superando as dificuldades da língua, o extraterrestre está interessado, entre outras coisas, no nosso sistema de numeração. Após a explicação de como funciona o nosso sistema de numeração, o extraterrestre exclamou: “Ah! O sistema de numeração que vocês usam na Terra tem muitas características iguais às do nosso sistema, a única diferença é que usamos apenas quatro símbolos: o zero (♠), o um (♣), o dois (♥) e o três (♦)”.

**a)** Como os extraterrestres escreviam os números de 1 a 10?

**b)** Quais são as características comuns a esses sistemas?

*Respostas*:

a)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ♣ | ♥ | ♦ | ♣♠ | ♣♣ | ♣♥ | ♣♦ | ♥♠ | ♥♣ | ♥♥ |

NELSON MATSUDA

**b)** São sistemas posicionais e possuem um símbolo para representar o zero.

**2.** Uma comunidade científica de um país, depois de muita pesquisa, decidiu alterar a quantidade de símbolos do sistema de numeração que utilizam. As novas propostas incluem o uso de apenas sete algarismos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6) ou a utilização de doze algarismos, com a introdução de dois novos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, $\alpha$, $\beta$). Como poderíamos escrever os números de 1 a 16 nesses novos sistemas de numeração?

*Resposta*:

| **Base 10** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Base 7 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 20 | 21 | 22 |
| Base 12 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | $\alpha$ | $\beta$ | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |

**3.** Reúna-se com um colega e criem um novo sistema de numeração.

**a)** Quais são as características que vocês precisam definir para esse novo sistema?

**b)** Escrevam os números de 1 a 20 com o sistema de numeração criado por vocês e troquem com os de outros colegas. Tentem descobrir quais são as características do sistema de numeração criado pelos colegas.

*Resposta*:

a) Espera-se que os alunos percebam que precisarão definir a quantidade de símbolos do seu sistema, os respectivos símbolos, se terá um símbolo para o zero ou não e se será posicional ou aditivo.

b) respostas pessoais

**Números muito grandes e muito pequenos**

**Objetivo**

Identificar, em situações cotidianas, a utilização de números muito grandes ou muito pequenos. Essa atividade pode ser aplicada na ocasião em que os alunos forem aprender números racionais na forma decimal (capítulo 8). Por enquanto, essa atividade só pode ser dada utilizando números naturais.

**Conteúdos específicos**

– Leitura e escrita de números naturais;

– Leitura e escrita de números racionais na forma decimal;

– Identificação de números naturais e racionais em situações cotidianas.

**Material necessário**

Recortes de jornais, de revistas ou impressões de páginas da internet.

**Desenvolvimento**

**1ª Etapa**

Reunir os alunos em grupos de quatro ou cinco integrantes para pesquisar em mídias diversas, como jornais, revistas e páginas da internet, cinco números muito grandes e cinco números muito pequenos que foram utilizados em situações reais. Deixar os alunos darem sugestões de temas para serem pesquisados.

**2ª Etapa**

Após a pesquisa, pedir que os números de todos os grupos sejam registrados (ao menos as ideias) em ordem crescente e também por extenso, em uma única tabela, que pode ser desenhada na lousa ou em uma cartolina.

Essa atividade estimulará o trabalho em equipe e a colaboração entre os alunos e mostrará a importância dos números no cotidiano.

Utilizar a tabela a seguir como padrão:

| Número | Onde foi encontrado? | Como lemos esse número? |
|---|---|---|
| | | |

**3ª Etapa**

Ilustrar esse cartaz, acrescentando imagens que tenham relação com os temas ali citados. Podem ser recortes de imagens ou desenhos dos próprios alunos.

**Final**

Deixar na parede da sala esses números para que, em outras situações, possam comparar com números diversos.

# CAPÍTULO 2

# Operações com números naturais


## Objetivos do capítulo

Levar o aluno a:

- Resolver situações-problema compreendendo diferentes significados das operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação que envolvem números naturais.
- Realizar cálculos relativos a operações com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos nelas envolvidos.
- Reconhecer e usar as propriedades das operações com números naturais.
- Resolver expressões numéricas que contenham operações com números naturais.
- Relacionar a potência com expoente natural a um produto reiterado de fatores iguais.
- Compreender e calcular a raiz quadrada e a raiz cúbica de um número.
- Arredondar números naturais para diferentes ordens decimais.
- Perceber a utilidade dos arredondamentos para fazer estimativas.
- Ler e interpretar dados expressos em gráficos de barras e colunas.
- Organizar dados em gráficos de barras e de colunas.

## Orientações gerais do capítulo

Nesse capítulo, a introdução do estudo é feita através de uma reportagem disponível em um *site*. Desse modo, é possível atualizar e pesquisar novas informações junto aos alunos. A reportagem explorada no capítulo apresenta o quadro de medalhas obtidas pelo Brasil nos Jogos Paralímpicos de Londres. É importante explorar essa notícia por meio de uma discussão sobre a inclusão e o papel importante de cada pessoa na sociedade, independentemente de suas limitações.

Para enriquecimento do trabalho com números naturais, sugerimos os livros:

RAMOS, Luzia Faraco. *O que fazer primeiro?* São Paulo: Ática, 2001. (Coleção A Descoberta da Matemática).

_______. *Uma raiz diferente*. São Paulo: Ática, 2001. (Coleção A Descoberta da Matemática).

No **exercício 7**, podem-se explorar as diferentes formas de registro de quantidades que se inter-relacionam. A situação apresentada exige que os alunos percebam a existência de uma relação entre quanto a tartaruga se movimenta por dia e quanto se movimentou no dia anterior. Na busca da solução, é importante que o aluno faça algum registro que possibilite visualizar e calcular essa relação organizando as informações contidas no enunciado. Entre os tipos de registro, destacamos dois.

- Esquema:

NELSON MATSUDA

- Tabela:

| | Distância (em km) |
|---|---|
| **1º dia** | 3 |
| **2º dia** | 3 + 2 = 5 |
| **3º dia** | 5 + 2 = 7 |
| **4º dia** | 7 + 2 = 9 |
| **Total** | 3 + 5 + 7 + 9 = 24 |

Logo, o total percorrido pela tartaruga é:

$3 + 3 + 2 + 3 + 2 + 2 + 3 + 2 + 2 + 2 = 24$ (24 quilômetros).

No **exercício 9**, o aluno precisará compreender que o enunciado restringe os números que podem ser parcelas da soma, já que um deles deverá ter um algarismo e o outro, dois algarismos. Como existem apenas dez números de um algarismo (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9), para o item **a**, uma das possibilidades é testar cada um desses números para, então, encontrar seu par, observando que apenas o número zero não pode ser usado, pois teríamos $0 + 100$, ou seja, uma das parcelas teria três algarismos. No item **b**, a única possibilidade de obter soma 108 é usar o maior número de um algarismo, ou seja, o número 9, para obter a seguinte adição: $99 + 9 = 108$. No entanto, mesmo usando o maior número de um algarismo, não é possível obter a soma 109.

O “Para saber mais” da **página 33** constitui uma oportunidade para discutir com a classe o uso de cálculos estimativos em diferentes situações cotidianas. Na primeira questão proposta, por exemplo, a enfermeira do posto de saúde tinha a intenção de obter um número aproximado do total de vacinas. Para isso, fez arredondamento dos números para 600, 1.600 e 700, chegando ao número 2.900. Com os arredondamentos, o resultado é suficiente para atender a algumas situações, por exemplo:

- saber se o total de vacinas é suficiente para atender os usuários esperados naquele posto, tomando como base a quantidade média diária de atendimentos;
- conferir o custo aproximado de todas as vacinas, conhecendo seu preço unitário.

É importante reforçar aos alunos que, a despeito do grande uso cotidiano de cálculos exatos, muitos deles com o uso de calculadora, diversas situações do dia a dia podem ser resolvidas por cálculos aproximados. Pode-se solicitar aos alunos que deem exemplos de situações em que é comum fazer uso de estimativas.

O tema do “Para saber mais” das **páginas 36 e 37** é um clássico dos jogos matemáticos: o quadrado mágico e o quadrado hipermágico. Além da aplicação do conhecimento matemático e da agilidade de raciocínio, os alunos experimentam aqui o sabor do desafio em uma atividade lúdica que costuma ser muito proveitosa.

No quadro inicial do tópico *Subtração*, pode-se chamar a atenção dos alunos para a necessidade de preservação do meio ambiente, tanto da fauna quanto da flora. Muitos animais foram extintos, ou estão em processo de extinção, como é o caso da onça-pintada. É uma oportunidade para discutir as causas da extinção dos animais, sendo a principal delas a destruição dos seus hábitats naturais.

Ao retomar os dados sobre a fome no mundo apresentados na exposição do tópico *Subtração*, o **exercício 16** pode ser expandido para conexões com outras áreas, como cidadania, por meio de uma discussão sobre o direito à alimentação, que é constitucional. O professor poderá incentivar o debate a partir de pesquisas sobre o tema, como na Constituição Federal, cujo Artigo 6º, após a Emenda Constitucional 064 de 2010, ficou assim redigido: "São direitos sociais [individuais e coletivos] a educação, a saúde, a alimentação, o trabalho, a moradia, o lazer, a segurança, a previdência social, a proteção à maternidade e à infância, a assistência aos desamparados, na forma desta Constituição".

No **exercício 25**, vale destacar que a compreensão de certas propriedades das operações (no caso, da subtração) é um grande auxílio à ampliação do repertório para o cálculo e ao desenvolvimento da habilidade de resolver problemas com maior facilidade e segurança. Após alguns testes, em que se aumentam o minuendo e o subtraendo da mesma maneira, os alunos devem concluir que o resultado da subtração "original" vai permanecer. Essa ideia poderá ser empregada na realização de cálculos mentais, quando modificamos/manipulamos os números dados no intuito de obter valores mais simples à execução dos cálculos.

Quanto ao **exercício 26**, destacamos as possíveis relações entre os itens solicitados ao aluno. Como no item **a** os alunos encontraram o total de açúcar utilizado na produção da limonada, talvez alguns pensem em utilizar esse resultado (400 gramas) para chegar à resposta do item **b**, fazendo algo como:

- $100 + 50 + 150 = 300$ (total de açúcar caso tivesse colocado a quantidade correta)
- $400 - 300 = 100$ (diferença entre a quantidade de açúcar colocada e a quantidade ideal em gramas)

Se esse tipo de resolução aparecer entre os alunos, é interessante colocar em discussão que esses cálculos poderiam ser reduzidos, uma vez que apenas na terceira vez em que o açúcar foi colocado é que haveria alteração, ou seja, só seria preciso calcular a diferença nessa vez, fazendo diretamente:

- $250 - 150 = 100$ (100 gramas)

Esta é uma boa oportunidade para integrar a Matemática com questões do cotidiano, assim como para fazer relações entre campos diferentes dessa ciência: aqui o aluno mobiliza conhecimentos relativos tanto aos números e às operações, quanto associados a grandezas e medidas.

O **exercício 28** retoma os procedimentos mentais empregados no **exercício 9**, quando o processo inverso foi realizado. Se houver necessidade e interesse, pode-se solicitar aos alunos que criem novas perguntas com base no mesmo enunciado, de modo que algumas tenham resposta única, outras não tenham resposta e outras, ainda, apresentem mais de uma resposta.

O "Pense mais um pouco..." da **página 41** é um interessante exercício da habilidade em lidar com sistemas simbólicos e suas generalizações, o que sem dúvida é intensamente solicitado na prática do raciocínio lógico.

O "Trabalhando a informação" das **páginas 42 e 43** introduz um conteúdo matemático muito importante para a compreensão do mundo atual: a *interpretação de gráficos*. Nesse ponto, a proposta é estudar *gráficos de colunas*, recurso notadamente usual nas mídias contemporâneas. Os temas escolhidos para esse estudo abrem caminho para discussões relacionadas ao sistema solar e à preservação florestal.

Para a resolução do **exercício 29**, vale destacar que o "registro do pensamento" nem sempre é algo simples, especialmente para essa faixa etária. É provável que muitos alunos argumentem "não saber explicar como fizeram". Isso acontece pelo fato de os mecanismos de cálculo usados no registro escrito e no cálculo mental não serem coincidentes, apesar de, em geral, complementares. Espera-se aqui que os alunos troquem opiniões e discutam modos de cálculos mentais sem, no entanto, haver a intenção de padronizar os registros, uma vez que podem adotar diferentes pontos de partida ou estratégias de desenvolvimento.

Usar "saltos" na reta numérica pode se tornar um bom recurso para o cálculo mental na medida em que o aluno precisa escolher o valor do "salto" que o conduza à solução, tanto na adição, quanto na subtração, sendo esse valor de escolha individual. Assim, nos **exercícios 32** e **33** os alunos poderão apresentar diferentes procedimentos para solução, de acordo com os "saltos" escolhidos. Pode-se pedir a alguns alunos que apresentem seus procedimentos na lousa para que os colegas percebam outros caminhos para solução.

O **exercício 36** apresenta uma situação interessante para a validação de respostas, ou seja, para o aluno, após a resolução, conferir se a solução encontrada está de acordo com o enunciado do problema. Lembramos que a omissão ou má interpretação da informação inicial, "Se Carlos tivesse mais 8 reais", pode levar a resultados errados, o que o próprio aluno tem a oportunidade de corrigir ao fazer a conferência da resposta.

O **exercício 47** oferece um momento conveniente para o aluno buscar relações entre as *unidades de medida de área*, ainda que apareçam de forma apenas implícita na questão. Para começar, ele deve relacionar a quantidade total de quadradinhos com a quantidade de quadradinhos em cada linha e em cada coluna do retângulo apresentado. Na resolução do item **b**, o professor deve procurar observar se há alunos fazendo a contagem dos triângulos; uma estratégia para lidar com o problema é pedir que outro aluno tente explicar como resolver sem contar todos os triângulos. É fundamental destacar a ideia de que, cabendo dois triângulos em cada quadradinho, haverá o dobro de triângulos em relação ao número original de quadradinhos. De maneira similar, no item **c**, espera-se que os alunos utilizem as relações:

- em cada quadradinho cabem dois “triângulos **b**”, ou quatro “triângulos **c**”;
- em cada “triângulo **b**” cabem dois “triângulos **c**”.

Discutindo essas relações, o aluno observará que não é mera coincidência ter encontrado os números 33, 66 e 132, ou seja, sempre o dobro do encontrado no item anterior. Ficará então mais natural verificar que, quando diminuímos uma unidade de medida, mais vezes ela caberá em certa superfície.

No **exercício 48**, além da ideia de *proporcionalidade* em debate, podem ser explorados, à medida que o aluno encontra as respostas, os aspectos relacionados com alimentação e nutrição. As embalagens que os alunos pesquisarem serão um valioso objeto de estudo e discussão a esse respeito. Uma ampliação bem interessante desse exercício é solicitar que coletem dados dos alimentos que mais consomem, para uma autoavaliação de alimentação; mesmo não sendo especialistas em nutrição, é fundamental que todos tenham noções de alimentação e saúde, uma vez que uma dieta desequilibrada pode ser bastante prejudical à saúde e, consequentemente, ao desenvolvimento intelectual.

Quanto ao **exercício 49**, é importante o professor lembrar que, na resolução de problemas que envolvam combinações, é preciso estar atento à interpretação dos alunos, uma vez que o uso mecânico da multiplicação pode levar a um resultado correto, porém destituído de significado. Caso seja necessário, podem-se fazer alguns cartões que indiquem o tipo de pipoca (doce ou salgada) e outros que indiquem separadamente o tamanho do pacote (pequeno, médio ou grande). Esses cartões podem ser usados para fazer as possíveis combinações de pipocas. É claro que não é apropriado que os alunos dessa faixa etária fiquem dependentes da manipulação de materiais para solucionar problemas desse tipo, mas algumas simulações podem ser necessárias para que todos façam as generalizações que se tem por objetivo.

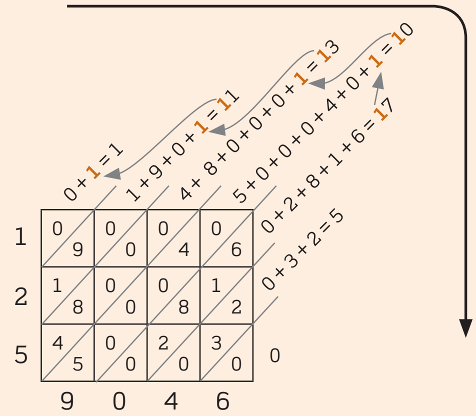
O **exercício 54** é bastante útil para explorar o raciocínio combinatório do aluno. Muitas vezes, o aluno resolve a situação proposta pelo princípio multiplicativo, ou seja, usando apenas a operação multiplicação. Embora a técnica seja válida, isso não garante que o aluno esteja atribuindo significado à ideia central do problema: o raciocínio combinatório. A compreensão dessa ideia será fundamental em muitas outras situações da Matemática, inclusive no Ensino Médio. Portanto, seria importante propor uma exploração maior para esse problema. É possível, por exemplo, construir cartões com os tipos de sanduíches, sucos e sobremesas, sendo: 4 com cachorro-quente, 4 com bauru, 4 com hambúrguer, 6 com suco de limão, 6 com suco de açaí, 6 com sorvete e 6 com musse de chocolate. De posse de tais cartões, podem-se construir as combinações possíveis e calcular o total. Outra alternativa, embora não tão intuitiva, é a construção de uma tabela que permita visualizar as combinações possíveis.

Exemplo de tabela possível:

| Suco → / Lanche ↓ | Suco de limão | | Suco de açaí | |
|---|---|---|---|---|
| | **sorvete** | **musse de chocolate** | **sorvete** | **musse de chocolate** |
| **cachorro-quente** | | | | |
| **hambúrguer** | | | | |
| **bauru** | | | | |

O **exercício 55**, ainda que de maneira sutil, desperta nos alunos as ideias de possibilidades e de eventos aleatórios. Caso os alunos tenham chegado às respostas com facilidade, desafie-os a encontrar a resposta para um lançamento de três moedas.

Conhecer um pouco da história da Matemática, tal qual sugerido no “Para saber mais” da **página 53**, é um dos meios mais convincentes para sua assimilação no corpo geral de conhecimentos. O professor pode explicar aos alunos que, mesmo que eles já saibam fazer essas multiplicações, podem conhecer e aplicar algumas ideias surgidas a esse respeito ao longo da história; pode ainda discutir sobre as formas como o conhecimento das ideias de nossos antepassados contribui para a compreensão do atual estágio das ciências. Nessa seção, os alunos têm a oportunidade de aprender mais um método para multiplicação – a multiplicação em gelosia. No caso do produto entre 125 e 9.046, a configuração fica assim:



Os alunos devem observar que a soma dos produtos parciais, que ocupam as células interiores, deve ser feita de baixo para cima, da direita para esquerda, já a leitura do produto é feita da esquerda, acima, para baixo.

Somamos os produtos parciais no método hindu do mesmo jeito que fazemos no algoritmo tradicional. Assim:

$$
\begin{array}{r}
9\,0\,4\,6 \\
\times \quad 1\,2\,5 \\
\hline
4\,5\,2\,3\,0 \\
1\,8\,0\,9\,2\phantom{\,0} \\
9\,0\,4\,6\phantom{\,0\,0} \\
\hline
1\,1\,3\,0\,7\,5\,0
\end{array}
$$

Neste algoritmo, somamos:

- 3 + 2 = 5
- 2 + 9 + 6 = 17 (colocamos o 7 e adicionamos 1 unidade de milhar à esquerda)
- 5 + 0 + 4 + 1 = 10 (colocamos o 0 e adicionamos 1 dezena de milhar à esquerda)
- 4 + 8 + 0 + 1 = 13 (colocamos o 3 e adicionamos 1 centena de milhar à esquerda)
- 1 + 9 + 1 = 11 (colocamos o 1 e adicionamos 1 unidade de milhão à esquerda)

Dessa forma é possível que os alunos percebam a semelhança entre os dois métodos.

Ao resolver o **exercício 60**, os alunos podem se confundir se não fizerem os registros das informações do enunciado. Para evitar equívocos, é importante que os alunos passem para o caderno as informações principais e que, chegando às respostas, voltem ao enunciado para conferi-las. Uma maneira possível de fazer esse registro seria:

- Fábio tem 32 bolinhas de gude → 32
- Fernando tem o dobro de bolinhas de gude de Fábio → 2 × 32 = 64
- Joaquim tem o triplo de bolinhas de gude de Fernando → 3 × 64 = 192
- Francisco tem o quádruplo de bolinhas de gude de Joaquim → 4 × 192 = 768

Lembramos que, se o aluno errar o primeiro cálculo, mesmo com a adequada interpretação da situação, encontrará todos os demais valores errados.

As comparações entre massas, similares às propostas no **exercício 63**, são muito comuns no cotidiano e significativas para a compreensão de *ordem de grandeza*. Nesse caso, pode-se abrir uma discussão sobre a relação entre a massa de uma baleia-azul e a de algum aluno da turma. Espera-se que os alunos façam algumas estimativas, tendo em vista que a baleia equivale a 26 elefantes e que 1 elefante tem 5.000 quilogramas.

O recurso à decomposição para o cálculo mental é muito comum. Assim, na resolução do **exercício 65**, incentive os alunos a fazerem de acordo com o modo de Maria ou usando as suas estratégias pessoais.

No **exercício 67**, após a determinação da expressão solicitada, peça aos alunos, se considerar adequado, que reescrevam o enunciado de modo que a expressão correspondente seja, por exemplo:

3 × 12 + 5 × 7

ou:

5 × 12 + 3 × 4

O **exercício 69** dá oportunidade ao aluno de desenvolver a escrita matemática. Proponha a tarefa em pequenos grupos e exponha as soluções obtidas para o item **b**. Observe se os grupos empregam corretamente as propriedades, se utilizam parênteses desnecessários, enfim, se estão conseguindo se expressar matematicamente. A construção da linguagem matemática inicia-se por situações simples como as de construir expressões numéricas, uma vez que elas dão oportunidade ao aluno de mostrar a interpretação que estão dando aos símbolos e às propriedades.

Os alunos podem se reunir em trios para responder às questões do **exercício 71**. Devem ser desafiados a resolver fazendo o menor número possível de cálculos. Espera-se que, pela troca de ideias, os alunos concluam que apenas a primeira conta de cada item precisa ser feita, pois as demais podem ser calculadas a partir dela, uma vez que existem relações entre as operações de multiplicação e divisão.

É provável que os alunos resolvam o **exercício 80** fazendo as divisões por 6 (de 43 até 48), o que não representa nenhum problema. Entretanto, após chegar à solução, os alunos podem experimentar o mesmo com outros números (como 35 : 7) e verificar quanto podem somar a 35 para encontrar o mesmo quociente. É desejável que concluam que o máximo a adicionar é uma unidade a menos que o divisor.

Para a resolução do **exercício 87**, é interessante reunir os alunos em duplas, para circular entre eles e ouvir suas interpretações. A técnica de "multiplicar por 2 e dividir por 10" é muito prática quando precisamos fazer uma divisão por 5; entretanto, é importante que os alunos a compreendam, e não a decorem simplesmente. Por isso, os alunos devem ficar livres para testar números e comparar resultados. A escrita da regra pode ser socializada e, no final, toda a classe escolhe a regra (ou formula mais uma) que ficou mais clara e fácil de compreender.

O **exercício 89** representa mais uma oportunidade para a realização de *estimativas*, pois, a cada teste com o lugar dos parênteses, os alunos podem observar se o resultado é maior ou menor que o esperado. A ideia é notarem que, quando queremos um resultado maior, devemos fazer o dividendo ser o maior possível e o divisor o menor possível, e vice-versa quando desejamos um resultado menor.

Após a resolução do item **b** do **exercício 91**, pode-se dar início a um debate sobre as vantagens e consequências de realizar compras a prazo. É interessante lembrar aos alunos que, na maioria das vezes, as taxas adicionais cobradas a prazo são tão altas que tornam mais vantajosa a compra à vista. Citar casos de produtos de maior custo, como automóveis, que, parcelados em muitas vezes, acabam tendo um custo final equivalente a dois produtos. Entretanto, nessa discussão deve ser considerada também a situação de quem compra e as circunstâncias da compra, que muitas vezes implicam em uma compra a prazo, ainda que matematicamente desfavorável para o comprador.

Para resolver cada um dos itens do **exercício 101**, o aluno deve observar que não é necessário fazer todos os cálculos, já que, em alguns deles, basta parte dos cálculos para verificar qual das duas potências é a maior.

Com a intenção de buscar a melhor estratégia de resolução para o **exercício 102**, peça aos alunos que formem trios. Alguns podem tentar resolver por meio de desenhos, mas verificarão que é mais trabalhoso. Nesse caso, oriente-os a verificar se há relação do exercício com o conteúdo em estudo: as potências. Pode-se aproveitar e fazer outras perguntas, como: quantos macacos haverá na sétima linha? E na décima primeira? Ao final, devem perceber que na n-ésima linha haverá $2^{n-1}$ macacos.

No **exercício 109**, caso os alunos tenham dificuldade para encontrar os números que são *quadrados perfeitos* (e não estamos falando em extrair a raiz quadrada), pode-se sugerir que façam uma tabela de quadrados perfeitos usando para isso a potenciação com números naturais na base e expoente 2. A mesma tabela será importante em estudos posteriores, especialmente no trabalho com radiciação.

Certamente os alunos não utilizarão uma calculadora científica para resolver os itens do **exercício 111** por isso, é importante verificar se não estão tentando fazer todos os cálculos de uma vez, o que os levará a resultados errados. Em uma calculadora comum, primeiro devem fazer registros parciais de cada potência, depois somar seus resultados e, só então, encontrar a raiz quadrada desse número. Os alunos devem observar que, nesse exercício, a soma de dois números quadrados perfeitos resulta em um quadrado perfeito. Entretanto, também de forma experimental, devem perceber que nem sempre isso ocorre, ou seja, há soma de dois números quadrados perfeitos que não resulta em um quadrado perfeito. Para mostrar isso, sugira pelo menos uma soma, como $2^2 + 3^2$.

O cálculo do valor das expressões propostas pelo **exercício 115** exige dos alunos a mobilização de diversos conhecimentos a respeito dos números e das operações. Sabemos que, nesses cálculos, um pequeno deslize já levará a um resultado incorreto. Na correção do exercício, pode-se pedir aos alunos que, após a resolução individual, formem duplas e comparem os resultados; no caso de eles não coincidirem, tendo em vista que só há uma resposta possível, devem detectar o erro. Em seguida, o professor exibe a resposta final, e as duplas empreendem nova conferência; em caso de discordância com suas respostas, devem retomar cada passo da resolução, para encontrar o "erro" cometido. Para finalizar, um aluno pode resolver uma expressão na lousa, fazendo os registros de cada passo.

O "Trabalhando a informação" da **página 72** trabalha com a interpretação de *gráficos de barras*. A interpretação de dados representados em forma de gráfico (de barras ou de qualquer outro tipo) envolve compreender cada elemento de tal gráfico. Nesse caso, uma questão simples, mas de extrema importância, é o aluno compreender que a extensão de cada barra está relacionada ao número (no caso, a quantidade de usuários de internet no Brasil) que queremos representar. Na questão de número 2, o professor, aproveitando o contexto do gráfico apresentado, pode conversar com os alunos a respeito do uso da internet no Brasil e no mundo. Incentive os alunos a contarem experiências que tiveram com essa mídia, se conhecem pessoas que sempre se conectam e quais as principais utilidades da rede para crianças, jovens e adultos.

Uma estratégia bem comum para obter a solução do **exercício complementar 7** é a de "tentativa e erro", destacando-se que, a cada tentativa malsucedida, os alunos reflitam antes de fazer outra, pois o erro sempre dá alguma pista em direção à solução. Um dessas "pistas" é que, se tentarem colocar no algarismo das dezenas do primeiro número um algarismo menor que do segundo número, não será possível resolver a subtração.

Durante a resolução do **exercício complementar 9**, o professor pode conversar com a classe sobre a questão, extremamente comum em situações cotidianas, de facilitar o troco em compras que envolvam dinheiro em espécie. Incentive os alunos a entenderem que esse procedimento precisa ser compreendido tanto pelo funcionário responsável pelo caixa quanto pelo comprador. Sem a compreensão do que se passa, o comprador ficará intrigado em precisar entregar mais dinheiro ao caixa, uma vez que já deu mais que o suficiente para pagar a mercadoria. Pode-se também conversar sobre a vantagem de haver cédulas de 2 reais para facilitar trocos. Por exemplo, em uma compra de 27 reais, podemos pagar com três cédulas de 10 reais e com uma de 2 reais; nesse caso é claro que apenas as três cédulas de 10 reais seriam suficientes para o pagamento, mas se não tiver notas (ou moedas) de 1 real, o caixa pode solicitar 2 reais para devolver uma só cédula de 5 reais.

No **exercício complementar 11**, antes de efetuarem os cálculos escritos para verificar se Laura e Guilherme chegaram às respostas corretas, os alunos devem ser incentivados a *estimar resultados*, especialmente nas expressões em que os personagens encontraram resultados distintos.

A resolução do **exercício complementar 15** exige muito mais que a realização de simples multiplicações e divisões, pois os alunos terão de lidar com *diferentes grandezas* (*capacidade* e *tempo*), estabelecendo relações de proporcionalidade. Além disso, no caso da grandeza *tempo*, farão relações entre duas unidades de tempo muito usuais: hora e minuto. Por isso, é interessante reservar um tempo maior para discutir coletivamente a resolução desse exercício, buscando sanar todas as dúvidas a esse respeito.

Para a solução do **exercício complementar 16**, é interessante que os alunos discutam qual a forma mais fácil de chegar aos números quadrados perfeitos que existem no intervalo de 200 a 500. Eles podem consultar exercícios anteriores ou construir quadros como este:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $12^2 = 144$ | $13^2 = 169$ | $14^2 = 196$ | ... | $20^2 = 400$ |

## Sugestões de atividades

**Explorando gráficos e tabelas**

**1. Solicitar aos alunos que, em grupos de 3 ou 4, realizem a atividade a seguir.**

**Objetivo**

Organizar dados numéricos por meio de gráficos.

**Conteúdos específicos**

– Tabelas

– Gráficos de barras e colunas

**Material necessário**

Recortes de jornais e revistas ou páginas de internet previamente selecionados pelo professor. Devem conter dados numéricos interessantes, que podem estar em tabelas, textos ou gráficos.

## Desenvolvimento

**1ª Etapa**

Organizar a turma em grupos de 3 ou 4 alunos e expor o objetivo do trabalho: cada grupo receberá uma diversidade de recortes com dados numéricos que não podem ser vistos pelos outros grupos, pois a ideia é fazer uma apresentação desses dados sem que os outros alunos conheçam as “fontes originais”. Com esses recortes, o grupo deverá selecionar os temas que mais interessam.

**2ª Etapa**

A partir da seleção dos recortes, os alunos devem ler com cuidado todas as informações ali contidas e conversar com os colegas de grupo sobre o que entenderam e o que acharam daqueles números, lembrando sempre que são números reais.

Alguém do grupo deve fazer as anotações dessas explicações, que serão inseridas na “apresentação” final.

**3ª Etapa**

Chegou o momento de escolher como aqueles dados serão apresentados aos outros colegas, destacando que não se pode usar apenas uma cópia daquilo que receberam. Por exemplo, se eles selecionaram uma tabela de dados, poderão fazer um gráfico que tenha aqueles dados; se selecionaram um gráfico de linhas, podem transformá-lo em um gráfico de barras e assim por diante.

**4ª Etapa**

Momento de o professor fazer uma primeira avaliação, questionando os alunos se as representações construídas estão completas. Os alunos devem estar atentos especialmente a:

– títulos

– legendas

– valores e escalas

**5ª Etapa**

Retoques e ajustes finais antes de apresentar aos outros alunos. É o momento de verificar também a estética do trabalho.

**Final**

Apresentação de cartazes com os dados e as conclusões. No verso de cada cartaz devem estar colados os recortes que deram origem às representações.

**Somente oitos**

**2. Solicitar aos alunos que, individualmente, resolvam o desafio:**

Usando apenas 8 oitos, encontre as parcelas de uma soma que resulte no número 1.000.

Depois de um tempo suficiente para a resolução, pode-se propor que apresentem suas soluções. Uma das respostas possíveis é: 888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1.000.

ALAN CARVALHO

# CAPÍTULO 3

# Estudando figuras geométricas

## Objetivos do capítulo

- Distinguir figuras planas de não planas, descrevendo algumas de suas características e estabelecendo relações entre elas.
- Classificar figuras não planas segundo critérios diversos, como: prismas, pirâmides, corpos redondos e poliedros.
- Identificar e quantificar elementos de um poliedro: faces, vértices e arestas.
- Associar o estudo de geometria às artes, à arquitetura e à história.
- Reconhecer as noções primitivas da Geometria: ponto, reta e plano.
- Construir gráficos de colunas.

## Orientações gerais do capítulo

Ao abordar o assunto deste capítulo, é importante trabalhar com a manipulação de objetos, para que os entes geométricos trabalhados sejam percebidos. Também se faz necessário promover discussões sobre os modelos de figuras geométricas utilizados.

Para enriquecimento do trabalho, indicamos o seguinte livro:

MACHADO, Nilson José. *Os poliedros de Platão e os dedos da mão*. São Paulo: Scipione, 2000. (Coleção Vivendo a Matemática).

Vamos encontrar um exemplo de incentivo ao estudo prático no **exercício 4**, em que o uso de materiais muito comuns no cotidiano (papel, lápis e copo descartável) leva os alunos a perceberem, de imediato, relações importantes entre o que estão estudando e o que fazem no dia a dia. Os itens **a** e **b** da questão podem ser complementados com a explicação de qual figura plana foi construída e a justificativa de por que o copo descartável não constitui um poliedro, respectivamente.

O **exercício 6** poderá ser realizado em duplas ou trios. Pode-se sugerir aos alunos que recortem, em cartolina, figuras iguais às que formam as faces dos sólidos e, usando fita adesiva, que tentem montar um poliedro para identificá-lo entre os que são dados na primeira coluna da tabela. Essa construção permitirá ao aluno associar as faces do poliedro a figuras planas, além de permitir que eles desenvolvam a visão espacial, pois terão que orientar sua montagem pelos sólidos dados, buscando identificar suas faces.

Para a resolução do **exercício 7**, vale destacar que a organização das respostas em uma tabela facilita a observação da regularidade (ou relação) verificada entre os números ali registrados. Certamente os alunos não conseguirão, com apenas essa atividade, desenvolver todo um raciocínio de generalizações, até porque há dados de prismas e pirâmides na mesma tabela. Porém, eles poderão recorrer à tabela em um momento futuro, quando for necessário levantar hipóteses do tipo:

- há poliedros em que o número de faces coincide com o número de vértices (caso das pirâmides);
- há poliedros em que o número de vértices é maior que o número de faces (caso dos prismas).

A associação entre elementos geométricos e edificações arquitetônicas, que aparece no **exercício 9**, pode ser ampliada com trabalhos em grupo que se destinem a, por exemplo, descobrir relações similares em construções das redondezas da escola ou em monumentos da arquitetura brasileira.

Para os alunos resolverem o **exercício 15** com mais qualidade, o professor pode desenhar na lousa, em tamanho maior, o paralelepípedo reto-retângulo proposto, para melhor identificação dos pontos coplanares e não coplanares. Além disso, é possível fazer outros questionamentos, como:

- Por que os pontos *A*, *B*, *C* e *F* não são coplanares? Qual deles é preciso “tirar” para que o trio de pontos se torne coplanar? (Espera-se que os alunos observem que seria preciso “eliminar” o ponto *F*.)
- Por que, em nenhuma das afirmações, há apenas dois pontos? (Espera-se que concluam que dois pontos quaisquer são sempre coplanares.)
- Como corrigir a afirmação **c** para que se torne verdadeira? (Uma possível mudança: os pontos *D*, *C*, *E* e *F* são coplanares.)

Para que os alunos compreendam a tarefa proposta nesse exercício, pode-se usar um paralelepípedo reto-retângulo do conjunto de sólidos geométricos de madeira (ou mesmo uma caixa de sapatos) e canudinhos de suco (ou palitos de churrasco). Após discutir a ideia de “ser coplanar”, apoie os canudinhos sobre os vértices que são objeto de estudo. Por exemplo, para resolver o item **a**, coloque um canudinho sobre a aresta que une os vértices *A* e *B* e outro sobre as arestas que unem os vértices *C* e *D*, e questione: Os canudinhos estão sobre o mesmo plano? No caso de um canudinho estar sobre a aresta *AB* e outro sobre a aresta *CF*, eles estão no mesmo plano? Isso pode auxiliar os alunos a compreenderem a ideia de pontos, retas, segmentos, ser ou não coplanares.

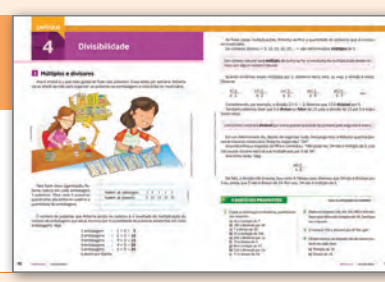
A seção “Trabalhando a informação” das **páginas 89 a 91** tem por objetivo levar o aluno a construir um gráfico de colunas a partir de dados já tabulados em uma lista ou que ele mesmo possa tabular. No **exercício 2** desta seção é importante que eles tenham oportunidade de realizar uma pesquisa simples, como a sugerida, relativa à localidade onde moram. Também pode ser feita uma pesquisa com outra temática, como time de futebol que torce, lanche ou merenda favorita, desenho animado favorito ou uma pesquisa de interesse da própria turma.

A resposta ao **exercício complementar 3** pode ser testada pelos alunos com uma simples folha retangular de papel. Esse tipo de observação é bastante valioso, pois, mais à frente, os alunos compreenderão melhor o cálculo da área da superfície de um cilindro qualquer.

Para a realização da tarefa proposta no **exercício complementar 7**, deixe à disposição dos alunos alguns materiais como: um conjunto de sólidos geométricos, lápis, papel sulfite, tesoura, cola, barbante, palitos de churrasco, canudinhos de suco. Incentive os alunos a buscarem uma verificação para as hipóteses levantadas sobre as questões. É possível que eles tentem fazer desenhos planos buscando identificar o sólido pedido. Observe e intervenha quando perceber que eles vão desistir da investigação. Algumas “dicas” podem ser úteis à investigação, como: Se a figura é um prisma, quantas bases ela tem? Qual a posição dessas bases? O que acontece com o número de vértices que cada uma tem? E as arestas? E se for uma pirâmide, quantas bases tem? Na pirâmide, o que fica no plano oposto ao da base?

# CAPÍTULO 4

# Divisibilidade



## Objetivos do capítulo

Levar o aluno a:

- Estabelecer entre os números naturais relações como “ser múltiplo de” e “ser divisor de”.
- Compreender e aplicar os critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 9 e 10.
- Reconhecer e distinguir números primos de números compostos.
- Escrever números compostos como decomposição de fatores primos.
- Interpretar e resolver situações-problema que envolvam as ideias de múltiplo e divisor.
- Calcular máximo divisor comum (mdc) e mínimo múltiplo comum (mmc).
- Resolver situações-problema envolvendo mmc ou mdc.
- Construir gráficos de barras.

## Orientações gerais do capítulo

No **exercício 2**, tão importante quanto responder se os números dados são ou não múltiplos de 36 é justificar as respostas obtidas. Vale lembrar que a divisão dos números por 36 não é a única estratégia válida, já que os alunos também podem, entre outras possibilidades, fazer multiplicações, por exemplo, $36 \times 4$, e depois algumas adições:

- $36 \times 4 = 144$
- $36 \times 5 = 144 + 36 = 180$
- $36 \times 6 = 180 + 36 = 216$
- $36 \times 7 = 216 + 36 = 252$
- $36 \times 8 = 252 + 36 = 288$
- $36 \times 9 = 288 + 36 = 324$
- $36 \times 10 = 360$ (neste caso, nem é preciso usar resultados anteriores, pois se trata de uma multiplicação por 10)
- $36 \times 11 = 396$

E assim por diante.

Com base nesses resultados, temos uma sequência de múltiplos de 36:

144, 180, 216, 252, 288, 324, 360, 396

Com esses valores, já é possível afirmar que:

- 144 é múltiplo de 36;
- 210, 320 e 392 não são múltiplos de 36, pois não fazem parte da sequência.

No caso de 540, é válido fazer a divisão e concluir que o número é múltiplo de 36, pois $540 : 36 = 15$.

Na resolução do **exercício 8**, se acontecer de alguns alunos encontrarem as respostas 40 e 80 no lugar de 36 e 76, é importante que percebam que o 1º aluno não disse 4 (que corresponderia a $1 \times 4$), mas zero. Portanto, para encontrar o número dito pelo 10º aluno, não se deve fazer $10 \times 4$, mas $9 \times 4$; de maneira similar, para encontrar o número dito pelo 20º aluno, deve-se fazer $19 \times 4$, e não $20 \times 4$.

O **exercício 9** é um desafio muito interessante para os alunos levantarem hipóteses com base em cada uma das afirmações feitas por Sofia e conseguirem chegar ao resultado final:

- "O número de bolinhas coloridas que estão dentro de uma urna é múltiplo de 7 e menor que 60." Significa que se trata de um número da sequência: 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56.
- "Se você separar as bolinhas de 6 em 6, sobram 3." Isso quer dizer que o número *não* é múltiplo de 6, mas de 3.

Considerando as duas afirmações, devemos encontrar na sequência o número que é múltiplo de 3 (temos 21 e 42), mas que não é de 6 (42 é múltiplo de 6). Conclusão: o único número que reúne as duas características é 21. Após encontrar um valor, o aluno deve ser estimulado a conferir a resposta retomando o enunciado e, se necessário, fazer correções.

Se o professor considerar adequado, deve aproveitar a resolução do **exercício 14** para discorrer sobre *maneiras de usar a calculadora*, especialmente no caso de cálculos que podem aproveitar resultados anteriores. Sabemos que, na maioria das calculadoras, podemos apertar a tecla = para que a última operação seja repetida. No caso da busca por múltiplos consecutivos de um número natural, talvez alguns alunos tentem fazer (no caso dos múltiplos de 2):

$2 \times 2 = = = =$ (o que resultará em 4, 8, 16, 32...)

É então importante perceberem que, nesse caso, o que se repete é uma multiplicação por 2, mas do número anterior, ou seja, do resultado anterior, o que não representa a sequência de múltiplos consecutivos de 2.

De outra forma, pode-se usar a adição, pressionando repetidamente a tecla = para obter os múltiplos consecutivos de um número. Assim:

$0 + 2 = = = = = =$ (obtemos: 2, 4, 6, 8, 10, 12...)

Outro ponto a salientar nesse exercício é o propósito para o qual foi criado: espera-se que os alunos, por meio de experimentações, observações e busca de regularidades, concluam algumas *regras de divisibilidade*. É preciso, no entanto, que os alunos organizem os resultados obtidos com o auxílio da calculadora para estabelecerem as comparações necessárias às conclusões.

Para a resolução do **exercício 19**, é preciso que os alunos organizem, pelas informações do enunciado, os possíveis números:

- dez primeiros múltiplos de 15: 0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135;
- todos os divisores de 120: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120.

As respostas são, portanto:

**a)** Foram confeccionadas, no total, 26 fichas. 10 + 16 = 26

**b)** Como os números 15, 30, 60 e 120 são, ao mesmo tempo, múltiplos de 15 e divisores de 120, há duas fichas de cada um deles, e Beatriz ainda não pegou as fichas com os números 60 e 120.

Para trabalhar com a terceira questão proposta no “Para saber mais” das **páginas 98 e 99**, pode-se solicitar aos alunos a complementação das respostas com a “regra” de cada uma das sequências, inclusive por se tratar de uma questão em que os alunos podem apresentar diversas possibilidades de sequências. Essa descrição é bastante interessante para os alunos desenvolverem a linguagem matemática, além de esclarecerem as possíveis dúvidas ou hipóteses incorretas.

Quanto ao **exercício 25**, lembramos ser bastante comum a existência, nos grandes edifícios, sobretudo nos comerciais, de elevadores que atendem somente a determinados andares, colaborando para a organização do acesso e evitando o desperdício de energia. Eis uma ponte para empreender uma discussão sobre maneiras de evitar gastos desnecessários de energia, preocupação cada vez mais premente no mundo atual.

Para expandir o trabalho com o **exercício 37**, o professor pode solicitar aos alunos a explicação da resolução de cada item. Vejamos algumas possibilidades:

**a)** Como o número 5.314 é par, basta somá-lo com zero.

**b)** A soma dos algarismos do número 5.314 é igual a 13, ou seja, o próximo múltiplo de 3 será o número 15, o que significa somar 2 ao número original.

**c)** 14 não é divisível por 4, mas o múltiplo seguinte mais próximo é 16, ou seja, basta somar 2 a 5.314.

**d)** 5.314 termina em 4, então basta somar 1 para que termine em 5.

**e)** Considerando as respostas de **a** e **b**, concluímos que basta somar 2 a 5.314.

**f)** A soma dos algarismos do número 5.314 é igual a 13, ou seja, o próximo múltiplo de 9 será 18, o que significa somar 5 ao número original.

O “Pense mais um pouco...” da **página 105** desafia os alunos a organizarem as conclusões extraídas de cada informação e, principalmente, as conclusões estabelecidas pela combinação dessas informações. Os alunos podem se reunir em duplas a fim de buscar uma maneira mais adequada de organizar os dados para levantar hipóteses e tirar conclusões. É também de extrema importância que retomem as informações iniciais para verificar se as respostas obtidas estão realmente de acordo, uma vez que conclusões erradas levarão a respostas erradas.

Usando o mesmo contexto do **exercício 40**, é possível fazer outras perguntas aos alunos e mesmo solicitar que relatem situações cotidianas em que o uso do calendário é significativo. São comuns, por exemplo, situações em que, não tendo todos os meses no calendário, desejamos saber em que dia de uma semana posterior “cai” determinada data.

O **exercício 47**, introduzindo um fato da História da Matemática, oferece aos alunos uma oportunidade prática para a compreensão do termo “conjectura”, sem entretanto exigir demonstrações formais. Isso não diminui o mérito das experimentações solicitadas, que, pelo contrário, incitam a curiosidade dos alunos em comprovar a validade da conjectura do matemático Goldbach. Caso os alunos questionem a eficácia do método experimental, pode-se argumentar que não é possível fazer experimentações com todos os números, já que são infinitos. Para finalizar, vale lembrar que algumas demonstrações exigem apenas encontrar um contraexemplo — um recurso mais natural para essa faixa etária.

Para o desafio apresentado pelo “Pense mais um pouco...” da **página 107**, é mais adequado deixar os alunos trabalharem em duplas ou trios, de modo que testem diferentes hipóteses e refinem suas estratégias. Tão importante quanto chegar à resposta é saber explicar o caminho de resolução. Para isso, algumas duplas podem ser sorteadas para expor sua resolução aos demais colegas.

Para complementar o **exercício 51**, pode-se propor aos alunos questões como:

- Que base você precisa mudar em $B$ para que $A + B$ resulte em 291? (É preciso mudar a base 2 para 1, ou seja, $B = 1^2 \times 3^2 \times 5$.)
- Qual expoente você deve mudar em $A$ para que $A + B$ resulte em 378? (É preciso mudar o expoente 1 para 2, ou seja, $A = 2^2 \times 3^2 \times 11$.)

Em situações-problema que podem ser resolvidas pelo cálculo do máximo divisor comum, como a apresentada no **exercício 55**, é preciso que o professor fique atento às respostas dos alunos, pois, mesmo quando realizam o cálculo adequadamente, nem sempre conseguem responder às questões propostas. As questões **a** e **b**, por exemplo, só poderão ser respondidas corretamente se o aluno interpretar de maneira adequada o mdc encontrado em **a**.

Para explorar o **exercício 57**, solicite a dois alunos que exponham na lousa sua resolução e, a um terceiro, que comente e compare as explicações apresentadas. A intenção não é eleger a melhor ou a pior explicação, mas incentivá-los a comunicar suas ideias matemáticas, a descobrir fatos e estratégias e a aprender com as trocas entre colegas.

Aproveite o momento e o contexto do **exercício 65** para trabalhar com os alunos a relação entre duas unidades de medida de tempo muito comuns: *o minuto* e *a hora*. Peça que façam uma tabela mostrando os horários das partidas de cada ônibus, verificando que coincidirão após 180 min, ou seja, depois de 3 h. Em outras palavras, se os ônibus partem juntos às 8 h, o mesmo ocorrerá às 11 h.

O **exercício 66** envolve a ideia de *proporcionalidade*, fundamental para as mais diversas situações, escolares e não escolares. Não é preciso usar "regra de três", mas a relação existente entre os números quando se afirma que:

- a cada 3 pessoas, 1 usa alguma peça de roupa branca;
- a cada 5 pessoas, 1 usa óculos;
- a cada 4 pessoas, uma estava com saquinho de pipoca.

Para estimular o raciocínio dos alunos e beneficiar sua interpretação dessa e de outras situações, o professor pode pedir que, antes de realizarem qualquer cálculo, respondam às seguintes questões:

- Há mais pessoas com alguma peça de roupa branca ou com saquinho de pipoca? Explique sem fazer cálculos.
- Há mais pessoas com óculos ou com saquinho de pipoca? Explique sem fazer cálculos.

No **exercício 73**, pode-se conversar com os alunos, antes que façam os cálculos, sobre as conclusões obtidas através de uma leitura atenta do enunciado do problema:

- o número é múltiplo de 6 e de 8 ao mesmo tempo;
- o número não pode ser 90 nem 100.

Após encontrar a resposta do **exercício 74**, os alunos podem considerar a data atual e procurar o dia exato em que os três sobrinhos estarão na casa da tia. Lembrando que não é interessante fazer a contagem dos 180 dias – mmc (12, 18, 20) = 180 –, mas usar a numeração dos meses. Por exemplo, suponha que hoje seja dia 5 de maio e que temos o seguinte calendário:

| **Maio** | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **D** | **S** | **T** | **Q** | **Q** | **S** | **S** |
| | | | | | 1 | 2 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | | | | | | |

| **Junho** | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **D** | **S** | **T** | **Q** | **Q** | **S** | **S** |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| 28 | 29 | 30 | | | | |
| | | | | | | |

| **Julho** | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **D** | **S** | **T** | **Q** | **Q** | **S** | **S** |
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | |
| | | | | | | |

| **Agosto** | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **D** | **S** | **T** | **Q** | **Q** | **S** | **S** |
| | | | | | | 1 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |
| 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |
| 30 | 31 | | | | | |

| **Setembro** | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **D** | **S** | **T** | **Q** | **Q** | **S** | **S** |
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| 27 | 28 | 29 | 30 | | | |
| | | | | | | |

| **Outubro** | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **D** | **S** | **T** | **Q** | **Q** | **S** | **S** |
| | | | | 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |
| | | | | | | |

Para começar, é possível estimar que o encontro ocorrerá daqui a aproximadamente 6 meses, já que cada mês tem cerca de 30 dias e 180 : 30 = 6. Como o encontro ocorreu em 5 de maio, temos:

- $31 - 5 = 26$ (26 dias ainda em maio);
- 30 dias (em junho);
- 31 dias (em julho);
- 31 dias (em agosto);
- 30 dias (em setembro).

Ou seja, de 5 de maio até 30 de setembro terão passado 148 dias ($26 + 30 + 31 + 31 + 30 = 148$). Isso significa que ainda faltam 32 dias ($180 - 148 = 32$) para o encontro dos primos. Se fossem apenas 31 dias, isso corresponderia ao último dia do mês de outubro, mas então será no 1º dia do mês de novembro.

O objetivo principal da seção "Trabalhando a informação" das **páginas 115 e 116** é a construção de gráficos de barras a partir de uma tabela. Se achar oportuno, no **exercício 2** desta seção pode-se orientar os alunos a coletarem dados na biblioteca da escola, sobre empréstimos de livros, para fazer um gráfico com dados reais da sua escola.

Após a resolução do **exercício complementar 1** o professor pode, caso considere interessante, apresentar aos alunos a seguinte resolução:

Primeiro, faço uma tabela com os números possíveis (considerando a informação "há menos de 50 pessoas"):

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | |

Depois, marco os números de acordo com as informações apresentadas no enunciado:

- de 6 em 6 sobram 3 → 1º, elimino todos os múltiplos de 6 (com **negrito cinza**)
  2º, marco os números que têm 3 unidades a mais que cada múltiplo de 6 (com **negrito preto**)
- de 7 em 7 sobram 3 → 1º, elimino todos os múltiplos de 7 (com ***negrito itálico***)
  2º, marco os números que têm 3 unidades a mais que cada múltiplo de 7 (sublinhado)

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ~~6~~ | ~~***7***~~ | 8 | **9** | 10 |
| 11 | ~~12~~ | 13 | ~~***14***~~ | **15** | 16 | 17 | ~~18~~ | 19 | 20 |
| ~~***21***~~ | 22 | 23 | ~~24~~ | 25 | 26 | **27** | ~~***28***~~ | 29 | ~~30~~ |
| 31 | 32 | **33** | 34 | ~~***35***~~ | ~~36~~ | 37 | 38 | **39** | 40 |
| 41 | ~~***42***~~ | 43 | 44 | **45** | 46 | 47 | ~~48~~ | ~~***49***~~ | |

Como resposta, só são válidos os números que foram marcados em **negrito preto** e sublinhados, mas que não foram eliminados. Nessas condições, portanto, há apenas o número 45, que realmente:

- é menor que 50;
- quando a contagem se dá de 6 em 6, sobram 3 (45 : 6 = 7 com resto 3);
- quando a contagem se dá de 7 em 7, sobram 3 (45 : 7 = 6 com resto 3).

Após a apresentação desta resolução, é interessante que o aluno seja estimulado a comparar a resolução do professor com a dele, questionando:

- Você resolveu de modo parecido com esse?
- O que há de diferente entre essa resolução e a sua?
- Encontrou a mesma resposta?
- Compreendeu cada etapa dessa resolução?
- Você faria algum ajuste na sua resolução após conhecer essa resposta? Quais?

No **exercício complementar 8**, os alunos podem e devem usar diferentes caminhos para encontrar a resposta correta, porém, é importante organizarem os números possíveis, para que possam eliminar com confiança aqueles que não possuem as características descritas. Também é preciso que o professor esteja atento aos alunos que fazem tentativas aleatórias, o que representa uma estratégia inadequada, pois as dicas apresentadas são fundamentais para o levantamento de hipóteses e a elaboração de conjecturas.

Buscando ampliar as discussões geradas pelo **exercício complementar 22**, os alunos podem resolver as seguintes questões:

- Quanto tempo isso significa em meses?
- Se essa frequência de encontros continuar, quantas vezes por ano Joana e Antônia se encontrarão?
- Mude os números do problema original de modo que elas passem a se encontrar a cada mês.

A seção "Diversificando" da **página 119** traz um jogo envolvendo números primos. Pode-se incentivar os alunos a produzirem seus tabuleiros e jogar também em casa, exercitando o que estudaram na escola.

## Sugestão de atividade

**Jogo do produto secreto**

**Número de participantes:** 2 jogadores (o desafiante e o descobridor)

**Regras**

- Chame um amigo e decidam no par ou ímpar quem começa o jogo.
- O 1º jogador (o desafiante) escolhe um número natural de 1 a 100 e o decompõe em dois fatores, para o outro jogador descobrir a multiplicação formada; escreve num papel e guarda.
- O descobridor tenta encontrar esse produto e os dois fatores, registrando no caderno suas tentativas.
- Para cada palpite, o desafiante indica os acertos e dá dicas sobre os demais valores: diz se o produto e cada fator são maiores ou menores que os escolhidos.
- Utilizando as dicas, o descobridor vai fazendo as tentativas até encontrar a multiplicação escolhida.
- Depois, invertem-se as posições.
- Vence o jogo quem descobre o produto no menor número de tentativas.

**Questões para que os alunos respondam pensando na estrutura do jogo.**

**a)** O descobridor sabe que o 2 não é um dos fatores. Ele pode afirmar que o produto escolhido pelo desafiante não é um número par? Por quê?

**b)** O descobridor já acertou um dos fatores. O que ele pode afirmar sobre o produto procurado?

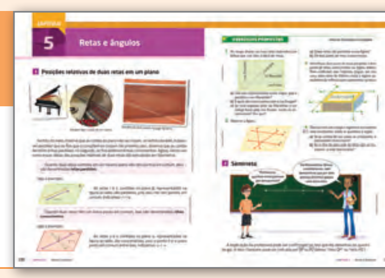
*Respostas:*

**a)** Não, pois existem números pares que podem ser escritos como produto de dois fatores diferentes do número 2.

**b)** O produto procurado é um múltiplo do fator já conhecido.

# CAPÍTULO 5

# Retas e ângulos



## Objetivos do capítulo

Levar o aluno a:

- Identificar a posição relativa (paralelas ou concorrentes) de duas retas em um plano.
- Distinguir, identificar e representar semirretas e segmentos de reta.
- Identificar segmentos de reta consecutivos, colineares e congruentes.
- Associar ângulo à ideia de mudança de direção.
- Reconhecer ângulos em figuras planas.
- Medir e construir ângulos usando transferidor.
- Classificar um ângulo de acordo com sua medida: reto, agudo ou obtuso.
- Construir retas perpendiculares com régua e compasso.

## Orientações gerais do capítulo

Ao introduzir esses dois elementos da Geometria, a ***reta*** e o ***ângulo***, este capítulo reforça o trabalho com as capacidades de abstração e generalização dos estudantes.

Sabemos que, pelos atuais parâmetros educacionais, é desejável a permanente associação do conhecimento disciplinar aos fatos da realidade. No caso da Geometria, essa abordagem é quase natural, pois, desde cedo, a criança tem em seu convívio inúmeros exemplos das aplicações desse conhecimento.

Na resolução do **exercício 3**, por exemplo, é de extrema importância que os alunos, após identificarem os pares de retas paralelas e os pares de retas concorrentes, façam a verificação dos conceitos matemáticos através da manipulação do material sugerido, caixa de fósforos vazia e canudinhos de refresco. Essa é uma maneira prática de relacionarem o estudo com o mundo real.

Já o **exercício 7** pode ser complementado com a discussão sobre que outros segmentos poderiam ser traçados em cada item se considerássemos os pontos existentes. Espera-se que os alunos concluam que:

**a)** Além dos segmentos já mostrados, podem-se traçar $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CE}$, que correspondem às diagonais do pentágono.

**b)** Segmentos que ainda podem ser traçados com os pontos existentes: $\overline{BF}$, $\overline{BY}$, $\overline{BE}$, $\overline{DE}$ e $\overline{FE}$.

**c)** Com os pontos *V*, *X*, *Y* e *Z*, todos os segmentos possíveis já foram traçados.

Após a resolução do **exercício 9**, pode-se solicitar aos alunos que, em duplas, tracem outros exemplos de pares de segmentos de reta que sejam simultaneamente consecutivos e colineares. Em seguida, eles podem elaborar, por escrito, uma explicação de como devem ser os segmentos para formarem um par com essa característica. A elaboração da explicação faz os alunos desenvolverem a habilidade da comunicação matemática, buscando generalizar observações e experiências. Há aqui estreita relação da linguagem matemática com a língua materna.

Quanto ao **exercício 13**, é importante o professor acompanhar o processo de construção do desenho para verificar se os alunos interpretaram corretamente a informação de que os pontos *A*, *B*, *C*, *D* e *E* devem ser feitos sobre o *contorno* da moeda. No momento de responder ao item **a**, alguns alunos talvez encontrem apenas cinco segmentos, deixando de traçar todas as possibilidades; nesse caso, é interessante a troca de ideias e resoluções com colegas, para observarem a necessidade de complementar sua resposta. No final da resolução do item **c**, pode-se incentivar um debate com as seguintes questões:

- Por que não há pares de segmentos colineares?
- Esses pares têm relação com a figura traçada inicialmente?
- E se a figura traçada fosse um triângulo, aconteceria o mesmo?
- E se fosse um quadrado?

Antes de os alunos usarem a régua para estabelecer os pares entre os segmentos apresentados no **exercício 15**, o professor pode sugerir que procurem identificar as congruências sem o uso da régua e que, em seguida, confiram essas medidas com a régua. A estimativa e a comparação de medidas de comprimento são procedimentos muito usuais em situações nas quais não dispomos de instrumentos de medida adequados.

Para o encaminhamento do **exercício 16**, é essencial que o professor prepare antecipadamente os materiais necessários, de modo que todos os alunos participem da atividade. É também interessante executar a atividade recortando os canudos e respondendo às questões com antecedência, a fim de prever possíveis dúvidas e questionamentos que surjam em sala de aula. Essa atividade é uma boa oportunidade de interação entre os alunos, tanto na construção do material solicitado quanto na obtenção das respostas. Vale destacar que os alunos lidarão com dois aspectos muito importantes no estudo de grandezas e medidas: as estimativas e as unidades não padronizadas de medida de comprimento (no caso, a unidade correspondente à medida do canudinho).

Para realizar a tarefa proposta no **exercício 20**, faça, em sala de aula, uma simulação com a turma. Escolha um aluno para assumir o papel de Júlia, dê os comandos e vá questionando sobre o ângulo de giro. Chame outro aluno e indique outros ângulos de giro, usando como referência pontos marcados na sala de aula. Por exemplo, com o aluno de frente para a lousa, mande-o girar para a esquerda na direção do colega X (que estiver a aproximadamente 45°). Repita a atividade algumas vezes usando ângulos de 45°, 90°, 180°, 360°. Depois incentive os alunos a desenharem no caderno esses ângulos de giros. Para tanto, entregue folhas de papel quadriculado. Questione-os sobre a possibilidade de girar seguindo outras medidas, por exemplo, 30° ou 60°. Caso eles se interessem pela tarefa, desenhe no chão um "transferidor" e procure fazer a tarefa.

Para resolver o **exercício 21**, os alunos precisam observar que, embora o ponto *O* possa ser marcado em qualquer local do papel quadriculado, é mais conveniente que ele seja um ponto de intersecção de dois segmentos do quadriculado, pois, pela orientação do quadriculado, será mais simples realizar o movimento. Caso perceba que os alunos estão com dificuldade para a realização da segunda parte do exercício, na qual cada aluno cria um roteiro para o colega, o professor pode sugerir que façam um desenho e depois tentem explicar o processo de construção (é como se fizessem de trás para a frente o que foi pedido, a fim de descrever como se faz para chegar ao desenho).

Para o **exercício 21**, incentive os alunos a usarem o ângulo reto como referência (apenas mental, sem necessariamente manipular algum material): os alunos podem, antes de usar o transferidor, estimar quais dos ângulos do exercício têm medidas menores que um ângulo reto. Depois, com o transferidor, devem fazer as medições necessárias e conferir as estimativas iniciais. Esse movimento é interessante, pois, além de desenvolver a habilidade de estimar medidas de ângulos, diminui os erros no momento de fazer a leitura da medida no transferidor. Muitas vezes, o aluno fica em dúvida entre duas medidas (dois números) que aparecem no transferidor; a comparação inicial com o ângulo reto possibilita que selecionem a medida com mais significado.

No "Pense mais um pouco..." da **página 132**, o professor pode tentar reproduzir na lousa o desenho do trajeto do cachorro em tamanho maior, para discutir a situação com a classe. Após os alunos (de preferência em duplas ou trios) descreverem o trajeto, peça que um aluno de cada vez vá à lousa e explique um "pedaço" do trajeto, primeiro oralmente, mostrando a movimentação sobre a ilustração e, em seguida, escrevendo na lousa a descrição. Na sequência, peça a outro aluno (de outra dupla ou trio) que faça o mesmo com o próximo trecho do trajeto. Quando o trajeto estiver finalizado, solicite a alunos que não foram à lousa que comparem as respostas obtidas por eles com as expostas na lousa e identifiquem se há diferenças.

Aproveite o **exercício 29** para mostrar aos alunos que não importa o tamanho do papel que foi dobrado, mas a maneira como se dobrou o papel. Não há indicação de quanto deve medir o papel, ou seja, desde que todos façam a dobradura corretamente, mesmo que tenham usado papéis de tamanhos diferentes, os alunos chegarão a um ângulo de mesma medida: o ângulo reto. É interessante que cada aluno conserve seu “ângulo reto” em seu material (pode ficar, por exemplo, dentro do estojo), para ser usado em outros exercícios, como auxiliar tanto de construção como de medição de ângulos.

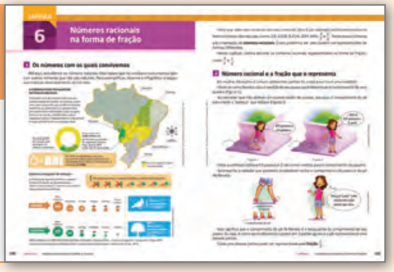
Para que todos os alunos exponham suas dúvidas quanto ao **exercício 30**, é preciso, antes de mais nada, que todos tenham os materiais necessários: lápis, régua e compasso. Além disso, é fundamental ter em sala de aula os materiais correspondentes apropriados para desenhar na lousa, pois são ferramentas indispensáveis para os alunos acompanharem e compreenderem todos os passos das construções geométricas solicitadas.

Após a resolução do **exercício complementar 4**, peça aos alunos que retomem o exercício 9 e comparem o que concluíram anteriormente com o desenho desse exercício, para entenderem por que, no último, não encontraram nenhum par de segmentos consecutivos e colineares. É possível também pedir aos alunos que, usando os pontos já existentes, tracem um novo segmento de reta de modo que passe a existir um par, ao menos, de segmentos consecutivos e colineares.

Aproveitando o contexto e a ilustração do **exercício complementar 8**, pode-se propor aos alunos que pesquisem outras ilustrações ou fotos (de revistas ou jornais) em que possam identificar e medir diferentes ângulos.

# CAPÍTULO 6

# Números racionais na forma de fração



## Objetivos do capítulo

Levar o aluno a:

- Reconhecer números racionais em diferentes contextos: cotidianos e históricos.
- Ler, escrever e representar números racionais na forma de fração.
- Resolver situações-problema em que os números racionais funcionam como operadores ou indicam relação entre parte e todo, quociente ou razão.
- Simplificar e comparar números racionais escritos na forma de fração.
- Interpretar dados representados em gráficos de setores.

## Orientações gerais do capítulo

Logo na abertura do capítulo, temos a oportunidade de trabalhar com uma visão interdisciplinar, associando a Matemática ao conhecimento geográfico e à preservação ambiental. Os números em foco, os racionais, são apresentados ao aluno em um conjunto de informações sobre o Cerrado, possibilitando variadas comparações de medidas e proporcionalidade. É interessante discutir com os alunos que, a exemplo desse contexto, a compreensão geral dos números, em suas múltiplas representações e aplicações, é fundamental para conhecer e melhor entender o mundo em que vivemos.

Em relação ao **exercício 4**, destacamos que os alunos não devem se restringir à leitura correta das frações, mas procurar compreender o que significam nos contextos fictícios apresentados. No item **a** surge uma situação bastante preocupante, pois um quinto da capacidade normal de uma represa é um índice alarmante; se for conveniente, o professor pode questionar se esse índice é maior ou menor que metade da capacidade normal e qual dos índices seria mais preocupante: $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{5}$? Situações desse tipo, ainda que fictícias, permitem refletir e estabelecer relações com algo significativo. No item **b**, é interessante que os alunos opinem a respeito do índice de analfabetismo apresentado. Os alunos devem observar que, no caso, o índice revela que quase metade da população (pois 45 é próximo da metade de 100) da região fictícia citada é analfabeta.

O **exercício 6** requer que o aluno, em primeiro lugar, interprete corretamente a afirmação de que 180 mililitros correspondem a $\frac{3}{5}$ do copo, pois ela será a base para a resolução das duas questões propostas. Para estimular a classe, o professor pode lançar algumas questões orais, como:

- No copo cabe mais ou menos de 180 mililitros? (Espera-se que respondam, sem cálculos, que cabe mais, já que 180 mililitros ocuparam $\frac{3}{5}$ do copo.)
- Após ocupar 180 mililitros desse copo, é possível adicionar mais 180 mililitros? (Espera-se que respondam, sem cálculos, que não, pois $\frac{3}{5}$ correspondem a mais da metade do copo, ou seja, se adicionássemos igual quantidade de suco, ultrapassaríamos a capacidade total do copo.)

Outro ponto a destacar nesse exercício é a relação entre o eixo de conteúdos "números e operações" e o eixo "grandezas e medidas", relação essencial para mostrar o intenso uso dos racionais em contextos de medição.

No **exercício 7**, as frações traduzem a ideia de razão, pois relacionam a quantidade de bolas de determinada cor com o total de bolas contidas em uma caixa. Uma sugestão de pergunta para complementar o exercício seria:

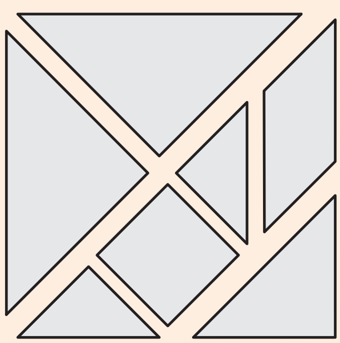
- O que as frações abaixo poderiam representar nesse contexto?

**a)** $\frac{7}{14}$ (O número de bolas amarelas em relação ao total de bolas.)

**b)** $\frac{10}{14}$ (O número de bolas brancas ou amarelas em relação ao total de bolas.)

**c)** $\frac{7}{7}$ (O número de bolas brancas ou vermelhas em relação ao número de bolas amarelas.)

O **exercício 9** oferece uma excelente oportunidade para discutir, de modo intuitivo, a equivalência de figuras. Isto é, temos, na figura 1 e na figura 2, figuras de formas diferentes – triângulos e retângulos – mas que apresentam a mesma área ou representam a mesma parte do todo. Levar os alunos a perceber isso é importante, inclusive, para o trabalho com Geometria. Se considerar conveniente, dê outros exemplos de figuras equivalentes. Para isso, as peças do tangram podem ser um exemplo. Pode-se, inclusive, montar uma tabela indicando a que fração do todo corresponde cada uma das peças. Segue uma sugestão:


NELSON MATSUDA

| Peça do tangram | Fração do tangram |
|---|---|
| Triângulo grande | $\frac{1}{4}$ |
| Triângulo médio | $\frac{1}{8}$ |
| Quadrado | $\frac{1}{8}$ |
| Paralelogramo | $\frac{1}{8}$ |
| Triângulo pequeno | $\frac{1}{16}$ |

Podemos notar, a partir da montagem da tabela, que o triângulo médio, o quadrado e o paralelogramo, embora tenham formas diferentes, representam a mesma fração do todo. Usando as peças do tangram, pode-se mostrar, por sobreposição, que isso é verdade. Ou, ainda, pode-se usar a propriedade transitiva. Sabe-se – porque é possível colocar uma sobre a outra e verificar – que o quadrado é formado por dois triângulos pequenos. Sabe-se, também, que o triângulo médio é formado por dois triângulos pequenos. Logo, o quadrado e o triângulo médio têm a mesma área, isto é, representam a mesma parte do todo.

O **exercício 11** é uma oportunidade para os alunos, dentro de uma situação contextualizada, realizar comparações entre números racionais escritos na forma de fração, mesmo que esse não seja o foco principal do exercício. Como é habitual, nessa altura do estudo, basearem suas comparações no conhecimento dos números naturais, os alunos podem chegar a conclusões equivocadas na comparação entre frações, o que não é estranho, pois faz parte do caminho para a aprendizagem. Nesse processo, é importante que sejam discutidas com os alunos questões como:

- Qual posto, 1 ou 2, está mais perto da partida da prova? E da chegada?
- Qual número é maior, $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{3}$?
- Por onde o atleta passa primeiro: pelo posto que fica a $\frac{1}{3}$ ou por aquele que fica a $\frac{1}{4}$ do caminho?

Espera-se que os alunos observem que, quando os numeradores são iguais, quanto maior for o denominador, menor será o número, pois significa que estamos dividindo aquele numerador por um número maior de partes. Analogamente, quanto menor for o denominador, maior será o número, pois estamos dividindo aquele numerador por um número menor de partes.

No "Pense mais um pouco..." da **página 147**, sabemos que a porcentagem está associada a uma fração de denominador 100 e que o uso dessas diferentes representações e a compreensão de suas relações serão essenciais para o aluno interpretar e resolver inúmeros problemas que envolvem porcentagens e cálculos afins. Nesse caso, o quadriculado é um valioso aliado para tornar essa relação mais concreta e significativa. Em relação ao item **b**, deve ficar claro que nem todos precisam pintar da mesma maneira os quadradinhos para responder às questões, mas que devem pintar 30 quadradinhos de vermelho e 20 quadradinhos de azul.

No **exercício 16**, uma maneira interessante de ampliar a reflexão é solicitar aos alunos, após a resolução e a correção, que formem duplas e respondam às questões seguintes, sem fazer cálculos escritos, mas escrevendo (ou descrevendo oralmente) uma justificativa:

- Se João tivesse comprado um automóvel de 17.000 reais, o valor de cada prestação seria maior ou menor que 1.500 reais?
- Se ele tivesse comprado o automóvel de 18.000 reais, mas pagasse em 10 prestações, cada prestação seria maior ou menor que 1.500 reais?
- Como usar os dados desse problema para explicar que:

  $\frac{18.000}{12}$ é maior que $\frac{17.000}{12}$?

  $\frac{18.000}{12}$ é menor que $\frac{18.000}{10}$?

Para o **exercício 21**, vejamos uma das possibilidades de resolução:

- 30 meses = 12 meses + 12 meses + 6 meses = 1 ano + 1 ano + $\frac{6}{12}$ ano = $2\frac{6}{12}$ anos
- 40 meses = 12 meses + 12 meses + 12 meses + 4 meses =

  = 1 ano + 1 ano + 1 ano + $\frac{4}{12}$ ano = $3\frac{4}{12}$ anos
- 50 meses = 12 meses + 12 meses + 12 meses + 12 meses + 2 meses =

  = 1 ano + 1 ano + 1 ano + 1 ano + $\frac{2}{12}$ ano = $4\frac{2}{12}$ anos

Depois de os alunos terem resolvido o exercício, mas antes da correção, peça que avaliem suas respostas, comparando as três respostas obtidas e verificando se estão dentro do esperado: como 30 meses corresponde a um tempo menor que 40 meses, as frações obtidas devem manter essa relação. O mesmo vale para 40 meses e 50 meses.

Já no **exercício 25**, a Matemática aparece associada à arte. A discussão pode ser ampliada para vários temas, como a importância das artes plásticas na cultura de um povo, a presença das artes no cotidiano dos alunos ou a relevância do movimento modernista em nosso país. A tela *Abaporu*, nome que vem do tupi *aba* (homem), *pora* (gente) e *ú* (comer), significando "homem que come gente", está exposta no Museu de Arte Latino-Americana de Buenos Aires, na Argentina. O nome foi dado como referência ao Movimento Antropofágico.

Para maiores informações referentes a esse assunto, sugerimos acessar os *sites*: <www.mac.usp.br>. Acesso em: 6 maio 2015.

O **exercício 26** abre contexto para a pesquisa de aspectos folclóricos de nossa cultura, que podem ser explorados de formas variadas e divertidas.

O **exercício 27** é uma excelente oportunidade para avaliar como os alunos identificam e interpretam dados representados em um gráfico. O desafio aqui é encontrar as afirmações corretas e corrigir as incorretas, sempre relacionadas com o gráfico apresentado. Uma alternativa para a resolução desse exercício é formar duplas de alunos e pedir que procurem, sempre que possível, justificar suas respostas. Vejamos alguns comentários pertinentes a cada item:

**a)** O erro dessa afirmação ocorre por não se considerar a informação de que a quantidade de parafusos está apresentada em milhares. É um erro comum, que, no entanto, altera completamente a interpretação dos dados, tornando-os absurdos. Nesse caso, os alunos nem precisam realizar cálculos e podem observar que a afirmação passa a ser correta fazendo a alteração para "200 mil parafusos".

**b)** Como a produção da segunda-feira foi de 10.000 parafusos e a da sexta-feira foi de 100.000 parafusos, é correto afirmar que a produção da segunda-feira foi equivalente a $\frac{1}{10}$ da produção de sexta-feira, já que $\frac{10.000}{100.000} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$.

**c)** Na terça-feira, a produção foi de 20.000 parafusos, e na sexta-feira, de 100.000 parafusos. Como 20% de 100 é igual a 20 (sem fazer nenhum tipo de cálculo, apenas usando o conceito de porcentagem), então 20% de 100.000 é igual a 20.000, conforme a afirmação.

**d)** Na quarta-feira, a produção foi de 30.000 parafusos, e $\frac{3}{4}$ de 30.000 é igual a 22.500 parafusos, valor diferente de 20.000 (a produção de terça-feira). Podemos corrigir a afirmação trocando $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{3}$, já que $\frac{2}{3}$ de 30.000 é igual a 20.000.

**e)** A produção dos quatro primeiros dias da semana foi de: 10.000 + 20.000 + 30.000 + 40.000 = 100.000, o que corresponde à produção de parafusos da sexta-feira. Portanto, a afirmação é falsa, podendo ser corrigida para: "A produção dos dois primeiros dias foi menor que a metade da produção de sexta-feira".

**f)** Esse item pode ser analisado utilizando-se os cálculos feitos para o item anterior. Já é sabido que, nos quatro primeiros dias, a produção foi de 100.000 peças e que, no total da semana, foram produzidas 200.000 peças. Isso significa que metade da produção da semana ocorreu nos quatro primeiros dias. Como metade da produção é equivalente a 50% da produção, a afirmação está correta.

**g)** Como já calculado anteriormente, a produção total da semana foi de 200.000 parafusos, e 20% de 200.000 é igual a $\frac{200.000}{100} \cdot 20 = 40.000 = 40.000$, o que corresponde realmente à produção de parafusos da quinta-feira.

A justificativa para o **exercício 29** pode ser efetuada por meio de cálculos:

- $\frac{2}{5}$ de 45 $\rightarrow \frac{45}{5} \cdot 2 = 9 \cdot 2 = 18$ (18 metros)
- $\frac{6}{15}$ de 45 $\rightarrow \frac{45}{15} \cdot 6 = 3 \cdot 6 = 18$ (18 metros)

Aproveite a oportunidade e o contexto do **exercício 42** para os alunos discutirem as relações entre duas unidades de medida de comprimento extremamente úteis no dia a dia: o metro e o centímetro. Sabemos que alunos que apenas memorizam procedimentos operacionais, como "multiplicamos por 100 para passar metro para centímetro" ou "dividimos por 100 para passar centímetro para metro", não têm noção real das relações entre unidades (quanto uma cabe em outra), o que certamente prejudica o desenvolvimento de muitas resoluções.

O "Trabalhando a informação" das **páginas 161 e 162** apresenta ao aluno o gráfico de setores dentro de um contexto muito relevante: o uso doméstico da água. A temática propicia a discussão de questões importantes relacionadas com o consumo consciente de água, assunto em destaque nos fóruns da sociedade atual. Para obterem maior base de dados, os alunos podem visitar os *sites* das companhias de saneamento que atendem à cidade onde se localiza a escola. Como exemplo, pode-se visitar, entre eles o *site* da Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo – Sabesp <www.sabesp.com.br>, em que se encontram dados atualizados e questões de conscientização (no *link* "Sabesp ensina"). Uma alternativa de encaminhamento da primeira questão do "Agora quem trabalha é você!" é solicitar aos alunos que, em um primeiro momento, não façam cálculos escritos para chegar às soluções e procurem estimar as respostas. Em seguida, realizem os cálculos necessários e testem os valores encontrados mentalmente. O processo de estimativa permite estabelecer relações e cultivar a habilidade com outras maneiras de calcular.

No **exercício 47**, deve-se dar atenção às diferentes justificativas, pois, com o confronto das diversas explicações, os alunos chegarão à conclusão de que $\frac{3}{5}$ é menor que $\frac{5}{8}$.

Quanto ao **exercício complementar 2**, uma possível ampliação é solicitar aos alunos que:

- representem graficamente os dados da pesquisa;
- façam afirmações a respeito do gráfico de modo similar ao apresentado no **exercício 27**.

Essas atividades adicionais contribuem para o aluno reconhecer formas diferentes de comunicar dados numéricos e também para extrair o máximo de informações e conclusões com base nos dados à disposição. Enfim, são ações importantes para o aluno interpretar com eficiência dados reais veiculados pelos diversos meios de comunicação.

Antes de os alunos resolverem os **exercícios complementares 11** e **12**, é recomendável conversar com eles a respeito das questões formuladas em teste, um tipo de exercício muito utilizado em provas fora do âmbito escolar, especialmente em processos de seleção, e que comporta uma característica marcante: a resposta esperada já está entre as alternativas. Caso o aluno nunca tenha realizado um teste e se não fizer uma leitura atenta, pode se confundir e considerar que cada um dos itens (na verdade, alternativas) corresponde a algo que ele deve responder. Pode-se abrir uma discussão sobre as características desse tipo de atividade e da importância de realizar registros da resolução e dos cálculos necessários, e não apenas escolher a alternativa correta. Outro ponto relevante é o descarte de alternativas pela correta interpretação do enunciado. No exercício complementar 12, por exemplo, fazemos o cálculo de cada alternativa e comparamos o resultado com as informações do enunciado:

a) $\frac{1}{10} \cdot 44 = 4{,}4$, e $44 - 4{,}4$ não é igual a 36

b) $\frac{1}{10} \cdot 42 = 4{,}2$, e $42 - 4{,}2$ não é igual a 36

c) $\frac{1}{10} \cdot 40 = 4$, e $40 - 4$ é igual a 36

d) $\frac{1}{10} \cdot 38 = 3{,}8$, e $38 - 3{,}8$ não é igual a 36

Portanto, a alternativa correta é a **c**.

Ainda em relação ao exercício complementar 12, podemos ressaltar que a interpretação incorreta do enunciado pode levar o aluno a pensar que $\frac{1}{10}$ do comprimento do tecido é igual a 36 metros, induzindo-o a concluir que a peça original tinha 360 metros de comprimento. Entretanto, ao observar cada uma das alternativas, é possível verificar que esse valor é absurdo, o que fará o aluno retomar sua leitura e interpretação.

No desenvolvimento do **exercício complementar 19**, com a intenção de conhecer o modo de resolução dos alunos e detectar dúvidas persistentes, o professor pode circular entre eles e fazer observações como:

- o aluno faz todos os cálculos, mesmo quando uma das frações da alternativa já não é equivalente;
- o aluno não percebe que só precisa encontrar frações cujo numerador seja metade do denominador.

# CAPÍTULO 7

# Operações com números racionais na forma de fração

## Objetivos do capítulo

Levar o aluno a:

- Resolver situações-problema compreendendo os diferentes significados das operações que envolvem números racionais na forma de fração.
- Realizar cálculos que envolvam operações com números racionais na forma de fração por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos nelas envolvidos.
- Compreender e calcular probabilidades, usando números racionais na forma de fração e porcentagem.

## Orientações gerais do capítulo

A abertura do capítulo traz dados reais sobre as espécies animais ameaçadas de extinção no Brasil, oferecendo um contexto muito atual e de grande interesse coletivo para a interligação do conhecimento matemático com o de outras áreas do saber, como a Ecologia e a Geografia. É conveniente lembrar que nós, educadores, estamos formando os futuros atores da História, e que temos responsabilidade direta em sua conscientização acerca das questões ambientais, entre outras.

Também nesse sentido, e não só no estritamente matemático, a interpretação dos dados numéricos contidos em gráficos – neste capítulo, os representados por racionais na forma de fração – ganha relevo e significado.

Para enriquecer o trabalho, sugerimos os livros:

RAMOS, Luzia Faraco. *Frações sem mistério*. São Paulo: Ática, 2008. (Coleção A Descoberta da Matemática).

_______. *Uma raiz diferente*. São Paulo: Ática, 2001. (Coleção A Descoberta da Matemática).

Assim como nos demais capítulos, procuramos inserir, também nas atividades propostas, contextos de outras áreas de interesse ao aluno dessa faixa etária. Assim, no **exercício 7**, por exemplo, são dadas noções acerca das esferas de poder no Brasil e da composição partidária que vigora no país. Provavelmente os alunos se sentirão intimidados diante da extensão do exercício, que ocupa mais de uma página, ou da aparente dificuldade do tema abordado. O professor pode salientar a importância de conhecer os aspectos administrativos e políticos do país, para melhor garantir sua participação como cidadão esclarecido. Atividades desta natureza também contribuem para o desenvolvimento da sua capacidade de interpretação e pesquisa, assim, os alunos devem ser incentivados à decifração das muitas e novas palavras e expressões que surgem no texto em questão. Depois de uma breve discussão do tema, os alunos poderão se reunir em grupos, para encontrar as frações correspondentes a cada questão.

O **exercício 18** também aborda o tema das esferas governamentais no Brasil, agora com foco na divisão de responsabilidades financeiras sobre investimentos públicos, inclusive com a possibilidade de participação do setor privado. Antes mesmo de efetuarem os cálculos necessários à resolução, os alunos devem ser incentivados a estimar as respostas para as seguintes questões:

- Quem participou com o maior financiamento da obra:
  — o estado ou o município?
  — o estado ou os empresários?
  — o município ou os empresários?
- Faça os cálculos que considerar adequados para conferir suas estimativas.

Com essa discussão inicial, os alunos terão mais condições para responder às questões propostas. É também um momento interessante para os alunos terem conhecimento de que muitas obras – concluídas, em andamento ou em planejamento – em nosso país realizam-se graças às parcerias estabelecidas entre o setor público e o privado. Em muitos casos, a comunidade escolar também constitui um parceiro, tendo como responsabilidade o monitoramento da obra e sua posterior manutenção e preservação. Nesse sentido, pode-se fazer uma pesquisa, junto com os alunos, a respeito de obras que já foram (ou poderiam ser) realizadas na comunidade local e sobre quais parceiros estiveram (ou estariam) comprometidos com o projeto.

O "Para saber mais" das **páginas 181 e 182**, intitulado "A Matemática na História", merece um tempo de discussão com os alunos para a compreensão do que eram as *frações unitárias* e por que eram usadas com maior frequência na Grécia e no Egito antigos. É bom lembrar que esse tipo de informação histórica não tem por foco exclusivo a curiosidade dos alunos, mas são inseridas em sala de aula para que identifiquem, em diferentes momentos da história do homem, como o conhecimento matemático evolui das experiências e necessidades humanas.

Uma sugestão para o aprofundamento do **exercício 22** é que os alunos, após resolverem todos os itens, reúnam-se em dupla ou em trio para comparar suas respostas, assinalando (mas não apagando) as divergentes. A ideia é que identifiquem os erros, fazendo comparações com o referencial $\frac{1}{2}$ (ou metade). Vamos supor que, no item **a**, um aluno tenha encontrado a resposta $\frac{1}{15}$ e outro, $\frac{5}{3}$; os questionamentos para a análise podem ser:

- $\frac{1}{3}$ de 5 deve ser maior ou menor que $\frac{1}{2}$ de 5? (Espera-se que recordem que $\frac{1}{3}$ é menor que $\frac{1}{2}$ e que, portanto, $\frac{1}{3}$ de 5 é menor que $\frac{1}{2}$ de 5.)
- Quanto é metade de 5? (Espera-se que respondam ser um número entre 2 e 3.)
- Diante dessas relações, qual das respostas está mais adequada: $\frac{1}{15}$ ou $\frac{5}{3}$? (Espera-se que consigam identificar que a fração $\frac{1}{15}$ é absurda para essa resposta, pois é um número certamente menor que 1, quando o previsto é encontrar um valor entre 2 e 3.)

De modo similar, usando $\frac{1}{2}$ como referencial, os alunos poderão descartar algumas respostas absurdas, assim como compreender outra maneira de relacionar frações.

A proposta do **exercício 26** é analisar um gráfico de colunas a respeito de preferências por sabores de sorvete. Incentive os alunos a interpretar todos os dados do gráfico, responder às questões propostas e, no final, criar uma tabela que comunique os mesmos dados. Esclareça que a tabela deve conter todas as informações necessárias ao entendimento de qualquer pessoa, mesmo para quem não tenha tido contato com o gráfico que a originou.

O **exercício 27**, que reúne informações acerca dos calendários astronômico e contábil, tem por objetivo fazer os alunos identificarem as relações entre diferentes unidades de medida de tempo (ano, dia, mês, hora), assim como observarem que, em algumas situações, é conveniente o uso de unidades não exatas, aproximadas. Esse trabalho é de grande importância, uma vez que os alunos compreendem e aplicam as relações entre essas unidades de tempo em situações contextualizadas.

Se considerar apropriado, ao longo da resolução do **exercício 31**, o professor pode propor outras questões:

- A quem cabia a maior parte do chocolate?
- Quem comeu mais do chocolate?
- Sobrou mais ou menos da metade do chocolate?

Na seção "Pense mais um pouco..." da **página 189**, é adequado recomendar que os alunos usem uma calculadora. Neste caso, o uso da calculadora pode auxiliar nas tentativas. Ou seja, usando uma calculadora os alunos poderão investigar outras possibilidades de simplificação das frações. Recomende que, em duplas, eles criem outras expressões envolvendo frações que possam ser simplificadas, troquem as expressões entre si e, usando a calculadora, efetuem a simplificação. Esse tipo de tarefa é importante, pois o aluno, ao ser capaz de criar uma expressão que seja passível de simplificação, demonstra ter compreendido a ideia. Mesmo se eles não realizarem a tarefa com êxito, ainda assim será um exercício importante, pois permitirá que se veja o ponto em que a construção está sendo falha, oferecendo indícios da intervenção necessária.

O **exercício 37** é uma oportunidade para o aluno elaborar e validar hipóteses a respeito de divisão de uma fração por um número natural. O desenho pode ser complementado pelo cálculo escrito e vice-versa.

Quanto ao **exercício 41**, se o professor tiver a intenção de investigar ainda mais o nível de conhecimento dos alunos, uma alternativa é alterar alguns dados numéricos e solicitar que analisem e comparem com a resposta encontrada para o problema original.

Para facilitar a resolução do **exercício 49**, sugira a construção de um quadro com os vinte primeiros quadrados perfeitos, escritos em forma de potência e com o respectivo resultado, para consultarem sempre que necessário. O quadro seria similar a:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $2^2 = 4$ | $5^2 = 25$ | ... | $15^2 = 225$ |
| $3^2 = 9$ | $6^2 = 36$ | ... | $16^2 = 256$ |

No **exercício 53**, os alunos deverão empregar as operações aritméticas e as propriedades já desenvolvidas ao longo do capítulo, pois assim perceberão quais operações e em que ordem resolverão o problema.

O **exercício 54** é uma oportunidade interessante para discutir com os alunos o uso de esquemas e a necessidade de sua correta interpretação para chegar a resultados. Nessa atividade, os alunos não chegarão à resposta correta se não tiverem clareza do percurso a seguir, assim como da ordem em que os comandos deverão ser cumpridos. Caso observe que muitos alunos estão encontrando resultados incorretos, peça que se juntem com um colega e troquem ideias para identificar o ponto de divergência.

Quanto ao "Trabalhando a informação" da **página 201**, lembramos que o ensino de probabilidade ficou, por muito tempo, restrito ao Ensino Médio. Estudos atuais na área de Educação Matemática, porém, possibilitaram trazer esse conhecimento para o Ensino Fundamental, cuidando sempre para que a abordagem seja integrada ao corpo de estudo e significativa ao aluno dessa faixa etária. No terceiro exercício do "Agora quem trabalha é você!", o professor poderá avaliar a compreensão dos alunos em relação ao tema, pedindo que, antes de realizarem o cálculo, respondam:

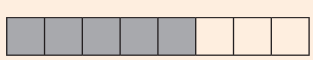
- Essa probabilidade está mais próxima de qual das seguintes porcentagens: 30%, 40%, 50% ou 60%?

Espera-se que excluam as porcentagens 50% e 60%, pois é possível saber, pelo enunciado, que menos da metade do total das bolinhas é verde.

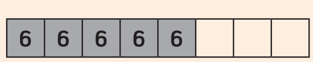
No **exercício complementar 1** procure estimular uma troca das respostas obtidas, de modo que o debate não foque apenas a resposta final, mas também a resolução. Os alunos podem ter percorrido caminhos diferentes e, com a explanação e o intercâmbio de estratégias, os procedimentos ganharão mais significado e riqueza.

A discussão com os alunos a respeito do enunciado e dos dados do **exercício complementar 3** pode ser muito interessante. O destaque deve ser a correta interpretação dos verbos "gastar" e "sobrar":

- ***1ª parada***: "gastou $\frac{1}{4}$ do combustível" significa o consumo de *metade da metade* do combustível total. Assim, sobraram *metade* e mais *metade da metade* do combustível total, o que pode ser representado por $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- ***2ª parada***: "havia gasto metade do combustível que tinha sobrado", ou seja, *metade* de $\frac{3}{4}$, ou seja, $\frac{3}{8}$.
- Logo, o gasto entre a saída e a 2ª parada foi de $\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$.
- Portanto, se o gasto foi de $\frac{5}{8}$, o que restou no tanque após a 2ª parada pode ser calculado por $1 - \frac{5}{8} = \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$.
- Com o tanque com apenas $\frac{3}{8}$ de sua capacidade, Adriane colocou 30 litros de gasolina, e o tanque ficou completamente cheio. Isso significa que $\frac{5}{8}$ do tanque correspondem a 30 litros. Esquematizando a situação em um diagrama, temos que todas as partes de cor cinza totalizam 30 litros:



Como todas essas partes são iguais, cada uma das cinco partes acinzentadas corresponderá a 6 litros $(30 : 5 = 6)$:

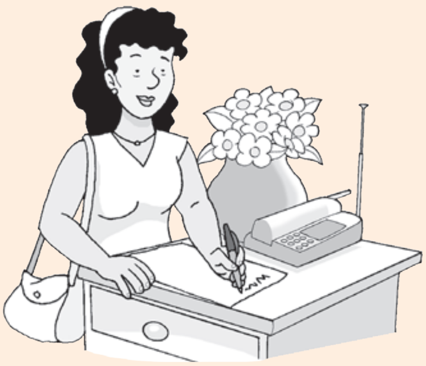



Conclusão: o tanque completo é equivalente a 8 partes dessas, ou seja, 48 litros $(8 \times 6 = 48)$.

Uma das intervenções possíveis para o **exercício complementar 8** é solicitar aos alunos, após a resolução do problema, que descrevam cada passo da resolução, buscando explicitar seu pensamento. Trata-se de uma ação pouco comum, mas que leva o aluno a reconsiderar seus passos e mesmo a corrigir possíveis erros.

## Sugestão de atividade

### A divisão de moedas




Ao sair de casa, dona Lídia deixou para seus dois filhos, Rômulo e Rêmulo, uma certa quantia de moedas de um real e um bilhete que dizia: "Metade destas moedas para cada um".

Quando Rômulo chegou em casa, leu o bilhete, pegou metade das moedas e saiu.

Ao chegar, Rêmulo leu o bilhete e, pensando ser o primeiro, pegou metade das moedas e saiu.

Mais tarde, ao voltar, dona Lídia encontrou ainda 3 moedas. Quantas foram as moedas que ela havia deixado para seus dois filhos?

*Resposta*:
12 moedas

### Jogo dos resultados alinhados

**Número de participantes:** 2 jogadores

**Material**

- 2 canetas de cores diferentes
- papel sulfite

**Regras**

- Os jogadores devem fazer dois tabuleiros numa folha de papel sulfite. Cada tabuleiro é formado por um quadrado dividido em 9 quadrados menores (casas).
- Um dos tabuleiros deve ser preenchido conforme este modelo:

| | | |
|---|---|---|
| subtraia | some | multiplique por |
| divida por | **multiplique por 1** | subtraia |
| some | multiplique por | divida por |

- Os dois jogadores devem escolher juntos um único número para colocar em cada operação, assim como foi feito com o número 1, no quadrado do meio (que é valor fixo).

  Esses números devem ser todos diferentes e escolhidos de 0 a 100 do seguinte modo:

  → 2 frações unitárias (numerador igual a 1)
  → 1 número primo
  → 1 número par
  → 1 número natural divisível por 5
  → 3 números naturais quaisquer diferentes dos demais
- Após escolher quem começa através da disputa de par ou ímpar, cada jogador pega uma das canetas coloridas, escolhe outro número de 0 a 100 e escreve no papel sulfite.
- Depois, um de cada vez escolhe uma casa do tabuleiro das operações (ainda não selecionada) e efetua a conta, na folha de sulfite, com o seu número. A seguir, escreve o resultado no outro tabuleiro, na casa correspondente à da operação realizada.
- A partir da segunda jogada de cada um, as operações são efetuadas com o resultado da operação anterior do próprio jogador.
- O jogador que errar a operação perde a vez e não pode marcar nada na casa.
- Vence o jogo quem primeiro conseguir alinhar três resultados na horizontal, na vertical ou na diagonal.

- Caso nenhum jogador consiga alinhar três resultados numa rodada, outros números devem ser escolhidos e o jogo reinicia com o mesmo tabuleiro das operações.

**Questões para os alunos responderem pensando na estrutura do jogo.**

**a)** Pensem na estrutura do jogo e analisem a seguinte situação:
Paulo e Patrícia montaram um tabuleiro para jogar:

| | | |
|---|---|---|
| subtraia 20 | some 5 | multiplique por 0 |
| divida por 10 | **multiplique por 1** | subtraia 18 |
| some 15 | multiplique por $\frac{1}{4}$ | divida por $\frac{1}{2}$ |

**b)** Esse tabuleiro está dentro das especificações do jogo? Justifique.

**c)** Patrícia escolhe o número 25 e Paulo, o 10. Ele joga na 1ª vez. Existe alguma casa que Paulo não pode escolher?

**d)** Depois de algumas jogadas, veja como está o jogo:

| | Paulo (cor vermelha) | Patrícia (cor azul) |
|---|---|---|
| **início** | 10 | 25 |
| **1ª jogada** | $10 : 10 = 1$ | $25 : \frac{1}{2} = 50$ |
| **2ª jogada** | $1 + 15 = 16$ | $50 - 20 = 30$ |
| **3ª jogada** | $16 \times 1 = 16$ | ainda vai jogar |

| | | |
|---|---|---|
| **30** | | |
| **1** | **16** | |
| **16** | | **50** |

É a vez de Patrícia jogar. O que ela deve fazer? Na situação apresentada, Paulo já ganhou o jogo? Justifique.

*Respostas*:

**b)** Sim, pois ele segue o modelo dado. Além disso, os oito números colocados foram escolhidos conforme as regras: duas frações unitárias $\left(\frac{1}{4} \text{ e } \frac{1}{2}\right)$, um número primo (5), um número par, um número natural divisível por 5 e outros três números diferentes dos demais.

**c)** Sim. Ele não pode escolher “subtraia 20” nem “subtraia 18”.

**d)** Para impedir Paulo de ganhar o jogo, Patrícia deve escolher a casa “multiplique por 0”, pois Paulo não poderá escolher a casa “subtraia 18”.

CAPÍTULO 8

# Números racionais na forma decimal e operações

## Objetivos do capítulo

Levar o aluno a:

- Ler, escrever e representar números racionais na forma decimal.
- Reconhecer números racionais em diferentes contextos, cotidianos e históricos.
- Localizar números racionais na forma decimal na reta numérica.
- Reconhecer que os números racionais podem ser expressos na forma de fração e decimal, estabelecendo relações entre essas representações.
- Resolver situações-problema que envolvam números racionais na forma decimal, compreendendo os diferentes significados das operações entre esses números.
- Realizar cálculos que envolvam operações com números racionais na forma decimal por meio de estratégias variadas.
- Resolver situações-problema que envolvam a ideia de porcentagem.
- Compreender o significado de média aritmética e aprender a calculá-la.

## Orientações gerais do capítulo

Como este capítulo é uma ampliação dos anteriores, ainda com foco no estudo dos números racionais, agora representados sob a forma decimal, é sempre importante ficar claro aos alunos o caráter de extensão e continuidade do assunto já em estudo, ou seja, que não estão vendo algo completamente novo e sem conexão com aquilo que já conhecem a respeito de números e de operações.

Para o trabalho com o tema deste capítulo, sugerimos os livros:

JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo Cestari; IMENES, Luiz Márcio. *Frações e números decimais*. São Paulo: Atual, 2002. (Coleção Pra Que Serve Matemática?).

RAMOS, Luzia Faraco. *Aventura decimal*. São Paulo: Ática: 2001. (Coleção A Descoberta da Matemática).

O capítulo tem início com um contexto interessante tanto do ponto de vista matemático quanto do ponto de vista das Ciências Naturais, uma vez que aborda um tema de grande importância para a vida: a distribuição de água no mundo. Os alunos devem estar atentos às informações organizadas em diferentes recursos gráficos e, nesse caso especificamente, à reflexão da situação em que nos encontramos hoje e do risco que corre toda a vida do planeta caso nada seja feito para preservar a água e garantir o acesso democrático a ela.

Para as resoluções solicitadas no "Pense mais um pouco..." da **página 211**, caso nem todos os alunos disponham de calculadora, podem-se formar duplas, desde que todos tenham oportunidade de manusear o instrumento. O contato com a calculadora, em atividades que não tenham como foco simplesmente chegar a resultados de cálculos já estabelecidos, é essencial para os alunos lidarem com uma ferramenta tão presente no cotidiano e desenvolverem a habilidade de utilizá-la com competência. Vale destacar que todos os cálculos que os alunos precisam fazer nessa atividade envolvem comparações, observações e busca de generalizações, ou seja, o aluno precisa refletir sobre esses resultados, não bastando apertar os botões mecanicamente.

No **exercício 20**, os alunos deverão identificar os números naturais que estão de acordo com as comparações do enunciado. Pode-se ampliá-lo pedindo aos alunos que:

- Reescrevam o enunciado de maneira que as respostas se mantenham inalteradas. Assim, o aluno precisa encontrar outros números racionais escritos na forma decimal que estejam próximos a 98, mas sejam menores, e também buscar números que estejam próximos a zero, mas sejam maiores. Vejamos algumas possibilidades de novos enunciados:
  — Qual é o menor número natural maior que 97,1? E o menor número natural menor que 0,9?
  — Qual é o menor número natural maior que 97,08? E o menor número natural menor que 0,00004?
- Reescrevam o enunciado de forma que as respostas se alterem, mas continuem a ser únicas. Vejamos algumas possibilidades:
  — Qual é o menor número natural maior que 100,1? E o menor número natural menor que 15,03? (101 e 15)
  — Qual é o menor número natural maior que 0,7? E o menor número natural menor que 22,9? (1 e 22)

A intenção do **exercício 22** é fazer os alunos reconhecerem como as comparações entre números racionais na forma decimal são comuns em situações cotidianas. É importante perceberem que, na situação do exercício, não ocorre a comparação apenas da quantidade de suco de cada embalagem, mas também dos preços, uma vez que a informação "são vendidas pelo mesmo preço" já é uma comparação entre as diferentes embalagens e um dado fundamental para concluir-se qual a embalagem mais vantajosa.

Uma boa prática no **exercício 26** é incentivar os alunos a responderem sem fazer nenhum cálculo escrito, pois essa é uma situação muito comum no cotidiano deles, em que o cálculo mental prestará grande auxílio.

Quanto ao **exercício 30**, é importante destacar que pode ser resolvido, em um primeiro momento, sem cálculos. Isso porque muitos jovens já vivenciaram situações de compra e venda nas quais são comuns os pagamentos em dinheiro com a devolução de troco. Não é incomum encontrar em sala de aula alunos com maior facilidade para realizar cálculos mentais (especialmente aqueles relacionados com um problema contextualizado) que cálculos escritos. Esse tipo de cálculo (chamado de mental exato) deve ser valorizado em sala de aula, pois é um valioso instrumento para aprimorar o cálculo escrito exato. O mesmo vale para os alunos que fazem com mais facilidade os cálculos escritos.

Com a intenção de aprofundar a interpretação dos dados representados em um gráfico, uma atividade complementar ao **exercício 35** é reunir os alunos em duplas e pedir que escrevam duas afirmações a respeito do gráfico — uma verdadeira e outra falsa. Os alunos devem escrever e entregar as afirmações ao professor. Em seguida, o professor distribui duas afirmações a cada dupla (tendo o cuidado para que não tenham sido criadas pela própria dupla) e solicita que identifiquem a afirmação verdadeira e corrijam a falsa.

Para chegar à solução do **exercício 41**, o aluno deve ter claro o significado de "o triplo de um número", assim como da existência de mais de uma possibilidade para seu cálculo. Caso seja necessário, pode pedir que primeiro estimem o resultado final, em cada item, para depois fazerem os cálculos propriamente ditos.

Se achar conveniente, no momento do **exercício 48**, discorra sobre a necessidade de todos os cidadãos contribuírem para a circulação de moedas e sobre quanto é prejudicial o hábito de deixar as moedas em casa, atrapalhando a circulação do dinheiro e dificultando a devolução de troco pelos comerciantes. O estudo dos diferentes modos de compor 1 real utilizando moedas é uma ação bem interessante, pois faz o aluno registrar relações numéricas que já utilizava em situações cotidianas sem ter consciência.

No "Pense mais um pouco..." da **página 224**, os alunos podem ser agrupados em duplas ou trios para realizar os cálculos solicitados e comparar suas respostas. Primeiro, deverão encontrar a relação entre as multiplicações apresentadas no início do exercício e aquelas apresentadas no item **1**. No caso, as relações são decimais, ou seja, basta fazer multiplicações por 10, 100 etc. para encontrar os resultados. Em seguida, precisam relacionar as multiplicações do item **2** com as multiplicações iniciais, já aproveitando a dica de que devem fazer alguma adição ou subtração, sempre utilizando os resultados anteriores. Um dos caminhos possíveis para resolução é:

**a)** $38{,}2 \times 11 = 3{,}82 \times 10 + 38{,}2$

**b)** $38{,}2 \times 3 = 3{,}82 \times 4 - 38{,}2$ ou $3{,}82 + 3{,}82 + 3{,}82$

**c)** $38{,}2 \times 14 = 3{,}82 \times 10 + 38{,}2 \times 4$

**d)** $38{,}2 \times 8 = 3{,}82 \times 10 - 38{,}2 - 38{,}2$

**e)** $38{,}2 \times 47 = 3{,}82 \times 40 + 38{,}2 \times 7$

**f)** $38{,}2 \times 74 = 3{,}82 \times 70 + 38{,}2 \times 4$

No **exercício 52**, o professor tem a oportunidade de observar se os alunos ampliaram suas observações, encontrando regularidades nas multiplicações de números racionais escritos na forma decimal por números naturais que são potências de 10.

Uma possível ampliação do **exercício 56** é o aluno pedir a um adulto de seu convívio que use carro com frequência, que faça a mesma experiência de Paula, coletando dados reais em diferentes ocasiões de abastecimento.

Aproveitando o contexto do **exercício 58**, o professor pode pedir aos alunos que façam uma pesquisa (em casa, na escola, nos mercados e em lugares públicos) de diferentes medidas que encontrarem para altura de um degrau e que façam, no final, uma tabela comparando a altura total de 8 degraus. Ficaria uma tabela parecida com a seguinte:

| | **Altura de 1 degrau (em m)** | **Altura de 8 degraus (em m)** |
|---|---|---|
| Degrau da escola | 0,45 | 3,6 |
| Degrau do mercado | 0,5 | 4 |
| Degrau da minha casa | 0,38 | 3,04 |

Se achar adequado, aproveite o **exercício 62** para conversar com os alunos sobre hábitos de consumo e algumas práticas comuns no comércio que acabam lesando os consumidores. Vejamos dois exemplos clássicos:

- Como a atenção do consumidor geralmente não se concentra nos centavos, muitos preços são exibidos com o máximo de centavos possível (R$ 13,99, R$ 149,99...), pois assim o consumidor tem a falsa sensação de estar comprando mais barato do que se estivessem registrados os valores redondos (R$ 14,00, R$ 150,00...).
- Entretanto, há situações em que os mesmos valores são arredondados por falta de troco, levando-nos a perder centavos em diversos estabelecimentos.

O **exercício 68** exige que o aluno compare as três divisões, tendo em vista não apenas o quociente encontrado em cada uma, mas o resto obtido. Após algumas discussões e trocas de ideias, é importante incentivar os alunos a relatarem o que perceberam, a fim de se apropriarem das conclusões. Vejamos algumas falas interessantes nesse caso:

- Todas as divisões têm o mesmo resultado, apesar de os números envolvidos (dividendo e divisor) serem distintos nas três divisões.
- De uma divisão para outra, aumentamos o divisor e o dividendo em 10 vezes ($43 \times 10 = 430$, assim como $9 \times 10 = 90$ e também $430 \times 10 = 4.300$ e $90 \times 10 = 900$), mas o quociente continua o mesmo. O que muda na mesma proporção é o resto, que vai aumentando, também multiplicado por 10.

O contexto do **exercício 71** é o turismo no Brasil. Outras informações interessantes sobre o assunto podem ser consultadas pelos alunos no *site* do Ministério do Turismo <www.turismo.gov.br>, no qual encontramos dados atuais sobre destinos e roteiros nacionais, apontando diferentes opções para jovens, adultos e crianças conhecerem melhor nosso país. Um ponto que pode ser discutido com os alunos é o fato de o turismo representar um campo de forte potencial econômico no Brasil, embora careça ainda de desenvolvimento mais consistente.

O conceito de *média aritmética* é introduzido pelo “Trabalhando a informação” da **página 234** e **235**. É bem provável que alguns alunos já tenham vivenciado situações em que houve necessidade de calcular a média aritmética de uma amostra de dados. Além dos cálculos envolvidos nessa discussão, o aluno deve compreender o significado de *média* e saber avaliar se as respostas obtidas estão dentro do esperado.

Para o desenvolvimento do **exercício 77**, é interessante incentivar os alunos a registrarem na lousa seus achados, para que toda a classe possa acompanhar não apenas o resultado obtido para cada expressão, mas também os procedimentos de resolução, de modo que seja possível identificar dúvidas e erros e, consequentemente, fazer interferências para corrigi-los.

Como o **exercício 80** é totalmente aberto, propiciando o surgimento de uma grande diversidade de propostas, é preciso o professor se preparar para dar retorno a cada aluno, analisando se o problema criado faz sentido e se está de acordo com a expressão do enunciado. Para enriquecimento desse trabalho, pedir alunos que, além de mostrarem sua proposta ao professor, troquem-na com outros dois alunos (ou seja, o problema criado por um aluno será lido por pelo menos dois colegas). Desse modo, poderão apresentar sugestões aos colegas ou solicitar a ajuda do professor nos casos em que há muitas divergências ou dúvidas. Assim, o trabalho do aluno é feito de maneira mais autônoma e ele percebe quanto pode contribuir para o aprendizado dos demais colegas, e vice-versa.

O **exercício 82** é um ótimo momento para avaliar o que os alunos compreenderam a respeito de *dízimas periódicas*. Entretanto, para a obtenção de resultados satisfatórios, o professor precisa estar atento a alguns aspectos:

- o exercício foi elaborado para ser feito em duplas;
- é necessário que cada dupla tenha uma calculadora para efetuar os cálculos do item **a**;
- os itens **b** e **c** *não* podem ser resolvidos por meio de calculadora, senão o exercício perde seu sentido, já que então os alunos não observariam nenhuma relação entre os resultados já obtidos e os novos cálculos.

O **exercício 86** pode ser ampliado para uma pesquisa acerca de preços atualizados das tarifas praticadas em táxis (bandeirada e quilômetro rodado) de diferentes lugares do Brasil. Os alunos poderão reunir os dados em uma tabela comparativa, do tipo:

| Cidade | Bandeirada | Preço do quilômetro rodado (em R$) | Preço de uma corrida de 25 quilômetros (em R$) | Distância percorrida (em km) com R$ 50 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

Na resolução do **exercício complementar 8**, se considerar adequado, solicite aos alunos que reescrevam as afirmações falsas, corrigindo-as, sempre lembrando que deverão encontrar representações equivalentes, mas não iguais. Por exemplo, no item **d**, não devem escrever apenas $3{,}05 = 3{,}05$ para torná-la verdadeira, mas colocar duas representações diferentes, como $3{,}05 = 3{,}050$.

Durante a resolução do **exercício complementar 9**, é interessante reforçar com os alunos a importância das informações contidas nos enunciados. Pode-se ampliar a discussão pela variação dos enunciados, para “examinar” o que acontece com as respostas:

- E se substituíssemos “Qual é o *menor* número natural *maior* que 11,7?” por:
  — “Qual é o *maior* número natural *maior* que 11,7?” (Não haveria resposta, pois não existe o “maior” número, uma vez que o conjunto dos naturais é infinito.)
  — “Qual é o número natural *maior* que 11,7?” (Existiriam infinitas respostas: 12, 13, 14...)
- E se substituíssemos “Qual é o *maior* número natural *menor* que 9,02?” por:
  — “Qual é o *menor* número natural *menor* que 9,02?” (A resposta seria: 0.)
  — “Qual é o número natural *menor* que 9,02?” (Haveria mais de uma resposta possível: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9.)

No **exercício complementar 14**, mais uma vez os alunos poderão colocar em prática modos de calcular diferentes do “escrito e exato”, pois o “mental e aproximado”, ou mesmo o “mental e exato”, são comuns e bastante úteis em situações cotidianas de compra e venda.

Para resolver o **exercício complementar 16**, o aluno precisa retomar alguns aspectos e regularidades importantes das multiplicações e divisões por múltiplos de 10. É também uma oportunidade para os alunos mostrarem suas eventuais dúvidas sobre o assunto.

## Sugestão de leitura para o professor

### Frações decimais

Embora o sistema de numeração posicional hindu já estivesse assentado no século V ou VI, sua extensão às frações decimais só ocorreu um milênio mais tarde.

A ideia das frações decimais apareceu primeiro em raízes aproximadas de números irracionais. Por volta do século XII, João de Sevilha acrescentou 2n zeros ao número dado, calculou a raiz quadrada, e tomou esta raiz como o numerador de uma fração cujo denominador era 1 seguido de n zeros. O alemão Adam Riese (1522) deu uma tábua de raízes quadradas, afirmando que, como os números tinham sido multiplicados por 1.000.000, as raízes eram 1.000 vezes maiores. A raiz quadrada de 2 aparece assim como 1.414, embora as partes inteiras e fracionárias figurassem em colunas separadas.

Outro alemão, Christoff Rudolff, ao construir uma tábua de juros compostos para um livro em 1530, usou uma barra vertical exatamente como usamos hoje a vírgula decimal.

É possível, pelo menos, que a ideia de fração decimal na Europa tenha surgido através dos contatos com o Oriente. O astrônomo persa Jamshid al-Kashi (cerca de 1430) multiplicou 25,07 por 14,3 obtendo 358,501, embora não tivesse usado uma vírgula decimal como tal. Al-Kashi, por sua vez, pode ter sido influenciado pelos chineses e indianos, entre os quais se encontrou um certo emprego sistemático de frações decimais.

Em 1579, o francês François Viète (também conhecido como Vieta) publicou um trabalho que incluía o uso sistemático de frações decimais (usando tanto a vírgula como uma barra vertical como separatriz) e uma defesa intensa de sua adoção por todos os matemáticos.

Apesar dessas sugestões preliminares, a invenção das frações decimais é atribuída, na maioria das vezes, ao cientista holandês Simon Stevin. Em 1585 Stevin publicou *La Disme*, um livreto de sete páginas em que explicava as frações decimais e dava regras para sua aplicação às operações aritméticas. A ideia de Stevin foi transmitida à Inglaterra através de uma tradução, em 1608, de *La Disme*; no continente europeu, o suíço Jobst Bürgi (1592) e o alemão Johann Hartmann Beyer (1603) publicaram tratados sobre decimais. Beyer, inclusive, reivindicou para si a sua invenção.

O único aprimoramento significativo introduzido na formulação de Stevin das frações decimais foi quanto à notação. Stevin escrevia 5,912 como

$$\overset{0}{5}\quad\overset{1}{9}\quad\overset{2}{1}\quad\overset{3}{2}$$

Ou 5⓪9①1②2③

Várias sugestões foram feitas para se separarem as partes inteira e fracionária de um numeral. Alguns autores escreviam $75/\underline{321}$, outros $75^{\underline{321}}$, e outros ainda 75,321.

O maior impulso ao uso de frações decimais resultou da invenção dos logaritmos. Embora os primeiros logaritmos (publicados por John Napier em 1614) não contivessem frações decimais, elas apareceram na versão inglesa de 1616 com um ponto como separatriz decimal. Em sua *Rabdologia*, de 1617, em latim, Napier propôs a notação 1993,273 (com a sugestão de um ponto ou uma vírgula), embora ele também usasse 821,2’5” para o atual 821,25.

Mesmo hoje, apesar do amplo uso da notação decimal, não há uma forma universalmente aceita para a “separatriz decimal”. Para 3.25 (notação americana) os ingleses escrevem 3 · 25 e os alemães e franceses 3,25.

MILLER, Leland; FEY, James. “Frações decimais”. In: DAVIS, Harold T. (Org.). *Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula*: computação.Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

## Sugestão de atividade

**Matemática e alimentação**

**Objetivos**

– Trabalhar com a construção e interpretação de tabelas.

– Fazer com que os alunos reflitam sobre sua alimentação.

**Conteúdos específicos**

– Leitura, interpretação e construção de tabelas

– Operações com números racionais

– Leitura de texto.

**Material necessário**

Jornais, revistas, internet

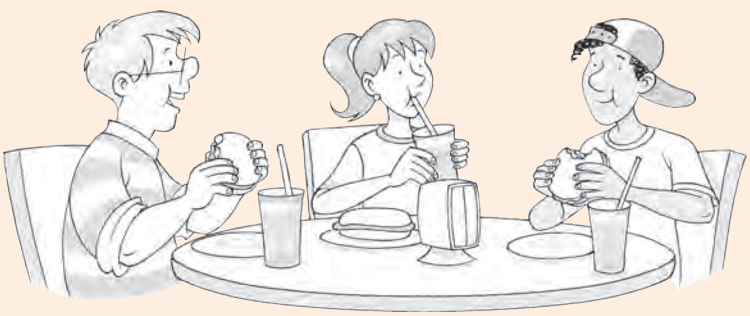
**Desenvolvimento**

**1ª etapa**

Apresentar o seguinte texto aos alunos e promover uma discussão a respeito:

**Alimentação do adolescente**

A adolescência é uma fase da vida que vai aproximadamente dos 10 aos 19 anos; ocorrem intensas mudanças físicas, psicológicas e comportamentais nesse período.


JOSÉ LUÍS JUHAS

A alimentação é um aspecto tão importante na adolescência quanto na infância, pois deverá contribuir para criar e manter bons hábitos alimentares para toda a vida, além de satisfazer as necessidades nutricionais, propiciando peso e desenvolvimento adequados de massa óssea e muscular, intensos nesse período.

Dentre todas as mudanças que ocorrem ou podem ocorrer nesse período está a mudança nos hábitos alimentares, que podem ter influências emocionais, sociais, econômicas etc. O adolescente pode mudar seus hábitos alimentares devido à influência dos amigos, para contrariar os pais, pelo aumento do poder de compra, pela influência da mídia etc. Essa mudança nos hábitos alimentares, trocando alimentos mais saudáveis por outros menos saudáveis, pode repercutir na saúde do adolescente, seja de imediato, seja na idade adulta, e essa escolha inadequada por alimentos de maior valor calórico e menos nutritivos pode permanecer pela vida toda.

Para os adolescentes que costumam realizar diversas atividades ao longo do dia, é comum deixar de fazer certas refeições ou substituí-las por alimentos inadequados; há o consumo excessivo de lanches (ricos em gorduras, sal, colesterol), alimentos industrializados, refrigerantes, entre outros, o que contribui para a formação de maus hábitos alimentares. Também devido a esses maus hábitos e à falta de atividade física, cada vez mais os adolescentes têm apresentado problemas como excesso de peso e obesidade.

Um comportamento preocupante é a “mania” de fazer “regimes” de restrição alimentar, existente especialmente entre adolescentes do sexo feminino. Isso pode acarretar carências nutricionais, pois há uma tendência a realizar o “controle alimentar” sem a orientação de um profissional. Nutrientes importantes acabam sendo consumidos abaixo das necessidades, entre eles o ferro, cálcio, vitaminas, e até o consumo energético pode ficar comprometido, prejudicando o desenvolvimento.

Além disso, essas “manias” de “regimes” de restrição alimentar podem ser o início de problemas mais graves, devidos à baixa autoaceitação do adolescente, como anorexia e bulimia nervosa.

Algumas dicas para hábitos alimentares saudáveis:

- Realizar de cinco a seis refeições diárias, sendo três refeições principais e dois a três lanches, evitando ficar longos períodos sem se alimentar.
- Variar a dieta (consulte a Pirâmide Alimentar dos Adolescentes).
- Ingerir bastante líquido.

- Evitar comer em frente à TV, pois isso abre caminho para excessos.
- Evitar “pular” refeições, pois isso faz com que a fome seja ainda maior na próxima refeição, propiciando excessos.
- Escolher embalagens individuais, em vez de embalagens “tamanho família”; por exemplo, preferir os chocolates embalados individualmente, no lugar de barras inteiras.
- Quando os lanches substituem as principais refeições, é importante assegurar que eles sejam nutritivos e contribuam para uma dieta equilibrada.
- Praticar exercícios físicos regularmente.
- Caso haja necessidade de redução de peso, procurar sempre a orientação de um profissional da área.

Disponível em: <www1.hu.usp.br/profissionais/nutricao/nutricao_alim_adolescente.htm>. Acesso em: 5 maio 2015.

**2ª etapa**

Pedir aos alunos que façam uma pesquisa sobre três cardápios da alimentação oferecida na escola e pedir que construam uma tabela com os dados nutricionais dos alimentos de cada cardápio. Em cada cardápio não esquecer de incluir a bebida consumida.

Solicitar que pesquisem a quantidade de calorias em cada alimento que foi colocado na tabela construída e acrescentem esses dados à tabela.

**3ª etapa**

Levantar algumas questões referentes às pesquisas, como: Qual das três opções de alimentação é a mais saudável? Qual contém mais calorias?

**4ª etapa**

Pedir a cada aluno que escolha a opção que considerar mais saudável, justificando sua escolha. Solicitar a comparação dessa opção com as dos demais colegas da classe e que escolham a(s) opção(ões) que considerarem mais adequada(s).

**5ª etapa**

Pedir aos alunos que elaborem um cartaz contendo as opções escolhidas e as dicas apresentadas no texto para hábitos alimentares saudáveis que considerarem mais importantes.

**Final**

Deixar esse cartaz na parede da sala para que possam refletir sobre seus hábitos alimentares.

## Matemática e tecnologia

Nos últimos anos, assistimos a um impressionante avanço nas tecnologias associadas à transmissão de imagens. Uma prova disso é a variedade de televisores que encontramos à venda, desde os mais simples, que ainda funcionam com sinais analógicos, até os mais sofisticados, que dispõem de tecnologia digital de alta definição (HD). Observe o comparativo entre três tipos de televisores:

**TV COMUM**

Resolução da tela:
(704 × 480 *pixels*)

Uma TV comum exibirá sempre uma imagem de baixa definição, não importando em qual tipo de conversor esteja conectada. É que ela só entende o sinal MPEG-2, além de ter uma tela de resolução baixa, com um número menor de pontos (*pixels*) para formar a imagem.

**HD READY**

Resolução da tela:
média (1.366 × 768 *pixels*)*

Essa TV entende o MPG-4 – por isso o nome HD Ready (“pronta para HD”). Com o conversor HD, ela exibe uma imagem bem melhor do que se estivesse ligada ao conversor tradicional. Mas ela não tem, necessariamente, o número de *pixels* com a resolução máxima de alta definição.

* OBS. O número de *pixels* nas TVs HD READY pode variar.

**FULL HD**

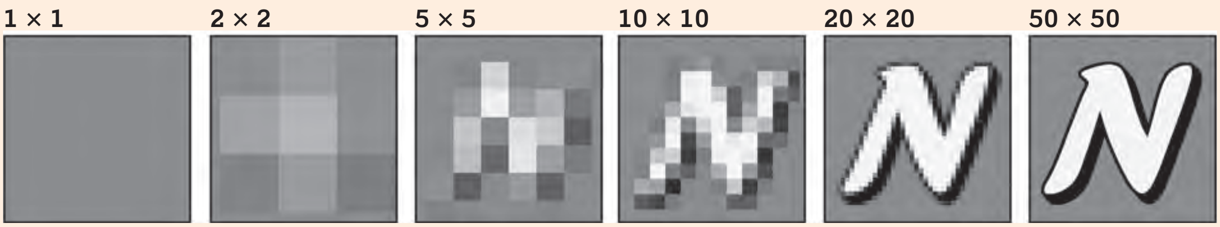
Resolução da tela:
máxima (1.920 × 1.080) *pixels*

É a TV ideal: além de entender MPEG-4, ainda tem o número máximo de *pixels*. Porém, ela só exibe programas em alta definição quando ligada a um conversor HD. Com um conversor tradicional – que só lê MPEG-2 –, a imagem é igual à de uma TV comum.

ILUSTRAÇÕES: ÉBER EVANGELISTA

Fonte: *Mundo Estranho*. São Paulo: Abril, ano 7, n. 9, set. 2008. p. 44.

Observe que a resolução das telas é dada em *pixel*. *Pixel* é o nome dado a cada ponto luminoso do monitor que, junto com outros pontos do mesmo tipo, forma as imagens da tela. Quanto maior o número de *pixels*, mais alta a resolução da imagem, ou seja, maior a qualidade da imagem. A sequência de imagens a seguir é um bom exemplo disso:




ILUSTRAÇÕES: ÉBER EVANGELISTA

**a)** Qual desses três tipos de televisores tem a melhor resolução?

**b)** De maneira geral, escrevemos a resolução em *pixels* como o conjunto de dois números naturais em que o primeiro número é a quantidade de colunas de *pixels* e o segundo é a quantidade de linhas de *pixels*. Qual a quantidade de linhas de *pixels* em cada tipo de televisor?

**c)** Outra maneira de informar a resolução é por meio do número de *megapixels*, os quais devem ser calculados multiplicando o número de *pixels* das colunas pelo número de *pixels* das linhas e dividindo o resultado por um milhão. Calcule a resolução, em *megapixels*, de cada tipo de televisão.

*Respostas*:

**a)** Full HD

**b)** TV comum: 480 *pixels*; HD READY: 768 *pixels*; FULL HD: 1.080 *pixels*.

**c)** TV COMUM: aproximadamente 0,33; HD READY: aproximadamente 1,04; FULL HD: aproximadamente 2,07.

# CAPÍTULO 9

# Polígonos e poliedros

## Objetivos do capítulo

Levar o aluno a:

- Classificar figuras planas segundo critérios diversos, como: polígonos e não polígonos; número e paralelismo de lados dos polígonos; medidas de ângulos e de lados.
- Reconhecer e quantificar os elementos de um polígono: lados, vértices e ângulos internos.
- Classificar triângulos considerando a medida dos lados e a medida dos ângulos internos.
- Construir triângulos utilizando régua e compasso.
- Identificar diferentes planificações de alguns poliedros.
- Reconhecer as bases e as faces laterais de um prisma.
- Reconhecer semelhanças e diferenças entre prismas e pirâmides.

## Orientações gerais do capítulo

Depois de ter visto a classificação geral das figuras em planas e não planas, noções primitivas da Geometria (ponto, reta, plano) e a classificação dos sólidos em corpos redondos e poliedros, o aluno tem neste capítulo a continuidade do estudo geométrico, centrada agora nos polígonos e poliedros.

Como já dissemos para o Capítulo 3, as aulas de Geometria são sempre enriquecidas com a comparação entre as noções abstratas e os elementos concretos da realidade, assim como com a manipulação de materiais simples do cotidiano.

Para enriquecimento do trabalho, indicamos o seguinte livro:

MACHADO, Nilson José. *Polígonos, centopeias e outros bichos*. São Paulo: Scipione, 2006. (Coleção Vivendo a Matemática).

A abertura do capítulo se dá com uma tela de um dos maiores expoentes do abstracionismo geométrico, o artista russo naturalizado francês Wassily Kandinsky (1866-1944). O professor tem, então, uma boa oportunidade para explorar a ligação da Matemática com as artes plásticas, em particular, a forte presença da Geometria nas manifestações modernistas do último século.

Para complementar a discussão a respeito da definição de polígono proposta pelo **exercício 5**, após a resolução, pode-se perguntar aos alunos por que as figuras **b**, **c** e **f** não são polígonos.

O **exercício 8** é uma oportunidade para os alunos observarem regularidades em uma *sequência de figuras*. Para os alunos terem mais clareza da regra que "gera" cada uma das sequências, incentive-os a escrever a regra observada. Vejamos algumas explicações possíveis:

**a)**

| 1ª figura | 2ª figura | 3ª figura |
|---|---|---|
| 3 palitos | 4 palitos | 5 palitos |

O número de palitos vai aumentando de 1 em 1; assim, uma possibilidade para a 4ª figura é que seja composta de 6 palitos.

**b)**

| 1ª figura | 2ª figura | 3ª figura |
|---|---|---|
| 3 palitos | 6 palitos | 9 palitos |

O número de palitos vai aumentando de 3 em 3; assim, uma possibilidade para a 4ª figura é que seja composta de 12 palitos (9 + 3).

**c)**

| 1ª figura | 2ª figura | 3ª figura |
|---|---|---|
| 6 palitos | 10 palitos | 14 palitos |

O número de palitos vai aumentando de 4 em 4; assim, uma possibilidade para a 4ª figura é que seja composta de 18 palitos (14 + 4).

Caso algum aluno apresente outra alternativa de resposta, cabe ao professor analisar também a justificativa, pois existem outras respostas possíveis.

Para resolver o **exercício 9**, os alunos podem desenhar qualquer *polígono de 7 lados*. Os alunos devem perceber que, seja qual for o desenho desse polígono, ele deverá ter:

- 7 vértices;
- 7 lados;
- 14 diagonais.

A identificação (por meio de letras maiúsculas) dos lados do polígono pode variar, pois é uma escolha pessoal. Para os alunos perceberem as semelhanças e diferenças em suas respostas, incentive-os a trocá-las com pelo menos dois colegas.

Após a resolução do **exercício 11**, o professor pode reforçar aos alunos que, seja qual for o *triângulo*, nunca haverá diagonais. É importante que eles, após testarem em diferentes triângulos, percebam que, ao unir dois de seus vértices, sempre estarão traçando um lado e nunca uma diagonal.

No **exercício 15**, espera-se que os alunos observem a relação entre as combinações possíveis das cinco equipes de tênis de mesa com a situação do polígono e suas diagonais. Antes que os alunos estabeleçam qualquer relação, o professor pode simular a situação com a participação de cinco alunos, cada um representando uma equipe. À medida que se formarem os pares de equipes para representar as partidas, registre na lousa e, em seguida, faça um paralelo com o estudo das diagonais. A título de exemplo, pode-se acrescentar a clássica situação do encontro de um grupo de pessoas que trocam apertos de mãos, de maneira que ninguém deixe de cumprimentar ninguém e cada pessoa seja cumprimentada uma única vez. O número total de cumprimentos, nessas ocasiões, é calculado de modo similar ao exercício em questão.

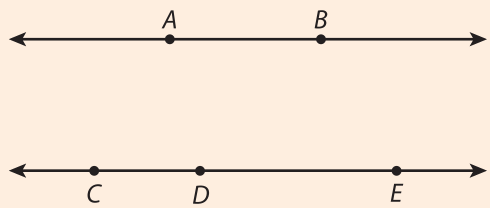
Quanto ao **exercício 17**, já é possível, nessa faixa etária, os alunos perceberem que não há necessidade de manusear o material citado (três palitos de fósforo) para chegar à conclusão esperada. Devem, sim, fazer uma visualização mental da figura formada, concluindo que, se os palitos são de mesmo comprimento, o triângulo resultante será equilátero.

Para a consecução do **exercício 19**, é essencial que todos os alunos disponham de material adequado para a construção de cada triângulo. No item **d**, o próprio processo de construção permitirá ao aluno concluir que um triângulo com as medidas de lados propostas é impossível, pois não "fecha" – a experimentação confere significado à condição de existência de um triângulo. Após a tentativa, o aluno deverá então fazer a comparação das medidas dos lados para justificar matematicamente a impossibilidade de sua construção.

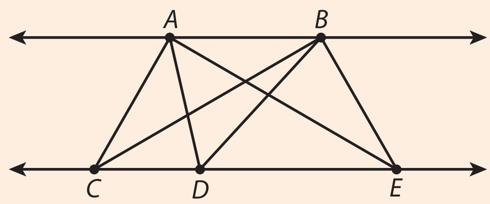
Uma alternativa para desenvolver o **exercício 22** é reunir os alunos em trios, para a resolução conjunta. Em seguida, sorteiam-se alguns trios para exporem à classe suas resoluções. Explanações dos próprios alunos configuram um momento valioso para todos opinarem e corrigirem eventuais falhas de resolução.

No "Pense mais um pouco..." da **página 259**, o grande desafio é o aluno encontrar uma maneira organizada de traçar e contar os triângulos possíveis sem esquecer nenhum deles e sem contar mais de uma vez um mesmo triângulo. Vejamos uma possibilidade de resolução:

- Para facilitar a comunicação, nomeamos os pontos traçados da seguinte maneira:



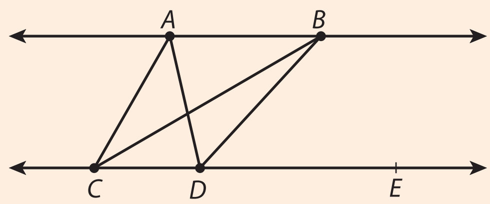

- Primeiro, traço todos os triângulos possíveis de base $\overline{AB}$:




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Como o terceiro vértice deve ser um dos três pontos da outra reta, são possíveis três triângulos: *ABC*, *ABD* e *ABE*.

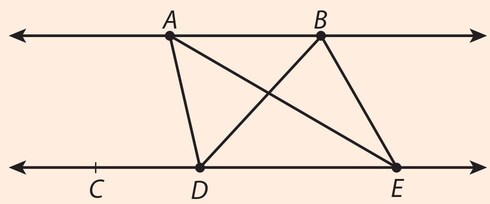
- Depois, traço todos os triângulos de base $\overline{CD}$:




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

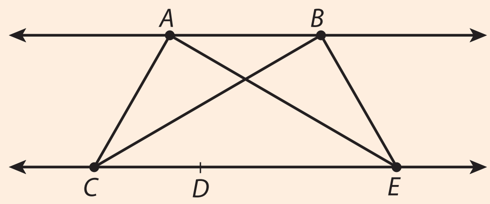
Como o terceiro vértice deve ser um dos dois pontos da outra reta, são possíveis **dois** triângulos: *CDA* e *CDB*.

- Em seguida, de maneira similar, traço os triângulos de base $\overline{DE}$:




Mais uma vez, como o terceiro vértice pode ser o ponto *A* ou o ponto *B*, posso formar **dois** triângulos: *DEA* e *DEB*.

- Para finalizar, traço os triângulos de base $\overline{CE}$:




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

O terceiro vértice pode ser o ponto *A* ou o ponto *B*, portanto, posso formar **dois** triângulos: *CEA* e *CEB*.

Logo, o total de triângulos é o seguinte: 3 + 2 + 2 + 2 = 9 (9 triângulos).

O **exercício 25** propicia um momento para o professor avaliar se os alunos realmente compreenderam a classificação de *quadriláteros*. Uma opção para aprofundar a discussão e estimular os alunos a comunicarem suas ideias é pedir que escrevam uma justificativa embaixo de cada figura desenhada, de modo que expliquem:

**a)** Por que essa figura é um losango, mas não é um quadrado?

**b)** Por que essa figura é um losango e também um quadrado?

**c)** Por que essa figura é um retângulo, mas não é um quadrado?

**d)** Por que essa figura é um retângulo e também um quadrado?

É igualmente importante a análise e comparação de respostas entre colegas, para detectarem possíveis equívocos e ajustes.

Outra possibilidade de ampliação desse exercício é pedir que respondam às seguintes questões, com justificativas:

- É possível desenhar um quadrado que não seja losango?
- É possível desenhar um quadrado que não seja retângulo?

Espera-se que considerem impossíveis ambas as situações, já que todo quadrado é um retângulo (tem os quatro ângulos retos) e todo quadrado é um losango (tem os quatro lados de mesma medida).

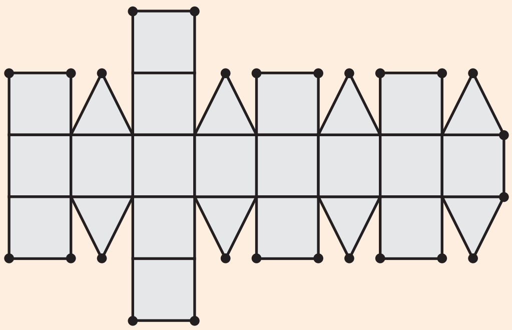
O **exercício 27** oferece uma boa oportunidade para os alunos exercitarem a comunicação matemática ao procurar justificar suas respostas. Vale lembrar que um modo interessante de justificar – e muito usual na Matemática – é, dada uma afirmação falsa, determinar um contraexemplo. No item **a**, por exemplo, os alunos podem desenhar um losango que não tenha ângulo reto e que, portanto, não seja um retângulo. De modo similar, no item **b**, basta desenhar um paralelogramo cujas diagonais não tenham a mesma medida para justificar que a afirmação é falsa.

Após a resolução do **exercício 28**, as duplas podem expor sua construção aos demais alunos da classe, para comparação de soluções.

No **exercício 29**, sugira aos alunos que, antes de copiarem as *planificações de poliedros* no caderno, tentem resolver o exercício apenas visualizando os poliedros montados, sem desenhá-los.

Para responder às questões do **exercício 31**, os alunos devem observar atentamente todas as faces do poliedro planificado, em relação tanto à forma quanto às medidas. Incentive-os a usar a cópia da planificação para fazer registros e tentar identificar e quantificar os elementos do poliedro. Pode-se enriquecer a discussão com alguns questionamentos:

- Um aluno marcou na planificação os seguintes pontos:



NELSON MATSUDA

E concluiu que o poliedro tinha um total de 26 vértices.

— Por que essa conclusão está errada?

— Essa estratégia não é válida para contar os vértices?

— Qual seria a estratégia válida?

Em complementação ao **exercício 34**, pode-se questionar os alunos se faz diferença se o prisma é reto ou oblíquo, justificando a resposta.

Para melhor explorar o **exercício 36**, combine com os alunos, com antecedência, que levem para a escola, no dia estipulado, embalagens vazias ou objetos que não tenham o formato de *paralelepípedo*. A intenção é os alunos experimentarem empilhar essas embalagens e verificarem a dificuldade de fazer isso.

Quanto ao **exercício 38**, vale destacar que, quando o aluno tem oportunidade de relacionar o volume de um recipiente com a contagem de cubos que cabem em seu interior, a ideia de volume ganha mais significado e sentido, o que contribuirá para outras situações relacionadas com o conceito.

Ao trabalhar com o “Pense mais um pouco...” da **página 269**, estabeleça um tempo para que os alunos possam interpretar e resolver a situação individualmente e, em seguida, peça que formem duplas de modo que um explique ao outro a informação que obteve observando cada vista. Vejamos uma possível explicação:

- Ao analisar apenas a primeira vista, podemos afirmar que qualquer um dos outros símbolos (círculo, quadrado ou triângulo) poderia estar na face oposta à estrela.
- Ao analisar a segunda vista, podemos afirmar que o círculo e o triângulo não podem estar na face oposta à estrela.
- Logo, só resta o quadrado como opção.

Após todos terem resolvido individualmente o **exercício complementar 2**, peça aos alunos que respondam oralmente:

- Como cada um pode desenhar livremente o polígono?
- Que respostas podem ser diferentes e quais devem ser necessariamente iguais, de modo que estejam todas corretas?

Espera-se que eles observem que, seja qual for o desenho, todos devem ter encontrado necessariamente 4 vértices e 4 ângulos internos. Porém, os vértices podem ter sido nomeados de maneiras diferentes, escolhendo-se quaisquer quatro letras maiúsculas. Além disso, o polígono desenhado é certamente um quadrilátero, mas, dependendo do desenho, poderá ser losango, retângulo etc.

## Sugestão de leitura para o professor

### A Matemática do *origami*

O papel aceita tudo. Isso vale também no contexto do estudo da Matemática do *origami*? O ditado, aplicado ao ato de escrever, parece ser verdade também quando o computador nos dá os passos de dobradura para chegarmos a uma determinada figura com um pedaço de papel.

Praticado por séculos como atividade lúdica e artística, só recentemente o *origami* passou a ser atração acadêmica como objeto de estudos científicos. “Os pesquisadores foram atraídos provavelmente porque o *origami* instigou seus talentos matemáticos e científicos”, afirma o matemático Thomas Hull, do Merrimack College, de North Andover, nos Estados Unidos, e editor do “Imagiro”, publicação bimensal sobre *origami* que tem entre seus autores os mais renomados estudiosos no assunto.

“Tudo começou como um *hobby* para alguns pesquisadores”, continua Hull. Ele conta que começou a praticar *origami* aos oito anos de idade. Na pós-graduação, percebeu que poderia estudar a Matemática dessa arte e encontrou vários trabalhos sobre o assunto.

De *hobby*, o *origami* passou então a ser objeto de estudos matemáticos dos acadêmicos. Eles perceberam que a dobradura poderia ser usada para descrever movimentos e processos na natureza e na ciência, como o batimento das asas de um pássaro ou a deformação da capota de metal de automóveis em colisões. Os estudiosos passaram, então, a desenvolver teoremas para descrever os padrões matemáticos que viam nas dobraduras.

Na Matemática, o *origami* pode ser tratado pela topologia e pela Geometria combinatória. Diferentemente da Geometria, na topologia as figuras podem ser esticadas ou deformadas de seu estado original sem passarem a ser consideradas objetos diferentes, desde que não se faça nenhum buraco ou qualquer remendo nelas.

Os especialistas em *origami* trabalham na construção de algoritmos, que são sequências de passos definidos na solução de um problema, como, por exemplo, o algoritmo da divisão. Para desenvolver esse trabalho, eles recorrem à Geometria combinatória, que permite obter fórmulas computacionais para a construção, por meio de dobraduras, das formas complexas e sofisticadas de *origami*. Com essas técnicas, eles procuram também obter a melhor sequência de dobradura e o aproveitamento máximo da folha de papel para uma determinada figura que pretendam construir. Ao que tudo indica, qualquer procedimento que o computador fornecer pode ser feito no papel manualmente.

O desafio está em fazer o caminho inverso matematicamente. A partir de um *origami* aberto, com as marcas das dobras, os matemáticos recaem em complicados problemas com polinômios para descobrir, sem dobrar, em que figura um certo padrão de dobradura resultará.

Desse modo, o *origami* tornou-se nas últimas duas décadas inspiração para a busca de soluções de sofisticados problemas matemáticos e tecnológicos. Os especialistas obtiveram bons resultados e esperam aplicar seus estudos, por exemplo, a projetos de painéis solares, microcircuitos e até telescópios, que, se pudessem ser dobrados, poderiam ser usados em dispositivos menores que os existentes hoje.

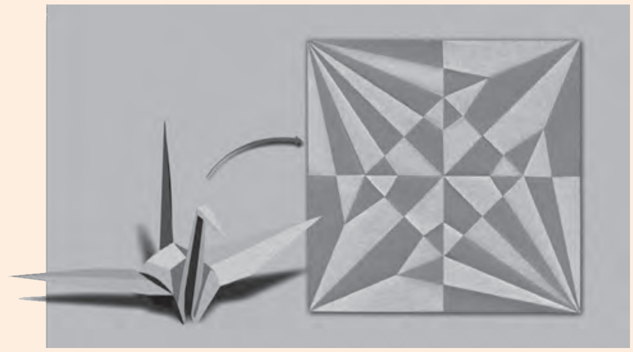
Para alguns, o ato de dobrar papel para obter formas conhecidas pode perder seu charme criativo e artístico. Mas os amantes do *origami* tradicional não precisam recorrer aos passos matemáticos de dobradura para dar a forma que querem a um simples pedaço de papel.

**Os teoremas dos ângulos e das duas cores**

Um princípio importante na Matemática do *origami* é o teorema de Kawasaki, segundo o qual a soma dos ângulos alternados formados por dobraduras em volta de um único vértice em um *origami* desdobrado será sempre 180°. Isso vale para cada vértice do papel desdobrado de uma figura plana, e não necessariamente de formas não achatadas. Veja abaixo o *origami* da cegonha:

$a_1 + a_3 + a_5 + ... + a_{2n-1} = 180°$ e $a_2 + a_4 + a_6 + ... + a_{2n} = 180°$

Pode-se ver que sempre teremos um número par de ângulos, para cada vértice. Outra propriedade Matemática importante no *origami* é nos padrões de dobradura de figuras planas, nos quais se pode colorir o papel inteiro desdobrado somente com duas cores, sem que se repita a mesma cor lado a lado, como se vê ao lado.



DANIEL DAS NEVES/EDITORA GLOBO

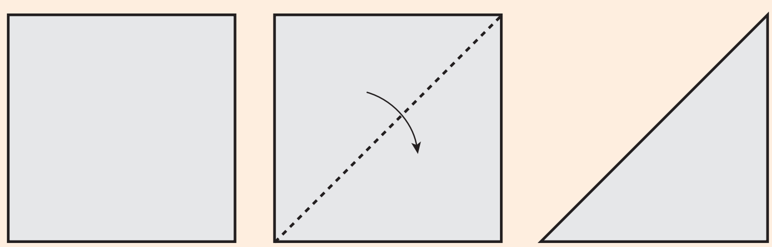
Fonte: KAWANO, Carmen. *A Matemática do origami*. Disponível em: <revistagalileu.globo.com>. Acesso em: 6 maio 2015.

## Sugestões de atividades

### Trabalhando com *origami*

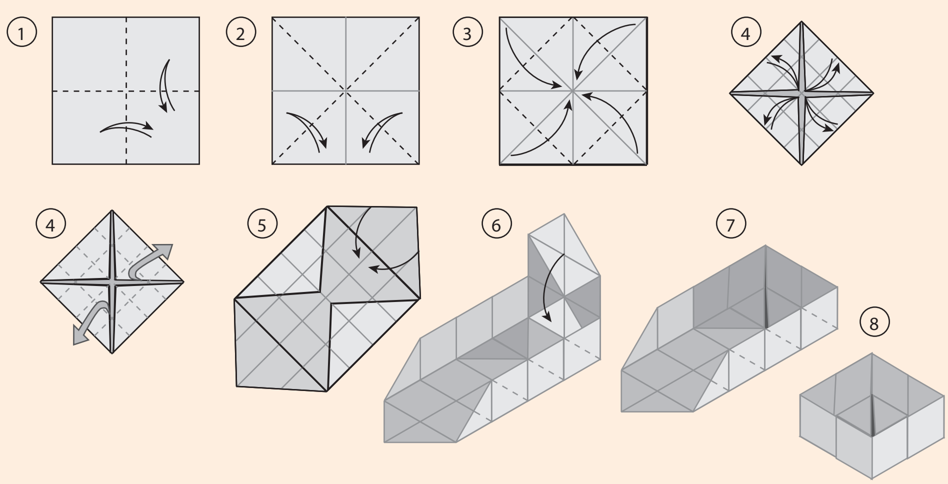
**1.** Distribuir folhas de papel de formato quadrado e solicitar aos alunos que construam um triângulo isósceles e justifiquem a construção.

*Resposta possível*:



Esse triângulo é isósceles, pois dois de seus lados têm medidas iguais ao lado do quadrado.

**2.** Solicitar que construam a caixa a partir de uma folha de papel de formato quadrado e respondam às seguintes questões.




ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

**a)** Ao fazer as dobraduras indicadas no passo 1, obtêm-se dois vincos. Se traçarmos dois segmentos passando por esses vincos, podemos afirmar que esses segmentos serão:

– Congruentes e não colineares?

– Congruentes e consecutivos?

– Congruentes e perpendiculares?

**b)** Ao fazer essas dobras, também obtemos quatro regiões quadradas. Podemos dizer que a medida do lado dessas regiões é igual ♦ da medida do lado do papel. Qual o valor de ♦?

**c)** No passo 2, obtemos outros dois novos vincos. Se traçarmos dois segmentos passando por esses vincos, dividimos a folha de papel em quatro regiões. Qual o formato dessas regiões?

**d)** Como podemos classificar a figura formada no passo 5?

**e)** Como podemos classificar a figura formada no final da dobradura?

*Respostas*:

**a)** não; não; sim.

**b)** $\frac{1}{2}$

**c)** triangulares

**d)** hexágono

**e)** resposta possível: figura geométrica não plana.

# CAPÍTULO 10

# Comprimentos e áreas


## Objetivos do capítulo

Incentivar o aluno a:

- Reconhecer as grandezas comprimento e superfície.
- Identificar unidades adequadas (padronizadas ou não) para medir comprimento e superfície e fazer uso da terminologia apropriada.
- Obter medidas por estimativas e aproximações.
- Calcular a área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas.
- Estabelecer conversões entre as unidades de medida mais usuais, para comprimento e superfície, em resolução de situações-problema.

## Orientações gerais do capítulo

Com o esquema ilustrado que abre o capítulo acerca de comprimento e massa de várias espécies de baleias, o aluno poderá fazer algumas reflexões iniciais sobre a utilidade das *escalas*, especialmente nos casos em que a representação em tamanho real é inviável (de objetos muito grandes ou muito pequenos). O aluno também pode perceber que as escalas facilitam os processos de comparação, permitindo que as informações sejam mais significativas. Por exemplo, logo ao primeiro espécime, a baleia-azul, é possível ter ideia de sua grandeza em relação ao homem e ao veículo utilitário. Esse tipo de comparação é essencial para o estabelecimento de *referências de medidas de comprimento* e, assim, para a resolução mais ágil de uma gama de problemas cotidianos.

Sugerimos o seguinte livro para acompanhar o trabalho deste capítulo:

MACHADO, Nilson José. *Medindo comprimentos*. São Paulo: Scipione, 2006. (Coleção Vivendo a Matemática).

Os **exercícios 1** e **2**, que trabalham com uma unidade não padronizada de comprimento (o palmo), podem ser complementados com questões como:

- Se você comparar o seu palmo com o de seu colega – colocando um palmo sobre o outro – e observar que o palmo de seu colega é maior, que conclusão você extrai dos resultados obtidos por ambos no exercício 1?
- E se, ao contrário, seu palmo for maior que o de seu colega, o que se alteraria na conclusão?

  Espera-se que, com esse questionamento, os alunos reflitam sobre uma das ideias fundamentais para a compreensão do conceito de ***medir***: quanto menor a unidade de medida utilizada, mais vezes ela caberá no objeto a ser medido. Essa relação é mais bem compreendida quando o aluno realiza experiências.

O **exercício 5** traz à tona uma questão muito interessante: Em que situações a exatidão das medidas é absolutamente necessária? É viável, em contextos cotidianos e até científicos, lidar com unidades não padronizadas e medidas aproximadas? Embora pareça contraditório à natureza da Matemática – ou ao senso comum em relação à disciplina –, o estudo de grandezas e medidas passa pelo aspecto da utilidade, conforme a situação, de medidas não exatas. Essa consideração é importante até mesmo para desmistificar que tudo na área das ciências é exato e predeterminado. Nas experiências que envolvem medidas, no estudo da evolução desse campo na história do conhecimento e mesmo em várias situações cotidianas, o aluno deverá observar que muitos problemas de medição podem ser resolvidos com uma abordagem não exata, isto é, por unidades não padronizadas ou por medidas estimadas.

Para entender melhor as relações entre o metro e seus submúltiplos, apresentados na **página 278**, pode-se solicitar aos alunos que tragam dois pedaços de barbante com comprimento de 1 metro cada. Em classe, eles devem cortar um deles em dez partes iguais, obtendo, assim, dez pedaços de 1 decímetro cada um. Tomando um dos pedaços de 1 decímetro, devem cortá-lo em dez partes iguais, obtendo, desta vez, dez pedaços de 1 centímetro cada. Em seguida, devem comparar os pedaços de barbante de 1 m, 1 dm e 1 cm (colocando-os lado a lado no chão). Com isso, espera-se que os alunos visualizem esses comprimentos para melhor compreender a relação entre eles. Explorar as diferentes estratégias para recortar os barbantes em 10 partes iguais.

No desenvolvimento do **exercício 7**, vale debater com os alunos o que acontece quando não usamos uma unidade de medida adequada à situação. Claro que isso não impede de chegar a uma resposta, mas, se selecionamos uma unidade menor que a adequada (por exemplo, o milímetro em lugar do metro), a medida será representada por um número muito grande ou, pelo contrário, se selecionamos uma unidade maior que a adequada (por exemplo, o quilômetro em lugar do centímetro), obteremos uma medida expressa por um número extremamente pequeno. E isso implica dificuldades na comunicação, tanto para ler como para interpretar os números.

Se julgar conveniente, explore o **exercício 12** pedindo aos alunos que pesquisem a distância entre a cidade em que estão e as demais cidades da região. Com esses dados, formule uma situação-problema semelhante à apresentada.

Para o **exercício 13**, se possível, providenciar embalagens em forma de paralelepípedo e de cubo para problematizar a situação, incentivando os alunos a observar as dimensões das faces: Qual a forma das faces do cubo? O que se pode concluir sobre as dimensões das faces de uma caixa na forma de um cubo? Qual seria a quantidade de fita usada para contornar todas as faces da caixa na forma de cubo, como mostra a figura? E se acrescentarmos o tamanho do laço, o que iremos obter? Faça explorações semelhantes para a caixa em forma de paralelepípedo. O principal objetivo dessa tarefa é levar o aluno a perceber a forma e as dimensões das faces opostas em cada uma das embalagens.

Proponha aos alunos que resolvam, em duplas, a tarefa da seção “Pense mais um pouco...” da **página 282**. Dê um tempo para que as duplas se organizem e abra uma discussão coletiva para ver as diferentes possibilidades sugeridas. Uma opção pode ser: Vitório usou o cano de 3 m para medir o cano de 5 m. Fez uma marca no cano de 5 m para obter 2 m. Com essa medida de 2 m, dividiu o cano de 8 m ao meio.

No desenvolvimento do **exercício 21**, espera-se que os alunos apresentem uma resolução utilizando suas estratégias pessoais. Apresentamos a seguir uma possibilidade. Salientamos que a redação do enunciado pode confundir o aluno menos atento, pois apresenta somente no final a informação que será usada em primeiro lugar na resolução (a largura do terreno, de 10,8 metros).

- Como o comprimento do terreno equivale ao triplo de sua largura (10,8 metros), o comprimento é calculado por:
  $3 \times 10{,}8 = 32{,}4$ (32,4 m)
- Daí, o perímetro do muro será:
  $2 \times 10{,}8 + 2 \times 32{,}4 = 86{,}4$ (86,4 m)
- Como o pedreiro disse que deveriam ser 130 tijolos por metro, serão necessários:
  $86{,}4 \times 130 = 11.232$ (11.232 tijolos)
  Se foram adquiridos 10.000 tijolos e são necessários 11.232, faltarão:
  1.232 tijolos

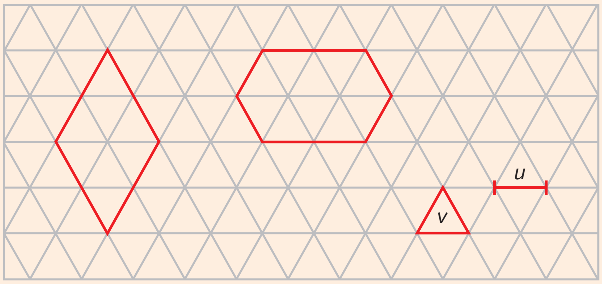
Aproveitando o contexto do “Pense mais um pouco...” da **página 283**, é interessante pedir aos alunos que indiquem e justifiquem por que as afirmações abaixo são *falsas*, apresentando ao menos um contraexemplo.

- Figuras iguais (dois triângulos por exemplo) têm sempre mesmo perímetro.
- Figuras diferentes têm sempre perímetros diferentes.
- Figuras de mesmo perímetro têm mesma forma.
- Figuras de perímetros diferentes têm formas diferentes.

De modo similar ao sugerido em relação a perímetro, no **exercício 23**, os alunos devem fazer observações e concluir que:

- há figuras diferentes com mesma área;
- há figuras de mesma forma com áreas diferentes.

Para o **exercício 24**, é possível observar, na ilustração ao lado, exemplos de figuras que possuem o mesmo perímetro mas não a mesma área, considerando o segmento *u* como unidade de medida de comprimento e o triângulo *v* como unidade de medida de área. Uma atividade interessante é solicitar aos alunos que apresentem outros exemplos.




Pode-se estender a discussão do **exercício 26** pedindo aos alunos a identificação, e respectiva justificativa, da figura de maior área. Espera-se que observem que, embora na figura do item **a** caibam 22 *u* e na figura do item **b** caibam 22 *v*, como *u* é menor que *v*, a figura **b** tem maior área que a figura **a**. O professor deve então destacar que, caso esses números fossem diferentes entre si, não poderíamos fazer uma comparação de modo tão direto.

Vale a pena dar destaque à foto da **página 287**, em que aparece um menino sentado sobre um tapete, pois o tapete ilustra o "tamanho" do metro quadrado, o que pode favorecer a construção de um referencial mais concreto para o significado dessa medida tão usada no dia a dia.

No **exercício 29**, vale explicar aos alunos que comparações desse tipo ("no Parque da Cantareira caberiam cinquenta parques como o do Ibirapuera"), em que recorremos à proporção entre locais ou objetos distintos, são muito comuns em situações em que a ordem de grandeza passa a não fazer sentido para nossa mente.

Aproveite o contexto do **exercício 33** para ouvir a opinião dos alunos sobre esses dados, assim como sobre as possíveis ações para modificar o alarmante problema do desmatamento no Brasil.

Para ampliação do **exercício 35**, sugerimos que, sem fazer nenhum cálculo, os alunos digam se a resposta do exercício seria maior ou menor que 5.200 lotes, caso, no enunciado original, fizéssemos as seguintes substituições:

**a)** "260 hectares" por "250 hectares". (menor)

**b)** "20%" por "25%". (menor)

**c)** "400 $m^2$" por "450 $m^2$". (menor)

**d)** "20%" por "10%". (maior)

**e)** "260 hectares" por "500 hectares". (maior)

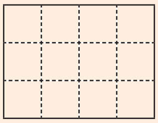
Após a resolução do **exercício 42**, caso considere conveniente, desafiar os alunos a encontrar outros tamanhos de azulejo quadrado que possam completar a mesma parede, mas com encaixe perfeito, sem necessidade de corte de azulejos.

Depois de resolvido o **exercício 45**, reúna os alunos em duplas ou trios para que comparem suas resoluções e respostas. Questione-os sobre a importância da informação "a espessura da parede é 0,15 m" e quais seriam os resultados se essa informação não fizesse parte do enunciado.

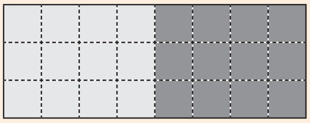
No **exercício 49**, uma opção para os alunos exporem com mais clareza suas ideias é, em grupos, fazerem cartazes reproduzindo a figura apresentada e explicando todo o percurso de resolução. Os alunos devem identificar se um caminho similar ao seu já foi exposto e acrescentar apenas aquilo que for diferente.

Para a resolução do item **1** do "Pense mais um pouco..." da **página 298**, é importante que os alunos visualizem os aumentos em ilustrações do tipo:

- Se o retângulo original for:



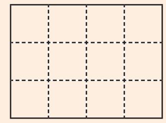
e aumentarmos a medida de sua base em 100%, teremos:



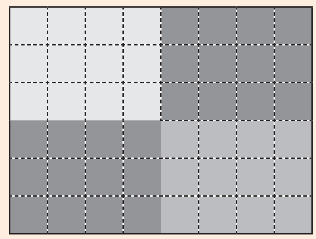
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Isso equivale a dois retângulos originais ou, em termos percentuais, a 100% de aumento.

- Se o retângulo original for:



e aumentarmos em 100% a medida tanto de sua base quanto de sua altura, teremos:



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Isso equivale a quatro retângulos originais ou, em termos percentuais, a 300% de aumento.

Uma possível maneira de resolver o **exercício complementar 1** é fazer uma tabela para registrar a evolução da medida ao longo do tempo:

| Idade do bebê | Medida do contorno do crânio |
|---|---|
| Ao nascer | 35 cm |
| Ao final do 1º mês | 35 + 2 = 37 (37 cm) |
| Ao final do 2º mês | 37 + 2 = 39 (39 cm) |
| Ao final do 3º mês | 39 + 2 = 41 (41 cm) |
| Ao final do 4º mês | 41 + 1 = 42 (42 cm) |
| Ao final do 5º mês | 42 + 1 = 43 (43 cm) |

Após a resolução e correção do **exercício complementar 4**, pode-se sugerir aos alunos alterações em apenas um dos valores numéricos do enunciado, obtendo assim as seguintes respostas para o item **a**:

- Substituindo "1,04 m" por "1,36 m" no comprimento da obra, obtemos 1,02 m na altura da tela.
- Substituindo "1,04 m" por "1,08 m" no comprimento da obra, obtemos 0,81 m na altura da tela.
- Substituindo $\frac{3}{4}$ por $\frac{4}{5}$ na razão entre a altura e o comprimento da obra, obtemos 0,832 m na altura da tela.
- Substituindo $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{4}$ na razão entre a altura e o comprimento da obra, obtemos 0,52 m na altura da tela.

Para explorar o **exercício complementar 6**, pode-se questionar os alunos com:

- Caso a pergunta do problema fosse "Quantos metros ainda estão sem asfalto?", quais seriam as possibilidades de resolução?

  Vejamos algumas:

**1)** Podemos aproveitar os cálculos já feitos no exercício original e fazer uma subtração:

$$1.200 - 360 = 840 \text{ (840 m)}$$

**2)** Podemos calcular por meio de porcentagem: sabendo que 30% da rua já está asfaltada, então devemos calcular os 70% que estão sem asfalto:

$$70\% \text{ de } 1.200 \text{ m} \rightarrow \frac{70}{100} \cdot 1.200 = 70 \cdot 12 = 840 \text{ (840 m)}$$

Na resolução do **exercício complementar 7**, procure circular entre os alunos e observar quais são os procedimentos e as dúvidas que surgem com maior frequência. Se necessário, faça pausas na resolução para que todos sejam questionados, oferecendo dicas e sugestões de como proceder para chegar à resposta esperada. Lembramos que a intenção aqui não é os alunos desenvolverem uma resposta em linguagem algébrica, mas fazer tentativas para solucionar o exercício.

Se considerar adequado, antes da resolução do **exercício complementar 10**, pedir aos alunos que façam alguns desenhos irregulares, mas fechados, no quadriculado, sem ocupar todos os quadradinhos, e que depois calculem a área dessas figuras em quadradinhos. Os questionamentos que surgirem nesse exercício preliminar possibilitarão a discussão de modos de arredondar e encontrar áreas aproximadas.

## Sugestão de leitura para o professor

### Medidas na carta de Caminha

Muitas passagens da carta de Pero Vaz de Caminha citam distâncias medidas em *léguas* ou em *braças*, unidades que hoje não se usam mais, a não ser em um sentido bastante impreciso. Vamos tentar entender o que representam essas medidas.

O sistema de pesos e medidas usado em Portugal à época do descobrimento, e posteriormente no Brasil, no tempo colonial, apresentava sérios inconvenientes: não era uniforme de região para região, mudava segundo o tempo e as circunstâncias e, além disso, as subdivisões eram numerosas e irregulares, tornando os cálculos trabalhosos e imprecisos.

A tabela seguinte dá uma ideia da variedade de unidades de medida usadas antigamente para distâncias (as igualdades devem ser entendidas sempre como aproximações):

| | | |
|---|---|---|
| 1 polegada | 2,54 cm | |
| 1 pé | 12 polegadas | 30,48 cm |
| 1 passo | 5 pés | 1,52 m |
| 1 palmo | 8 polegadas | 20,32 cm |
| 1 estádio | 125 passos | 190 m |
| 1 toesa | 9 palmos | 1,83 m |
| 1 vara | 5 palmos | 1,02 m |
| 1 jarda | 4 palmos | 81 cm |
| 1 côvado | 3 palmos | 61 cm |
| 1 corda | 15 palmos | 3,05 m |
| 1 braça brasileira | 2,2 m | |
| 1 milha brasileira | 1.000 braças | 2.200 m |
| 1 légua brasileira | 3.000 braças | 6.600 m |

Qual era a *légua* mencionada na carta de Caminha? A *braça brasileira* é citada no dicionário *Aurélio* e equivale a 2,2 m, enquanto no sistema inglês a braça equivale a 1,8 m. Uma *légua* é definida no mesmo dicionário como sendo uma medida itinerária igual a 6.000 m. Entretanto, uma *légua de sesmaria* corresponde a 3.000 braças, o que significa 6.600 m. Essas são medidas comumente empregadas para medir distâncias terrestres. Provavelmente, a *légua* citada na carta de Caminha era a *légua marítima*, que ainda diferia da *légua terrestre*.

Considerando a necessidade de uma uniformização, o rei da França, Luís XVI, em maio de 1790, decretou a criação de uma comissão para estabelecer um sistema padronizado de pesos e medidas. A comissão, formada por membros da Academia de Ciências de Paris, decidiu tomar como referência para as medidas de distância o comprimento de um meridiano terrestre. Assim, foi definido o *metro* como sendo o comprimento do meridiano terrestre, dividido por 40.000.000. O comprimento do meridiano foi estabelecido a partir de medições feitas em arcos do meridiano de Paris, entre a torre de Dunquerque e a cidade de Barcelona, comparadas com medições feitas anteriormente no Peru. Foi então construído um padrão para o metro, feito de platina e cuidadosamente guardado, em 1799, no prédio dos Arquivos do Estado, em Paris.

Assim nasceu o atual *sistema métrico decimal*, no qual as subdivisões e os múltiplos do metro são feitos de 10 em 10: temos portanto o centímetro, o decímetro, o milímetro, bem como os múltiplos do metro, como o decâmetro, o hectômetro e o quilômetro.

Atualmente as crescentes necessidades tecnológicas exigem um padrão mais preciso e facilmente reprodutível. O metro é hoje definido como sendo o comprimento do trajeto percorrido pela luz no vácuo durante um intervalo de tempo de $\frac{1}{299.792.456}$ de segundo.

Mas voltemos ao tempo do descobrimento do Brasil. Como já mencionamos, a légua a que se refere Caminha em sua carta é, provavelmente, a *légua marítima*, cuja definição também variava de lugar para lugar e de navegador para navegador. No século XVI, considerava-se que um grau do meridiano terrestre correspondia a um certo número de léguas, que alguns navegadores diziam ser 16,7; enquanto outros diziam que era 18 ou mesmo 17,5.

Se o meridiano terrestre mede 40.000.000 m, dividindo esta quantia por 360 teremos que um grau do meridiano equivale a aproximadamente 111.111 m. Admitindo que um grau corresponde a 18 léguas, isso nos dá a medida

1 légua marítima = 6.173 m

No entanto, os registros desses padrões são tão imprecisos, que é possível encontrar documentos atribuindo para a légua marítima o equivalente a 5.555 m.

A *milha marítima* é talvez a única dessas unidades extravagantes que deverá permanecer sendo usada. Ela é hoje definida como valendo 1.852 m, o que a torna igual ao comprimento de um arco de 1 minuto do meridiano terrestre, ou seja, $\frac{1}{21.600}$ do comprimento do meridiano. Em navegação, posições são determinadas por ângulos (latitude e longitude), o que torna extremamente cômodo adotar como unidade de distância o comprimento de um arco de ângulo central unitário. Aliás, foi algo parecido com isso que os matemáticos fizeram ao adotar o radiano.

Felizmente, na atualidade, quase todos os países do mundo adotam o sistema métrico decimal. No Brasil, a lei de 26 de junho de 1862 e o decreto número 5.089 de 18 de setembro de 1872 tornaram o sistema métrico decimal obrigatório a partir de 1º de janeiro de 1874.

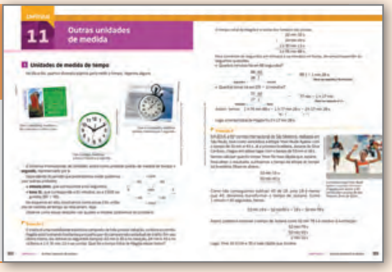
**Observações**

1. As definições das unidades legais de medidas no Brasil são feitas pelo Conselho Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial – Conmetro.
2. O autor pede para citar seus colegas *Nilton Lapa* (SP) *e Maria Inês V. Faria* (MG), com os quais desenvolveu a atividade que deu origem a este trabalho.

COELHO, Mozart Cavazza P. "Medidas na carta de Caminha". *Revista do professor de Matemática*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, nº 36.

# CAPÍTULO 11

# Outras unidades de medida



## Objetivos do capítulo

Levar o aluno a:

- Reconhecer as grandezas tempo, massa, capacidade e volume.
- Identificar unidades adequadas (padronizadas ou não) para medir essas grandezas, fazendo uso de terminologia própria.
- Obter medidas por meio de estimativas e aproximações.
- Estabelecer conversões entre as unidades de medida mais usuais para essas grandezas em resolução de situações-problema.

## Orientações gerais do capítulo

Uma alternativa para expandir o **exercício 2** é, após sua resolução, mostrar aos alunos outras resoluções, nem todas corretas. Vejamos algumas possibilidades:

> **Resolução I**
>
> Primeiro calculo quantas horas transcorreram no turno: das 17 h às 24 h, são 7 horas; das 24 h à 1 h passou-se apenas 1 hora, ou seja, o turno foi de 8 horas, o equivalente a 480 minutos.
>
> Dessa maneira, como ele ouviu 30 histórias, o tempo de cada história foi igual a 16 minutos ($480 : 30 = 16$).

(O erro da resolução acima está em desconsiderar os intervalos para descanso.)

> **Resolução II**
>
> O turno de trabalho foi de 9 horas (17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 1).
>
> Em minutos, isso significa $9 \times 60 = 540$ (540 minutos).
>
> Como ele descansou a cada 3 horas, em 9 horas descansou 3 vezes. Como cada descanso era de 30 minutos, o total de descanso no turno foi de $3 \times 30 = 90$ (90 minutos).
>
> Assim, descontando o descanso, o total de tempo dedicado às histórias foi de: $540 - 90 = 450$ (450 minutos).
>
> Como foram 30 histórias, o tempo destinado a cada uma foi igual a $450 : 30 = 15$ (15 minutos).

(O erro da resolução acima foi considerar a duração do turno de 9 horas, quando, na verdade, transcorreram 8 horas. Quem resolveu dessa maneira certamente contou todos os horários, mas deveria contar os intervalos entre eles.)

> **Resolução III**
>
> Para saber quantas horas foram dedicadas às 30 histórias, preciso calcular quanto tempo foi dedicado às histórias. Sabendo que o turno começou às 17 horas e que, a cada 3 horas de trabalho, houve um descanso de 30 minutos, temos:
>
> - Das 17 h às 20 h: 3 horas de trabalho
> - Das 20 h às 20 h 30 min: 30 min de descanso
> - Das 20 h 30 min às 23 h 30 min: 3 horas de trabalho
> - Das 23 h 30 min às 24 h: 30 min de descanso
> - Das 24 h à 1 h: 1 hora de trabalho
>
> Assim, o total de horas de trabalho foi de 7 horas ($3 + 3 + 1 = 7$).
>
> Para escrever isso em minutos, fazemos $7 \times 60 = 420$ (420 minutos).
>
> Para finalizar, fazemos $420 : 30 = 14$, isto é, 14 minutos por história.

(Essa resolução está correta. É importante ficar claro para os alunos que a alternativa **c** é a única possível, mas que há outros modos de chegar a essa resposta. Por exemplo, fazendo o mesmo caminho das resoluções anteriores, mas corrigindo os erros apontados em cada uma delas.)

O desafio aqui será encontrar e justificar os erros das resoluções I e II e compreender o processo de resolução III.

Após a resolução do **exercício 7**, o professor, se achar adequado, pode reunir os alunos em grupos, para que observem diferentes resoluções e justificativas, mesmo que a solução seja única.

Um dos caminhos possíveis para a resolução do **exercício 9** é adotar a estratégia da "tentativa e erro", também conhecida como "ensaio e erro", lembrando que, após cada tentativa, deve-se verificar se ela é ou não resposta do exercício. Caso a tentativa se confirme, não é preciso dar continuidade ao procedimento; caso contrário, deve-se fazer nova tentativa, não de modo aleatório, mas com base na experiência anterior. Por exemplo, na situação do exercício, podemos começar pensando na quantidade de cubinhos que deve haver em cada aresta:

- 1ª tentativa: 10 cubinhos (escolhido por ser um número fácil de calcular).
  Daria um total de $10 \times 10 \times 10 = 1.000$
  *Conclusão*: Número muito superior a 400. Devo tentar um número menor que 10.
- 2ª tentativa: 5 cubinhos. Daria um total de $5 \times 5 \times 5 = 125$
  *Conclusão*: Número muito inferior a 400. Devo tentar um número maior que 5 e menor que 10.
- 3ª tentativa: 7 cubinhos. Daria um total de $7 \times 7 \times 7 = 343$
  *Conclusão*: Número ainda inferior a 400, porém próximo. Devo tentar o sucessor de 7.
- 4ª tentativa: 8 cubinhos. Daria um total de $8 \times 8 \times 8 = 512$
  *Conclusão*: O número ultrapassou 400. Portanto, a tentativa correta é a 3ª.
  *Conclusão final*: O maior cubo possível será composto de 7 cubinhos na aresta, o que significa o uso de 343 cubinhos no total, ou seja, serão desprezados $400 - 343 = 57$

Em relação à foto da **página 307**, de modo similar ao apontado na foto do "tapete de 1 metro quadrado", destacamos que é interessante os alunos observarem o "cubo" de 1 metro de aresta e compararem com a medida de uma criança de sua idade. Deve-se notar que, embora a posição da criança seja a mesma da que estava no tapete, aqui não é possível que fique de pé, pois a altura é limitada e de apenas 1 metro. Essa observação é importante para os alunos desenvolverem um referencial para *volume*.

Quanto à resolução do **exercício 11**, mesmo que ele trate de grandezas que envolvem três dimensões, os alunos devem ser incentivados a retomar o conhecimento sobre unidades de medida de comprimento e as maneiras de estimar medidas dessa natureza. No item **a**, por exemplo, devem lembrar que, se usam o quilômetro (km) como unidade de comprimento para questões que envolvem medidas no planeta, é natural usarem o quilômetro cúbico ($km^3$) para expressar o volume das águas do planeta.

Após a resolução do **exercício 15**, pode-se pedir a dois ou três alunos que expliquem aos demais como chegaram à solução, dando destaque à necessidade de expressar todas as medidas em uma mesma unidade antes de efetuar qualquer tipo de operação, senão os resultados serão absurdos.

Depois de todos os alunos resolverem o **exercício 16**, é interessante perguntar a eles quais relações entre unidades foram necessárias para chegar à resposta e por que os cálculos não podem ser feitos com unidades de medida diferentes.

No **exercício 17**, com o intuito de ampliar os referenciais de *área* e *volume*, pode-se, depois da resolução, solicitar aos alunos que obtenham as medidas reais da própria sala de aula em que estudam e, com elas, calculem a área do piso da sala e o volume do ar da sala de aula. Neste caso, é adequado o uso de calculadora.

Convertendo a unidade de medida da caixa cúbica de metro para centímetro no **exercício 20**, os alunos devem concluir que a sua capacidade é para 15.625.000 $cm^3$. Como cada embalagem de suco tem capacidade para 189 $cm^3$, então, a caixa cúbica seria suficiente para encher aproximadamente 82.672 embalagens dessas.

Para melhor explorar o **exercício 22**, uma boa prática é realizar, se houver condições, experimentos em sala de aula, usando os materiais disponíveis, com os quais seja possível observar essa maneira de *calcular volumes*. Com certeza será um momento de grande significado para os alunos.

Uma das maneiras possíveis de resolver o **exercício 25** é organizar as informações dadas em uma tabela:

| | Comprimento | Largura | Altura | Volume |
|---|---|---|---|---|
| 1ª camada | 30 cm | 20 cm | 6 cm | 3.600 $cm^3$ |
| 2ª camada | 45 cm | 35 cm | 6 cm | 9.450 $cm^3$ |
| 3ª camada | 60 cm | 50 cm | 6 cm | 18.000 $cm^3$ |

Logo, o volume total do bolo será: 31.050 $cm^3$.

Para o **exercício 31**, procure conversar, com antecedência, com o professor de Ciências e saber que outros assuntos poderão ser discutidos. É importante lembrar que, muitas vezes, os alunos não conseguem fazer relações entre as disciplinas por mera falta de oportunidades. Nós, professores, devemos estar atentos para que esses intercâmbios sejam mais frequentes e interessantes.

O **exercício 33** é uma boa oportunidade para conversar com os alunos sobre nosso papel como cidadãos. É importante que se discuta como os dados numéricos e estatísticos se refletem no cotidiano e o que pode e deve ser feito para minimizar os danos ao meio ambiente e, consequentemente, à nossa vida.

Após a resolução do **exercício 34**, escolha três ou quatro alunos para exporem a resposta e a justificativa do item **b** aos colegas. A intenção é favorecer a troca de justificativas, ampliando o repertório dos alunos acerca de estimativas de medidas em situações-problema.

No **exercício 40**, após a leitura das interessantes informações sobre o Aquífero Guarani, bem como da realização de diferentes cálculos, os alunos poderão concluir a discussão com um trabalho em equipe para fazer cartazes sobre o tema e expô-los nas classes de alunos mais novos. É assim estabelecido um rico intercâmbio entre alunos de diferentes idades, destacando-se questões de interesse coletivo.

O **exercício 44** oferece mais um momento para o trabalho com a interdisciplinaridade em sala de aula. No caso, o tema central é o etanol, que pode, de alguma forma, ser abordado em aulas de Ciências, Geografia e História. Procure conversar com os professores dessas áreas para ampliar o trabalho aqui desencadeado.

O desafio proposto na seção "Pense mais um pouco..." da **página 323** poderá ser feito em pequenos grupos. É interessante deixar que os alunos analisem o que é solicitado e busquem estratégias de solução próprias. Se perceber que os grupos têm dificuldade para iniciar uma proposta de solução, sugira que copiem a tabela, ampliem o número de linhas e continuem preenchendo até o 8º minuto. Merece especial atenção o modo como os grupos chegarem à resposta do item **c**. Após a resolução, convide alguns grupos a apresentar suas soluções expondo o modo como chegaram a ela. Note que se trata de um exercício que exige compreensão da leitura dos dados do problema, que estão apresentados no texto escrito e na tabela. Antes de dar a resposta correta aos grupos, leia, junto com eles, a informação que está no item **b**: “após 8 minutos, esse tanque fica com água até a metade”, enfatizando o termo *metade*. Questione-os sobre o sentido da palavra *metade* e as informações da tabela, ou seja, que a cada minuto o volume de água despejada dobra.

Aproveite o contexto do **exercício 55** para conversar com os alunos sobre os perigos da automedicação, um hábito, infelizmente, muito frequente entre os brasileiros. É bom lembrar que o uso indiscriminado de remédios leva muitos jovens a intoxicações e até mesmo à morte.

Durante a resolução do desafio proposto na seção “Pense mais um pouco...” da **página 328**, observe a forma como os alunos fazem os desenhos. Se notar que há hipóteses incorretas, observe se eles compreenderam o sentido do que é proposto. Ou seja, discuta com os alunos que a ideia da balança de dois pratos é que haja equilíbrio e, para tanto, a massa dos dois pratos deve ser a mesma. Informe-os, ainda, de que não há necessidade de o pacote ficar em um dos pratos e os pesos em outro. O objetivo, ressaltando, é a igualdade. Essa ideia é muito importante para que, posteriormente, os alunos venham a compreender as soluções de equações. Logo, é importante investir tempo em sua realização e, se possível, chamar alguns alunos na lousa para apresentar suas soluções, discutindo o raciocínio empregado.

Caso os alunos se confundam para realizar os cálculos de divisão exigidos pelo **exercício 57**, pode-se fazer uma pausa para a discussão dos procedimentos para esses cálculos. Pode-se aproveitar os **exercícios 57**, **58** e **59** para discutir um pouco mais sobre unidades de medidas que são utilizadas no comércio atacadista, como é o caso da arroba, da saca e da tonelada.

Quanto ao “Pense mais um pouco” da **página 330**, vale destacar que, desde cedo, os alunos têm contato com situações em que estão presentes unidades ou instrumentos de medida. A relação aqui apresentada, entre o decímetro cúbico e o quilograma, é mais um referencial interessante para o aluno utilizar em diferentes situações; deve ficar claro, no entanto, que essa relação é válida para a água destilada e não é correto comparar grandezas diferentes.

No **exercício complementar 2**, espera-se que os alunos, além de efetuarem os cálculos corretos, interpretem adequadamente quando a grandeza em questão é a *capacidade* e quando é o *volume*.

Há diferentes possibilidades para o percurso de resolução do **exercício complementar 3**. Por isso, é interessante propor aos alunos a comparação entre as diferentes estratégias que utilizaram. Vejamos duas possibilidades:

- Calculando diretamente em centímetro:
  Volume: $2{,}5 \times 1{,}3 \times 2 = 6{,}5$ ($6{,}5\ cm^3$)
  Conversão para milímetro cúbico: $6{,}5 \times 10 \times 10 \times 10 = 6.500$ ($6.500\ mm^3$)
- Convertendo as medidas para milímetro antes de calcular o volume:
  Altura: $2{,}5$ cm $= 25$ mm
  Largura: $1{,}3$ cm $= 13$ mm
  Profundidade: $6{,}5$ cm $= 65$ mm
  Volume: $25 \times 13 \times 65 = 6.500$ ($6.500\ mm^3$)

Na discussão sobre a solução do **exercício complementar 7**, o professor pode solicitar aos alunos que ilustrem cada um dos itens à medida que forem resolvidos, para deixar mais claro o que estão calculando e que medidas são necessárias a cada cálculo.

ISBN 978-85-16-09982-4